КОНСТРУКЦИОННЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

УДК 681.782.8

УПРАВЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ ЛИНЗОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПУТЕМ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ АДАПТИВНОЙ ОПТИКИ

© 2023 г. Е. В. Медведев^{1,*}, Д. С. Бурый¹, С. А. Гулин¹, В. Г. Страдинь¹, Р. В. Чумарин¹

¹Военный инновационный технополис "ЭРА", Анапа, Россия *E-mail: era_lab13@mil.ru

Поступила в редакцию 09.10.2023 г. После доработки 11.01.2024 г. Принята к публикации 20.01.2024 г.

Рассмотрены виды систем адаптивной оптики, принципы их работы и особенности реализации. Предложена математическая модель управления температурными полями оптических элементов для обеспечения заданной величины отклонения волнового фронта для крупногабаритных оптических систем, разработанных исходя из условия коррекции известной величины влияния атмосферы на волновой фронт.

DOI: 10.56304/S2782375X23040101

введение

При создании крупногабаритных оптических систем (ОС) необходимо учитывать значительное количество факторов, которые влияют на качество изображения и искажают волновой фронт. К ним следует отнести технологические статические (погрешности, возникающие при изготовлении крупногабаритной оптики), технологические динамические (условия разгрузки и термодеформации оптических элементов), эксплуатационные статические (особенности механического сопряжения ОС с корпусом) и эксплуатационные динамические (влияние турбулентности атмосферы, температуры и другие факторы). Известны различные технические решения по изготовлению корректоров искажений волнового фронта $(\mathbf{B}\Phi)$ на основе зеркальных элементов [1]: секционированные (составные) зеркала; зеркала с дискретными механическими или пьезоэлектрическими приводами, действующими по нормали к поверхности; приводы с изгибающим моментом; монолитные зеркала на основе пьезокерамики; мембранные зеркала.

В науке и технике в настоящее время уделяется много внимания адаптивной оптике — оптическим системам, которые позволяют устранять нерегулярные искажения, возникающие при распространении света в неоднородной среде, при помощи управляемых оптических элементов. Достоинствами таких систем являются повышение предела разрешения наблюдательных приборов, концентрация оптического излучения на приемнике изображения. Адаптивная оптика используется в астрономических телескопах, в медицине, в системах оптической коммуникации для компенсации атмосферных искажений и аберрации оптических систем [2].

В данной работе описана математическая модель коррекции волнового фронта ОС с помощью использования системы термонагревателей, которые размещаются на оптических (зеркальных или линзовых) элементах и управляются согласно заданному алгоритму. Следует отметить высокую точность тепловых методов коррекции. Управление перепадами температуры в диапазоне 0.03-0.1°С позволяет создавать перемещения поверхности зеркальных элементов и, соответственно, фазовые коррекции ВФ с погрешностью до $\lambda/40 - \lambda/20$ (λ – длина световой волны). Подразумевается, что при изначальных расчетах оптической системы будет сделана аберрационная коррекция предполагаемых величин искажения ВФ, а затем при помощи элемента с термоуправлением, который вводится в схему специально с целью высокоточного управления ВФ всей оптической системы, будет проводиться терморегулировка. Преимушеством теплового метода является возможность его применения как для управления формой зеркальных поверхностей, так и для изменения показателя преломления линзовых элементов. К недостаткам стоит отнести инерционность и долговременность, что ограничивает сферы применения адаптивной оптики на основе термоуправления [3].

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Известны два способа управления волновым фронтом: зональный и модальный. При зональном управлении апертура разбивается на отдельные зоны, и искажения исправляются на каждой субапертуре, при модальном управлении обрабатываются сигналы с датчиков и вычисляются амплитуды гармоник (мод) поля искажений ВФ, а затем низшие гармоники компенсируются, т.е. коррекция осуществляется интегрально по апертуре. Преимуществами модального способа управления являются уменьшение необходимого числа степеней свободы и независимая корректировка модовых составляющих.

В данной работе рассмотрен модальный способ управления. Основная задача алгоритмизации работы теплового корректора состоит в определении зависимости мод искажений от температурных мод. В общем виде показано, что эти моды связаны между собой линейно, посредством матрицы, получаемой из решения системы интегродифференциальных уравнений.

Представим ВФ оптического излучения W(x) в некоторый момент времени *t* в виде разложения по системе ортогональных функций $F_m(x)$:

$$W(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m(t) F_{m(x)}.$$
 (1)

Ортогональность функций $F_m(x)$ означает, что

$$F_m|F_n = |F_m|^2 \sigma_{mn}, \quad \sigma_{mn} = \begin{cases} 1, m = n; \\ 0, m \neq n. \end{cases}$$

Введем обозначения для скалярного произведения функций:

$$F_m|F_n \ge \int_D F_m^*(x)F_n(x)dD,$$
(2)

где * — знак комплексного сопряжения, D — фазовое пространство системы (например, площадь апертуры S в рассматриваемом случае), $x \in D$ — точка в пространстве D.

Пусть амплитуды A_m — моды искажений ВФ. Задача работы корректора ВФ состоит в обеспечении заданных значений аберраций A_m^0 . Требуемый волновой фронт $W_0(x)$ записывается в виде

$$W_0(x) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m^0 F_m(x).$$

Для ошибки ΔW (отклонения ВФ от заданной формы) имеем

$$\Delta W = W - W_0 = \sum_{m=1}^{\infty} [A_m(t) - A_m^0] F_m(x).$$
(3)

Задача управления — обратить ΔW в значение, заданное ранее для коррекции величины искаже-

ния ВФ. Выполнить эту задачу в полном объеме не представляется возможным, так как число степеней свободы корректора ограничено. Пусть имеется возможность компенсации первых Nаберраций [4], т.е. активный элемент (зеркало или линза) может вносить дополнительный фазовый сдвиг U в пределах апертуры:

$$U(x,t) = \sum_{m=1}^{N} B_m(t) F_m(x).$$
 (4)

Тогда для ошибки ΔW можно записать:

$$\Delta W = W - W_0 - U =$$

= $\sum_{m=1}^{N} [A_m(t) - A_m^0 - B_m(t)] F_m(x) + \varepsilon,$ (5)

где *є* – остаточная неустранимая ошибка.

Цель работы корректора — обеспечение по каждой моде выработки управляющих воздействий $B_m(t)$ таких, чтобы ΔW принимало необходимые значения.

Необходимая величина сдвига B_m должна обеспечиваться работой нагревателей, расположенных на активном элементе. Если, например, W представляет собой форму поверхности плоского круглого зеркала, то дополнительный фазовый сдвиг U будет представлять собой перемещение (деформацию) отражающей поверхности в поперечном к плоскости зеркала направлении.

Таким образом, первостепенной задачей создания теплового корректора является определение связи между полем температуры в активном элементе и вызываемыми этим полем деформациями. Для оптимального синтеза управления необходимы также алгоритмы выработки управляющих воздействий.

МАТРИЦА СВЯЗИ МЕЖДУ ТЕМПЕРАТУРНЫМИ МОДАМИ И ОПТИЧЕСКИМИ АБЕРРАЦИЯМИ

Температурное поле T(x,t) в теле, имеющем объем Vи ограниченном поверхностью L, при наличии теплового воздействия Q определяется уравнением теплопроводности:

$$c\rho \frac{dT}{dt} = \chi \Delta T + Q, \tag{6}$$

с начальным

$$T(x,0) = f(x) \tag{7}$$

и граничным условиями

$$\chi \frac{dT(x,t)}{dn} + \alpha [T(x,t) - \Theta(x,t)] = 0, \quad x \in L.$$
(8)

Здесь введены *c*, ρ, χ – соответственно удельная теплоемкость, плотность и коэффициент теплопроводности тела, α – коэффициент теплообмена, Θ — температура окружающей среды, n — внешняя нормаль к границе тела L.

Функцию *Т* можно разложить по системе ортонормированных (ортогональных и нормированных на единицу) функций [5]:

$$T(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k(t) \Phi_k(x), \quad \Phi_m | \Phi_n = \delta_{mn}.$$
(9)

Реализуем синтез управления температурным полем из условия, что функции Φ удовлетворяют граничным условиям (8) и амплитуды C_k изменяются со временем независимо друг от друга. Если подставить выражение (9) в уравнение (6), то после умножения уравнения на Φ_m * и интегрирования получим

$$c\rho \frac{dC_m}{dt} = \chi \sum_{k=1}^{\infty} \langle \Phi_m | \Delta \Phi_k \rangle \Delta C_k + \Phi_m | Q, \qquad (10)$$
$$m = 1, 2, \dots .$$

В общем случае при недиагональности матрицы $\langle \Phi_m | \Delta \Phi_k \rangle$, C_k подчиняются бесконечной системе связанных друг с другом обыкновенных дифференциальных уравнений.

Потребуем, чтобы функции Ф удовлетворяли условиям

$$\left\langle \Phi_m | \Delta \Phi_k \right\rangle = -\Lambda_m \delta_{mk},$$
 (11)

т.е. являлись бы собственными функциями оператора Лапласа с собственным значением $-\Lambda_m$. Тогда из (10) получим уравнение для амплитуд C_m :

$$\dot{C}_m = -\frac{1}{\tau_m}C_m + P_m, \quad m = 1, 2....$$
 (12)

Здесь введено обозначение для собственных времен тепловой задачи

$$\tau_m = \frac{c\rho}{\chi\Lambda_m} \tag{13}$$

и введены компоненты вектора модальных управляющих тепловых воздействий

$$P_m = \left\langle \Phi_m | Q \right\rangle = \int_V \Phi_m^*(x) Q(x, t) dV.$$
(14)

Размерность базиса для разложения температурного поля (число тепловых степеней свободы) N_T должно быть не меньше N. Примем для простоты изложения, что $N_T = N$. Тогда для T(x,t) имеем

$$T(x,t) = \sum_{k=1}^{N} C_k(t) \Phi_k(x), \quad \left\langle \Phi_m | \Phi_n \right\rangle = \delta_{mn}, \quad (15)$$

где функции Φ_k удовлетворяют условиям (8), (9), (11). Амплитуды C_k , описываемые уравнением (12), назовем температурными модами.

Из ортонормированности функций Ф следует, что температурные моды представляют собой ортогональные проекции поля температуры на базисные векторы. Найдем в общем виде связь между оптическими модами B_m и температурными модами C_k . Прежде всего отметим, что между дополнительным фазовым сдвигом U, обусловленным работой корректора, и полем температур T(x,t) имеет место связь

$$U(x,t) = \int_{V} \hat{G}(x,y)T(y,t)dy, \qquad (16)$$

где линейный оператор \hat{G} — функция Грина для решения уравнений термоупругости.

Подставим в (16) разложение (4) для U и (15) для T:

$$\sum_{m=1}^{N} B_m(t) F_m(x) = \sum_{k=1}^{N} C_k(t) \int_V \hat{G}(x, y) \Phi_k(y, t) dy.$$
(17)

Умножим обе части равенства (16) на $F_m^*(x)$ и проинтегрируем по x. В силу ортогональности функций F получим

$$B_m(t) |F_m|^2 =$$

= $\sum_{k=1}^N C_k(t) \iint_{DV} \hat{G}(x, y) F_m(x) \Phi_k(y) dx dy.$

Если принять, что

$$\langle F_m | F_n \rangle = \delta_{mn},$$
 (18)

то связь между заданным полем U и значениями B, обеспечивающими его, имеет следующий вид:

$$B_m(t) = \left\langle F_m | U \right\rangle, \tag{19}$$

а связь между C_k и B_m может быть записана в виде

$$B_m(t) = \sum_{k=1}^{N} O_{mk} C_k(t).$$
(20)

Здесь введено обозначение для термооптической матрицы:

$$O_{mk} = \left\langle F_m | \hat{G} | \Phi_k \right\rangle =$$

= $\iint_{DV} \hat{G}(x, y) F_m(x) \Phi_k(y) dx dy$. (21)

где интегрирование идет по объему тела Vи апертуре D.

Таким образом, управляя температурными модами C_{κ} , можно обеспечить требуемые значения оптических мод (фазовых сдвигов) B_m . И наоборот, необходимые значения температурных мод для получения требуемых величин B_m получаются с помощью обратной матрицы $R = O^{-1}$:

$$C_{k}(t) = \sum_{m=1}^{N} R_{km} B_{m}(t).$$
(22)

ВЕСТНИК ВОЕННОГО ИННОВАЦИОННОГО ТЕХНОПОЛИСА «ЭРА» том 4 № 4 2023

Для осуществления теплового управления разместим на активном элементе систему из N_q нагревателей, имеющих малые размеры по сравнению с размерами элемента. В математической модели объекта регулирования, каковым является активный элемент, нагреватели можно считать точечными, т.е. записать тепловое поле Q(x), создаваемое ими в виде

$$Q(x) = \sum_{a=1}^{N_q} q_a \delta(x - x_a),$$
 (23)

где $\delta(x-x_a)$ – дельта-функция, x_a – точка, в которой расположен нагреватель номер "*a*", q_a – поданная на него мощность.

Заметим, что величина Q, входящая в уравнение теплопроводности (6), имеет размерность плотности мощности (Вт/м²); с другой стороны, обобщенная функция $\delta(x-x_a)$, удовлетворяющая условию

$$\int_{V} f(x)\delta(x-x_0)dx = f(x_0), \qquad (24)$$

также является размерной (m^{-3}). Поэтому q_a измеряется в ваттах и является непосредственно величиной мощности, выделяемой нагревателем с номером "a".

Задача работы нагревателей — создать стационарное температурное поле, обеспечивающее требуемую форму ВФ [6]. При снятии теплового воздействия температурное поле изменится. Таким образом, речь идет о создании устойчивого положения в неравновесной системе за счет подвода энергии извне.

Подставляя выражение (23) в (14) с учетом (24) для компоненты вектора управляющих воздействий P_m , находим

$$P_m = \sum_{a=1}^{N_0} \Phi_m(x_a) q_a$$

Если ввести матрицу *М_{та}*:

$$M_{ma} = \Phi_m(x_a), \quad m = 1, 2, ..., N, a = 1, 2, ..., \quad N_q ,$$
(25)

то для P_m получим

$$P_m = \sum_{a=1}^{N_q} M_{ma} q_a, \quad m = 1, 2, ..., \quad N.$$
 (26)

Подставляя выражения для P_m в уравнение (12), а затем их решения в формулы (20), можно определить функцию отклика оптической системы на произвольное тепловое воздействие { q_a }.

При синтезе управления требуется решить обратную задачу: на основании уравнения движения (13) определяются компоненты вектора P_m , обеспечивающие заданные значения амплитуд C_m , и на основании (26) рассчитываются необходимые значения мощностей на каждый нагреватель [7]:

$$q_a = \sum_{m=1}^{N} S_{am} P_m, \quad a = 1, 2, ..., N_q, \quad S = M^{-1}.$$
 (27)

Однако здесь возникает одна принципиальная проблема. Матрица S, обратная матрице M, определяется однозначно, только если $N_q = N$ (квадратная матрица). Но в этом случае при произвольных величинах P_m получим для q как положительные, так и отрицательные значения. Отрицательные значения мощности соответствуют охлаждению, однако такая задача решается иным путем: берется число нагревателей больше числа управляемых мод и задается условием минимизации энергопотребления. Тогда задача решается однозначно, но возникают трудности, связанные с возрастанием температуры объекта, однако этот рост не будет значительным.

Остается найти алгоритм определения компонент вектора P_m на основании уравнений (12).

Обозначим значения C_k , необходимые для обеспечения требуемых величин амплитуд B_m , рассчитанных на основании (24), как C_k^0 и введем отклонения $C_k(t)$ от требуемого значения:

$$\tilde{C}_{k}(t) = C_{k}(t) - C_{k}^{0}$$
 (28)

Величины $\tilde{C}_{k}(t)$ удовлетворяют уравнениям

$$\frac{d\tilde{C}_k}{dt} = -\frac{1}{\tau_k}\tilde{C}_k + P_k - \frac{1}{\tau_k}C_k^0.$$
(29)

Задача воздействий P_k состоит в том, чтобы из любого начального состояния привести величины C_k к заданным значениям и поддерживать их в таком положении. Связь между P_k и C_k может быть записана в линейной форме посредством обратной передаточной функции \hat{I} :

$$P_k(t) = \int_0^t I_k(t,t') C_k(t') dt',$$
(30)

где в качестве момента t = 0 выбрано начало регулирования.

Или в операторной форме

$$P_k(t) = \hat{I}_{tt'}^{(k)} C_k(t'), \qquad (31)$$

где действие линейного оператора \hat{I} определяется в (28). Полученные величины подставим в (27) и получим

$$q_{a}(t) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{m=1}^{N} \{S_{ak} \hat{I}_{tt'}^{(k)} R_{km}\} B_{m}(t) ,$$

$$a = 1, 2, ..., N_{q}.$$
(32)

При помощи выражения (32) решается задача определения мощности, выводимой на каждый

из нагревателей для обеспечения корректором заданного сдвига ВФ U. Время достижения $t_{дост}$ требуемых значений амплитуд B_m из произвольного начального состояния не превышает минимального из собственных тепловых времен объекта, учитываемых в управлении. Время τ_N определяется материалом и размерами, из которого изготовлен термоактивный элемент; для обычно используемых зеркал τ_N составляет от 1 до 30 мин. После достижения заданного значения амплитуд требуемый сдвиг ВФ может удерживаться сколь угодно долго.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

По итогам проведенного анализа и исследования свойств адаптивной оптики на основе термоуправления была разработана математическая модель управления температурными полями крупногабаритных оптических элементов для обеспечения заданной величины отклонения волнового фронта крупногабаритных оптических систем. Преимуществом этой модели является возможность ее применения как для управления формой зеркальных элементов, так и для управления показателем преломления линзовых элементов. В результате была реализована методика для решения задачи определения мощности, выводимой на каждый из нагревателей на основе модального способа управления ВФ в пакете прикладных программ MATLAB [8], которая позволит проводить предварительные расчеты для оценки возможности реализации разработанной аппаратуры.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Лукин В.П.* // Интерэкспо ГЕО-Сибирь. 2019. № 8. С. 115.
- 2. Шиховцев А.Ю., Лукин В.П., Ковадло П.Г. // Оптика атмосферы и океана. 2021. № 5 (388). С. 385.
- Русских И.В., Колобов Д.Ю., Киселев А.В. // Труды Международной Байкальской молодежной научной школы и XVI Конференции молодых ученых. 2019. С. 367.
- 4. *Гоголева Е.М., Фарафонтова Е.П.* Прикладная оптика. Учебное пособие. Саратов, Екатеринбург: Профобразование. УрФУ, 2019. 187 с.
- 5. Рукосуев А.Л., Белоусов В.Н., Мар Г.Н. и др. // Динамические процессы в геосферах. 2020. № 12. С. 156.
- 6. Архипов С.А. // Контенант. 2019. Т. 18. № 4. С. 1.
- Заварзин В.И., Батшев В.И., Польщикова О.В. Компьютерные технологии и моделирование в оптотехнике. Учебное пособие. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. 40 с.
- 8. Дьяконов В.П. МАТLАВ. Полный самоучитель. ДМК-Пресс, 2017. 768 с.