

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ

УДК 519.7

МЕТОД ФУНКЦИОНАЛЬНОГО ДИАГНОСТИРОВАНИЯ НЕДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ¹

© 2020 г. А. Н. Жирабок^{а,*}, Н. А. Калинина^а, А. Е. Шумский^а

^а Дальневосточный федеральный ун-т, Институт проблем морских технологий ДВО РАН,
Владивосток, Россия

*e-mail: zhirabok@mail.ru

Поступила в редакцию 05.06.2019 г.

После доработки 10.12.2019 г.

Принята к публикации 27.01.2020 г.

Рассматривается задача функционального диагностирования систем ответственного назначения, описываемых моделью недетерминированного конечного автомата. Предлагается новый метод решения задачи, отличительной особенностью которого является использование математического аппарата алгебры покрытий. Особенности и преимущества метода иллюстрируются на примере задачи мониторинга ошибок операторов ИТ-системы.

DOI: 10.31857/S0002338820040150

Введение. Модель конечного автомата (КА) широко используется для описания технических объектов и их подсистем, поведение которых характеризуется, во-первых, наличием конечного числа состояний и, во-вторых, переходами между этими состояниями, инициируемыми внешними воздействиями и/или условиями функционирования; эти воздействия и условия ниже рассматриваются как входы автомата. В зависимости от полноты знаний об объекте диагностирования (ОД) и степени определенности окружающей среды могут быть использованы различные виды этой модели, включая модель детерминированного конечного автомата (ниже также КА) и модель недетерминированного конечного автомата (НДКА). Отличительной особенностью последней модели является то, что она допускает возможность существования для некоторых состояний автомата переходов в различные состояния, инициируемых одним и тем же входом автомата.

Ряд решений диагностических задач на основе моделей КА в различной постановке был получен с использованием математического аппарата парной алгебры разбиений [1], см., например, [2–4]. В работах [5–7] аппарат парной алгебры разбиений был также использован для случая моделей НДКА в приложении к задачам обнаружения и диагностирования ошибок человека-оператора на рельсовом транспорте и в ИТ-системах соответственно.

Заметим, что задача диагностирования ошибок человека-оператора представляет самостоятельный интерес, что подтверждается значительным числом публикаций на эту тему в зарубежной литературе. Так в работе [8] рассматривалась задача обнаружения и классификации ситуаций, приводящих к ошибкам человека-оператора на рельсовом транспорте. В [9] изучалась задача обработки последствий возникновения непредвиденных ситуаций, в [10] – задача оперативного обнаружения и предотвращения непредвиденных ситуаций, в основе решения которой лежала прямая оценка эмоционального и психологического состояния человека-оператора.

Подход работы [10] ориентирован на непосредственное выявление пограничных состояний (потеря внимания, перевозбуждение и т.п.) человека-оператора, которые могут привести к фатальным последствиям. Недостаток такого подхода – необходимость использования датчиков (часть из которых непосредственно контактирует с человеком-оператором), стоимость которых достаточно высока и надежность работы которых не гарантирована. Поэтому в не критических ситуациях, не связанных с непосредственной угрозой жизни и здоровью человека либо значительными материальными потерями, целесообразно применение поведенческого подхода, пред-

¹ Работа поддержана грантом Российского научного фонда № 16-19-00046-П.

полагающего использование математических моделей, в частности, модели конечного автомата для описания поведения человека-оператора [11].

В настоящей статье предлагается новый метод решения задачи диагностирования НДКА, отличительной особенностью которого является использование математического аппарата парной алгебры покрытий. Преимущество нового метода (по сравнению с известными) состоит в том, что с его помощью в ряде случаев можно увеличить глубину диагностирования. Результаты применения полученных результатов иллюстрируются на примере задачи мониторинга ошибок операторов ИТ-системы, ранее описанной в [7].

1. Постановка задачи. Пусть ОД в исправном состоянии описывается моделью НДКА следующего вида:

$$A = (I, S, O, \delta, \lambda), \quad (1.1)$$

где $I = \{i_1, i_2, \dots, i_q\}$, $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ и $O = \{o_1, o_2, \dots, o_l\}$ – конечные множества входов, состояний и выходов автомата, δ – функция переходов из одного состояния в другое:

$$s^+ = \delta(s, i), \quad (1.2)$$

λ – функция выхода:

$$o = \lambda(s). \quad (1.3)$$

В (1.2) и (1.3) $s^+ \in S_{(s,i)}^+$ – состояние, имеющее место после перехода из состояния $s \in S$ под воздействием входа $i \in I$, $S_{(s,i)}^+ \subseteq S$ – множество всех состояний, достижимых из состояния $s \in S$ под воздействием входа $i \in I$, и $o \in O$ – выход, формируемый автоматом в состоянии $s \in S$. Для удобства ниже используется табличное задание функций переходов и выходов. Исходная модель (1.1) может также быть не полностью определенной, т.е. допускать не совместимые (невозможные, не приводящие к переходу) пары (s, i) , $s \in S, i \in I$.

Неисправности в ОД могут приводить к реализации не предусмотренных в (1.2) переходов. Пусть вследствие неисправности имеет место ошибка перехода $e_p : (s' \rightarrow s'')_{(s_k, i_g)}$ (номер ошибки p соответствует номеру неисправности), при которой вместо перехода из состояния s_k под воздействием входа i_g в состояние $s' \in S_{(s_k, i_g)}^+$ происходит переход в состояние $s'' \notin S_{(s_k, i_g)}^+$. Ниже рассматриваются только однократные ошибки и предполагается, что список всех ошибок $E = \{e_1, e_2, \dots, e_N\}$, к которым могут приводить возможные в ОД неисправности, известен.

Цель статьи состоит в изложении метода синтеза схемы диагностирования, позволяющей осуществлять обнаружение факта возникновения ошибки и определение вида этой ошибки.

Введем автомат A_p :

$$A_p = (I, S, O, \delta_p, \lambda), \quad (1.4)$$

функция переходов δ_p которого получается дополнением функции переходов δ автомата A переходом, соответствующим ошибке e_p . Следуя [7], рассмотрим схему диагностирования, представленную на рисунке. Здесь A_p^D – КА, описываемый моделью

$$A_p^D = (I \times O, S_p^D, \delta_p^D), \quad (1.5)$$

получаемый путем детерминизации автомата A_p . Функция переходов автомата A_p^D задается в виде $\delta_p^D : I \times O \times S_p^D \rightarrow S_p^D$, где $S_p^D = \{s_{p,1}^D, s_{p,2}^D, \dots, s_{p,n_p}^D\}$ – конечное множество состояний этого автомата и n_p – число его состояний, $n_p \leq n$.

Для согласованного функционирования КА, описываемых моделями (1.4) и (1.5), их состояния должны удовлетворять определенным условиям. Так, в работе [7] предполагалось существование отображения $\varphi_p : S_p \rightarrow S_p^D$, такого, что в случае ошибки e_p выполняется равенство

$$s_p^D = \varphi_p(s). \quad (1.6)$$

Известно, что отображение $\varphi_p : S_p \rightarrow S_p^D$ задает на множестве S_p разбиение, так что использование отображений вида (1.6) с необходимостью приводит к алгебре разбиений. Поскольку целью

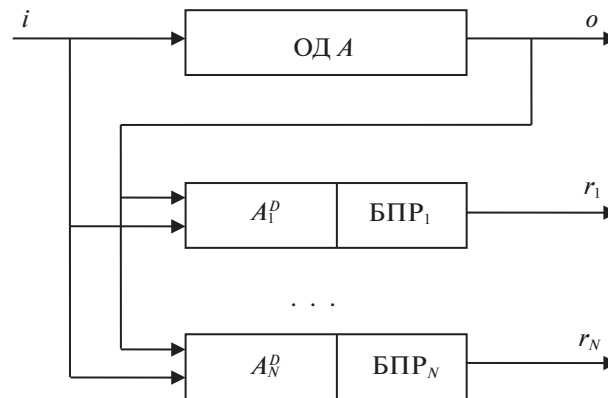


Рисунок. Схема диагностирования автомата A

работы является применение более общей алгебры покрытий, отображение $\varphi_p : S_p \rightarrow S_p^D$ следует заменить также более общим понятием отношения и предполагать, что в случае ошибки e_p пара (s_p^D, s) удовлетворяет некоторому отношению

$$(s_p^D, s) \in \Phi_p \subseteq S_p^D \times S. \quad (1.7)$$

Принимая во внимание (1.3), можно также ввести отношение

$$\Psi_p \subseteq S_p^D \times O, \quad (1.8)$$

справедливое для всех пар (s_p^D, o) , для которых одновременно выполняется (1.3) и (1.7).

Заметим, что поскольку все переходы, задаваемые функцией δ , включаются во множество переходов, задаваемых функцией δ_p , отношения (1.7) и (1.8) будут также справедливы и в случае исправного функционирования ОД. Заметим также, что снятие требования существования отображения φ_p , удовлетворяющего (1.6), и замена его отношением Φ_p позволяет обеспечить преимущество предлагаемого метода. Отношение Φ_p (наряду с Ψ_p) будет основной конструкцией, используемой при синтезе схемы диагностирования.

Блок принятия решений (БПР) осуществляет проверку выполнения отношения (1.8). При этом в случае отсутствия ошибок, а также при возникновении ошибки e_p БПР формирует невязку $r_p = 0$. Для обнаружения ошибки $e_j, j \neq p$, БПР формирует невязку $r_p = 1$, что предполагает нарушение отношения (1.8).

Синтез схемы диагностирования включает решение следующих задач:

- 1) синтез КА $A_p^D, 1 \leq p \leq N$ (предполагает нахождение отношений $\Phi_p, 1 \leq p \leq N$);
- 2) синтез БПР (предполагает формирование отношений $\Psi_p, 1 \leq p \leq N$);
- 3) оценку возможности обнаружения и диагностики ошибок на основе получаемой схемы диагностирования.

2. Математические конструкции. В настоящем разделе дается краткое изложение конструкций парной алгебры покрытий как более общего случая конструкций парной алгебры разбиений в приложении к НДКА. Основными конструкциями рассматриваемой алгебры являются покрытия множества S . Напомним, что покрытием π множества S называется множество его подмножеств (блоков покрытия) $\{B_{\pi_1}, B_{\pi_2}, \dots, B_{\pi_v}\}$, таких, что

$$B_{\pi_k} \subseteq S, \quad \bigcup_{k=1}^v B_{\pi_k} = S, \quad B_{\pi_k} \subseteq B_{\pi_j} \Rightarrow B_{\pi_k} = B_{\pi_j}.$$

Заметим, что в случае выполнения дополнительного требования

$$B_{\pi_k} \cap B_{\pi_j} = \emptyset, \quad k \neq j,$$

приведенная выше конструкция определяет разбиение множества S . Таким образом, разбиение некоторого множества является частным случаем покрытия этого множества. Отметим, что, воспользовавшись правилом

$$s \equiv s'(\pi_\varphi) \Leftrightarrow \varphi(s) = \varphi(s'), \quad s, s' \in S, \quad (2.1)$$

произвольному разбиению π_φ множества S можно поставить в соответствие отображение φ и наоборот, отображению φ – разбиение π_φ .

Пусть π и σ – некоторые покрытия множества S . Будем говорить, что покрытие π меньше или равно покрытию σ и обозначать $\pi \leq \sigma$, если для некоторого блока B_{π_j} покрытия π всегда найдется блок B_{σ_k} покрытия σ , такой, что $B_{\pi_j} \subseteq B_{\sigma_k}$.

Существует два специальных покрытия, обозначаемые как **0** и **1**, которые являются разбиениями, такими, что каждый блок разбиения **0** содержит только один элемент множества S , в то время как разбиение **1** включает только один блок, содержащий все элементы множества S . Для произвольного покрытия π множества S выполняется

$$0 \leq \pi \leq 1.$$

Известно [1], что множество всех покрытий множества S с отношением частичного порядка образует решетку. Следовательно, для каждой пары покрытий (π, σ) множества S можно найти два покрытия $\inf(\pi, \sigma)$ и $\sup(\pi, \sigma)$. Принято обозначать эти покрытия $\pi \times \sigma$ и $\pi + \sigma$ – соответственно произведение и сумма покрытий. Для вычисления результата операций $\times$ можно использовать следующее простое правило [1]: каждый блок покрытия $\pi \times \sigma$ представляет собой пересечение некоторых блоков покрытий π и σ . В то же время правило вычисления операции $\pi + \sigma$ отличается от предложенного в [1] правила, результатом применения которого обязательно будет разбиение. Новое правило выглядит следующим образом: каждый блок покрытия $\pi + \sigma$ представляет собой объединение пересекающихся блоков покрытий π и σ . При этом результатом применения нового правила будет покрытие, не превышающее разбиения, получаемого правилом работы [1].

Пример 1. Пусть $S = \{s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\}$, $\pi = \{(s_1); (s_3); (s_2, s_4); (s_2, s_5, s_6)\}$, $\sigma = \{(s_1); (s_2, s_5); (s_3); (s_4); (s_6)\}$. В этом случае $\pi \times \sigma = \{(s_1); (s_2, s_5); (s_3); (s_4); (s_6)\}$. Для вычисления покрытия $\pi + \sigma$ найдем объединение всех пересекающихся блоков покрытий π и σ : $\rho = \{(s_1); (s_3); (s_2, s_4, s_5); (s_2, s_5, s_6)\}$.

Покрытиям можно дать информационную трактовку: возможность вычисления покрытия π будем трактовать как возможность получения информации о состоянии автомата с точностью до блоков покрытия π . Если $\pi \leq \sigma$, то покрытие π содержит не меньше информации о состоянии автомата, чем покрытие σ . Очевидно, что покрытие $\pi \times \sigma$ содержит не меньше информации о состоянии автомата, чем каждое из покрытий π и σ . Также каждое из покрытий π и σ содержит не меньше информации о состоянии автомата, чем покрытие $\pi + \sigma$. Покрытие **0** содержит полную информацию о состоянии автомата, в то время как покрытие **1** не содержит информации о состоянии автомата.

Для учета динамики автомата вводится отношение Δ . Пусть π и σ – некоторые покрытия множества S . Отношение Δ включает все пары (π, σ) , удовлетворяющие следующему условию:

$$s \equiv s'(\pi) \Rightarrow \delta(s, i) \equiv \delta(s', i)(\sigma) \quad \forall i \in I.$$

Для заданного покрытия π могут существовать несколько покрытий, удовлетворяющих отношению $(\pi, \sigma) \in \Delta$. В частности, $(\pi, 1) \in \Delta$ справедливо для любого покрытия π . Введем оператор $\mathbf{m}$, ставящий в однозначное соответствие покрытию π покрытие $\mathbf{m}(\pi)$ следующим образом:

$$(\pi, \mathbf{m}(\pi)) \in \Delta, \quad (\pi, \sigma) \in \Delta \Rightarrow \mathbf{m}(\pi) \leq \sigma.$$

Способ вычисления покрытия $\mathbf{m}(\pi)$ отличается от способа вычисления соответствующего разбиения, описанного в [1] (по тем же причинам, что и в случае операции $+$), и предполагает выполнение следующих действий.

Алгоритм 1 (вычисление оператора $\mathbf{m}$).

Шаг 1. Для каждого $i \in I$ и каждого j , $1 \leq j \leq L$, где L – число блоков покрытия π , найти подмножество $B_{i,j}$ такое, что $s, s' \in B_{i,j} \Rightarrow \delta(s, i), \delta(s', i) \in B_{i,j}$.

Шаг 2. Записать множество подмножеств $Q = \{B_{i,j}, i \in I, 1 \leq j \leq L\}$.

Шаг 3. Сформировать покрытие $\mathbf{m}(\pi)$ из Q путем удаления тех подмножеств, которые включаются в оставшиеся.

Таблица 1. Таблица переходов НДКА

s	i_1	i_2	i_3
s_1	s_2	s_2	s_3
s_2	—	s_3, s_4	s_1
s_3	—	s_2, s_3	s_2
s_4	—	—	s_5
s_5	s_3	—	s_4

Пример 2. Рассмотрим НДКА из табл. 1 и положим $\pi = \{(s_1, s_5); (s_2, s_3); (s_3, s_4)\}$. В таблице символом “—” обозначены несовместимые значения состояний и входов. На шаге 1 алгоритма 1 получим: $B_{1,1} = \{s_2, s_3\}$, $B_{1,2} = \{\emptyset\}$, $B_{1,3} = \{\emptyset\}$, $B_{2,1} = \{s_2\}$, $B_{2,2} = \{s_2, s_3, s_4\}$, $B_{2,3} = \{s_2, s_3\}$, $B_{3,1} = \{s_3, s_4\}$, $B_{3,2} = \{s_1, s_2\}$, $B_{3,3} = \{s_2, s_5\}$. Как следствие, выполнение шага 2 приводит к $Q = \{(s_2, s_3); (s_2); (s_2, s_3, s_4); (s_3, s_4); (s_1, s_2); (s_2, s_5)\}$. Теперь учтем, что $(s_2) \in (s_2, s_3) \in (s_2, s_3, s_4)$ и, как следствие, подмножества (s_2) и (s_2, s_3) на шаге 3 должны быть исключены из множества Q . В результате получим $\mathbf{m}(\pi) = \{(s_1, s_2); (s_2, s_3, s_4); (s_2, s_5)\}$.

Заметим, что для НДКА (в отличие от КА) всегда выполняется соотношение

$$\mathbf{m}(0) \neq 0. \quad (2.2)$$

Это связано с тем, что в случае НДКА по крайней мере одно из подмножеств $B_{i,j}$ содержит более, чем одно состояние, что с неизбежностью приводит к вышеприведенному неравенству. Например, для НДКА из приведенного выше примера имеем $\mathbf{m}(0) = \{(s_1); (s_2, s_3); (s_3, s_4); (s_5)\}$.

3. Синтез КА A_p^D . Отметим, что описываемый ниже синтез сводится к детерминизации автомата A_p . Сформулируем требование к отношению Φ_p , выполнение которого будет гарантировать существование КА A_p^D вида (1.5). Пусть π_{Φ_p} — покрытие, удовлетворяющее неравенству

$$\mathbf{m}(\pi_\lambda \times \pi_{\Phi_p}) \leq \pi_{\Phi_p}, \quad (3.1)$$

где π_λ — разбиение, задаваемое функцией выхода λ НДКА (1.1) в соответствии с правилом (2.1). Отметим, что для покрытия π_{Φ_p} выполняется очевидное неравенство $\pi_{\Phi_p} \geq 0$. Вычисление покрытия π_{Φ_p} может быть осуществлено на основе алгоритма, определяемого условием следующей теоремы.

Теорема 1. Пусть $\pi_{\Phi_p}^{(j)}, j \geq 1$, — покрытие, определяемое соотношением

$$\pi_{\Phi_p}^{(j)} = \pi_{\Phi_p}^{(j-1)} + \mathbf{m}(\pi_\lambda \times \pi_{\Phi_p}^{(j-1)}), \quad \pi_{\Phi_p}^{(0)} = 0, \quad (3.2)$$

и для некоторого j выполняется

$$\pi_{\Phi_p}^{(j)} = \pi_{\Phi_p}^{(j-1)}. \quad (3.3)$$

Тогда $\pi_{\Phi_p} = \pi_{\Phi_p}^{(j)}$ — минимальное покрытие, удовлетворяющее (3.1).

Доказательство теоремы опускается, так как оно совпадает с доказательством аналогичной теоремы, ранее сформулированной для случая разбиений (см., например, [4, 6]).

Заметим, что если π_{Φ_p} — разбиение, то при синтезе КА A_p^D каждому блоку этого разбиения ставится в соответствие состояние КА A_p^D , определяемое функцией φ_p следующим образом: если блоку $B_{\pi_{\Phi_p}, k}$ соответствует состояние $s_{p,k}^D$ автомата A_p^D , то $\varphi_p(s) = s_{p,k}^D$ для всех $s \in B_{\pi_{\Phi_p}, k}$, где индекс k соответствует номеру состояния КА (1.5), $B_{\pi_{\Phi_p}, k}$ — блок покрытия π_{Φ_p} с номером k .

Распространяя это правило на случай покрытия π_{φ_p} , построим отношение Φ_p следующим образом: если блоку $B_{\pi_{\varphi_p},k}$ покрытия π_{φ_p} соответствует состояние s_p^D автомата A_p^D , то

$$(s_{p,k}^D, s) \in \Phi_p \Leftrightarrow s \in B_{\pi_{\varphi_p},k}. \quad (3.4)$$

Отметим, что здесь некоторому состоянию s автомата A может соответствовать несколько состояний $s_{p,k}^D$ автомата A_p^D .

Т е о р е м а 2. Для НДКА (1.4) отношение Φ_p , определяемое соотношением (3.4), обеспечивает существование КА (1.5).

Д о к а з а т е л ь с т в о. Отметим сначала, что в силу (3.1) для каждого входа $i \in I$ из знания состояния НДКА A_p с точностью до блока разбиения $\pi_\lambda \times \pi_{\varphi_p}$ следует возможность вычисления состояния, в которое переходит A_p под воздействием этого входа, с точностью до блока покрытия π_{φ_p} . Дальнейшее доказательство теоремы конструктивно и сводится к описанию алгоритма построения таблицы переходов КА (1.5).

А л г о р и т м 2 (построение таблицы переходов КА A_p^D).

Шаг 1. Вычислить $\pi_\lambda \times \pi_{\varphi_p}$; отметим, что поскольку π_λ — разбиение, то $\pi_\lambda \times \pi_{\varphi_p}$ — также разбиение.

Шаг 2. Объединить те строки таблицы переходов автомата A_p , в крайней левой позиции которых находятся состояния, принадлежащие одному и тому же блоку разбиения $\pi_\lambda \times \pi_{\varphi_p}$, в одну строку. Заменить состояния в крайнем левом столбце символами соответствующих блоков.

Шаг 3. Заменить содержимое ячеек полученной таблицы блоками покрытия π_{φ_p} . Поскольку $\pi_\lambda \times \pi_{\varphi_p} \leq \pi_\lambda$, блоки разбиения $\pi_\lambda \times \pi_{\varphi_p}$ в крайнем левом столбце заменить блоками разбиения π_λ .

Шаг 4. Поставить в соответствие каждому блоку $B_{\pi_{\varphi_p},k}$ покрытия π_{φ_p} состояние $s_{p,k}^D$ автомата A_p^D .

Шаг 5. Получить таблицу переходов автомата A_p^D заменой в ранее полученной таблице блоков покрытия π_{φ_p} соответствующими состояниями автомата A_p^D , а блоков разбиения π_λ — соответствующими выходами автомата A_p .

Сделаем два важных замечания. Во-первых, в силу (2.2) всегда выполняется $\pi_{\varphi_p} \neq 0$, т.е. синтез КА A_p^D всегда сопровождается потерей информации о состоянии НДКА A_p . Во-вторых, в силу минимальности покрытия π_{φ_p} , КА A_p^D позволяет извлечь максимум информации о состоянии НДКА A_p в результате детерминизации последнего.

4. Отношение Ψ_p и глубина диагностирования. Имея в виду общую конструкцию (1.8), отношение Ψ_p введем следующим образом

$$(s_{p,k}^D, o_j) \in \Psi_p \Leftrightarrow B_{\pi_{\varphi_p},k} \cap B_{\pi_{\lambda,j}} \neq \emptyset, \quad (4.1)$$

где состояние $s_{p,k}^D$ соответствует блоку $B_{\pi_{\varphi_p},k}$ покрытия π_{φ_p} , а выход o_j — блоку $B_{\pi_{\lambda,j}}$ разбиения π_λ .

Иными словами, состоянию $s_{p,k}^D$ автомата A_p^D соответствует выход o_j , если какому-либо состоянию автомата A , принадлежащего блоку $B_{\pi_{\varphi_p},k}$, соответствует этот выход.

По определению отношения Φ_p и построению покрытия π_{φ_p} отношение Ψ_p справедливо как в случае исправного функционирования ОД, так и при возникновении в ОД ошибки e_p , что дает нулевое значение невязки r_p . Для обнаружения ошибок $e_j : (s' \rightarrow s'')_{(s',i_g)}, j \neq p$, по единичному значению невязки r_p отношение Ψ_p не должно содержать пар $(s_{p,k}^D, o'')$, где $s' \in B_{\pi_{\varphi_p},k}$ и $o'' = \lambda(s'')$. Это условие выполняется, если при $s' \in B_{\pi_{\varphi_p},k}$ и $s'' \in B_{\pi_{\lambda,v}}$ для некоторого v имеет место условие

$$B_{\pi_{\varphi_p},k} \cap B_{\pi_{\lambda,v}} = \emptyset. \quad (4.2)$$

Таблица 2. Пример матрицы синдромов ошибок

r	e_1	e_2	e_3
r_1	0	1	0
r_2	1	0	1
r_3	0	1	0

Таблица 3. Таблица переходов НДКА A

s	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7	λ
s_1	s_2	—	—	—	—	—	—	o_1
s_2	—	s_3	s_1	—	—	—	—	o_2
s_3	—	—	—	s_2, s_4	—	—	—	o_3
s_4	—	—	—	—	s_2, s_5	—	—	o_4
s_5	—	—	—	—	—	s_6	s_1	o_2
s_6	—	—	—	—	—	—	—	o_5

Таким образом, возможность обнаружения некоторой ошибки по значению невязки r_p может быть установлена путем проведения проверок на основе соотношения (4.2) для $1 \leq k \leq n_p$ и $1 \leq v \leq l$. При этом связь между ошибками в ОД и значениями невязок может быть представлена матрицей синдромов ошибок (табл. 2).

На пересечении p -й строки и j -го столбца матрицы ставится единица, если ошибка e_j обнаруживается по невязке r_p (т.е. выполняется условие (4.2)), и ноль в противном случае. Ошибки e_i и e_j различимы, если соответствующие столбцы матрицы содержат различные комбинации нулей и единиц. Из табл. 2, например, следует, что ошибки e_1 и e_3 неразличимы. При этом схема диагностирования может быть упрощена за счет исключения одного из КА (A_1^D или A_3^D) и соответствующего БПР.

5. Иллюстративный пример. Рассмотрим на примере основные этапы синтеза схемы диагностирования НДКА, а также покажем преимущества предлагаемого подхода перед традиционным, использующим математический аппарат алгебры разбиений. Для этого воспользуемся модифицированной моделью процесса управления изменениями в ИТ-системе; подробное описание модели и способа ее получения приведено в работе [7]. Исходная модель в виде НДКА, соответствующая безошибочной работе участников процесса (инициатор, исполнитель и менеджер), имеет вид табл. 3.

Будем учитывать ошибки инициатора, исполнителя и менеджера процесса — $e_1 : (s_2 \rightarrow s_3)_{(s_1, i_1)}$, $e_2 : (s_5 \rightarrow s_6)_{(s_4, i_5)}$ и $e_3 : (s_3 \rightarrow s_4)_{(s_2, i_2)}$ соответственно. Табл. 4–6 переходов автоматов, соответствующих этим ошибкам, представлены ниже.

Таблица 4. Таблица переходов НДКА A_1

s	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7
s_1	s_2, s_3	—	—	—	—	—	—
s_2	—	s_3	s_1	—	—	—	—
s_3	—	—	—	s_2, s_4	—	—	—
s_4	—	—	—	—	s_2, s_5	—	—
s_5	—	—	—	—	—	s_6	s_1
s_6	—	—	—	—	—	—	—

Таблица 5. Таблица переходов НДКА A_2

s	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7
s_1	s_2	—	—	—	—	—	—
s_2	—	s_3	s_1	—	—	—	—
s_3	—	—	—	s_2, s_4	—	—	—
s_4	—	—	—	—	s_2, s_5, s_6	—	—
s_5	—	—	—	—	—	s_6	s_1
s_6	—	—	—	—	—	—	—

Таблица 6. Таблица переходов НДКА A_3

s	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7
s_1	s_2	—	—	—	—	—	—
s_2	—	s_3, s_4	s_1	—	—	—	—
s_3	—	—	—	s_2, s_4	—	—	—
s_4	—	—	—	—	s_2, s_5	—	—
s_5	—	—	—	—	—	s_6	s_1
s_6	—	—	—	—	—	—	—

Таблица 7. Модифицированная таблица переходов НДКА A_1

Блоки разбиения	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7
$B_{\pi_\lambda \times \varphi_1}$	s_2, s_3	—	—	—	—	—	—
$B_{\pi_\lambda \times \varphi_2}$	—	s_3	s_1	—	—	s_6	s_1
$B_{\pi_\lambda \times \varphi_3}$	—	—	—	s_2, s_4	—	—	—
$B_{\pi_\lambda \times \varphi_4}$	—	—	—	—	s_2, s_5	—	—
$B_{\pi_\lambda \times \varphi_5}$	—	—	—	—	—	—	—

Проиллюстрируем синтез КА A_1^D на основе НДКА A_1 (табл. 4). Для этого, используя процедуру теоремы 2, найдем покрытие π_{φ_1} . Согласно (3.3), имеем $\pi_{\varphi_1}^{(1)} = 0 + \mathbf{m}(0) = \{(s_1); (s_2, s_3); (s_2, s_4); (s_2, s_5); (s_6)\}$. Далее, $\pi_\lambda \times \pi_{\varphi_1}^{(1)} = \{(s_1); (s_2, s_5); (s_3); (s_4); (s_6)\}$ и, поскольку $\mathbf{m}(\pi_\lambda \times \pi_{\varphi_1}^{(1)}) = \mathbf{m}(\{(s_1); (s_2, s_5); (s_3); (s_4); (s_6)\}) = \pi_{\varphi_1}^{(1)}$, получаем $\pi_{\varphi_1}^{(1)} = \pi_{\varphi_1}^{(2)} = \pi_{\varphi_1}$. Дальнейший синтез осуществляется в соответствии с алгоритмом 2. Выполняя шаг 1 алгоритма 2, запишем разбиение $\pi_\lambda \times \pi_{\varphi_1} = \{(s_1); (s_2, s_5); (s_3); (s_4); (s_6)\}$. Объединим строки табл. 4, которые соответствуют состояниям, принадлежащим одному и тому же блоку разбиения $\pi_\lambda \times \pi_{\varphi_1}$, в соответствии с шагом 2 алгоритма 2, заменим их соответствующими блоками и получим следующую таблицу (табл. 7). Выполняя затем шаг 3 с учетом $B_{\pi_\lambda \times \pi_{\varphi_1, j}} = B_{\pi_{\lambda, j}}$, $1 \leq j \leq 5$, перепишем предыдущую таблицу в следующем виде (табл. 8). Последовательно выполняя шаги 4 и 5 алгоритма 2, окончательно получим таблицу переходов КА A_1^D (табл. 9). В этой таблице состояния $s_{1,k}^D$ автомата A_1^D соответствуют блокам $B_{\pi_{\varphi_1, k}}$, $1 \leq k \leq 5$, покрытия π_{φ_1} , а выходы o_j соответствуют блокам $B_{\pi_{\lambda, j}}$, $1 \leq j \leq 5$, разбиения π_λ .

Следуя (4.1) с учетом $B_{\pi_{\varphi_1, 1}} = \{s_1\}$, $B_{\pi_{\varphi_1, 2}} = \{s_2, s_3\}$, $B_{\pi_{\varphi_1, 3}} = \{s_2, s_4\}$, $B_{\pi_{\varphi_1, 4}} = \{s_2, s_5\}$, $B_{\pi_{\varphi_1, 5}} = \{s_6\}$, $B_{\pi_{\lambda, 1}} = \{s_1\}$, $B_{\pi_{\lambda, 2}} = \{s_2, s_5\}$, $B_{\pi_{\lambda, 3}} = \{s_3\}$, $B_{\pi_{\lambda, 4}} = \{s_4\}$, $B_{\pi_{\lambda, 5}} = \{s_6\}$, построим отношение Ψ_1 (табл. 10).

Таблица 8. Таблица переходов в символах блоков покрытия π_{φ_1} и разбиения π_{λ}

Блоки разбиения	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7
$B_{\pi_{\lambda},1}$	$B_{\pi_{\varphi_1},2}$	—	—	—	—	—	—
$B_{\pi_{\lambda},2}$	—	$B_{\pi_{\varphi_1},2}$	$B_{\pi_{\varphi_1},1}$	—	—	$B_{\pi_{\varphi_1},5}$	$B_{\pi_{\varphi_1},1}$
$B_{\pi_{\lambda},3}$	—	—	—	$B_{\pi_{\varphi_1},3}$	—	—	—
$B_{\pi_{\lambda},4}$	—	—	—	—	$B_{\pi_{\varphi_1},4}$	—	—
$B_{\pi_{\lambda},5}$	—	—	—	—	—	—	—

Таблица 9. Таблица переходов ДКА A_1^D

o	i_1	i_2	i_3	i_4	i_5	i_6	i_7
o_1	$s_{1,2}^D$	—	—	—	—	—	—
o_2	—	$s_{1,2}^D$	$s_{1,1}^D$	—	—	$s_{1,5}^D$	$s_{1,1}^D$
o_3	—	—	—	$s_{1,3}^D$	—	—	—
o_4	—	—	—	—	$s_{1,4}^D$	—	—
o_5	—	—	—	—	—	—	—

Таблица 10. Отношение Ψ_1

s	o_1	o_2	o_3	o_4	o_5
$s_{d,1}^1$	+	—	—	—	—
$s_{d,2}^1$	—	+	+	—	—
$s_{d,3}^1$	—	+	—	+	—
$s_{d,4}^1$	—	+	—	—	—
$s_{d,5}^1$	—	—	—	—	+

В табл. 10 символом “+” помечены пары, связанные отношением Ψ_1 и, соответственно символом “—” помечены пары, не удовлетворяющие этому отношению.

Проверим возможность обнаружения ошибок e_2 и e_3 на основе анализа невязки r_1 . Напомним, что ошибка e_2 имеет вид $e_2 : (s_5 \rightarrow s_6)_{(s_4, i_5)}$. Прежде всего отметим, что в силу $s_5 \in B_{\pi_{\varphi_1},4}$, $s_6 \in B_{\pi_{\lambda},5}$ ошибка e_2 приведет к формированию пары $(s_{1,4}^D, o_5)$, которая не удовлетворяет отношению Ψ_1 , поскольку $B_{\pi_{\varphi_1},4} \cap B_{\pi_{\lambda},5} = \emptyset$, т.е. выполняется условие (4.2). Таким образом, ошибка e_2 приведет к $r_1 = 1$ и будет обнаружена. Аналогично можно показать, что ошибке e_3 соответствует пара $(s_{1,2}^D, o_4)$, которая не удовлетворяет отношению Ψ_1 (проверка условия (4.2) показывает, что $B_{\pi_{\varphi_1},2} \cap B_{\pi_{\lambda},4} = \emptyset$). Следовательно, ошибка e_3 также приведет к $r_1 = 1$ и будет обнаружена.

Для оценки глубины диагностирования, применяя условие теоремы 2 к НДКА A_2 и A_3 , найдем покрытия $\pi_{\varphi_2} = \{(s_1); (s_2, s_4); (s_3); (s_2, s_5, s_6)\}$ и $\pi_{\varphi_3} = \{(s_1); (s_2, s_4); (s_2, s_5); (s_3, s_4); (s_6)\}$, соответствующие ДКА A_2^D и A_3^D . Можно показать, что в случае A_2^D ошибкам e_1 и e_3 соответствуют пары $(s_{2,2}^D, o_3)$, $(s_{2,3}^D, o_3)$ и $(s_{2,2}^D, o_4)$. Так как при этом проверка (4.2) показывает, что $B_{\pi_{\varphi_2},2} \cap B_{\pi_{\lambda},3} = \emptyset$,

Таблица 11. Матрица синдромов ошибок

r	e_1	e_2	e_3
r_1	0	1	1
r_2	1	0	1
r_3	1	1	0

$B_{\pi_{\varphi_3},3} \cap B_{\pi_{\lambda},3} = \emptyset$ и $B_{\pi_{\varphi_2},2} \cap B_{\pi_{\lambda},4} = \emptyset$, ошибки e_1 и e_3 обнаруживаются по невязке $r_2 = 1$. Поскольку в случае A_3^D ошибкам e_1 и e_2 соответствуют пары $(s_{3,2}^D, o_3)$, $(s_{3,3}^D, o_3)$ и $(s_{3,3}^D, o_5)$, а результаты проверки (4.2) дают $B_{\pi_{\varphi_3},2} \cap B_{\pi_{\lambda},3} = \emptyset$, $B_{\pi_{\varphi_3},3} \cap B_{\pi_{\lambda},3} = \emptyset$, $B_{\pi_{\varphi_3},3} \cap B_{\pi_{\lambda},5} = \emptyset$, ошибки e_1 и e_2 обнаруживаются по невязке $r_3 = 1$. Из изложенного выше получаем матрицу синдромов ошибок (табл. 11). Несложно видеть, что полученная матрица гарантирует локализацию всех ошибок в ОД.

Покажем теперь преимущество предлагаемого метода перед традиционным [2–7], использующим математический аппарат алгебры разбиений. Заметим, что разбиения, соответствующие ДКА $A_1^D - A_3^D$, могут быть получены объединением пересекающихся блоков ранее найденных покрытий; имеем соответственно: $\pi_{\varphi_1} = \{(s_1); (s_2, s_3, s_4, s_5); (s_6)\} (A_1^D)$, $\pi_{\varphi_2} = \{(s_1); (s_2, s_4, s_5, s_6); (s_3)\} (A_2^D)$ и $\pi_{\varphi_3} = \{(s_1); (s_2, s_3, s_4, s_5); (s_6)\} (A_3^D)$. Проверка диагностируемости ошибок приводит к следующим результатам. Для первого автомата и ошибки e_3 проверка условия (4.2) приводит к $B_{\pi_{\varphi_1},2} \cap B_{\pi_{\lambda},4} \neq \emptyset$, т.е. ошибка e_3 не будет обнаружена по значению невязки r_1 . Для второго автомата и ошибок e_1 и e_3 проверка условия (4.2) дает положительные результаты. И, наконец, для третьего автомата и ошибки e_1 имеем $B_{\pi_{\varphi_3},2} \cap B_{\pi_{\lambda},3} \neq \emptyset$, т.е. ошибка e_1 не будет обнаружена по значению невязки r_3 . Таким образом, для случая использования алгебры разбиений имеем матрицу синдромов ошибок табл. 2. Как отмечалось выше, использование такой матрицы не позволяет различать ошибки e_1 и e_3 .

Заключение. В настоящей статье в рамках разработки нового метода диагностирования недетерминированных конечных автоматов были решены следующие задачи.

1. Осуществлено развитие математического аппарата парной алгебры на случай покрытий, задаваемых на множестве состояний недетерминированного конечного автомата, что потребовало: 1) модификации правила вычисления операции суммы покрытий и 2) разработки нового способа вычисления оператора $\mathbf{m}$.

2. Предложен новый метод синтеза схем диагностирования недетерминированных конечных автоматов, в основе которого лежит процедура детерминизации, позволяющая сохранять максимум информации о недетерминированном автомате, подвергнутом детерминизации. Это потребовало замены отображений, связывающих состояния недетерминированного и соответствующего ему детерминированного автоматов (случай использования алгебры разбиений), отношениями.

3. Предложен способ принятия решения о наличии ошибки в недетерминированном конечном автомате и о виде этой ошибки путем проверки некоторых отношений, существующих между выходом диагностируемого автомата и состоянием соответствующего ему детерминированного конечного автомата, входящего в схему диагностирования.

4. Разработана методика анализа глубины диагностирования и показано, что по сравнению с известными методами, в основе которых лежит использование математического аппарата алгебры разбиений, применение алгебры покрытий может позволить повысить глубину диагностирования.

5. Показана возможность использования полученных результатов для решения задачи диагностирования ошибок человека-оператора в человеко-машинных системах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hartmanis J., Stearns R.* The Algebraic Structure Theory of Sequential Machines. N.Y.: Prentice-Hall Inc, 1966.
2. *Данилов В.В., Колесов Н.В., Подкопаев Б.П.* Алгебраическая модель аппаратного контроля автоматов // *АиТ*. 1975. № 6. С. 118–125.
3. *Щербаков Н.С., Подкопаев Б.П.* Структурная теория аппаратного контроля цифровых автоматов // *М.: Машиностроение*, 1982. 191 с.
4. *Zhirabok A., Shumsky A.* Fault Accommodation in Discrete-Event Robots // *Discrete event Robots* / Ed. C. Cifudean. Hong Kong: iConcept Press, 2012. P. 323–339.
5. *Berdjag D., Vanderhagen F., Shumsky A., Zhirabok A.* Unexpected Situation Diagnosis: a Model-based Approach for Human Machine Systems // *Proc. 19th IFAC Congress*. Cape Town, South Africa, 2014. P. 3545–3550
6. *Berdjag D., Vanderhaegen F., Shumsky A., Zhirabok A.* Abnormal Operation Diagnosis in Human-Machine Systems // *Proc. 10th Asian Control Conf.* Kota-Kinabalu, Malaysia, 2015.
7. *Жирабок А.Н., Калинина Н.А., Шумский А.Е.* Метод мониторинга поведения человека-оператора в человеко-машинных системах // *Изв. РАН. ТиСУ*. 2018. № 3. С. 1–10.
8. *Wilson J.R., Norris B.J.* Rail Human Factors: Past, Present and Future // *Applied Ergonomics*. 2005. V. 36. P. 649–660.
9. *Ouedraogo K.A., Enjalbert S., Vanderhaegen F.* A State of the Art in Feedforward-feedback Learning Control Systems for Human Errors Prediction // *Preprints of the 18th IFAC World Congress*. Milano, Italy, 2011.
10. *Woods D.* Behind Human Error. Berlin: Ashgate Publishing Company, 2010.
11. *Jagacinski R.J., Flach J.M.* Control Theory for Humans: Quantitative Approaches to Modeling Performance. N.J.: Lawrence Erlbaum, 2003.