
**ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ
И ИДЕНТИФИКАЦИЯ**

УДК 681.51.015

ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК САМОЛЕТА ПО ПОЛЕТНЫМ ДАННЫМ¹

© 2021 г. В. Н. Овчаренко^{a,*}, Б. К. Поплавский^b

^a МАИ (национальный исследовательский ун-т), Москва, Россия

^b ЛИИ, МАИ, МО, г. Жуковский, Россия

*e-mail: owcharenko.v@yandex.ru

Поступила в редакцию 14.01.2021 г.

После доработки 23.07.2021 г.

Принята к публикации 26.07.2021 г.

Рассматривается проблема описания нестационарных аэродинамических коэффициентов самолета. Предложен подход, основанный на параметризации и последующей идентификации аэродинамических переходных функций частотно-временным методом. Эффективность подхода показана на примере идентификации коэффициента подъемной силы ближнемагистрального самолета по полетным данным.

DOI: 10.31857/S0002338821060147

Введение. В эксплуатационных диапазонах изменения кинематических переменных аэродинамические силы и моменты, действующие на ЛА, определяются мгновенными значениями аэродинамических углов, угловых скоростей и положением аэродинамических органов управления. Эта зависимость аэродинамических характеристик может выражаться линейными или нелинейными функциями от переменных движения.

При энергичном маневрировании или при интенсивных внешних воздействиях (например, при попадании в сильный порыв ветра в полете в неблагоприятных погодных условиях) условия установившегося полета нарушаются и значения кинематических переменных могут выйти за пределы допустимых эксплуатационных ограничений. На больших углах атаки или на больших угловых скоростях возникают нелинейные аэродинамические эффекты, обусловленные отрывом набегающего потока от несущих поверхностей и разрушением системы вихрей. Любой из этих случаев приводит к нестационарным аэродинамическим нагрузкам [1]. Поэтому исследование вопросов безопасности полета, отработка навыков пилотирования в этих условиях приобретают чрезвычайную важность. Эти факторы приводят к необходимости разработки адекватных математических моделей аэродинамических характеристик, которые можно было бы применить как при решении задач динамики полета, так и в программном обеспечении пилотажных стендов и тренажеров.

Можно выделить два основных подхода к построению математических моделей для моделирования нестационарных аэродинамических характеристик самолетов.

Первый подход (в хронологическом порядке) был предложен в работе [2] и основан на использовании аэродинамических переходных функций. В дальнейшем этот подход получил развитие в публикациях [3, 4]. Неопределенность в задании аэродинамических переходных функций для конкретного самолета на заданном маневре составляет основную трудность применения этого подхода.

Второй подход предложен в [5, 6] и основан на знании координаты точки отрыва потока и разрушении вихревой системы на аэродинамическом профиле, которая в летном эксперименте не наблюдается. Применительно к нестационарным аэродинамическим характеристикам самолета этот подход рассмотрен в [7, 8]. По существу в этом случае самолет отождествляется с некоторым аэродинамическим профилем с эквивалентными аэродинамическими характеристиками.

¹ Работа выполнена в рамках реализации Программы создания и развития научного центра мирового уровня “Сверхзвук” на 2020–2025 годы при финансовой поддержке Минобрнауки России (соглашение от 16 ноября 2020 г. № 075-15-2020-924).

В настоящее время получил развитие метод искусственных нейронных сетей для моделирования динамических эффектов, обусловленных отрывом и разрушением вихрей [9]. В этом случае понятия аэродинамических переходных функций и точки отрыва потока не применяются. Кроме того, рассматриваются и другие подходы к описанию динамики самолета на больших углах атаки [10].

В предлагаемой статье аэродинамические переходные функции аппроксимируются линейным дифференциальным уравнением первого порядка и полиномиальным входным сигналом по углу атаки и угловой скорости тангажа с неизвестными коэффициентами. Значения этих коэффициентов определяются в процессе решения задачи идентификации по полетным данным, полученным в натурном летном эксперименте.

1. Математическая модель нестационарных аэродинамических характеристик самолета. Рассмотрим математическую модель только коэффициента подъемной силы летательного аппарата в целом в условиях нестационарного обтекания. Пусть выполнены следующие предположения:

- аэродинамические характеристики самолета в установившемся движении известны с высокой точностью;
- на интервале обработки полетных данных конфигурация самолета остается постоянной;
- аппроксимация нестационарных аэродинамических коэффициентов зависит от постоянных параметров, значения которых можно уточнить по полетным данным;
- для описания нестационарных аэродинамических коэффициентов можно применить метод аэродинамических переходных функций [3].

Пусть зависимость коэффициента подъемной силы самолета c_y от параметров полета (угла атаки α , числа M , угловой скорости тангажа ω_z) и параметров конфигурации на неустановившемся режиме полета может быть представлена в виде

$$c_y = c_{y\infty}(\alpha, M, \delta_{\text{конф}}) + \Delta c_y(t, \alpha, M, \delta_{\text{конф}}; \dot{\alpha}, \dot{\omega}_z); \quad t \in [0, T],$$

где $c_{y\infty}(\alpha, M, \delta_{\text{конф}})$ – коэффициент подъемной силы, полученный в аэродинамических продувках или расчетным путем с учетом полетной конфигурации самолета; $\Delta c_y(t, \alpha, M, \delta_{\text{конф}}; \dot{\alpha}, \dot{\omega}_z)$ – поправка коэффициента подъемной силы в условиях неустановившегося движения с учетом полетной конфигурации самолета; $\delta_{\text{конф}} = (\delta_v, \delta_{\text{пр}}, \delta_{\text{закр}}, \delta_{\text{и}}, \delta_{\text{т.ш}}, \delta_{\text{ш}}, \text{и т.д.})$ – вектор переменных, определяющих полетную конфигурацию самолета (отклонение руля высоты, предкрылков, закрылков, интерцепторов, тормозных щитков, шасси и т.д.).

В силу предположения а) следует ожидать, что поправка $\Delta c_y(t, \alpha, M, \delta_{\text{конф}}; \dot{\alpha}, \dot{\omega}_z)$ мала по абсолютному значению и может быть представлена в виде

$$\Delta c_y(\alpha, M, \delta_{\text{конф}}; \dot{\alpha}, \dot{\omega}_z) = \Delta c_{y\infty}(\alpha, M, \delta_{\text{конф}}) + \Delta c_{y\text{дин}}(t, \dot{\alpha}, \dot{\omega}_z),$$

где $\Delta c_{y\infty}(\alpha, M, \delta_{\text{конф}})$ – поправка коэффициента подъемной силы в установившемся движении; $\Delta c_{y\text{дин}}(t, \dot{\alpha}, \dot{\omega}_z)$ – динамическая поправка коэффициента подъемной силы, обусловленная нестационарными аэродинамическими эффектами в неустановившемся движении.

Поправку $\Delta c_{y\infty}(\alpha, M, \delta_{\text{конф}})$ удобно представить в виде суммы некоторых функций от наиболее значимых переменных с неизвестными коэффициентами:

$$\Delta c_{y\infty}(\alpha, M, \delta_{\text{конф}}) = \sum_{i=1}^{N_g} c_i g_i(\alpha, M, \delta_{\text{конф}}), \quad (1.1)$$

где $g_i(\alpha, M, \delta_{\text{конф}})$ – известные функции и их количество N_g , которые подбираются в процессе решения задачи идентификации; c_1, c_2, \dots – неизвестные коэффициенты, значения которых оцениваются по полетным данным на неустановившемся маневре. Примером суммы (1.1) может служить выражение $\Delta c_{y\infty}(\alpha, M, \delta_{\text{конф}}) = c_1 \alpha + c_2 \delta_v$.

Для определения поправки $\Delta c_{y \text{ дин}}(t, \dot{\alpha}, \dot{\omega}_z)$ применим метод аэродинамических переходных функций. Рассмотрим $\Delta c_{y \text{ дин}}$ вида

$$\begin{aligned} \Delta c_{y \text{ дин}}(t, \dot{\alpha}, \dot{\omega}_z) = & \frac{b_a}{V} \int_0^t h_{\alpha}(t - \tau; \alpha(\tau), \omega_z(\tau)) \frac{d\alpha}{d\tau} d\tau + \\ & + \frac{b_a}{V} \int_0^t h_{\omega_z}(t - \tau; \alpha(\tau), \omega_z(\tau)) \frac{d\omega_z}{d\tau} d\tau, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где h_{α}, h_{ω_z} – аэродинамические переходные функции; b_a – средняя аэродинамическая хорда; V – скорость полета.

Выражение (1.2) в уравнения динамики продольного движения самолета впервые введено в работе [2] и является результатом эвристических рассуждений о структуре аэродинамических коэффициентов как функционалов от угла атаки α и угловой скорости тангажа ω_z . Однако ни из теории нестационарного обтекания, ни из аэродинамического эксперимента не ясно как задавать аэродинамические переходные функции в аналитическом виде на конкретном маневре самолета. Поэтому для выявления вида аэродинамических переходных функций и накопления статистической информации необходимо идентифицировать h_{α}, h_{ω_z} вместе с другими аэродинамическими поправками на различных тестовых маневрах в натурном эксперименте. В такой постановке задача идентификации нестационарных аэродинамических характеристик остается все еще сложной. Однако, учитывая достаточно общий характер структуры уравнения (1.2), заменим его выражением

$$\Delta c_{y \text{ дин}}(t, \dot{\alpha}, \dot{\omega}_z) = \frac{b_a}{V} \int_0^t h_{\alpha}(t - \tau; \alpha(\tau)) \frac{d\alpha}{d\tau} d\tau + \frac{b_a}{V} \int_0^t h_{\omega_z}(t - \tau; \omega_z(\tau)) \frac{d\omega_z}{d\tau} d\tau. \quad (1.3)$$

Интегралы в (1.3) имеют одинаковую структуру и могут быть изучены как один интеграл с переменным верхним пределом

$$\Delta C(t) = \int_0^t h(t - \tau; u(\tau)) \dot{u}(\tau) d\tau, \quad (1.4)$$

где $u(\tau) = (\alpha(\tau) \text{ или } \omega_z(\tau))$.

Продифференцируем $\Delta C(t)$ по t , получим

$$\frac{d}{dt} \Delta C(t) = \int_0^t \frac{\partial h(t - \tau; u(\tau))}{\partial t} \dot{u}(\tau) d\tau + h(0; u(t)) \frac{du}{dt}. \quad (1.5)$$

Выберем переходную функцию такой, что

$$\frac{\partial h(t - \tau; u(\tau))}{\partial t} = ah(t - \tau; u(\tau)), \quad \tau \leq t, \quad (1.6)$$

где $a = \text{const}$. Тогда совокупность выражений (1.4)–(1.6) может быть записана в виде обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка относительно функции $\Delta C(t)$:

$$\frac{d}{dt} \Delta C(t) = a\Delta C(t) + \varphi(u(t)) \frac{du}{dt} \quad (1.7)$$

с нулевым начальным условием $\Delta C(0) = 0$. В этом уравнении выполнена замена обозначений $h(0; u(t)) = \varphi(u(t))$. Предположим, что $\varphi(u(t)) \neq 0$ на интервале наблюдений. По условиям устойчивости решений уравнения (1.7) рассматриваются только отрицательные значения параметра $a < 0$.

Решая уравнение (1.7) с нулевым начальным условием и входным сигналом $\varphi(u(\tau))\dot{u}(\tau)$, получим

$$\Delta C(t) = \int_0^t e^{a(t-\tau)} \varphi(u(\tau)) \dot{u}(\tau) d\tau. \quad (1.8)$$

Функция $\varphi(u(\tau))$ является неизвестной. Предположим, что на интервале $[0, T]$ функция $\varphi(u(t))$ допускает аппроксимацию ее полиномом по $u(t)$ с неизвестными коэффициентами:

$$\varphi(u(t)) = \sum_{m=0}^M K_m^{(u)} u^m(t),$$

где $K_m^{(u)}$ – неизвестные коэффициенты полинома; M – наивысшая степень полинома, задается исследователем в процессе решения задачи идентификации.

Подстановка функции $\varphi(u(t))$ в (1.8) приводит к выражению

$$\Delta C(t) = \sum_{m=0}^M K_m^{(u)} \int_0^t e^{a(t-\tau)} u^m(\tau) \dot{u}(\tau) d\tau. \quad (1.9)$$

Вычислим интеграл в (1.9) по частям, получим

$$\Delta C(t) = \sum_{m=0}^M \frac{K_m^{(u)}}{m+1} [u^{m+1}(t) - u^{m+1}(0)e^{at}] + a\Delta C^*(t), \quad (1.10)$$

где

$$\Delta C^*(t) = \int_0^t e^{a(t-\tau)} v_u(\tau) d\tau; \quad v_u(\tau) = \sum_{m=0}^M \frac{K_m^{(u)}}{m+1} u^{m+1}(\tau),$$

что является решением линейного дифференциального уравнения

$$\frac{d}{dt} \Delta C^*(t) = a\Delta C^*(t) + v_u(t), \quad \Delta C^*(0) = 0.$$

В отличие от (1.9) выражение (1.10) не содержит производной процесса $u(t)$, которая либо не наблюдается в натурном эксперименте, либо вычисляется с большими погрешностями. Поэтому выражение (1.10) является предпочтительным для получения различных расчетных соотношений.

Выполняя в (1.10) замену переменной $u(t)$ на $\alpha(t)$ и $\omega_z(t)$, получим систему выражений, описывающих динамические поправки (1.2) коэффициента аэродинамической подъемной силы:

$$\begin{aligned} \Delta c_{y\text{дин}}(t, \dot{\alpha}, \dot{\omega}_z) &= \frac{b_a}{V} [\Delta c_{y1}(t, \dot{\alpha}) + \Delta c_{y2}(t, \dot{\omega}_z)]; \\ \Delta c_{y1}(t, \dot{\alpha}) &= \sum_{m=0}^{M_\alpha} \frac{K_m^{(\alpha)}}{m+1} [\alpha^{m+1}(t) - \alpha^{m+1}(0)e^{a_\alpha t}] + a_\alpha \Delta c_{y1}^*(t); \\ \Delta c_{y2}(t, \dot{\omega}_z) &= \sum_{m=0}^{M_\omega} \frac{K_m^{(\omega)}}{m+1} [\omega_z^{m+1}(t) - \omega_z^{m+1}(0)e^{a_\omega t}] + a_\omega \Delta c_{y2}^*(t); \\ \frac{d}{dt} \Delta c_{y1}^*(t) &= a_\alpha \Delta c_{y1}^*(t) + v_\alpha(t), \quad \Delta c_{y1}^*(0) = 0; \\ \frac{d}{dt} \Delta c_{y2}^*(t) &= a_\omega \Delta c_{y2}^*(t) + v_\omega(t), \quad \Delta c_{y2}^*(0) = 0, \end{aligned} \quad (1.11)$$

где все обозначения понятны из предыдущего текста. Здесь параметры $a_\alpha, a_\omega, K_m^{(\alpha)}, K_m^{(\omega)}, M_\alpha$ и M_ω неизвестны и должны определяться в процессе решения задачи идентификации по полетным данным.

Совокупность выражений (1.1) и (1.11) образует замкнутую систему уравнений и определяет все поправки коэффициента аэродинамической подъемной силы на произвольном неустановившемся режиме полета. Уравнения зависят только от наблюдаемых в полете переменных и не содержат скрытых переменных. Ниже на примере обработки тестовых полетов магистрального самолета показано, что математическая модель (1.11) справедлива как в стационарных, так и в нестационарных условиях полета.

Для определения неизвестных параметров в выражениях (1.1) и (1.11) по полетным данным применим частотно-временной метод [8] (см. Приложение). Вычислим на множестве частот Ω

финитные преобразования Фурье F_T (с учетом обозначений, указанных ниже) всех составляющих поправок коэффициента аэродинамической подъемной силы:

$$s_k = j\omega_k; \quad j = \sqrt{-1};$$

$$\mathcal{F}_{\Delta c_y}(s_k) = \mathcal{F}_T(c_y - c_{y\infty}(\alpha, M, \delta_{\text{конф}})) = \mathcal{F}_{\Delta c_{y\infty}}(s_k) + \mathcal{F}_{\Delta c_{y\text{дин}}}(s_k);$$

$$\mathcal{F}_{\Delta c_{y\infty}}(s_k) = \sum_i c_i \mathcal{F}_{g_i}(s_k); \quad \mathcal{F}_{\Delta c_{y\text{дин}}}(s_k) = \frac{b_a}{V} [\mathcal{F}_{\Delta c_{y1}}(s_k) + \mathcal{F}_{\Delta c_{y2}}(s_k)];$$

$$\mathcal{F}_{\Delta c_{y1}}(s_k) = \frac{1}{s_k - a_\alpha} \left\{ \sum_{m=0}^{M_\alpha} \frac{K_m^{(\alpha)}}{m+1} [\alpha^{m+1}(T) - \alpha^{m+1}(0) + s_k \mathcal{F}_T(\alpha^{m+1}(t))] - \Delta c_{y1}(T) \right\};$$

$$\mathcal{F}_{\Delta c_{y2}}(s_k) = \frac{1}{s_k - a_\omega} \left\{ \sum_{m=0}^{M_\omega} \frac{K_m^{(\omega)}}{m+1} [\omega_z^{m+1}(T) - \omega_z^{m+1}(0) + s_k \mathcal{F}_T(\omega_z^{m+1}(t))] - \Delta c_{y2}(T) \right\},$$

где $\Delta c_{y1}(T), \Delta c_{y2}(T)$ – значения $\Delta c_{y1}(t), \Delta c_{y2}(t)$ в конечный момент времени T .

Таким образом, вектор неизвестных параметров θ имеет вид

$$\theta = (c_1, c_2, \dots; a_\alpha, a_\omega; K_0^{(\alpha)}, \dots, K_{M_\alpha}^{(\alpha)}; K_0^{(\omega)}, \dots, K_{M_\omega}^{(\omega)}; \Delta c_{y1}(T), \Delta c_{y2}(T)).$$

Множество допустимых значений параметров определяется условиями устойчивости решений дифференциальных уравнений $a_\alpha < 0, a_\omega < 0$, остальные параметры могут принимать любые значения. В зависимости от полетной конфигурации некоторые параметры могут отсутствовать.

Сформируем невязку и критерий метода наименьших квадратов (МНК) в частотной области

$$\varepsilon(s_k, \theta) = F_{\Delta c_y}(s_k) - F_{\Delta c_{y\infty}}(s_k) - F_{\Delta c_{y\text{дин}}}(s_k);$$

$$J(\theta) = (\lambda_\alpha a_\alpha)^2 + (\lambda_\omega a_\omega)^2 + \sum_{i=1}^{N_g} (\lambda_i c_i)^2 + \sum_{\omega_k} \varepsilon(-s_k, \theta) \varepsilon(s_k, \theta),$$

где $\lambda_\alpha, \lambda_\omega, \lambda_i$ – весовые коэффициенты, подбираются опытным путем; заранее верхний предел суммирования указать не представляется возможным, суммирование ведется по всем доступным частотам ω_k . Первые три слагаемых в критерии $J(\theta)$ служат для регуляризации решения задачи идентификации. Решение о включении регуляризирующих составляющих принимается в процессе решения задачи идентификации.

Задача идентификации неизвестных параметров сводится к задаче минимизации критерия МНК:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta \in \Theta} J(\theta), \quad (1.12)$$

которая решается методами нелинейного математического программирования (например, программой `fmincon` математического пакета MATLAB).

На множестве частот Ω финитное преобразование Фурье постоянных, которые могут входить в составляющие коэффициента подъемной силы в установившемся движении самолета, равны нулю (см. ПРИЛОЖЕНИЕ). Поэтому для полной оценки всех постоянных дополнительно необходимо решить задачу идентификации во временной области на уже вычисленных оценках поправок $\Delta \hat{c}_{y\infty}(\alpha, M, \delta_{\text{конф}})$ и $\Delta \hat{c}_{y\text{дин}}(t, \dot{\alpha}, \dot{\omega}_z)$.

2. Идентификация коэффициента подъемной силы ближнемагистрального самолета. Рассмотрим идентификацию коэффициента подъемной силы ближнемагистрального самолета по полетным данным. Тестовые полеты проводились по программе исследований устойчивости и управляемости самолета в процессе его выхода на большие углы атаки в различных полетных конфигурациях. Тестовый маневр заключался в выводе самолета на большие углы атаки при сохранении балансировки по моменту тангажа, т.е. $\dot{\omega}_z \sim 0$. Балансировка нарушалась только на коротких временных интервалах, когда самолет возвращался к условиям полета на малых углах атаки. Все тестовые маневры выполнялись на высотах примерно $H = 5000$ м и числах $M = 0.3 \dots 0.4$. На рис. 1 показан пример полетных данных во взлетной конфигурации $\delta_{\text{пр}} = 24^\circ; \delta_{\text{закр}} = 16^\circ$. Далее рассмотрим определение математической модели только динамической поправки $\Delta c_{y\text{дин}}(t, \dot{\alpha}, \dot{\omega}_z)$.

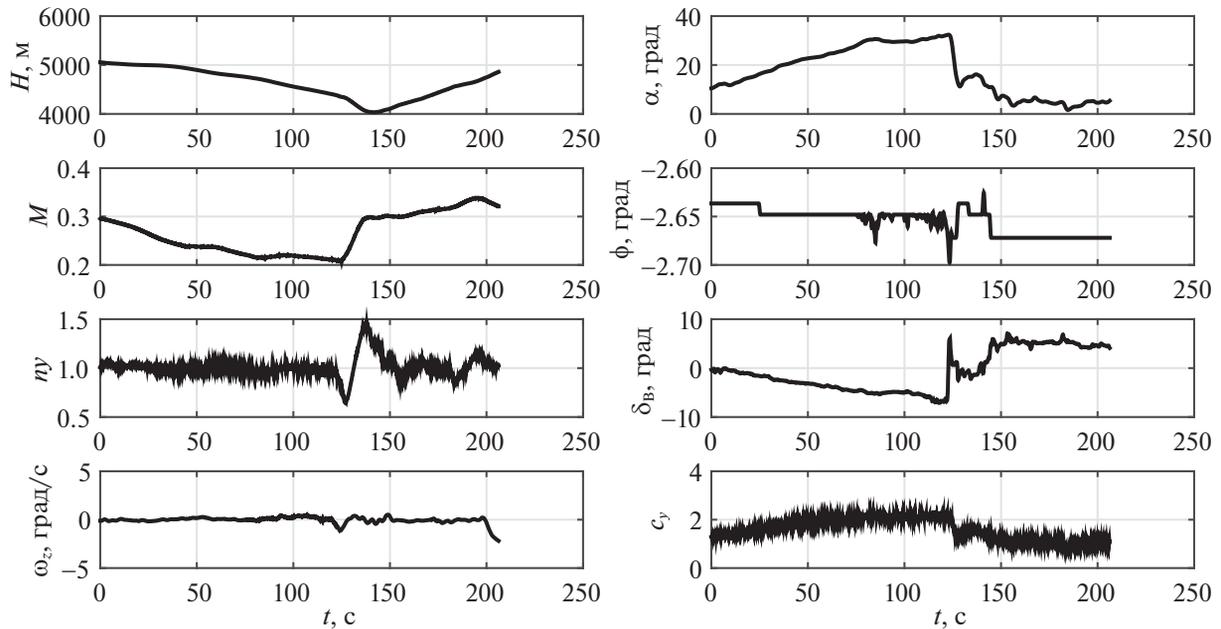


Рис. 1. Полетные данные во взлетной конфигурации $\delta_{пр} = 24^\circ$; $\delta_{закр} = 16^\circ$ (ω_z – угловая скорость тангажа; α – угол атаки; ϕ – угол установки горизонтального оперения; δ_v – угол отклонения руля высоты)

Измерялись все переменные движения и параметры полетной конфигурации. Полетный коэффициент подъемной силы $c_y^*(\alpha, M, \delta_{конф})$ (без учета тяги двигателя) вычислялся по формуле

$$c_y^*(\alpha, M, \delta_{конф}) = c_y(\alpha, M, \delta_{конф}) + c_p \sin(\alpha + \phi_p) = \frac{mgn_y}{qS}, \quad (2.1)$$

где c_y – коэффициент аэродинамической подъемной силы; c_p – коэффициент тяги двигателей; ϕ_p – угол установки двигателей в плоскости OXY связанной системы координат. Для каждой полетной конфигурации известны продувки в аэродинамической трубе (АДТ) и, следовательно, априорные значения коэффициента подъемной силы в установившемся движении $c_{y\infty}(\alpha, M, \delta_{конф})$, которые можно принять за начальное приближение.

Требуется по измеренным данным, полученным в тестовом полете, уточнить значение коэффициента подъемной силы в установившемся движении и идентифицировать составляющую $\Delta c_{y\text{дин}}(t, \dot{\alpha}, \dot{\omega}_z)$, обусловленную нестационарными аэродинамическими эффектами.

Рассматривались следующие полетные конфигурации самолета: крейсерская, взлетная, заход на посадку, посадка. Поправку $\Delta c_{y\infty}(\alpha, M, \delta_{конф})$ будем искать в виде

$$\Delta c_{y\infty}(\alpha, M, \delta_{конф}) = (c_1 + c_2|\alpha|)\alpha + (c_3 + c_4|\delta_v|)\delta_v.$$

В процессе решения задачи идентификации были выбраны следующие порядки полиномов $M_\alpha = M_\omega = 4$; определялись оценки неизвестных параметров $(c_1, \dots, c_4, a_\alpha, a_\omega)$, коэффициентов полиномов $(K_0^{(\alpha)}, \dots, K_4^{(\alpha)}; K_0^{(\omega)}, \dots, K_4^{(\omega)})$ и дополнительных параметров $(\Delta c_{y1}(T), \Delta c_{y2}(T))$; все углы и угловые скорости имеют размерности рад и рад/с соответственно.

Результаты идентификации коэффициента подъемной силы самолета по полетным данным с учетом конфигурации, статических и динамических поправок показаны на рис. 2–6. На рис. 2, а–б, а помечены следующие данные: полетные данные – сплошная линия светлого оттенка, вычисленная по формуле (2.1); оценка коэффициента подъемной силы в установившемся движении с учетом поправки $\Delta \hat{c}_{y0} + \Delta \hat{c}_{y\infty}(\alpha, M, \delta_{конф})$ – пунктирная линия; оценка коэффициента подъемной силы $\hat{c}_y^*(\alpha, M, \delta_{конф})$ в неустановившемся движении – сплошная линия. На рис. 2, б–б, б показаны

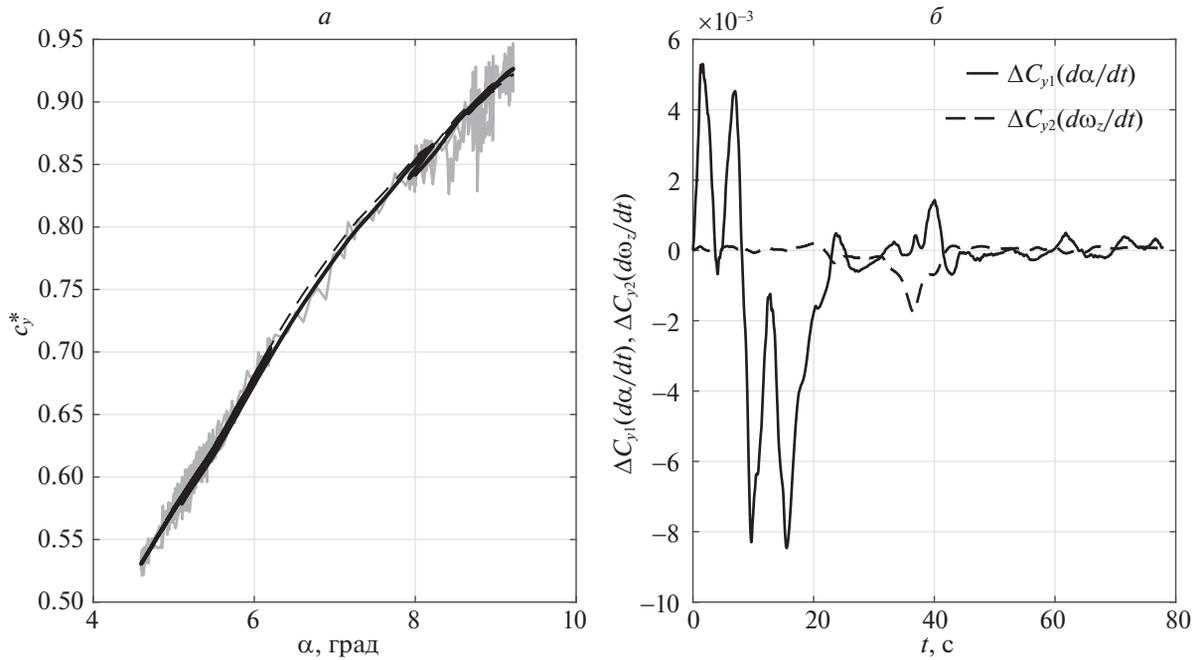


Рис. 2. Коэффициент подъемной силы (а) и динамические поправки (б) в установившемся полете на малых углах атаки (крейсерская конфигурация)

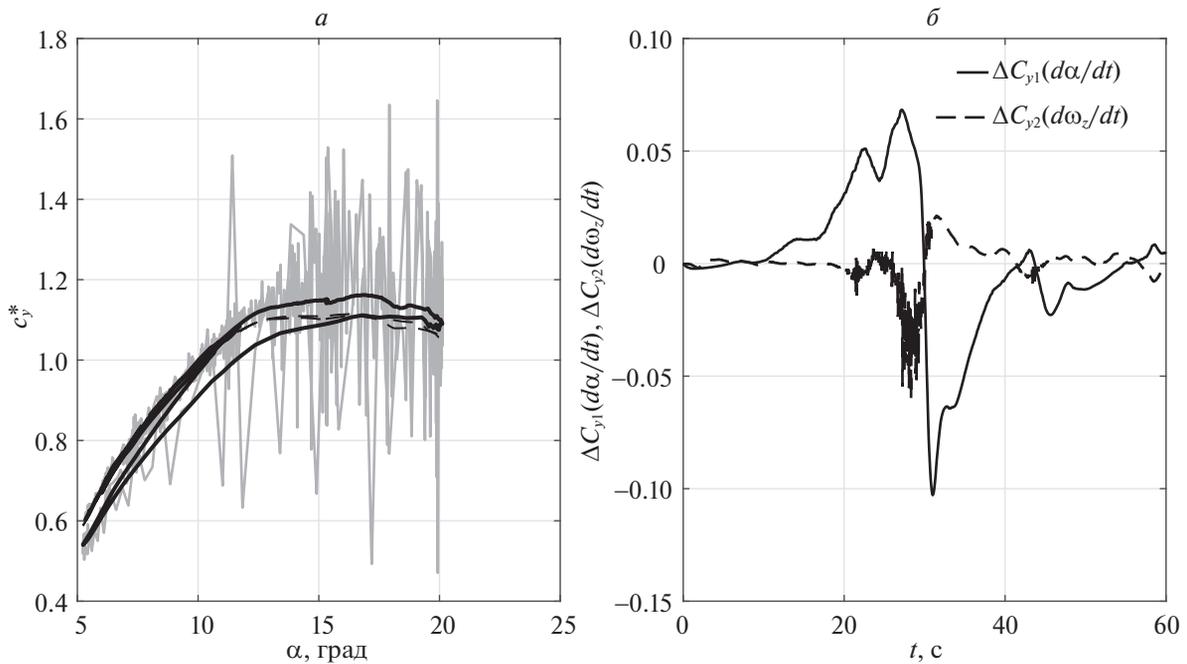


Рис. 3. Коэффициент подъемной силы (а) и динамические поправки (б) (крейсерская конфигурация)

оценки динамических поправок: сплошная линия – динамическая поправка $\Delta \hat{c}_{y1}(t, \dot{\alpha})$; пунктирная линия – динамическая поправка $\Delta \hat{c}_{y2}(t, \dot{\omega}_z)$.

На рис. 2, а представлен коэффициент подъемной силы и его оценки в области малых углов атаки при безотрывном обтекании, полностью совпадающие с аэродинамическими продувками. На рис. 2, б даны оценки динамических поправок. Видно, что динамическая поправка $\Delta \hat{c}_{y2}(t, \dot{\omega}_z) = 0$, а

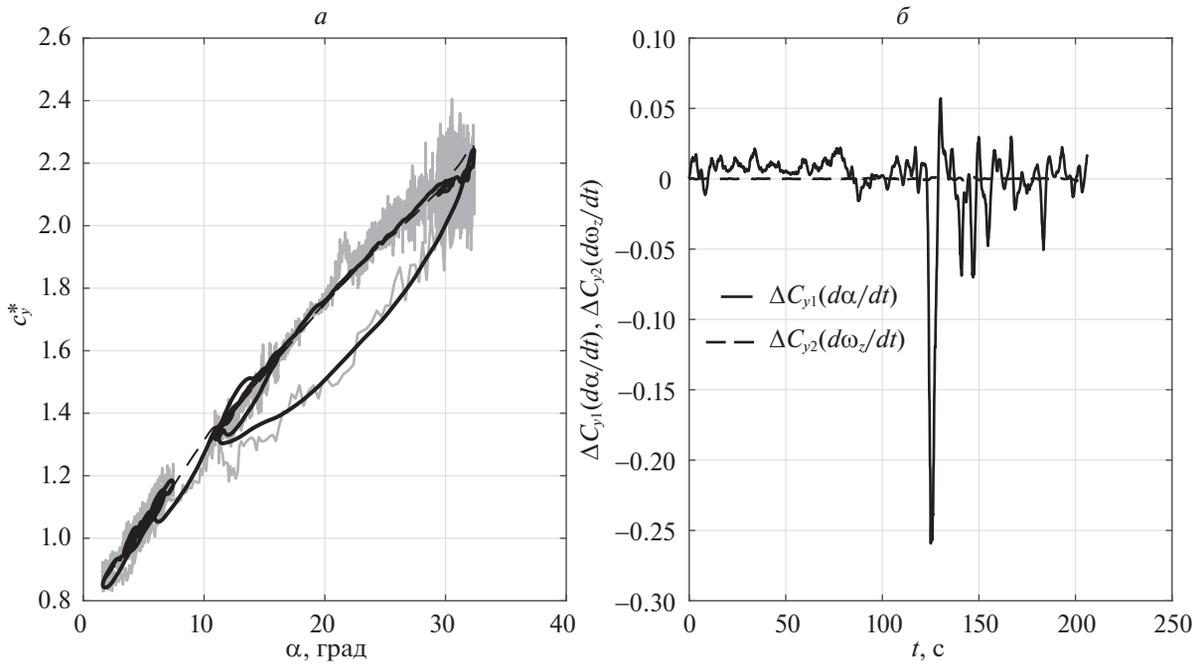


Рис. 4. Коэффициент подъемной силы (а) и динамические поправки (б), где взлет $\delta_{пр} = 24^\circ$; $\delta_{закр} = 16^\circ$

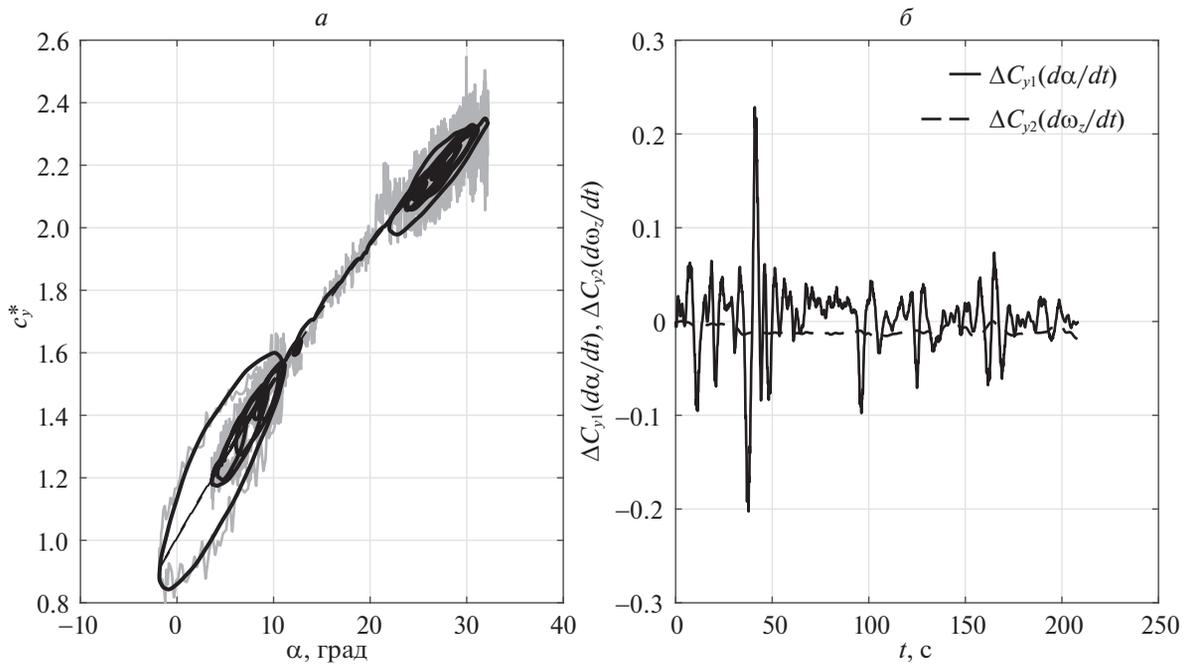


Рис. 5. Коэффициент подъемной силы (а) и динамические поправки (б), где заход на посадку $\delta_{пр} = 24^\circ$; $\delta_{закр} = 25^\circ$

поправка $\Delta \hat{c}_{y1}(t, \dot{\alpha})$ имеет порядок 10^{-3} и ее влиянием на оценку коэффициента подъемной силы можно пренебречь.

На рис. 3, а–б, а показаны коэффициент подъемной силы и его оценки в диапазоне изменения углов атаки $0 < \alpha \leq 35^\circ$ с учетом полетной конфигурации. Разность сплошной и штриховой линий на рис. 3, а–б, а указывает на влияние нестационарных аэродинамических эффектов на

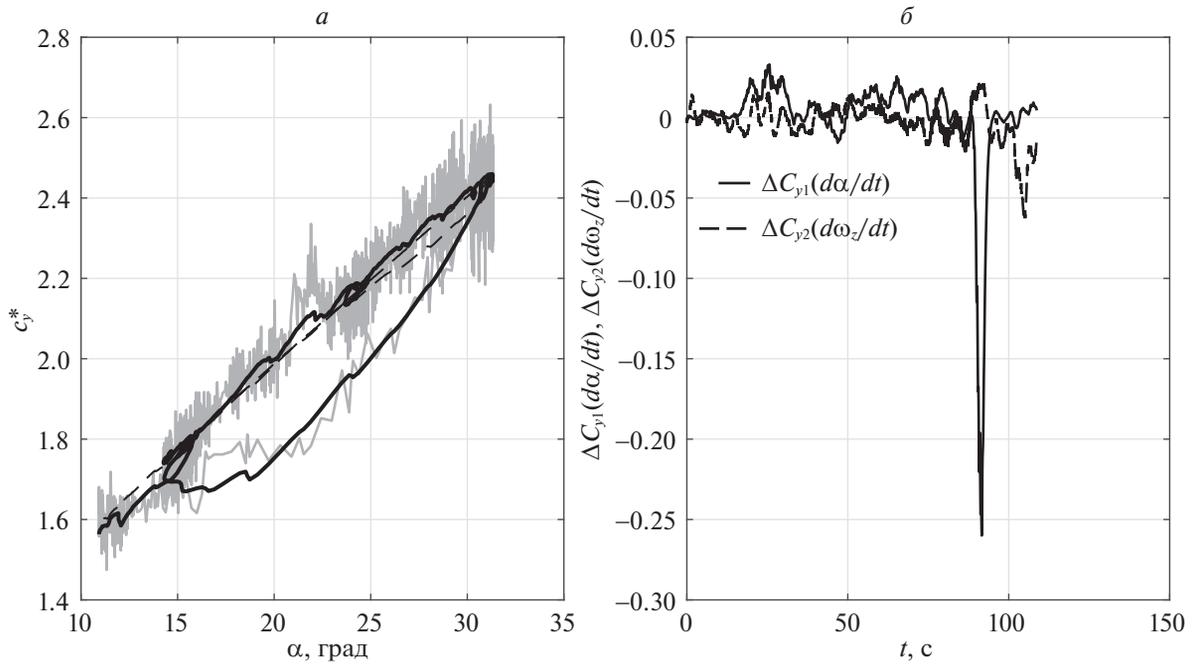


Рис. 6. Коэффициент подъемной силы (а) и динамические поправки (б), где посадка $\delta_{пр} = 24^\circ$; $\delta_{закр} = 34^\circ$

аэродинамические характеристики самолета. Возврат самолета на малые углы атаки происходит с потерей подъемной силы. Наблюдается аэродинамический гистерезис (рис. 3, а; 4, а; 6, а). На рис. 5, а показана аэродинамическая нестационарность в виде автоколебаний по коэффициенту подъемной силы при гармоническом изменении угла атаки: автоколебания возникают как на малых, так и на больших углах атаки.

Соизмеримые динамические поправки, обусловленные $\dot{\alpha}$ и $\dot{\omega}_z$ приведены на рис. 3, б. На остальных рассмотренных тестовых режимах полета (см. рис. 4, б–б, б) динамические поправки, обусловленные $\dot{\omega}_z$, практически отсутствуют (т.е. на тестовом режиме самолет сбалансирован в продольном движении). Поэтому динамические поправки оценки коэффициента подъемной силы целиком определяются угловой скоростью угла атаки $\dot{\alpha}$.

В табл. 1 и 2 приведены оценки коэффициентов полиномов по $\alpha(t)$ и $\omega_z(t)$, упорядоченные по возрастанию степени полинома, и коэффициенты поправок, полученные на выбранных тестовых маневрах. Регуляризирующая добавка в критерии МНК имела вид $(0.1a_\alpha)^2 + (0.05a_\omega)^2$.

Коэффициенты первой строки табл. 1 соответствуют динамической поправке $\Delta c_{y,дин}(t, \dot{\alpha}, \dot{\omega}_z)$, которая является откликом линейной динамической системы только на входные сигналы $\dot{\alpha}(t)$

Таблица 1. Оценки коэффициентов полиномов

n/m	Полетная конфигурация самолета							
	крейсерская		взлетная		заход на посадку		посадка	
	$K_m^{(\alpha)}$	$K_m^{(\omega)}$	$K_m^{(\alpha)}$	$K_m^{(\omega)}$	$K_m^{(\alpha)}$	$K_m^{(\omega)}$	$K_m^{(\alpha)}$	$K_m^{(\omega)}$
0	-50.25	-84.32	207.2	-1.09	453.67	-123.25	-127.7	-35.4
1	297.5	-43.23	125.8	1.77	-245.6	1.84	680.4	1668
2	80.9	-0.38	78.6	-0.081	-236.9	0.46	-58.7	44.3
3	10.75	-0.012	20.9	-0.06	-122.7	-0.008	-364.7	1.7
4	-1.95	0.005	-5.09	0	-60.56	-0.035	-353.0	0.4

Таблица 2. Оценки коэффициентов поправок

Параметр	Полетная конфигурация самолета			
	крейсерская	взлетная	заход на посадку	посадка
c_1	2.75	1.04	0.19	-1.02
c_2	-5.24	-1.21	-1.18	-0.47
c_3	-0.22	-1.46	-1.31	-1.26
c_4	0.77	13.14	7.37	7.1
a_α	-0.20	-4.64	-8.77	-2.22
a_ω	-0.20	-4.70	-4.70	-0.009

и $\dot{\omega}_z(t)$ [2, 3]. Это частный случай описания нестационарных аэродинамических эффектов при безотрывном обтекании [6], соответствующее выражение имеет вид

$$\Delta c_{y, \text{дин}}(t, \dot{\alpha}, \dot{\omega}_z) = \frac{b_a}{V} \int_0^t h_\alpha(t - \tau) \frac{d\alpha}{d\tau} d\tau + \frac{b_a}{V} \int_0^t h_{\omega_z}(t - \tau) \frac{d\omega_z}{d\tau} d\tau.$$

Заключение. Предложен новый подход к описанию математической модели нелинейных и нестационарных аэродинамических эффектов, обусловленных интенсивным изменением в полете угла атаки самолета и угловой скорости тангажа в продольном движении. Подход основан на применении аэродинамических переходных функций. Новизна подхода заключается в том, что структура аэродинамических переходных функций фиксируется и подбираются входные сигналы, нелинейные по углу атаки и угловой скорости тангажа. Получена замкнутая система уравнений, зависящая только от наблюдаемых в полете переменных. На примере обработки полетных данных магистрального самолета показано, что система уравнений приемлемо описывает как аэродинамический гистерезис, так и автоколебания по коэффициенту подъемной силы при гармоническом изменении угла атаки. Задача идентификации неизвестных параметров решалась частотно-временным методом.

Представленные численные результаты идентификации нестационарного аэродинамического коэффициента подъемной силы относятся только к рассмотренным данным натурного эксперимента и не могут быть обобщены на все полетные случаи.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Частотно-временной метод идентификации служит для вычисления оценок параметров динамических систем по наблюдаемым данным [8]. К особенностям метода в задаче идентификации математических моделей динамики летательных аппаратов по полетным данным, которая рассматривается как задача параметрической оптимизации, относятся:

- замена дифференциальных уравнений динамической системы на алгебраические выражения;
- простота вычислений частотных характеристик наблюдаемых переменных в присутствии измерительных шумов;
- возможность независимого и неупорядоченного выбора точек частотного диапазона для каждой пары входного и выходного сигналов;
- возможность применения к идентификации неустойчивых динамических систем.

Частотные методы идентификации дают возможность построить совокупность математических моделей различной целевой направленности, имеющих свои достоинства и недостатки, свои области применимости. Метод основан на переходе в частотную область с помощью финитного преобразования Фурье на специально выбранном дискретном множестве частот. Дискретное

множество частот, на которых вычисляется финитное преобразование Фурье функции $x(t), t \in [0, T]$, имеет вид

$$\Omega = \left\{ \omega_k : \omega_k = \frac{2\pi}{T} k, k = \overline{1, K} \right\}, \quad (\text{П.1})$$

где $K \leq Tf_N; f_N = 1/2h$ – частота Найквиста; h – шаг измерений.

Нетрудно видеть, что на этом множестве частот выполнено условие

$$e^{-j\omega_k T} = e^{-j2\pi k} = 1, \quad \forall \omega_k \in \Omega.$$

Формулы финитного преобразования Фурье функции $x(t)$ на дискретном множестве частот (П.1) с учетом граничных условий принимают вид

$$\begin{aligned} X_T(j\omega) &= \mathcal{F}_T(x(t)) = \mathcal{F}_x(j\omega) = \int_0^T x(t)e^{-j\omega t} dt; \\ \mathcal{F}_T(C) &= 0; \quad \mathcal{F}_T\left(\frac{dx(t)}{dt}\right) = j\omega X_T(j\omega) + \Delta x; \\ \mathcal{F}_T\left(\int_0^t x(\tau)d\tau\right) &= \frac{1}{j\omega} \left[X_T(j\omega) - \int_0^T x(\tau)d\tau \right]; \\ \mathcal{F}_T(e^{at}) &= \frac{e^{aT} - 1}{a - j\omega}; \quad \Delta x = x(T) - x(0). \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

Здесь необходимо отметить следующие полезные свойства финитного преобразования Фурье на множестве частот $\Omega \ni \omega$:

1) $\forall C \neq 0$ имеет место равенство $\mathcal{F}_T(C) = 0$ на Ω , что указывает на эквивалентность $\forall C \neq 0$ и нуля;

2) влияние граничных значений переходных процессов на финитное преобразование Фурье определяется только их разностью Δx и не зависит от частоты $\omega_k, \forall k \in \overline{1, K}$.

Интеграл Фурье таблично заданной функции $x(t), t \in [0, T]$ рекомендуется вычислять по формулам Филона [11]. В монографии [8] приведена соответствующая программа на языке математического пакета MATLAB.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Канышев А.В., Корсун О.Н., Овчаренко В.Н., Стуловский А.В.* Идентификация аэродинамических коэффициентов продольного движения и оценка погрешностей бортовых измерений на закритических углах атаки. Изв. РАН. ТИСУ. 2018. № 3. С. 33–47.
2. *Tobak M.* On The use of the Indicial Function Concept in the Analysis of Unsteady Motions of Wings and Wing-tail Combinations // NACA. Report 1188. 1954.
3. *Tobak M., Schiff L.B.* On the Formulation of the Aerodynamic Characteristics in Aircraft Dynamics // NASA. TR R-456. Washington. 1976.
4. *Klein V., Morelli E.A.* Aircraft System Identification. Theory and Practice. Education Series. Hampton: AIAA. 2006. С. 499.
5. *Гоман М.Г.* Математическое описание аэродинамических сил и моментов на неустановившихся режимах обтекания с неединственной структурой // Тр. ЦАГИ. 1983. Вып. 2195. С. 14–27.
6. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов / Под ред. Г.С. Бюшгенса. М.: Наука. Физматлит, 1998.
7. *Jategaonkar R.V.* Flight Vehicle System Identification: A Time Domain Methodology. Arlington: AIAA, Inc., Reston., 2006. С. 410.
8. *Овчаренко В.Н.* Аэродинамические характеристики летательных аппаратов. Идентификация по полетным данным. М.: ЛЕНАНД, 2019. 236 с.
9. *Игнатьев Д.И., Храбров А.Н.* Использование искусственных нейронных сетей для моделирования динамических эффектов аэродинамических коэффициентов трансзвукового самолета // Уч. зап. ЦАГИ. 2011. Т. XLII. № 6. С. 84–91.
10. *Кузьмин П.В., Мелешин Б.А., Шелюхин Ю.Ф., Шуховцов Д.В.* Инженерная модель нестационарных продольных аэродинамических характеристик на больших углах атаки // Уч. зап. ЦАГИ. 2015. Т. 46. № 4. С. 61–70.
11. *Бахвалов Н.С.* Численные методы. М.: Наука, 1973.