

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.391

КВАЗИКОГЕРЕНТНЫЙ ПРИЕМ ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ С МЕЖСИМВОЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СВЯЗЬЮ

© 2019 г. А. А. Парамонов^{1, *}, А. И. Стариковский¹, В. Е. Мартыросов², О. В. Тихонова¹

¹МИРЭА – Российский технологический университет,
Российская Федерация, 119454, Москва, просп. Вернадского, 78

²Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Российская Федерация, 125993, Москва, Волоколамское ш., 4

*E-mail: paramonov@mirea.ru

Поступила в редакцию 12.04.2018 г.

После доработки 01.06.2018 г.

Принята к публикации 11.06.2018 г.

Теория оптимальной нелинейной фильтрации дискретно-непрерывных процессов распространена на случай приема сигналов с межсимвольной информационной связью, т.е. сигналов, форма которых на некотором тактовом интервале зависит не только от текущего информационного символа, но и от предыдущих символов. Рассмотрен общий алгоритм приема таких сигналов и его упрощенный вариант, допускающий практическую реализацию демодулятора.

DOI: 10.1134/S0033849419020189

Бурный рост скоростей и объемов передаваемой по радиоканалам информации привел к тому, что обострилась проблема ограниченности емкости радиочастотного спектра и взаимных помех. Поэтому в практике передачи цифровых сообщений происходит переход на новые сигнальные форматы, отличающиеся компактным спектром и высокой энергетической эффективностью. Во многих случаях дополнительным требованием к подобным сигналам оказывается постоянство огибающей. Этим требованием отвечает, например, модуляция с непрерывной фазой. Особенностью подобных сигналов является то, что у них начальная фаза на некотором тактовом интервале зависит от того, какой информационный символ передавался на предыдущих интервалах [1], т.е. форма сигнала на некотором тактовом интервале зависит не только от текущего информационного символа, но и от предыдущих символов. Известны и другие виды сигналов, для которых характерна такая межсимвольная информационная связь (МИС). В статье рассматривается квазикогерентный прием таких сигналов.

Обозначим принимаемое приемником на некотором i -ом тактовом интервале колебание как

$$r(t) = s(t, \mathbf{A}_i, \boldsymbol{\psi}) + n(t), \quad (1)$$

где $s(t, \mathbf{A}_i, \boldsymbol{\psi})$ – сигнал с МИС, $\mathbf{A}_i = [a_1, a_2, \dots, a_i]$ – вектор m -ичных информационных символов, $\boldsymbol{\psi}$ – вектор случайных параметров, $n(t)$ – белый гауссовский шум с двухсторонней спектральной плотностью мощности $N_0/2$.

Зависимость сигнала на некотором тактовом интервале от всей последовательности символов,

передаваемых до текущего момента времени, отражает наличие в нем МИС.

Будем считать, что априорная плотность вероятности вектора $\boldsymbol{\psi}(t)$ удовлетворяет уравнению Фоккера–Планка–Колмогорова

$$\dot{\mathbf{w}}(t, \boldsymbol{\psi}) = \mathcal{L}\{\mathbf{w}(t, \boldsymbol{\psi})\},$$

где точка над буквой обозначает производную по времени, а через $\mathcal{L}\{\cdot\}$ обозначен оператор:

$$\mathcal{L}\{\cdot\} = -\sum_{s=1}^l \frac{\partial}{\partial \psi_s} [\alpha_s(t, \boldsymbol{\psi})] + \\ + \frac{1}{2} \sum_{s=1}^l \sum_{r=1}^l \frac{\partial^2}{\partial \psi_r \partial \psi_s} [\beta_{rs}(t, \boldsymbol{\psi})].$$

Здесь $\alpha_s(t, \boldsymbol{\psi})$ – элемент вектора коэффициента сноса, $\beta_{rs}(t, \boldsymbol{\psi})$ – элемент матрицы коэффициентов диффузии, l – размерность вектора $\boldsymbol{\psi}(t)$.

В работе [2] приведены алгоритмы оптимального приема дискретно-непрерывных сигналов, определяемых на каждом k -ом тактовом интервале только соответствующим информационным символом a_k . Применить непосредственно эти алгоритмы для демодуляции сигналов с МИС не удастся, поскольку принимаемый сигнал, промодулированный некоторым информационным символом, не локализован на одном тактовом интервале, а за счет этой информационной связи растянут во времени на несколько интервалов. Соответственно, на одном тактовом интервале сигнал оказывается промодулированным несколькими информационными символами. Для того чтобы обойти эту трудность, перейдем к новой формулировке решаемой задачи.

Будем считать, что решение о некотором информационном символе a_k , передаваемом на интервале времени $t \in ((k-1)T, kT]$, принимается с задержкой на Q тактовых интервалов, т.е. в момент времени $(k+Q)T$. Рассматривая передаваемый сигнал на интервале времени $((k-1)T, (k+Q)T]$, расширим все векторы информационных символов до одинакового размера $k+Q$, дополнив их нулями:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1^p &= [\mathbf{A}_1, 0; 0; \dots, 0] = [a_1, 0; 0; \dots, 0], \\ \mathbf{A}_2^p &= [\mathbf{A}_2, 0; 0; \dots, 0] = [a_1, a_2, 0; 0; \dots, 0], \\ &\dots \\ \mathbf{A}_i^p &= [\mathbf{A}_i, 0; 0; \dots, 0] = [a_1, a_2, \dots, a_i, 0; 0; \dots, 0], \\ &\dots \\ \mathbf{A}_{k+Q}^p &= \mathbf{A}_{k+Q} = [a_1, a_2, \dots, a_{k+Q}]. \end{aligned}$$

Теперь перейдем к новому укрупненному алфавиту размером m^{k+Q} таким образом, что каждый расширенный вектор может быть сопоставлен с одним из возможных значений этого укрупненного алфавита. В результате удастся прийти к ситуации приема m^{k+Q} -ичных символов, причем на каждом новом тактовом интервале сигнал зависит только от одного нового символа. Заметим, что эти новые m^{k+Q} -ичные символы образуют марковскую последовательность.

Для того чтобы не усложнять запись и не вводить новых переменных, для этих новых m^{k+Q} -ичных символов сохраним прежние обозначения $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_{k+Q}$. При таком обозначении символов нового алфавита не возникает никаких недоразумений, так как между этими символами и векторами $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_{k+Q}$ имеется однозначное соответствие.

Теперь можно рассматривать задачу оптимального приема символов укрупненного алфавита. При этом оказываются применимыми оптимальные алгоритмы приема дискретно-непрерывных марковских процессов. Согласно [2] апостериорная

совместная плотность вероятностей некоторого символа $\mathbf{A}_n$ и вектора $\boldsymbol{\Psi}(t)$ на соответствующем тактовом интервале удовлетворяет уравнению

$$\dot{p}_{ps}(t, \mathbf{A}_n, \boldsymbol{\Psi}) = \mathcal{L}\{p_{ps}(t, \mathbf{A}_n, \boldsymbol{\Psi})\} + [F(t, \mathbf{A}_n, \boldsymbol{\Psi}) - F(t)]p_{ps}(t, \mathbf{A}_n, \boldsymbol{\Psi}), \quad (1)$$

где

$$F(t, \mathbf{A}_n, \boldsymbol{\Psi}) = -\frac{1}{N_0}[r(t) - s(t, \mathbf{A}_n, \boldsymbol{\Psi})]^2, \quad (2)$$

$$F(t) = \sum_{\forall \mathbf{A}_n} \int_{\boldsymbol{\Psi}} F(t, \mathbf{A}_n, \boldsymbol{\Psi}) p_{ps}(t, \mathbf{A}_n, \boldsymbol{\Psi}) d\boldsymbol{\Psi}. \quad (3)$$

Связь между значениями апостериорной совместной плотности вероятностей на соседних тактовых интервалах определяется соотношением

$$p_{ps}(nT + 0, \mathbf{A}_n, \boldsymbol{\Psi}) = \sum_{\forall \mathbf{A}_{n-1}} \pi_{\mathbf{A}_{n-1}, \mathbf{A}_n} p_{ps}(nT, \mathbf{A}_{n-1}, \boldsymbol{\Psi}). \quad (4)$$

Здесь $\pi_{\mathbf{A}_{n-1}, \mathbf{A}_n}$ — вероятность перехода информационного символа укрупненного алфавита из значения $\mathbf{A}_{n-1}$ в значение $\mathbf{A}_n$. Важно отметить, что значительная часть этих переходных вероятностей равна нулю. Действительно, от символа $\mathbf{A}_{n-1}$ возможен переход не к любому символу укрупненного алфавита, а только к такому, который в векторной записи соответствует предыдущему символу $\mathbf{A}_{n-1}$, дополненному информационным символом первичного алфавита a_n . А так как последний может принимать лишь m возможных значений, только m переходных вероятностей отличны от нуля.

Из выражений (1)–(4) можно получить два конструктивных алгоритма приема сигналов с МИС — алгоритм переприсвоения и алгоритм фильтрации [2]. Первый из них имеет то преимущество, что работоспособен в ситуациях, когда сопутствующие параметры меняются быстро. Остановимся подробнее на этом алгоритме. Согласно алгоритму переприсвоения апостериорная вероятность символа укрупненного алфавита $\mathbf{A}_n$ в момент времени $t = nT$ выражается следующим образом:

$$p_{ps}(nT, \mathbf{A}_n) = \frac{\exp\left\{\int_{(n-1)T}^{nT} \langle F(t, \mathbf{A}_n, \boldsymbol{\Psi}) \rangle dt\right\} p_{ps}((n-1)T + 0, \mathbf{A}_n)}{\sum_{\forall \mathbf{A}_n} \exp\left\{\int_{(n-1)T}^{nT} \langle F(t, \mathbf{A}_n, \boldsymbol{\Psi}) \rangle dt\right\} p_{ps}((n-1)T + 0, \mathbf{A}_n)}. \quad (5)$$

Входящая сюда функция $\langle F(t, \mathbf{A}_n, \boldsymbol{\Psi}) \rangle$ представляет собой усреднение (2) по непрерывному аргументу:

$$\langle F(t, \mathbf{A}_n, \boldsymbol{\Psi}) \rangle = \int_{\boldsymbol{\Psi}} F(t, \mathbf{A}_n, \boldsymbol{\Psi}) w_{ps}(t, \boldsymbol{\Psi} | \mathbf{A}_n) d\boldsymbol{\Psi}, \quad (6)$$

где $w_{ps}(t, \boldsymbol{\Psi} | \mathbf{A}_n)$ — апостериорная плотность вероятности вектора сопутствующих параметров, условная по символу $\mathbf{A}_n$ укрупненного алфавита.

Далее будем полагать, что априорные вероятности символов первичного алфавита одинаковы и равны $1/m$.

В соответствии с (5) апостериорная вероятность вектора $\mathbf{A}_1$ в момент времени $t = T$ равна

$$p_{ps}(T, \mathbf{A}_1) = \frac{\exp \left\{ \int_0^T \langle F(t, \mathbf{A}_1, \Psi) \rangle dt \right\}}{\sum_{\forall \mathbf{A}_1} \exp \left\{ \int_0^T \langle F(t, \mathbf{A}_1, \Psi) \rangle dt \right\}}.$$

Аналогично апостериорная вероятность вектора $\mathbf{A}_2$ в момент времени $t = 2T$ равна

$$p_{ps}(2T, \mathbf{A}_2) = \frac{\exp \left\{ \int_T^{2T} \langle F(t, \mathbf{A}_2, \Psi) \rangle dt \right\} p_{ps}(T + 0, \mathbf{A}_2)}{\sum_{\forall \mathbf{A}_2} \exp \left\{ \int_T^{2T} \langle F(t, \mathbf{A}_2, \Psi) \rangle dt \right\} p_{ps}(T + 0, \mathbf{A}_2)}.$$

Поскольку лишь m переходных вероятностей $\pi_{\mathbf{A}_{n-1}, \mathbf{A}_n}$ отличны от нуля, а символы первичного алфавита равновероятны и независимы, выражение для вероятности $p_{ps}((n-1)T + 0, \mathbf{A}_n)$ можно представить в виде

$$p_{ps}((n-1)T + 0, \mathbf{A}_n) = p_{ps}((n-1)T + 0, \mathbf{A}_{n-1}, a_n) = m^{-1} p_{ps}((n-1)T, \mathbf{A}_{n-1}).$$

Это выражение позволяет выразить вероятность $p_{ps}(2T, \mathbf{A}_2)$ с использованием вероятности $p_{ps}(T, \mathbf{A}_1)$:

$$p_{ps}(2T, \mathbf{A}_2) = \frac{\exp \left\{ \int_0^T \langle F(t, \mathbf{A}_1, \Psi) \rangle dt + \int_T^{2T} \langle F(t, \mathbf{A}_2, \Psi) \rangle dt \right\}}{\sum_{\forall \mathbf{A}_2} \exp \left\{ \int_0^T \langle F(t, \mathbf{A}_1, \Psi) \rangle dt + \int_T^{2T} \langle F(t, \mathbf{A}_2, \Psi) \rangle dt \right\}}.$$

Повторяя рекуррентно эту процедуру, приходим к выражению для апостериорной вероятности символа укрупненного алфавита $\mathbf{A}_{k+Q}$:

$$p_{ps}((k+Q)T, \mathbf{A}_{k+Q}) = \frac{\exp \left\{ \sum_{l=1}^{k+Q} \int_{(l-1)T}^{lT} \langle F(t, \mathbf{A}_l, \Psi) \rangle dt \right\}}{\sum_{\forall \mathbf{A}_{k+Q}} \exp \left\{ \sum_{l=1}^{k+Q} \int_{(l-1)T}^{lT} \langle F(t, \mathbf{A}_l, \Psi) \rangle dt \right\}}. \quad (7)$$

В (7) входят величины $\langle F(t, \mathbf{A}_l, \Psi) \rangle$, для вычисления которых необходимо в соответствии с (6) знать условные апостериорные плотности вероятностей $w_{ps}(t, \Psi | \mathbf{A}_n)$. На l -ом тактовом интервале они удовлетворяют уравнению

$$\dot{w}_{ps}(t, \Psi | \mathbf{A}_l) = \mathcal{L}\{w_{ps}(t, \Psi | \mathbf{A}_l)\} + [F(t, \mathbf{A}_l, \Psi) - \langle F(t, \mathbf{A}_l, \Psi) \rangle] w_{ps}(t, \Psi | \mathbf{A}_n) \quad (8)$$

с начальным условием

$$w_{ps}((l-1)T + 0, \Psi | \mathbf{A}_l) = w_{ps}((l-1)T, \Psi | \mathbf{A}_{l-1}). \quad (9)$$

При использовании выражения (9) следует иметь в виду, что вектор $\mathbf{A}_l$, по которому условная плотность вероятности в левой части, есть дополненный символом a_l вектор $\mathbf{A}_{l-1}$ из правой части. Обратим внимание на то, что при принятой нами форме укрупненного алфавита переход некоторого символа в состояние $\mathbf{A}_l$ возможен только из состояния $\mathbf{A}_{l-1}$. Это делает излишней операцию переприсвоения. Тем не менее, сохраним за алгоритмом (7)–(9) устоявшееся название.

Апостериорная вероятность некоторого символа a_k , по которому должно быть вынесено решение в момент времени $(k+Q)T$, находится усреднением (7) по всем лишним аргументам:

$$p_{ps}(a_k) = k_0 \sum_{\forall \mathbf{A}'_{k+Q}} \exp \left\{ \sum_{l=1}^{k+Q} \int_{(l-1)T}^{lT} \langle F(t, \mathbf{A}_l, \Psi) \rangle dt \right\}, \quad (10)$$

где k_0 — коэффициент, не зависящий от оцениваемого символа a_k , а через $\mathbf{A}'_{k+Q}$ обозначен вектор информационных символов, в котором отсутствует элемент a_k .

К сожалению, выражение (10) не позволяет получить реализуемый алгоритм приема, так как с ростом номера k оцениваемого символа непрерывно возрастает количество корреляционных интегралов и экспонент, которые необходимо вычислять. Рассмотрим возможности упрощения выражения (10) и создания реализуемого алгоритма.

Согласно (10) апостериорная вероятность символа a_k пропорциональна сумме экспонент от функций $\langle F(t, \mathbf{A}_l, \Psi) \rangle$, вычисленных для всех конфигураций последовательностей информационных символов $a_1, a_2, \dots, a_{k+Q}$. Вклад отдельных слагаемых в эту сумму различен: при больших отношениях сигнал/шум вклад наибольшего слагаемого является определяющим. Это является следствием того, что слагаемые имеют экспоненциальный характер, поэтому даже при не слишком большом различии между аргументами экспонент сами экспоненты различаются заметно сильнее. В действительности же различия между аргументами оказываются значительными, так как эти аргументы по своей сути — корреляционные интегралы,

соответствующие правильной и неправильным последовательностям информационных символов, используемых в цепях формирования опорных колебаний.

Приняв во внимание эти рассуждения, выражение (10) можно записать в таком виде:

$$p_{ps}(a_k) \approx k_0 \max_{\forall \mathbf{A}'_{k+Q}} \exp \left\{ \sum_{l=1}^{k+Q} \int_{(l-1)T}^{lT} \langle F(t, \mathbf{A}_l, \Psi) \rangle dt \right\}.$$

Перейдем от апостериорных вероятностей к их логарифмам:

$$M_{\max}(a_k) \approx \max_{\forall \mathbf{A}'_{k+Q}} \sum_{l=1}^{k+Q} \int_{(l-1)T}^{lT} \langle F(t, \mathbf{A}_l, \Psi) \rangle dt.$$

Правило вынесения решения, записанное с использованием величин $M_{\max}(a_k)$, приобретает вид:

$$\hat{a}_k = \max_{\forall \mathbf{A}'_{k+Q}}^{-1} \{M_{\max}(a_k)\}. \quad (11)$$

В соответствии с этим правилом необходимо вычислить все возможные интегралы вида

$$M(a_k, \mathbf{A}'_{k+Q}) = \sum_{l=1}^{k+Q} \int_{(l-1)T}^{lT} \langle F(t, \mathbf{A}_l, \Psi) \rangle dt, \quad \forall \mathbf{A}'_{k+Q}.$$

Величины $M(a_k, \mathbf{A}'_{k+Q})$ вычисляются для всех возможных векторов $\mathbf{A}_{k+Q}$, т.е. для всех возможных последовательностей информационных символов $a_1, a_2, \dots, a_{k+Q}$, поэтому они могут быть названы метриками путей вдоль последовательностей информационных символов.

Нетрудно убедиться в том, что правило (11) эквивалентно такому:

$$\hat{a}_k = \max_{\forall a_k, \mathbf{A}'_{k+Q}}^{-1} \left\{ M(a_k, \mathbf{A}'_{k+Q}) \right\}. \quad (12)$$

Правило (12) описывает процедуру такого решения о символе a_k , которое соответствует наиболее правдоподобной последовательности информационных символов от момента времени $t = 0$ до момента $t = (k + Q)T$. Иными словами, процедура принятия решения отвечает критерию максимума правдоподобия последовательности (МПП).

В том виде, в котором эта процедура представлена выше (выражение (12)), она натолкнется на непрерывно возрастающий объем необходимых вычислений, так как количество вычисляемых метрик путей $M(a_k, \mathbf{A}'_{k+Q})$ растет с ростом k . Однако в том случае, когда сигнал с МИС может принимать конечное число состояний (это справедливо, например, для модулированных сигналов с непрерывной фазой при рациональных индексах модуляции), к (12) может быть применена процедура Витерби. Она включает в себя отбрасывание на каждом новом тактовом интервале

невыживших путей и добавление к метрикам выживших путей приращений метрик, вычисляемых на новом интервале. Такое последовательное вычисление метрик возможно в связи с их аддитивным (по номеру тактового интервала) характером. В результате этой процедуры удастся добиться невозрастающей с ростом номера тактового интервала сложности алгоритма оптимального по критерию МПП приема.

Не приводя описания хорошо известного алгоритма Витерби, отметим, что ключевой операцией в алгоритме МПП, реализуемом с его помощью, является вычисление на каждом тактовом интервале приращений метрик

$$\begin{aligned} \Delta M(a_{k+Q}, \mathbf{A}^s_{k+Q-1}) &= \\ &= \int_{(k+Q-1)T}^{(k+Q)T} \langle F(t, a_{k+Q}, \mathbf{A}^s_{k+Q-1}, \Psi) \rangle dt. \end{aligned}$$

Индекс "s" в обозначении вектора информационных символов отражает тот факт, что этот вектор относится к выжившему пути.

Для вычисления приращения метрики необходимо знание апостериорной плотности вероятности вектора $\Psi(t)$, условной по вектору $\mathbf{A}^s_{k+Q-1}$ и символу a_{k+Q} . Эта плотность вероятности описывается соотношениями, аналогичными (8) и (9):

$$\begin{aligned} w_{ps}(t, \Psi|a_{k+Q}, \mathbf{A}^s_{k+Q-1}) &= \mathcal{L}\{w_{ps}(t, \Psi|a_{k+Q}, \mathbf{A}^s_{k+Q-1})\} + \\ &+ [F(t, a_{k+Q}, \mathbf{A}^s_{k+Q-1}, \Psi) - \langle F(t, a_{k+Q}, \mathbf{A}^s_{k+Q-1}, \Psi) \rangle] \times \\ &\times w_{ps}(t, \Psi|a_{k+Q}, \mathbf{A}^s_{k+Q-1}), \\ w_{ps}((k+Q-1)T + 0, \Psi|a_{k+Q}, \mathbf{A}^s_{k+Q-1}) &= \\ &= w_{ps}((k+Q-1)T, \Psi|\mathbf{A}^s_{k+Q-1}). \end{aligned}$$

Последнее выражение показывает, что в качестве начальных условий на $(k+Q)$ -ом интервале используются те апостериорные плотности вероятностей процесса $\Psi(t)$, которые соответствуют выжившим к моменту времени $(k+Q)T$ путям.

В работе рассмотрены вопросы приема произвольных сигналов с МИС, причем состав и характеристики сопутствующих параметров $\Psi(t)$ не конкретизированы. В силу этих причин приведенные алгоритмы приема имеют весьма общий вид. Для конкретных видов сигналов с МИС и характеристик сопутствующих параметров эти алгоритмы удастся существенно упростить.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Xiong Fuqin. Digital Modulation Techniques. Boston: Artech House, 2006.
2. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических систем и устройств. М.: Горячая линия — Телеком, 2014.