

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖУЩИМИСЯ ОБЪЕКТАМИ

УДК 629.78

АНАЛИЗ ТРАЕКТОРИЙ ВОЗВРАЩЕНИЯ ОТ ЛУНЫ

© 2021 г. А. С. Самотохин^а, Ю. Г. Сихарулидзе^{а,*}

^а ИППМ им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

*e-mail: sikh@kiam1.rssi.ru

Поступила в редакцию 10.07.2020 г.

После доработки 05.08.2020 г.

Принята к публикации 30.11.2020 г.

Рассматривается комплексная задача построения траекторий возвращения космического аппарата с окололунной орбиты до входа в атмосферу Земли для последующей посадки на юге территории Российской Федерации. Задача включает две составляющие: выбор условий оптимального импульсного маневра для перелета Луна–Земля и определение дальности спуска от точки входа в атмосферу Земли до заданного места посадки. Оценивается величина полезного импульса и достаточная дальность спуска для возвращения в любую дату.

DOI: 10.31857/S0002338821020128

0. Введение. Рассматриваемая задача возвращения космического аппарата (КА) с орбиты искусственного спутника Луны (ОИСЛ) в любую дату с посадкой в заданном районе на юге территории Российской Федерации требует комплексного решения, которое включает определение оптимального импульсного маневра для перелета к Земле и выбор приемлемой дальности спуска от точки входа в атмосферу до заданного места посадки.

Аналогичная задача применительно к посадке спускаемого аппарата на космодром “Восточный” рассматривалась ранее в [1]. Однако в этой работе не проводилась оптимизация импульсов перехода на траекторию перелета к Земле. Результаты, представленные в настоящей статье, получены с использованием алгоритмов условной минимизации, описанных в [2, 3].

Плоскость лунной орбиты вращается относительно плоскости земного экватора с периодом 18.6 лет. При этом угол i_M между плоскостями лунной орбиты и земного экватора меняется в диапазоне

$$18.3^\circ \leq i_M \leq 28.6^\circ. \quad (0.1)$$

Для заданной даты старта угол i_M однозначно определяется в диапазоне (0.1), согласно теории движения Луны. В первом приближении для модельной задачи (в рамках сферической тригонометрии) можно пренебречь изменением угла i_M в течение сидерического месяца, т.е. периода обращения Луны относительно Земли. Поэтому склонение Луны δ_M в течение сидерического месяца может оказаться любым в диапазоне

$$-i_M \leq \delta_M \leq +i_M \quad (0.2)$$

в зависимости от даты старта.

Необходимо обеспечить возвращение КА в любую дату, поэтому запас топлива КА на маневр возвращения (или импульс скорости ухода) будет определяться самым неблагоприятным склонением δ_M и параметрами ОИСЛ, при которых требуется максимальный импульс.

Линия апсид траектории возвращения примерно совпадает с линией, связывающей центры Луны и Земли в момент отлета КА с ОИСЛ.

С учетом ограничения по перегрузке КА с малым аэродинамическим качеством (порядка 0.3) должен возвращаться от Луны со стороны южного полушария и входить в атмосферу Земли с околопараболической скоростью. Поэтому широта точки входа в атмосферу φ_{en} должна примерно равняться склонению Луны в момент отлета, взятому с обратным знаком, за минусом углового расстояния от точки входа до условного перигея (условный перигей — это минимальная высота траектории возвращения при отсутствии атмосферы).

Долгота точки входа λ_{en} на высоте условной границы атмосферы ($h_{atm} = 100$ км) и наклонение подлетной траектории i_{orb} зависят от условий отлета с орбиты Луны и координат места посадки. В качестве примера принято место посадки (“цель”) с координатами центра: широта $\varphi_t = 51.5^\circ$, долгота $\lambda_t = 56^\circ$, высота 4.5 км.

Высота условного перигея h_p является определяющим параметром для траектории спуска в атмосфере. Для возвращения аппаратов с малым аэродинамическим качеством коридор входа по условному перигею находится примерно в диапазоне 45–60 км. В работе принята высота условного перигея $h_p = 52.5$ км, т.е. середина коридора входа.

1. Постановка задачи. Будем полагать, что КА находится на почти круговой ОИСЛ с высотой $h_0 \approx 100$ км и заданным наклонением i_0 к плоскости лунного экватора. Рассматриваются три наклонения i_0 начальной ОИСЛ ($0, 50^\circ, 90^\circ$) и склонения Луны в диапазоне от $\delta_M = -28.6^\circ$ до $\delta_M = +28.6^\circ$, причем отдельно анализируются начальные условия для восходящей и нисходящей ветвей орбиты Луны. Выбранные наклонения начальной орбиты включают весь спектр перспективных научных задач, связанных с исследованием Луны, а диапазон ее склонений позволяет учесть все возможные условия при возвращении в любую дату.

Для расчета траекторий перелета к Земле решается задача условной минимизации. В качестве исходных данных для решения поставленной задачи приняты начальные условия движения КА на окололунной орбите. Предполагается, что импульс перехода на траекторию возврата должен быть приложен в течение текущего витка лунной орбиты. Под параметрами импульса понимается время его приложения t_e и три компоненты вектора импульса $\Delta \mathbf{v}_e$, т.е. четыре параметра.

С целью упрощения решения поставленной задачи был принят следующий подход. В качестве аргумента оптимизации используются три компоненты вектора асимптотической скорости \mathbf{v}_∞ относительно Луны. Момент приложения импульса t_e при заданной асимптотической скорости \mathbf{v}_∞ выбирается таким образом, чтобы обеспечить вектор этой скорости при минимальном импульсе $|\Delta \mathbf{v}_e|$. Таким образом, минимизируется функция

$$|\Delta \mathbf{v}_e| = f(\mathbf{v}_\infty) \rightarrow \min \tag{1.1}$$

при соблюдении некоторых ограничений в конечной точке траектории

$$g_j(\mathbf{v}_\infty) \leq 0, \quad j = \overline{1, m}. \tag{1.2}$$

Состав ограничений (1.2) выбирается в зависимости от решаемой задачи.

При поиске оптимальной траектории накладываются ограничения по радиусу условного перигея и прохождению плоскости траектории перелета через заданную точку посадки на поверхности Земли (базовые ограничения):

$$\begin{aligned} g_0 &= |r_\pi(\mathbf{v}_\infty) - r_{\pi 0}| - \varepsilon_r \leq 0, \\ g_1 &= |b(\mathbf{v}_\infty)| - \varepsilon_b \leq 0. \end{aligned} \tag{1.3}$$

Здесь $r_\pi(\mathbf{v}_\infty)$ – радиус условного перигея, $r_{\pi 0}$ – его требуемое значение, $b(\mathbf{v}_\infty)$ – боковое расстояние между плоскостью траектории перелета и точкой посадки, $\varepsilon_r, \varepsilon_b$ – точности выполнения ограничений по радиусу перигея и боковой дальности.

Кроме базовых ограничений на параметры траектории возврата могут накладываться дополнительные ограничения по дальности от точки входа до полигона посадки, наклонению и/или длительности перелета. Наличие дополнительных ограничений может приводить лишь к увеличению импульса по сравнению с оптимальной траекторией.

Все расчеты параметров траекторий возврата выполнялись с использованием численного интегрирования в модели движения, учитывающей гармоники гравитационных полей Земли и Луны, торможение в верхней атмосфере Земли и световое давление.

Используемая методика расчета траекторий перелета при наличии базовых и дополнительных ограничений описана в работе [2], а используемый численный метод – в [3].

2. Восходящая и нисходящая траектории. Рассмотрим модельную задачу для сферической Земли, которая “заморожена” (т.е. не вращается) в момент входа КА в атмосферу. В этом случае долгота упрежденной точки прицеливания $\tilde{\lambda}_t$ (которая учитывает вращение Земли) совпадает с долготой цели λ_t : $\tilde{\lambda}_t = \lambda_t$. Будем называть *плоскостью прицеливания* с наклонением i_t плоскость, которая проходит через точку входа $(\varphi_{en}, \lambda_{en}, h_{en})$, упрежденную точку прицеливания $(\varphi_t, \tilde{\lambda}_t, h_t)$ и

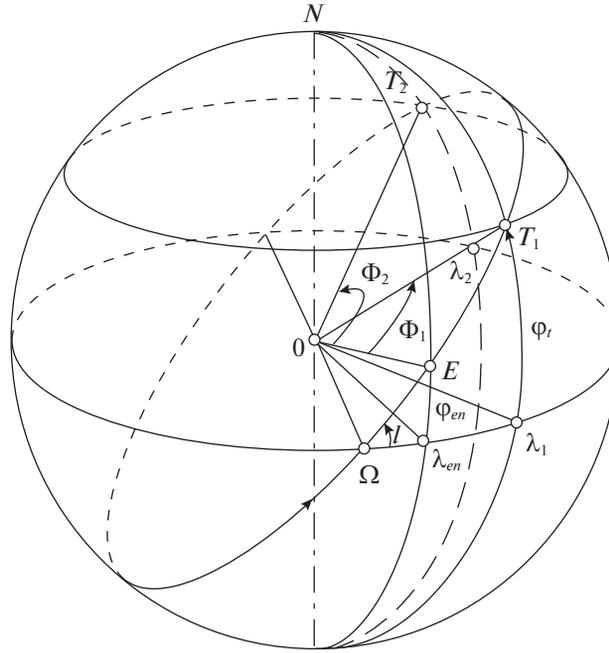


Рис. 1. Схема посадки на восходящей (T_1) и нисходящей траекториях (T_2)

центр Земли. Здесь φ_{en} , λ_{en} – широта и долгота точки входа, $h_{en} = 100$ км – высота точки входа, φ_t , h_t – широта и высота цели. Если плоскость подлетной траектории совпадает с плоскостью прицеливания, то требуется минимальный боковой маневр для приведения КА в район посадки.

Наклонение плоскости прицеливания определяется формулой [1]

$$i_i = \arccos \frac{\sin(\lambda_t - \lambda_{en}) \cos \varphi_{en} \cos \varphi_t}{\sin \Phi_\Sigma}, \quad (2.1)$$

где Φ_Σ – угловая дальность от точки входа до цели.

Если наклонение плоскости прицеливания больше широты точки цели ($i_i > \varphi_t$), то существуют две точки пересечения траектории посадочного витка с параллелью цели φ_t (рис. 1). Точка T_1 соответствует подлету на *восходящей* траектории без пересечения параллели цели, а точка T_2 – подлету на *нисходящей* траектории с пересечением параллели цели. Эти траектории при одинаковом наклонении (2.1) имеют разную угловую дальность от точки входа в атмосферу E до точек цели T_1 и T_2 , соответственно $\Phi_1 \leq \pi/2$ и $\Phi_2 = \pi - \Phi_1 \geq \pi/2$.

При заданной дальности спуска Φ_i , $i = 1, 2$, долгота точки входа определяется соотношением

$$\lambda_{eni} = \lambda_{ti} - \arccos \frac{\cos \Phi_i - \sin \varphi_{en} \sin \varphi_t}{\cos \varphi_{en} \cos \varphi_t}. \quad (2.2)$$

Формула (2.2) справедлива, если выполнено условие

$$\left| \frac{\cos \Phi_i - \sin \varphi_{en} \sin \varphi_t}{\cos \varphi_{en} \cos \varphi_t} \right| \leq 1, \quad (2.3)$$

которое накладывает ограничения на угловую дальность Φ_i при заданной широте цели φ_t и рассматриваемой широте точки входа φ_{en} . Из условия (2.3) следуют такие ограничения:

$$\Phi_i \geq \varphi_t - \varphi_{en} \quad (2.4)$$

и

$$\Phi_i \leq 180^\circ - (\varphi_t + \varphi_{en}). \quad (2.5)$$

Для широты цели $\varphi_t = 51.5^\circ$ с учетом условий (2.4) и (2.5) имеем ограничения на линейную дальность по поверхности Земли $L_i = R_E \Phi_i$ ($R_E = 6371$ км) от точки входа в атмосферу до цели:

$$L_{\min} \leq L \leq L_{\max}, \quad (2.6)$$

где границы диапазона (2.6) задаются соотношениями

$$L_{\max} = (51.5^\circ - \varphi_{en}) \times 111.11 \text{ км/град} \quad (2.7)$$

– предельная минимальная дальность спуска и

$$L_{\min} = (128.5^\circ - \varphi_{en}) \times 111.11 \text{ км/град} \quad (2.8)$$

– предельная максимальная дальность спуска.

Согласно (2.7) и (2.8), ширина диапазона возможных дальностей спуска

$$L_{\max} - L_{\min} \approx 8560 \text{ км}$$

не зависит от широты точки входа φ_{en} .

Знаки равенства в соотношениях (2.4) и (2.5) определяют угловые дальности минимальной предельной траектории:

$$\Phi_{\min} = \varphi_t - \varphi_{en} \quad (2.9)$$

и максимальной:

$$\Phi_{\max} = 180^\circ - (\varphi_t + \varphi_{en}). \quad (2.10)$$

Обе предельные траектории (2.9) и (2.10) имеют наклонение 90° , т.е. направлены по меридиану, причем траектория минимальной дальности Φ_{\min} является восходящей, а траектория максимальной дальности Φ_{\max} – нисходящей и подходит к цели через Северный полюс. При фиксированной широте цели φ_t , предельные траектории зависят от широты точки входа φ_{en} , т.е. от даты возвращения с ОИСЛ.

3. Граничная траектория. Будем называть *граничной* подлетную траекторию, наклонение которой i_{orb}^* равно широте цели φ_t , т.е.

$$i_{orb}^* = \varphi_t. \quad (3.1)$$

Наклонение граничной траектории определяет предел, при котором еще возможно приведение КА к месту посадки без существенного бокового маневра. Граничная траектория разделяет восходящие и нисходящие траектории подлета к цели, поэтому ее удобно использовать для определения типа траектории спуска, восходящей или нисходящей.

С учетом (3.1) угловая дальность граничной траектории Φ^* от точки входа до цели вычисляется по формуле

$$\Phi^* = \arccos \frac{\sin \varphi_{en}^*}{\sin \varphi_t} = \arccos \frac{\sin \varphi_{en}^*}{\sin i_{orb}^*}, \quad (3.2)$$

где φ_{en}^* – широта точки входа в атмосферу при подлете по граничной траектории. Долгота точки входа λ_{en}^* связана с долготой цели соотношением

$$\lambda_{en}^* = \lambda_t - \arccos \frac{\text{tg} \varphi_{en}}{\text{tg} \varphi_t}. \quad (3.3)$$

Условия (3.1)–(3.3) полностью определяют граничную траекторию возвращения КА при заданных координатах цели. Соотношение (3.2) позволяет вычислить линейную дальность граничной траектории L^* от точки входа в атмосферу до цели по поверхности Земли:

$$L^* = \Phi^* \times 111.11 \text{ км/град}. \quad (3.4)$$

Для определения типа траектории подлета КА к цели, восходящей или нисходящей, используется следующий простой алгоритм. Широта точки входа в атмосферу φ_{en} считается заданной с учетом положения Луны в момент отлета КА на траекторию Луна–Земля. По формуле (3.3) вычисляется долгота λ_{en}^* точки входа для граничной траектории. Пусть λ_{en} – долгота планируемой

точки входа в атмосферу, соответствующая заданной дальности спуска L_Σ . Если выполняется условие

$$\lambda_{en} > \lambda_{en}^*,$$

то КА подлетает к цели по восходящей траектории (без пересечения параллели цели). Если выполняется условие

$$\lambda_{en} < \lambda_{en}^*,$$

то КА подлетает к цели по нисходящей траектории (с пересечением параллели цели).

При рассмотрении модельной задачи движения КА после возвращения от Луны Земля предполагалась “замороженной” в момент входа в атмосферу, т.е. ее угловая скорость $\omega_E = 0$. Это позволило упростить геометрию привязки точки входа в атмосферу и точки цели для получения простых математических соотношений. Учтем теперь вращение Земли за время t_Σ движения КА от точки входа в атмосферу до цели.

Долгота упрежденной точки прицеливания $\tilde{\lambda}_t$ отличается от долготы точки цели λ_t на угол поворота Земли за время t_Σ движения КА от точки входа до упрежденной точки прицеливания:

$$\tilde{\lambda}_t = \lambda_t + \omega_E t_\Sigma,$$

где $\omega_E = 1/240$ град/с – угловая скорость вращения Земли. Широта упрежденной точки прицеливания равна широте цели:

$$\tilde{\varphi}_t = \varphi_t.$$

По результатам статистических расчетов спуска КА в атмосфере получена приближенная формула для вычисления t_Σ :

$$t_\Sigma = 900c + 0.125c/\text{км} (L - 500 \text{ км}) \quad (3.5)$$

(для дальностей $4000 \text{ км} \leq L \leq 10500 \text{ км}$).

С учетом поправки на вращение Земли $\omega_E t_\Sigma$ можно записать формулу (2.2), определяющую долготу точки входа:

$$\lambda_{eni} = \lambda_t + \omega_E t_{\Sigma i} - \arccos \frac{\cos \Phi_i - \sin \varphi_{en} \sin \varphi_t}{\cos \varphi_{en} \cos \varphi_t}, \quad (3.6)$$

где λ_t – долгота цели, время движения $t_{\Sigma i}$ вычисляется по формуле (3.5) в зависимости от дальности спуска L_i , $i = 1, 2$.

4. Условия подлета к Земле. Скорость входа КА в атмосферу Земли V_{en} близка к параболической на высоте условной границы атмосферы и может отличаться от нее в пределах от -100 м/с (эллиптическая траектория возвращения) до $+200$ м/с (гиперболическая траектория возвращения) [4]. Угол входа в атмосферу θ_{en} зависит от высоты условного перигея h_p . Координаты точки входа (широта φ_{en} и долгота λ_{en}) определяют дальность спуска до точки цели L_Σ . Указанные параметры являются определяющими для траектории спуска.

Оценим диапазон возможных широт точек входа φ_{en} при возвращении КА, который зависит от склонения Луны в момент отлета и угловой дальности от точки входа в атмосферу до условного перигея.

Угловая дальность ϑ_{en} от точки входа КА в атмосферу до условного перигея определяется высотой условного перигея h_p . Для рассматриваемого коридора входа по высоте условного перигея и параболической скорости входа имеем следующие значения угловой дальности ϑ_{en} и углов входа θ_{en} [1]:

h_p , км	45	52.5	60
ϑ_{en} , град	-10.6	-9.7	-9.0
θ_{en} , град	-5.32	-4.87	-4.53

Знак минус у ϑ_{en} означает, что точка входа в атмосферу находится до перигея. Угол входа θ_{en} однозначно связан с высотой условного перигея [5].

При склонении Луны $i_M = 28.6^\circ$ широта точки входа КА в атмосферу будет принадлежать диапазону

$$-40.6^\circ \leq \varphi_{en} \leq -19.6^\circ. \quad (4.1)$$

Левая граница соответствует траектории входа с низким перигеем, а правая — с высоким перигеем.

При склонении Луны $i_M = -28.6^\circ$ широта точки входа ВА в атмосферу будет принадлежать диапазону

$$18.0^\circ \leq \varphi_{en} \leq 19.6^\circ. \quad (4.2)$$

Левая граница также соответствует траектории входа с низким перигеем, а правая — с высоким перигеем.

Рассматривается возвращение КА от Луны в любую дату, поэтому широта точки входа в атмосферу может быть любой в диапазоне, границы которого определяются условиями (4.1) и (4.2):

$$-40.6^\circ \leq \varphi_{en} \leq 19.6^\circ. \quad (4.3)$$

Если скорость входа отличается от параболической, то границы диапазона (4.3) могут раздвигаться на $1-2^\circ$. Долгота точки входа определяется формулой (3.6) для заданной угловой дальности спуска Φ и рассматриваемой широты точки входа.

Алгоритм управления при спуске в атмосфере должен обеспечивать приведение КА к месту посадки для любых широт точек входа в атмосферу, принадлежащих диапазону (4.3) и соответствующих дальностей спуска.

5. Потребные импульсы схода с ОИСЛ и достаточные дальности спуска для возвращения от Луны в любую дату. Расчеты траекторий перелета от импульсного ухода с ОИСЛ до входа в атмосферу Земли проводились для следующих склонений Луны, град: -28.6 , -14.0 , 0 , $+14.0$, $+28.6$, причем для нулевого склонения рассматривались оба узла, восходящий и нисходящий, а для средних склонений — положение КА на нисходящей ветви и на восходящей ветви орбитального движения Луны. В восходящем узле Луна переходит из южной полусферы в северную, а в нисходящем узле — из северной полусферы в южную. Условия возвращения на нисходящей ветви существенно отличаются от условий возвращения на восходящей ветви.

Рассмотренные склонения Луны включают все возможные начальные условия, благоприятные и неблагоприятные, при возвращении КА в любую дату.

Для каждого склонения Луны исследовались три наклонения начальной ОИСЛ (к плоскости лунного экватора): $i_0 = 0$ (экваториальная орбита), $i_0 = 50^\circ$ (орбита со средним наклонением), $i_0 = 90^\circ$ (полярная орбита). Этот диапазон наклонений включает все перспективные ОИСЛ, которые представляют практический интерес.

Высота околоразумной начальной ОИСЛ выбрана порядка 100 км; она мало влияет на рассматриваемую задачу. Во всех расчетах высота условного перигея траектории возвращения одинакова: $h_p = 52.5$ км, т.е. середина коридора входа для спускаемого аппарата с малым аэродинамическим качеством (прядка 0.3).

Терминальный алгоритм управления спуском КА в атмосфере (ТАУС), основанный на принципах монографии [6], детально описан в [7] и в этой статье не рассматривается.

Применительно к выбранному в качестве примера месту посадки с координатами широта $\varphi_t = 51.5$ с.ш., долгота $\lambda_t = 56^\circ$ в.д. на рис. 2 показаны границы дальностей спуска L_{\min} (2.7), L_{\max} (2.8) и дальность граничной траектории L^* (3.4) для рассматриваемых широт точек входа в модельной задаче. Широта точки входа зависит от даты возвращения от Луны. С помощью построенных модельных зависимостей можно установить, в частности, что минимальная дальность спуска в атмосфере L_{\min} не может быть меньше 3500 км, а максимальная дальность L_{\max} не может быть больше 18700 км.

Построенные для модельной задачи пределы (L_{\min} , L_{\max}), а также дальность граничной траектории L^* в зависимости от широты точки входа в атмосферу φ_{en} (т.е. даты возвращения) адекватно отражают физическую суть задачи, что подтверждается результатами численного решения задач условной минимизации. Предельные значения дальности (L_{\min} , L_{\max}) практически совпали с модельными зависимостями. Граничная дальность L^* , как правило, соответствует оптимальному импульсному маневру (т.е. минимальному импульсу), но при численном решении дальность спуска может в отдельных точках не совпадать с модельным решением, что объясняется пологим

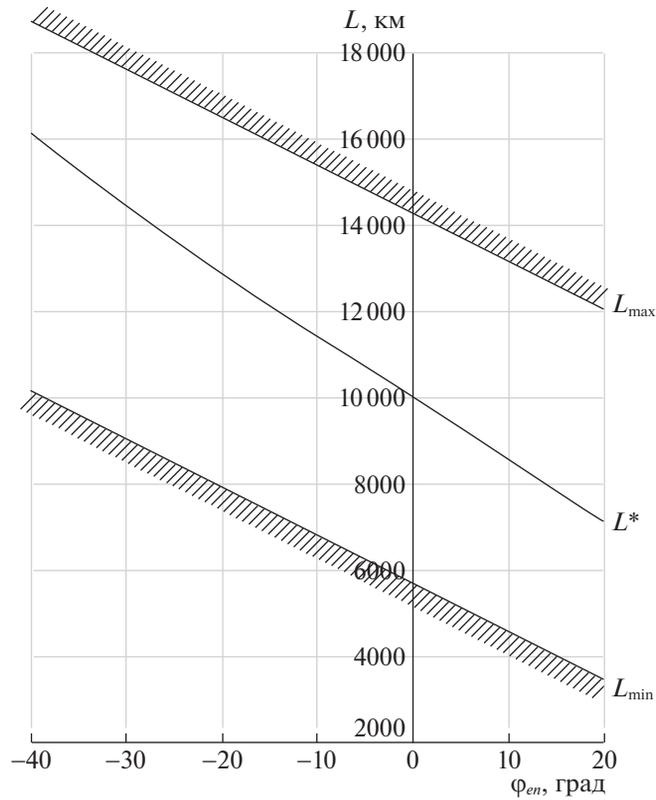


Рис. 2. Пределы дальностей спуска и дальность граничной (оптимальной) траектории при посадке на широте 51.5°

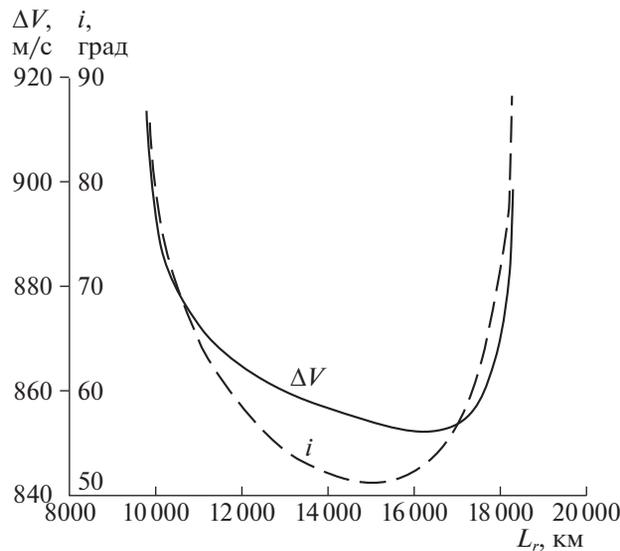


Рис. 3. Пример изменения импульса отлета с ОИСЛ и наклона подлетной траектории от дальности спуска

минимумом зависимости величины импульса от дальности спуска $\Delta V(L_r)$. Типичный пример такой зависимости показан на рис. 3 для возвращения с ОИСЛ, имеющей наклонение 50° при склонении Луны $+28.5^\circ$. Здесь i_{orb} — это наклонение плоскости подлетной траектории к Земле. Численными расчетами установлено также, что наклонение ОИСЛ в диапазоне $0-90^\circ$ практически не влияет на значения предельных (L_{min} , L_{max}) и граничной L^* дальностей.

Таблица 1. Оптимальные траектории возвращения от Луны

Параметры	Наклонение орбиты ИСЛ, град		
	0	50	90
Склонение Луны -28.6° . Дата отлета 2025/04/18			
Импульс ухода с ОИСЛ, м/с	903	832	828
Долгота восходящего узла ОИСЛ, град	–	20	30
Время перелета Луна–Земля, сут	4.11	4.20	4.13
Широта точки входа, град	20.08	19.92	20.50
Долгота точки входа, град	349.58*	314.06	339.66
Дальность спуска, км	7014	9505	7693
Склонение Луны -14° (восходящая ветвь). Дата отлета 2025/04/23			
Импульс ухода с ОИСЛ, м/с	1070	883	890
Долгота восходящего узла ОИСЛ, град	–	110	80
Время перелета Луна–Земля, сут	3.62	4.67	3.68
Широта точки входа, град	4.44	7.78	5.23
Долгота точки входа, град	341.56	341.56	338.97
Дальность спуска, км	8971	8673	9087
Склонение Луны 0 (восходящий узел). Дата отлета 2025/04/25			
Импульс ухода с ОИСЛ, м/с	1110	908	906
Долгота восходящего узла ОИСЛ, град	–	–60	130
Время перелета Луна–Земля, сут	3.65	4.62	4.65
Широта точки входа, град	–8.90	–7.33	–6.11
Долгота точки входа, град	328.74	324.9	329.34
Дальность спуска, км	11091	11227	10799
Склонение Луны $+14^\circ$ (восходящая ветвь). Дата отлета 2025/04/27			
Импульс ухода с ОИСЛ, м/с	1097	907	907
Долгота восходящего узла ОИСЛ, град	–	–30	–20
Время перелета Луна–Земля, сут	5.71	4.70	4.69
Широта точки входа, град	–18.74	–20.82	–21.11
Долгота точки входа, град	317.76	318.79	323.73
Дальность спуска, км	12749	12853	12522
Склонение Луны $+28.6^\circ$. Дата отлета 2025/05/02			
Импульс ухода с ОИСЛ, м/с	921	852	854
Долгота восходящего узла ОИСЛ, град	–	–120	–120
Время перелета Луна–Земля, сут	5.24	5.32	6.26
Широта точки входа, град	–33.96	–33.71	–32.3
Долгота точки входа, град	302.31	285.43	307.06
Дальность спуска, км	15115	16298	14646
Склонение Луны $+14^\circ$ (нисходящая ветвь). Дата отлета 2025/05/05			
Импульс ухода с ОИСЛ, м/с	828	820	835
Долгота восходящего узла ОИСЛ, град	–	80	80
Время перелета Луна–Земля, сут	4.57	4.50	4.46
Широта точки входа, град	–22.78	–24.07	–25.06
Долгота точки входа, град	313.26	342.87	0.54
Дальность спуска, км	13420	11444	10430
Склонение Луны 0 (нисходящий узел). Дата отлета 2025/04/11			
Импульс ухода с ОИСЛ, м/с	816	815	817

Таблица 1. Окончание

Параметры	Наклонение орбиты ИСЛ, град		
	0	50	90
Долгота восходящего узла ОИСЛ, град	—	110	110
Время перелета Луна–Земля, сут	4.44	4.40	4.38
Широта точки входа, град	–9.69	–10.26	–10.63
Долгота точки входа, град	322.0	328.63	333.02
Дальность спуска, км	11651	11220	10937
Склонение Луны –14° (нисходящая ветвь). Дата отлета 25/04/13			
Импульс ухода с ОИСЛ, м/с	812	830	808
Долгота восходящего узла ОИСЛ, град	—	130	150
Время перелета Луна–Земля, сут	4.92	3.90	4.91
Широта точки входа, град	5.42	2.82	4.52
Долгота точки входа, град	336.84	335.36	333.69
Дальность спуска, км	9224	9564	9534

* Круговая долгота.

Из результатов численного анализа следует, что при любой дате возвращения граничная траектория с дальностью L^* обеспечивает спуск с минимальным боковым маневром и реализуется практически с минимальным импульсом ухода ΔV .

Основные параметры оптимальных траекторий возвращения приведены в табл. 1 для разных начальных условий по склонению Луны и наклонению орбиты ИСЛ.

В случае максимального склонения Луны $+28.6^\circ$ минимальный потребный импульс для ухода с ОИСЛ находится в диапазоне 850–920 м/с для начальной орбиты с наклонением $0-90^\circ$ относительно экватора Луны. Время перелета Луна–Земля составляет 5.2–6.3 сут, дальность от точки входа КА в атмосферу до места посадки находится в диапазоне 7000–16300 км.

При минимальном склонении Луны -28.6° минимальный потребный импульс для ухода с ОИСЛ находится в диапазоне 830–900 м/с. Время перелета Луна–Земля составляет 4.1–4.2 сут, дальность от точки входа КА в атмосферу до места посадки находится в диапазоне 7000–9500 км.

Для реального (не импульсного) маневра ухода характеристическая скорость увеличивается на величину гравитационных потерь (зависят от начальной тяговооруженности КА) и потери на управление (зависят от программы тангажа).

Возвращение КА, когда Луна находится вблизи узловых точек, зависит от узла. В нисходящем узле движение Луны по орбите способствует маневру ухода, и минимальный потребный импульс не превышает 820 м/с при любом наклонении ОИСЛ. В восходящем узле орбитальное движение препятствует маневру ухода, и минимальный потребный импульс находится в диапазоне 910–1050 м/с, причем с увеличением наклонения ОИСЛ величина импульса уменьшается.

В целом, при возвращении КА со стороны южного полушария Земли (для снижения перегрузки) на нисходящей ветви орбитального движения Луны условия для маневра возвращения лучше, чем на восходящей ветви.

При отрицательных склонениях Луны ($\delta_M < 0$) дальность граничных траекторий возвращения L^* (т.е. траекторий с минимальным импульсом) находится в диапазоне 7000–10000 км (рис. 2). При положительных склонениях Луны ($\delta_M > 0$) дальность граничных траекторий существенно больше: 10000–16000 км. В случае большой дальности спуска могут возникнуть трудности с обеспечением необходимой точности приведения КА к месту посадки. Поэтому отдельно рассмотрена фиксированная дальность спуска: 10000 км. Эта дальность достаточна для возвращения от Луны в любую дату и может быть реализована со средним по величине импульсом ухода с ОИСЛ.

Результаты сравнения траекторий возвращения оптимальной и с фиксированной дальностью спуска 10000 км приведены в табл. 2. Для максимального склонения Луны длительность перелета при оптимальном маневре на 0.2 сут больше, импульс ухода на 40–80 м/с меньше, а дальность спуска находится в диапазоне 14600–16300 км. Для минимального склонения Луны

Таблица 2. Параметры оптимальных траекторий и траекторий с дальностью 10000 км

Траектория	Оптимальная			Дальность 10000 км		
Параметры	Наклонение ОИСЛ, град					
	0	50	90	0	50	90
Склонение Луны -28.6° . Дата отлета 25/04/18						
Импульс ухода с ОИСЛ, м/с	903	832	828	930	833	840
Время перелета Луна–Земля, сут	4.11	4.20	4.13	4.16	4.23	4.22
Дальность спуска, км	7014	9505	7693	10000		
Склонение Луны -14° (восходящая ветвь). Дата отлета 2025/04/23						
Импульс ухода с ОИСЛ, м/с	1070	883	890	1072	886	892
Время перелета Луна–Земля, сут	3.62	4.67	3.68	3.66	4.72	3.71
Дальность спуска, км	8971	8673	9087	10000		
Склонение Луны 0 (восходящий узел). Дата отлета 2025/04/25						
Импульс ухода с ОИСЛ, м/с	1100	910	906	1111	910	907
Время перелета Луна–Земля, сут	3.65	4.62	4.65	3.61	4.57	4.62
Дальность спуска, км	11091	11.227	10 799	10000		
Склонение Луны $+14^\circ$ (восходящая ветвь). Дата отлета 2025/04/27						
Импульс ухода с ОИСЛ, м/с	1097	907	907	1105	921	919
Время перелета Луна–Земля, сут	5.71	4.70	4.69	5.60	4.58	4.58
Дальность спуска, км	12749	12853	12522	10000		
Склонение Луны $+28.6^\circ$. Дата отлета 2025/05/02						
Импульс ухода с ОИСЛ, м/с	921	852	854	1006	895	894
Время перелета Луна–Земля, сут	5.24	5.32	6.26	4.98	5.01	6.04
Дальность спуска, км	15115	16298	14 646	10000		
Склонение Луны $+14^\circ$ (нисходящая ветвь). Дата отлета 2025/05/05						
Импульс ухода с ОИСЛ, м/с	828	820	835	861	827	835
Время перелета Луна–Земля, сут	4.57	4.50	4.46	4.42	4.44	4.43
Дальность спуска, км	13420	11444	10430	10000		
Склонение Луны 0 (нисходящий узел). Дата отлета 2025/04/11						
Импульс ухода с ОИСЛ, м/с	816	815	817	820	817	818
Время перелета Луна–Земля, сут	4.44	4.40	4.38	4.38	4.35	4.35
Дальность спуска, км	11651	11 220	10937	10000		
Склонение Луны -14° (нисходящая ветвь). Дата отлета 2025/04/13						
Импульс ухода с ОИСЛ, м/с	812	830	808	813	830	808
Время перелета Луна–Земля, сут	4.92	3.90	4.91	4.95	3.92	4.93
Дальность спуска, км	9224	9564	9534	10000		

длительности перелета практически совпадают, импульс ухода на 3–30 м/с меньше, а дальность спуска находится в диапазоне 7000–9500 км.

Вблизи узловых точек орбиты Луны величины импульсов ухода и времени перелета практически не различаются, а дальности спуска при оптимальном маневре на 800–1700 км больше.

Условие возвращения в любую дату, т.е. при любом склонении Луны, формирует расчетные случаи, т.е. максимальный потребный импульс ухода, наибольшую длительность перелета Луна–Земля и максимальную дальность спуска. В табл. 3 приведены расчетные параметры в случае оптимального ухода и для фиксированной дальности спуска 10000 км. Видно, что никакого различия по величине импульса ухода и по времени перелета практически нет, но при оптимальном уходе дальность спуска существенно больше 10000 км (до 15000–16000 км).

Таблица 3. Расчетные параметры траекторий возвращения

Параметры	Оптимальный уход			Дальность 10000 км		
	0	50	90	0	50	90
Наклонение ОИСЛ, град	0	50	90	0	50	90
Импульс ухода, м/с	1100	910	907	1100	920	920
Время перелета, сут	5.2	5.3	6.3	5.6	5.0	6.0
Дальность спуска, км	15100	16300	14600	10000		

Таблица 4. Параметры траекторий возвращения от Луны при вариации долготы восходящего узла $\lambda_{в.у}$ ОИСЛ

$\lambda_{в.у}$, град	Первый экстремум				Второй экстремум			
	ΔV , м/с	$t_{пр}$, сут	i_{orb} , град	L_r , км	ΔV , м/с	$t_{пр}$, сут	i_{orb} , град	L_r , км
110	817	4.383	51.6	10937				
111	816	4.417	51.4	11851				
112	816	4.454	52.8	12752				
113	817	4.485	55.3	13516				
114	820	4.514	58.8	14148				
115	825	4.538	62.7	14643				
116	831	4.561	67.5	15022				
117	839	4.582	72.5	15313				
118	848	4.600	77.1	15497	884	5.196	78.6	7119
119	858	4.619	82.7	15630	868	5.208	75.4	7229
120	870	4.642	89.6	15684	853	5.226	71.0	7440
121					841	5.241	67.8	7644
122					831	5.258	64.3	7930
123					822	5.280	60.5	8350
124					816	5.307	56.9	8909
125					812	5.339	53.7	9660
126					811	5.377	51.7	10609
127					811	5.418	51.4	11671
128					813	5.455	53.0	12617

Из проведенного анализа условий возвращения следует, что требования минимального импульса ухода и ограниченной дальности спуска являются противоречивыми и решение может быть только компромиссным. Таким компромиссным решением может быть дальность спуска порядка 10000 км.

Все результаты численных расчетов получены при оптимальных значениях долготы восходящего узла ОИСЛ. Эту долготу необходимо учитывать при планировании лунной миссии. Величина импульса ухода существенно зависит от долготы восходящего узла ОИСЛ, которая может способствовать уходу с минимальным импульсом или резко увеличивать импульс ухода в неблагоприятной ситуации. Зависимость импульса от долготы восходящего узла может иметь локальные минимумы, что усложняет численное определение оптимальной долготы, которая обеспечивает глобальный минимум. В табл. 4 в качестве примера показано изменение величины импульса ухода ΔV , времени перелета Луна–Земля $t_{пр}$, наклонения подлетной траектории i_{orb} и дальности спуска L_r при вариации долготы восходящего узла $\lambda_{ан}$ в диапазоне 110–128°. При $\lambda_{ан} = 110–119^\circ$ минимальный импульс ухода реализуется с временем перелета меньше 5 сут на первом экстремуме, а при $\lambda_{ан} = 120–128^\circ$ – на втором экстремуме с временем перелета больше 5 сут.

Полученные результаты в модельной задаче и численном анализе позволяют оценить качественные и количественные значения параметров с учетом других требований. Например, при

ограниченном запасе топлива КА на уход можно определить диапазон допустимых склонений Луны для возвращения с ОИСЛ (“окно” возвращения). Так, при запасе топлива КА, который обеспечивает импульс порядка 900 м/с, возвращение возможно только на нисходящей ветви орбиты Луны, т.е. в течение 14 сут. Для возвращения на восходящей ветви орбиты Луны необходимо иметь запас топлива на импульс порядка 1100 м/с.

В случае ограниченной дальности спуска можно оценить потребный импульс на уход с ОИСЛ и др. Полученные результаты могут быть использованы в задаче планирования посадки на Луну и последующего возвращения с предварительным выведением КА на ОИСЛ.

Заключение. Рассмотрена проблема возвращения КА с ОИСЛ до входа в атмосферу Земли для последующей посадки в заданном месте на юге территории Российской Федерации. Построена модельная задача, которая наглядно описывает физическую сущность проблемы. Достоверность модели подтверждается большим объемом численных расчетов траекторий возвращения. Предложено решение, обеспечивающее компромисс между величиной импульса ухода (910–1100 м/с) при длительности перелета 5–6 сут и дальностью спуска от точки входа в атмосферу до места посадки (10000 км) для обеспечения возможности возвращения в любую дату с ОИСЛ в диапазоне наклонов 0–90°. Полученные результаты могут быть использованы для решения задач, связанных с определением допустимых “окон” возвращения при ограничении импульса на уход с ОИСЛ, при ограничении дальности спуска, при фиксированном наклоне ОИСЛ и др.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Евдокимов С.Н., Климанов С.И., Корчагин А.Н. и др.* Обеспечение посадки спускаемого аппарата на космодром “Восточный” при возвращении от Луны // Изв. РАН. ТиСУ. 2014. № 6. С. 136–152.
2. *Самотохин А.С., Тучин А.Г.* Оптимизация одноимпульсных траекторий возврата с орбиты искусственного спутника Луны // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2016. № 56. 24 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2016-56>
3. *Самотохин А.С.* Численный метод условной минимизации с использованием кэширования и модифицированной функции Лагранжа // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2016. № 39. 25 с. <https://doi.org/10.20948/prepr-2016-39>
4. *Егоров В.А.* Пространственная задача достижения Луны. М.: Наука, 1965. 224 с.
5. *Сихарулидзе Ю.Г.* Баллистика и наведение летательных аппаратов. М.: БИНОМ, 2011. 407 с.
6. *Охоцимский Д.Е., Голубев Ю.Ф., Сихарулидзе Ю.Г.* Алгоритмы управления космическим аппаратом при входе в атмосферу. М.: Наука, 1975, 400 с.
7. *Евдокимов С.Н., Климанов С.И., Корчагин А.Н. и др.* Модификация терминального алгоритма управления спуском при возвращении от Луны применительно к “усиленным” возмущениям // Космич. иссл. 2020. Т. 58. № 2. С. 149–164.