
**ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ
И ИДЕНТИФИКАЦИЯ**

УДК 629.78-004.023

**ПОСЛЕПОЛЕТНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО
ДВИЖЕНИЯ МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА
ПО ИНФОРМАЦИИ СОЛНЕЧНОГО ДАТЧИКА¹**

© 2023 г. И. В. Белоконов^{а,*}, И. А. Ломака^{а,**}

^а*Самарский университет, Самара, Россия*

^{*}*e-mail: ibelokonov@mail.ru*

^{**}*e-mail: igorlomaka63@gmail.com*

Поступила в редакцию 17.08.2022 г.

После доработки 25.10.2022 г.

Принята к публикации 05.12.2022 г.

Расширено использование разработанной технологии решения обратных задач параметрической идентификации вращательного движения космического аппарата по накопленной выборке измерений различного состава. На примере обработки телеметрических данных (измерения вектора направления на Солнце) малого космического аппарата BugSat-1 продемонстрирована возможность определения не только характеристик вращательного движения, но и его коэффициента инерции. Определение вращательного движения производилось на основе данных, полученных для пяти интервалов времени с января по май 2022 г., в течение которых BugSat-1 совершал неуправляемое движение вокруг вектора направления на Солнце. Такой характер движения не позволил применить традиционные подходы к определению динамики его вращения. В процессе обработки данных была использована упрощенная модель вращения малого космического аппарата. При этом были оценены начальные условия вращательного движения – вектор угловой скорости и углы ориентации, которые дали возможность сделать вывод о прецессионном движении малого космического аппарата. Применяя аналитическую модель регулярной прецессии, удалось оценить коэффициент инерции малого космического аппарата. Приведены результаты обработки полетной информации, оценены погрешности полученных результатов.

DOI: 10.31857/S0002338823020051, EDN: JCUUSM

Введение. Методики послеполетного восстановления вращательного движения космического аппарата (КА) по накопленной выборке измерений широко применяются в современной космонавтике. Они используются для решения таких задач, как определение фактической величины аэродинамического момента на низких околоземных орбитах [1, 2], оценка условий микрогравитации на борту КА [3–5], нахождение инерционных параметров КА [6, 7], исследование неуправляемого углового движения КА [8–10]. В процессе обработки измерительной информации обычно оцениваются кинематические (углы ориентации или кватернион), динамические (компоненты угловой скорости) и инерционные (коэффициенты инерции) параметры КА, а также другие параметры математической модели движения, характеризующие влияние внешней среды [11, 12]. В данной статье для послеполетного восстановления вращательного движения малого космического аппарата (МКА) BugSat-1 использовались элементы методики, разработанной авторами и опубликованной в [11].

МКА BugSat-1 – технологический демонстратор, созданный аргентинской компанией Satelogic S.A. и предназначенный для отработки технологий дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ). В этой миссии были проведены летные испытания бортовых систем, которые в последующем применялись при создании группировки спутников ДЗЗ Aleph-1. МКА был запущен 19 июня 2014 г. с космодрома “Ясный” на ракете-носителе “Днепр” и выведен на солнечно-синхронную орбиту с наклоном 91.3°, высотой апогея 612 км и высотой перигея 570 км. После завершения основной миссии по отработке технологий ДЗЗ МКА использовался как ретранслятор

¹ Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-08-00617-А.

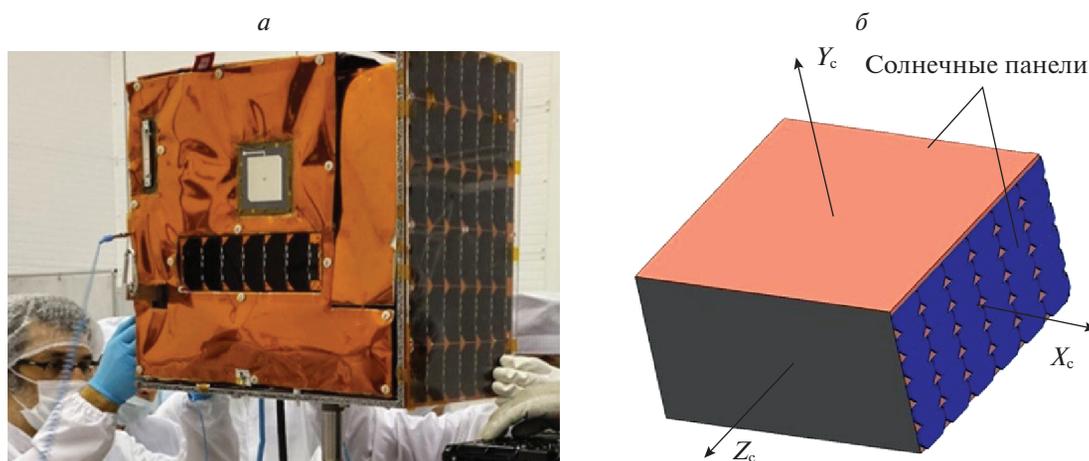


Рис. 1. Внешний вид BugSat-1 (а), принятое расположение связанной системы координат (б)

для любительской радиосвязи. Конструктивные характеристики МКА приведены в [13], масса составляет 22 кг, а габариты – $500 \times 500 \times 275$ мм. Данные об инерционных характеристиках МКА отсутствуют. На рис. 1 представлен внешний вид МКА и расположение осей связанной системы координат.

1. Постановка задачи. Полетные данные МКА получены с помощью сервиса, предоставляющего открытые телеметрические данные SatNOGS [14]. Продолжительности рассматриваемых интервалов измерений вектора направления на Солнце $S_{изм}(t_i)$ (выбраны на основании рекомендаций, приведенных в [11]) и количество измеренных векторов представлены в табл. 1.

Для записи уравнений движения МКА вокруг центра масс (точка O') (рис. 2), а также соотношений, используемых при обработке данных, вводятся три правые декартовы системы координат.

Связанная с МКА система координат (ССК) образована главными центральными осями инерции и имеет обозначение $O' X_c Y_c Z_c$. Абсолютная геоцентрическая система координат (АСК) имеет обозначение $O X_a Y_a Z_a$ с началом в центре масс Земли (точка O). Ось X_a направлена в точку весеннего равноденствия, ось Z_a – в северный полюс мира, ось Y_a дополняет систему до правой.

Орбитальная система координат (ОСК) имеет обозначение $O' X_o Y_o Z_o$, ось X_o направлена по радиус-вектору МКА, ось Z_o перпендикулярна плоскости орбиты, ось Y_o дополняет систему до правой, начало системы находится в центре масс МКА.

Положение ССК относительно ОСК (рис. 3) задается тремя последовательными поворотами на угол прецессии ψ вокруг оси Y_o , угол нутации α вокруг новой оси Z'_o и на угол собственного вращения φ вокруг новой оси Y''_o .

Телеметрические данные об угловой скорости вращения МКА показывают, что компоненты абсолютной угловой скорости мало изменяются на протяжении интервалов накопления измерений. Данный факт проиллюстрирован на примере интервала измерений № 1 (рис. 4).

Таблица 1. Используемые выборки измерений

Дата и время (UTC) начала интервала измерений	Длительность интервала, с	Количество измерений
10.01.2022 18:13:00	6370	113
05.02.2022 07:45:00	6550	119
27.03.2022 02:20:00	6180	89
24.04.2022 08:47:00	6480	137
15.05.2022 08:41:00	6420	117

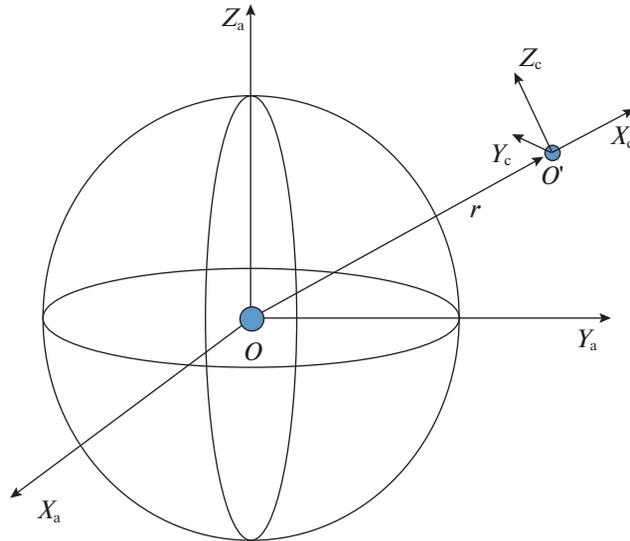


Рис. 2. Системы координат

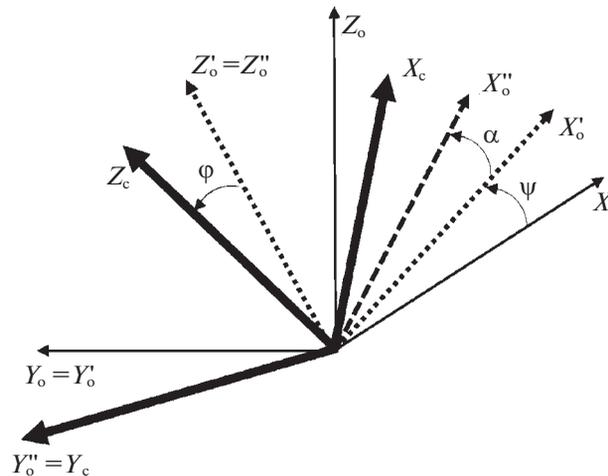


Рис. 3. Расположение ССК относительно ОСК

Особенностью всех использованных телеметрических данных является то, что измерения присутствуют только на начало и конец интервала. Исходя из характера доступных измерений вектора угловой скорости ω , в работе сделано допущение, что компоненты вектора угловой скорости ω не меняются на протяжении интервала формирования выборки измерительной информации. В связи с этим принимается, что уравнение для вектора угловой скорости МКА имеет вид

$$\dot{\omega} = 0.$$

Кинематические уравнения запишем следующим образом [15]:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \mathbf{\Omega} \mathbf{q},$$

$$\mathbf{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -(\omega_x - \omega_{x_0}) & -(\omega_y - \omega_{y_0}) & -(\omega_z - \omega_{z_0}) \\ (\omega_x - \omega_{x_0}) & 0 & (\omega_z - \omega_{z_0}) & -(\omega_y - \omega_{y_0}) \\ (\omega_y - \omega_{y_0}) & -(\omega_z - \omega_{z_0}) & 0 & (\omega_x - \omega_{x_0}) \\ (\omega_z - \omega_{z_0}) & (\omega_y - \omega_{y_0}) & (\omega_x - \omega_{x_0}) & 0 \end{bmatrix},$$

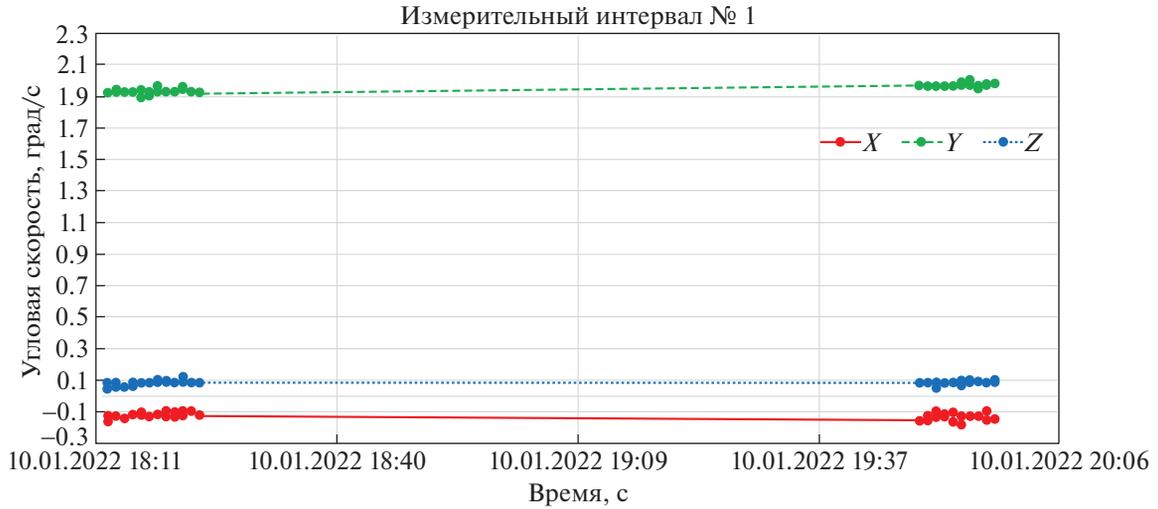


Рис. 4. Угловая скорость МКА на протяжении первого измерительного интервала

где $\boldsymbol{\omega}_o = \mathbf{A}(\mathbf{q})[0 \ 0 \ \sqrt{\mu_e/r^3}]^T$ – вектор орбитальной угловой скорости МКА, \mathbf{r} – радиус-вектор МКА, вычисленный с использованием TLE-файлов (two line elements, двухстрочный набор элементов), \mathbf{q} – кватернион ориентации МКА, $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ – матрица поворота из ОСК в ССК, которая имеет вид

$$\mathbf{A}(\mathbf{q}) = \mathbf{E} + 2 \begin{bmatrix} -(q_2^2 + q_3^2) & q_1q_2 + q_3q_0 & q_1q_3 + q_2q_0 \\ q_1q_2 + q_3q_0 & -(q_1^2 + q_3^2) & q_2q_3 + q_1q_0 \\ q_1q_3 + q_2q_0 & q_2q_3 + q_1q_0 & -(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix},$$

где \mathbf{E} – единичная матрица.

В [11] авторами данной статьи описана методика идентификации бортовой математической модели наноспутника. В данной работе использованы элементы созданной методики – процедуры идентификации параметров математической модели и оценки погрешностей.

Восстановление вращательного движения МКА происходит в результате минимизации следующей целевой функции:

$$J(\mathbf{b}) = \sum_{i=1}^N (\mathbf{S}_{\text{изм}}(t_i) - \mathbf{S}_{\text{мод}}(\mathbf{b}, t_i))^T (\mathbf{S}_{\text{изм}}(t_i) - \mathbf{S}_{\text{мод}}(\mathbf{b}, t_i)), \quad (1.1)$$

где $\mathbf{S}_{\text{изм}}(t_i)$ – измеренный вектор направления на Солнце в момент времени t_i , $\mathbf{S}_{\text{мод}}(\mathbf{b}, t_i)$ – смоделированный вектор направления на Солнце [16], N – число измеренных векторов $\mathbf{S}_{\text{изм}}(t_i)$, \mathbf{b} – вектор оцениваемых параметров, содержит кинематические и динамические параметры движения МКА и имеет следующий вид:

$$\mathbf{b} = [\boldsymbol{\omega}(t_0) \ \psi(t_0) \ \alpha(t_0) \ \varphi(t_0)]^T. \quad (1.2)$$

Движение центра масс МКА рассчитывалось по модели SGP4, учитывающей влияние 2-й и 4-й зональных гармоник гравитационного поля Земли, в качестве начальных условий движения использовались данные наиболее близкого ко времени измерений TLE-файла МКА BugSat-1 [17].

Как будет показано ниже, вращение МКА происходит вокруг измеряемого вектора направления на Солнце. При таком вращении невозможно оценить три угла ориентации, поэтому в векторе оцениваемых параметров начальный угол $\varphi(t_0)$ принимается равным нулю. Для удобства реализации численной процедуры минимизации (1.1) все расчеты производятся в кватернионах, затем кватернион переводится в углы для наглядности интерпретации.

Таблица 2. Диапазоны поиска оцениваемых параметров

Параметр	Минимальное значение	Максимальное значение
$\omega_x(t_0)$	–3град/с	3 град/с
$\omega_y(t_0)$	–3 град/с	3 град/с
$\omega_z(t_0)$	–3 град/с	3 град/с
$\psi(t_0)$	0°	360°
$\alpha(t_0)$	0°	90°

Таблица 3. Результаты обработки данных

$ \omega $, град/с	$\omega(t_0)$, град/с	$\delta\omega \times 10^{-3}$, град/с	ψ , град	$\delta\psi$, град	α , град	$\delta\alpha$, град	σ_J	δ_S , град
1.988	[–0.043 1.98 0.013]	[5 0.007 10]	263	4.5	74	1	0.11	6.3
1.765	[–0.188 1.75 0.086]	[0.3 0.004 1]	13	1	76	10	0.12	6.9
1.998	[–0.178 1.98 0.061]	[0.8 0.008 6]	240	10	6	1.2	0.12	6.9
2.006	[–0.138 1.99 0.098]	[1 0.007 2.2]	46	3.7	40	1.5	0.08	4.6
2.048	[–0.015 2.05 0.086]	[15 0.008 3]	187	2	65	5.5	0.12	6.9

Погрешности оцененных параметров определялись по следующей формуле [11]:

$$\Delta b_i = \sigma_J^2 \left(\frac{\partial J}{\partial b_i} \right)^{-1}, \quad (1.3)$$

где $\sigma_J = \sqrt{J(\hat{\mathbf{b}})/(3N - 5)}$ – среднеквадратическая погрешность [10], показывает, насколько математическая модель измерений близка к фактическим измерениям, $\hat{\mathbf{b}}$ – оценка вектора искомых параметров, полученная в результате минимизации функции (1.1). Погрешность σ_J в данной работе можно наглядно представить через угол δ_S между единичными векторами $\mathbf{S}_{\text{изм}}(t_i)$ и $\mathbf{S}_{\text{мод}}(\mathbf{b}, t_i)$ в трехмерном пространстве

$$\delta_S = \arccos(1 - 0.5\sigma_J^2). \quad (1.4)$$

2. Восстановление параметров углового движения. Идентификация вектора параметров углового движения МКА (1.2) проводилась с использованием процедуры идентификации [11]. Для минимизации функции (1.1) применялся метод дифференциальной эволюции (ДЭ) [18]. Для корректной работы метода ДЭ требуется настроить диапазоны поиска оцениваемых параметров табл. 2. Диапазоны для компонент вектора угловой скорости выбирались исходя из телеметрических данных с датчика угловой скорости, а для углов ориентации МКА – исходя из априорных телеметрических данных $\mathbf{S}_{\text{изм}}(t_i)$. Параметры алгоритма ДЭ, отвечающие за сходимость, выбраны исходя из рекомендованных значений [18], коэффициент $F = 0.5$, $P = 0.9$.

На рис. 5–9 приведены результаты выполненной обработки измерений вектора направления на Солнце (промежутки с отсутствующими измерениями вырезаны). Также следует отметить, что измерения приводились к постоянному шагу по времени с помощью линейной интерполяции. Это привело к несущественным погрешностям при обработке данных

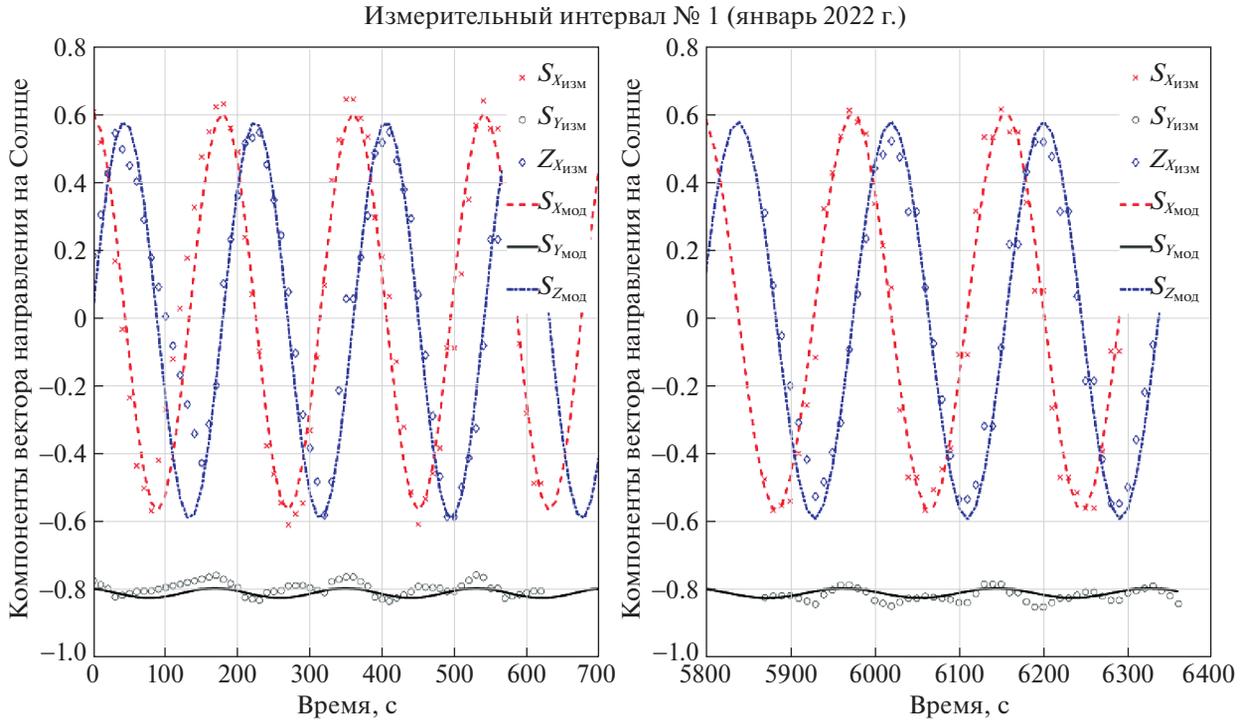


Рис. 5. Обработка данных измерительного интервала № 1

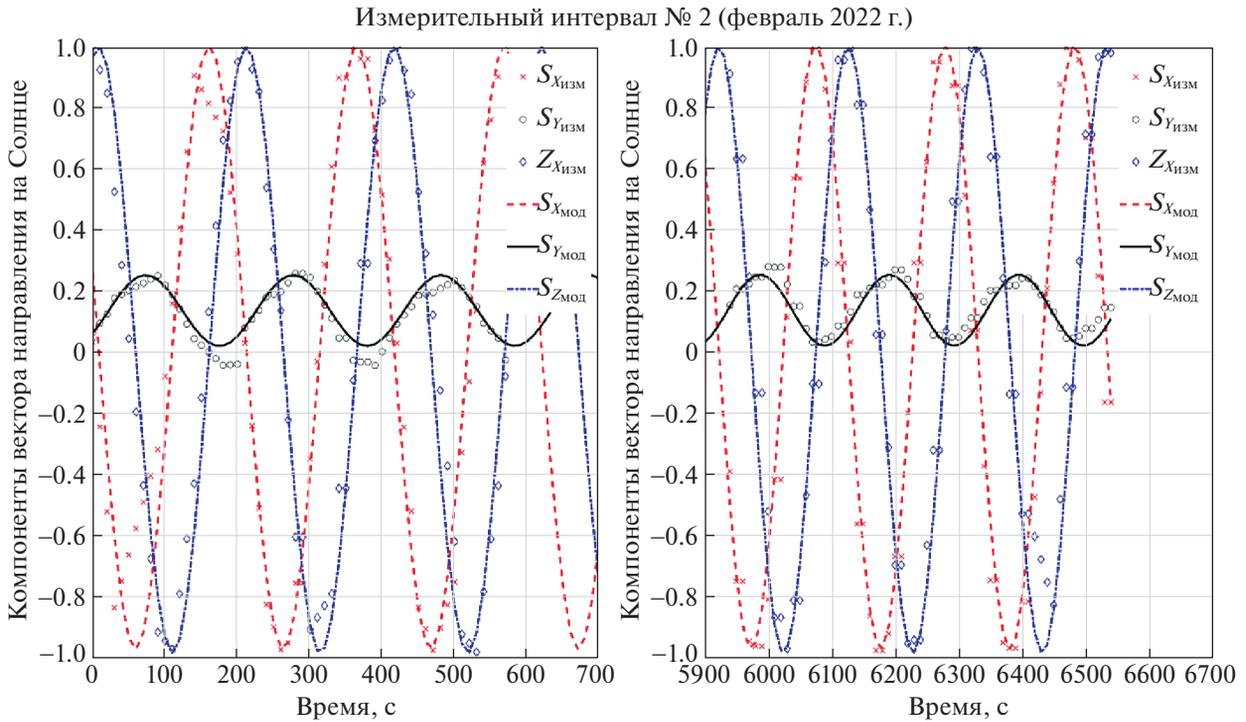


Рис. 6. Обработка данных измерительного интервала № 2

Согласно рис. 5–9, был сделан вывод о достаточном согласовании математической модели вектора направления на Солнце и измерений. Результаты обработки данных представлены в табл. 3. Погрешности оценки параметров вычислены по формуле (1.3), угол рассогласования δ_s оценен по соотношению (1.4).

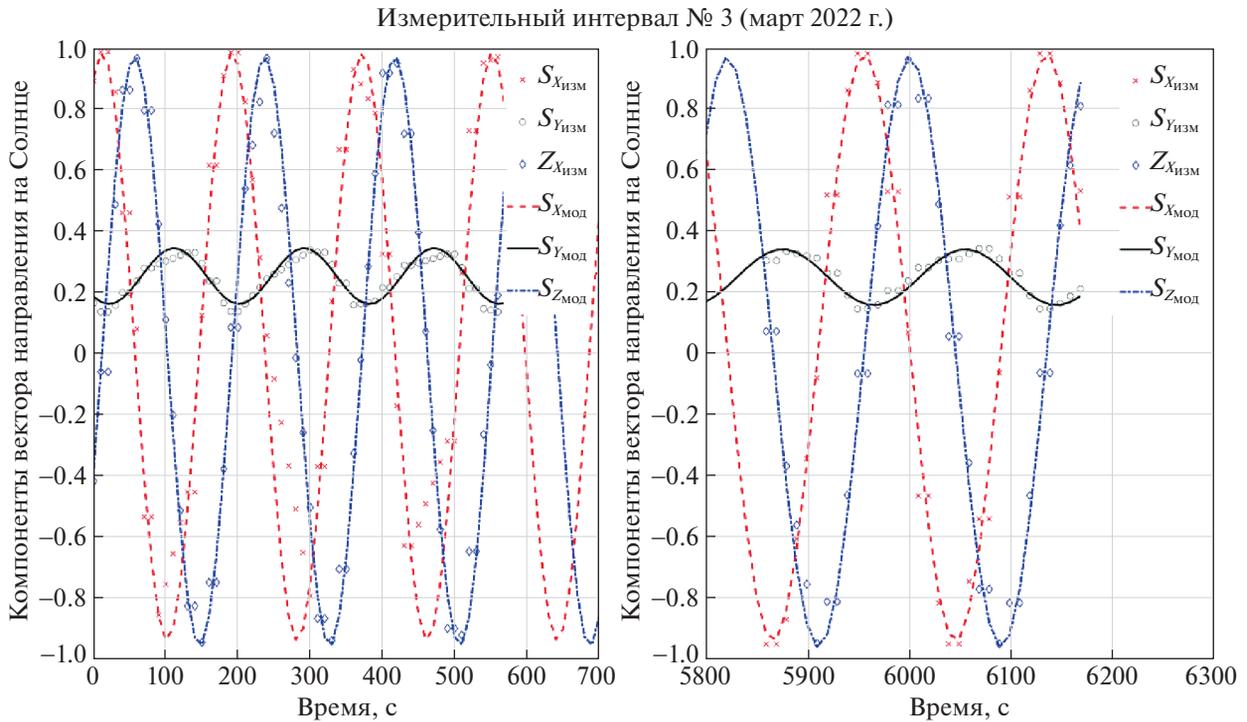


Рис. 7. Обработка данных измерительного интервала № 3

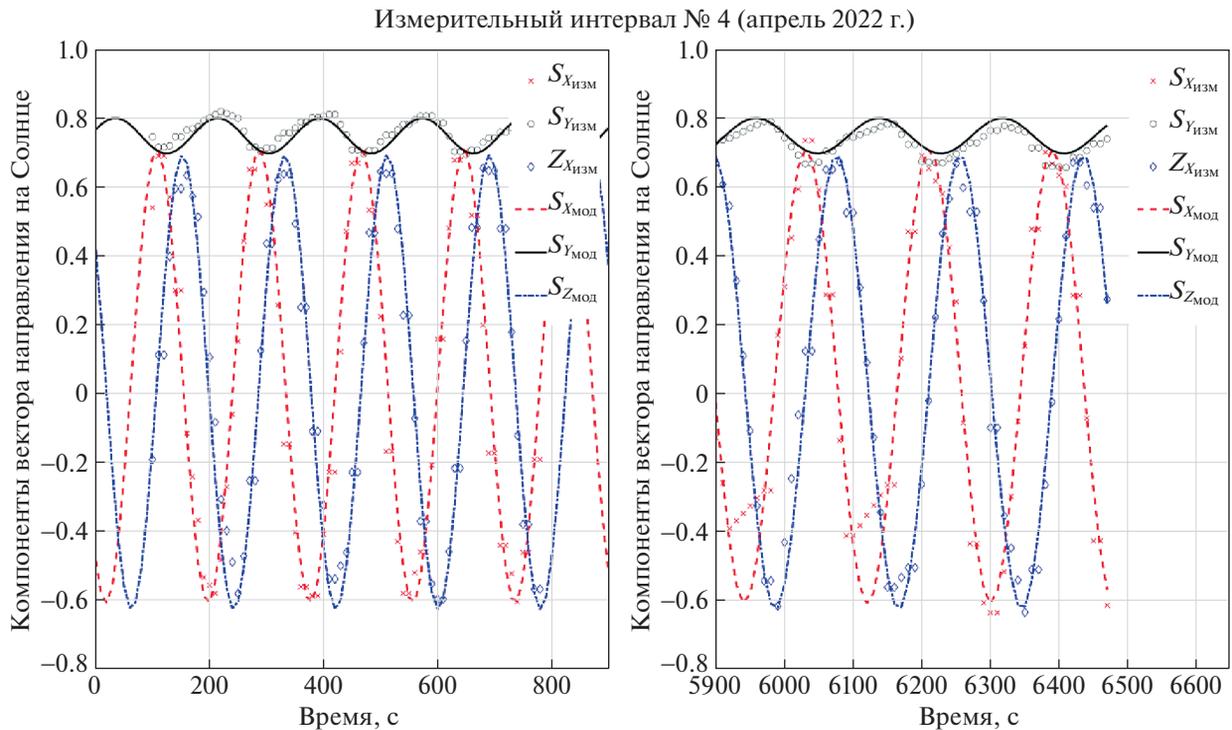


Рис. 8. Обработка данных измерительного интервала № 4

По оцененным параметрам углового движения МКА были построены вектор кинетического момента МКА в АСК на единичной сфере и вектор направления на Солнце для каждого интервала измерений. Направление вектора кинетического момента МКА на рассматриваемых интервалах времени, характеризующихся малыми изменениями значений угловых скоростей,

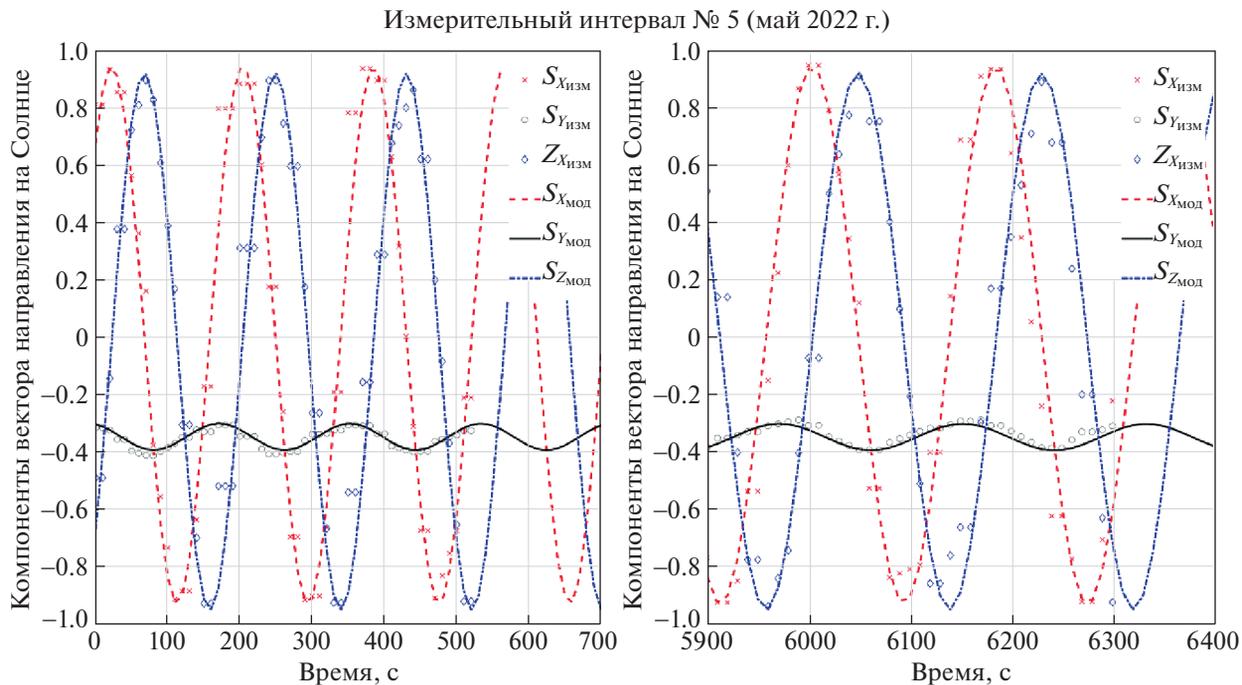


Рис. 9. Обработка данных измерительного интервала № 5

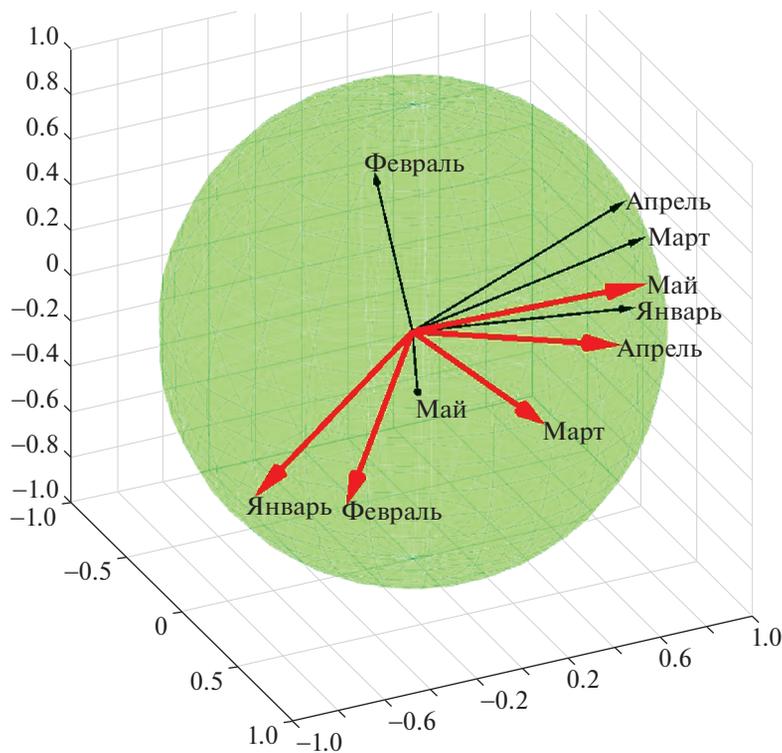


Рис. 10. Взаимное расположение вектора кинетического момента МКА (тонкие стрелки) и вектора направления на Солнце (толстые стрелки) в АСК

принималось совпадающим с осью конуса прецессии в рамках принятой модели движения и вычислялось исходя из предположения, что ось Y_c совершает равномерное вращение вокруг вектора кинетического момента. Взаимное расположение векторов представлено на рис. 10.

Согласно рис. 10, можно сделать вывод, что между измерительными интервалами МКА совершает переориентацию вектора кинетического момента.

Были построены годографы оси Y_c МКА в ОСК для каждого измерительного интервала (рис. 11).

Из рис. 10 видно, что угловое движение МКА на рассматриваемых интервалах близко к случаю регулярной прецессии. Для оценки параметров прецессии была составлена расчетная схема (рис. 12).

На рис. 12 $\omega_n = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_z^2}$ – поперечная угловая скорость, ψ – скорость прецессии, ϕ – угловая скорость собственного вращения, \mathbf{K} – вектор кинетического момента, α_k – угол полураствора конуса прецессии, который в принятой модели регулярной прецессии считается постоянным. Зная положение оси Y_c в каждый момент времени, была оценена скорость прецессии и угол полураствора конуса прецессии. Согласно [19], из выражения $\phi/|\omega_y| = \mu$ и геометрических соотношений рис. 11 получили формулу для оценки инерционного параметра МКА:

$$\mu = 1 - \left(\frac{\omega_n}{\omega_y} \right) \operatorname{ctg} \alpha_k,$$

где $\mu = (I_y - I_z)/I_x$ – коэффициент инерции МКА, ω_n – поперечная угловая скорость. Также был вычислен угол между вектором кинетического момента МКА и вектором направления на Солнце ϵ . Исходя из погрешностей оценки вектора угловой скорости ω и угла конуса прецессии α_k оценили математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение параметра μ . Оценка проводилась на основе допущения о нормальном распределении параметра μ . Результаты расчетов представлены в табл. 4.

Полученные результаты позволили сделать вывод, что МКА находится в режиме одноосной солнечной ориентации. Положение вектора кинетического момента на рассматриваемых интервалах постоянно относительно Солнца. Угол между направлением на Солнце и осью Y_c в период с февраля по март близок к 90° , что обеспечивает эффективное использование солнечных батарей.

Угол конуса прецессии изменялся в диапазоне от 1.97 до 9.5° , что предположительно связано с работой системы управления движением. Угловая скорость прецессии МКА на всех интервалах оставалась примерно постоянной – порядка 2, при этом в феврале 2022 г. наблюдалось снижение до 1.77 град/с.

Оценки коэффициента инерции МКА оставались в диапазоне от 0.235 до 0.377, усредненное значение коэффициента инерции на всех рассмотренных интервалах составило 0.298. Оценки коэффициента инерции отклонялись от усредненного значения не более чем на 13%. Погрешность оценки коэффициента инерции соответствует погрешностям, указанным в работах близкой тематики [8, 9].

Заключение. Показана возможность использования упрощенной математической модели углового движения МКА в задаче восстановления углового движения МКА. Восстановлено фактическое неуправляемое движение МКА BugSat-1 по выборкам данных об ориентации вектора направления на Солнце в связанной системе координат, извлеченных из телеметрии, которая находится в свободном доступе. Продемонстрирована возможность оценки инерционных

Таблица 4. Результаты анализа прецессии МКА

α_k , град	ψ , град/с	ϵ , град	M_μ	σ_μ
1.97	1.99	144	0.337	0.05
9.5	1.77	82	0.296	0.001
7.6	1.99	75	0.288	0.005
6.35	2	40	0.235	0.004
3.98	1.98	110	0.337	0.027

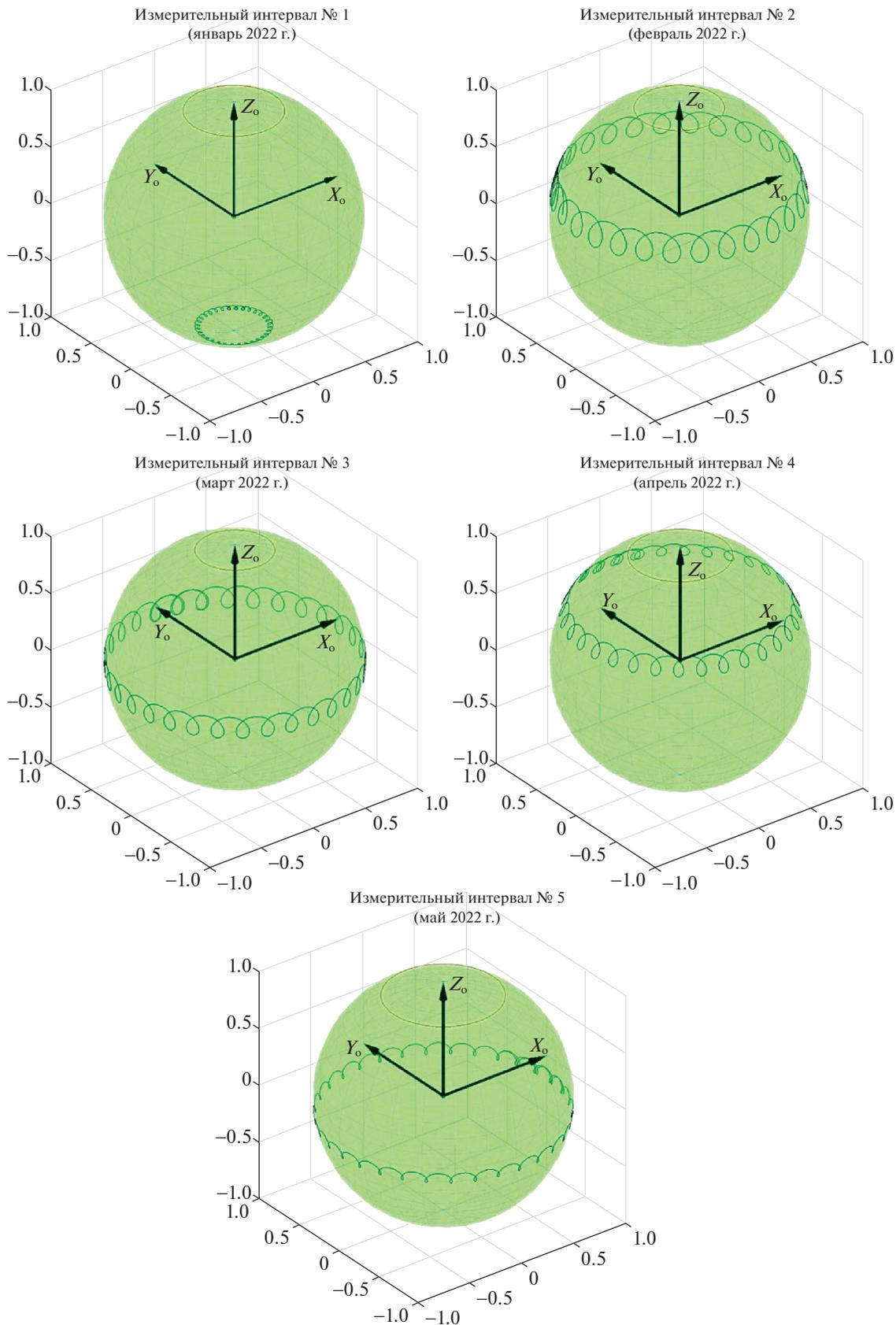


Рис. 11. Годографы вектора оси Y_c МКА (спиральная линия) и вектора направления на Солнце (гладкая) в ОСК

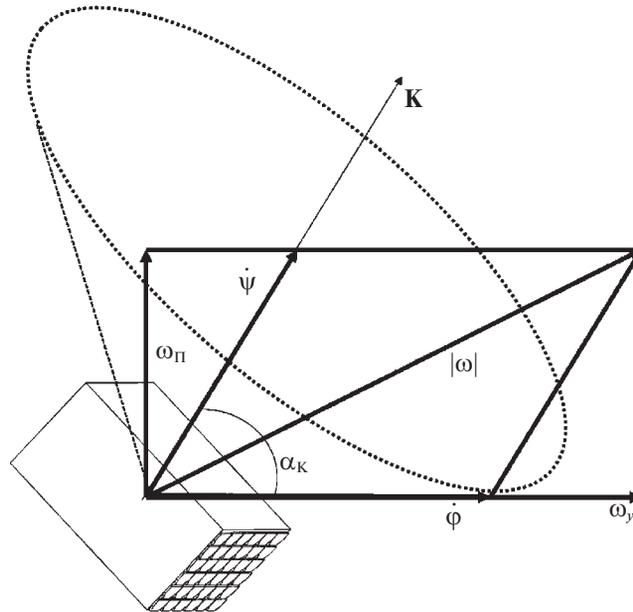


Рис. 12. Расчетная схема прецессии МКА

характеристик МКА в условиях априорной неопределенности на основании выполненного анализа вращательного движения и привлечения аналитической модели регулярной прецессии. Погрешности оценки углов ориентации МКА BugSat-1 не превысили 10° , погрешность определения вектора угловой скорости не превышала 0.015 град/с, а разброс оценок коэффициента инерции составил 13% , что демонстрирует возможность косвенного контроля характера условий проведения космических экспериментов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Беляев М.Ю., Матвеева Т.В., Сазонов Вас.В., Сазонов В.В.* Расчет аэродинамического момента в задачах математического моделирования вращательного движения транспортных грузовых кораблей Прогресс // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2021. № 29. С. 1–41.
2. *Сазонов В.В., Сазонов Вас.В.* Использование уточненной модели аэродинамического момента в задачах исследования вращательного движения спутников “Фотон” // Космич. исслед. 2011. Т. 49. № 2. С. 117–127.
3. *Игнатов А.И., Сазонов В.В.* Оценка уровня квазистатических микроускорений на борту искусственного спутника Земли в режиме солнечной ориентации // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2020. № 54. С. 1–28.
4. *Готов Ю.М., Сазонов В.В.* Мониторинг микроускорений на борту ориентированного космического аппарата // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2010. № 63. С. 1–46.
5. *Бойзелинк Т., Ван Бавинхов К., Сазонов В.В.* Проверка данных измерений микроускорения, полученных на борту КА “Фотон М-3” // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2010. № 12. С. 1–36.
6. *Беляев М.Ю., Матвеева Т.В., Монахов М.И., Рулев Д.Н., Сазонов В.В.* Реконструкция вращательного движения кораблей “Прогресс” в режиме одноосной солнечной ориентации по данным измерений тока солнечных батарей // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2018. № 211. С. 1–45.
7. *Беляев М.Ю., Матвеева Т.В., Монахов М.И., Рулев Д.Н., Сазонов В.В., Цветков В.В.* Определение вращательного движения кораблей “Прогресс” по данным измерений угловой скорости и тока солнечных батарей // Космическая техника и технологии. 2013. № 2. С. 19–23.
8. *Абрашкин В.И., Воронов К.Е., Пияков А.В., Пузин Ю.Я., Сазонов В.В., Семкин Н.Д., Филиппов А.С., Чебуков С.Ю.* Неуправляемое вращательное движение опытного образца малого космического аппарата “Аист” // Космич. исслед. 2017. Т. 55. № 2. С. 135–149.
9. *Беляев М.Ю., Матвеева Т.В., Монахов М.И., Рулев Д.Н., Сазонов В.В.* Эксперименты с неуправляемым вращательным движением КА “Прогресс” // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2014. № 4. С. 1–39.

10. *Бабкин Е.В., Беляев М.Ю., Сазонов В.В.* Режимы неуправляемого вращательного движения КА “Прогресс” для экспериментов в области микрогравитации // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2004. № 44. С. 1–29.
11. *Белоконов И.В., Ломака И.А.* Методика параметрической идентификации модели углового движения наноспутника // Космонавтика и ракетостроение. 2020. Т. 117. № 6. С. 134–145.
12. *Белоконов И.В., Крамлих А.В., Ломака И.А., Николаев П.Н.* Восстановление углового движения космического аппарата по данным о токосъеме с панелей солнечных батарей // Изв. РАН. ТиСУ. 2019. № 2. С. 133–144.
13. *Krebs G.D.* BugSat 1 (Tita). Gunter’s Space Page. Retrieved June 24, 2022. https://space.skyrocket.de/doc_sdat/bugsat-1.html
14. Открытые данные телеметрии. <https://dashboard.satnogs.org/d/gIFGSdwik/bugsat-1?orgId=1> (дата обращения: 01.04.2022).
15. *Иванов Д.С., Иванова Т.А., Ивлев Н.А., Овчинников М.Ю., Ролдугин Д.С.* Оценка тензора инерции и автоматическая балансировка макета микроспутника на аэродинамическом подвесе // Изв. РАН. ТиСУ. 2021. № 2. С. 138–155.
16. Модель вектора направления на Солнце. http://www.vadimchazov.narod.ru/text_pdf/comalg.pdf (дата обращения: 01.04.2022).
17. Модель SGP4. <https://celestrak.org/publications/AIAA/2008-6770/AIAA-2008-6770.pdf> (дата обращения: 01.04.2022).
18. *Storn R., Price K.* Differential Evolution – A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization Over Continuous Spaces. Berkeley: International Computer Science Institute, 1995.
19. *Тимбай И.А., Белоконов И.В., Сторож А.Д.* Анализ неуправляемого движения верхней ступени ракеты-носителя “Союз” после отделения полезной нагрузки // Вестн. Самарского государственного аэрокосмического ун-та им. академика С.П. Королева (национального исследовательского ун-та). 2012. № 4. С. 44–51.