

## ГИБРИДНЫЙ МЕТОД ПОДАВЛЕНИЯ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ГИББСА НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ МАГНИТНО-РЕЗОНАНСНОЙ ТОМОГРАФИИ

© 2021 г. М. А. Пенкин<sup>а,\*</sup>, А. С. Крылов<sup>а,\*\*</sup>, А. В. Хвостиков<sup>а,\*\*\*</sup>

<sup>а</sup> Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,  
Факультет вычислительной математики и кибернетики,  
Лаборатория математических методов обработки изображений,  
119991 Москва, Ленинские горы, д. 1, Россия

\*E-mail: penkin97@gmail.com

\*\*E-mail: kryl@cs.msu.ru

\*\*\*E-mail: khvostikov@cs.msu.ru

Поступила в редакцию 10.10.2020 г.

После доработки 20.10.2020 г.

Принята к публикации 12.01.2021 г.

Подавление артефактов ложного оконтуривания на изображениях (эффектов ложного оконтуривания, *англ.* ginging) — это распространенная задача области восстановления изображений. Осцилляции Гиббса возникают из-за методики визуализации изображений магнитно-резонансной томографии, при которой исходные данные, поступающие в частотной области, отображаются в пространственную область с помощью дискретного преобразования Фурье. Появление осцилляций Гиббса обусловлено неполнотой получаемой информации, связанной в том числе с обрезкой высоких частот Фурье-спектра. В данной статье предлагается гибридный метод подавления артефактов ложного оконтуривания на изображениях магнитно-резонансной томографии, заключающийся в объединении моделей глубокого машинного обучения и классического необучаемого алгоритма подавления осцилляций Гиббса, основанного на поиске оптимальных субпиксельных сдвигов.

DOI: 10.31857/S0132347421030080

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Подавление осцилляций Гиббса (ложного оконтуривания, *англ.* ginging) — актуальная задача математических методов обработки изображений. Они часто наблюдаются при изменении разрешения изображений, при повышении резкости изображений, а также при визуализации данных магнитно-резонансной томографии (МРТ) (см. рис. 1). Повышение качества МРТ изображений является важной для медицинской диагностики задачей, например, при работе с атласами мозга [1].

Феномен Гиббса был открыт Генри Уилбрахамом в 1848 г., а затем повторно открыт Дж. Уиллардом Гиббсом в 1898 г. Интересным является факт, что в отличие от других математических областей, исследование эффекта Гиббса было не очень активным вплоть до 1977 года [2]. Затем работы на эту тему стали появляться чаще [3–5]. Отчасти такая динамика объясняется развитием магнитно-резонансной томографии (МРТ), основанной в 1973 году, когда профессор химии Пол Лотербург опубликовал в журнале Nature статью “Создание изображения с помощью индуцированного локального взаимодействия; примеры на основе

магнитного резонанса”. Математические методы получения изображений МРТ были затем усовершенствованы Питером Мэнсфилдом, и в 2003 году обоим исследователям была присуждена Нобелевская премия по физиологии и медицине.

Для демонстрации причин осцилляций Гиббса с математической точки зрения, рассмотрим сле-

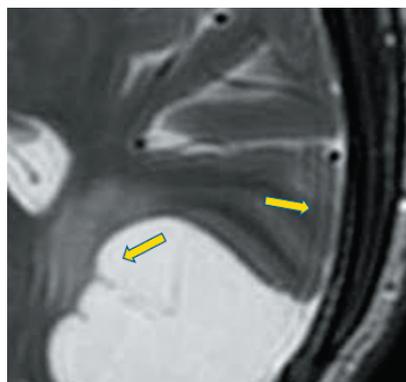
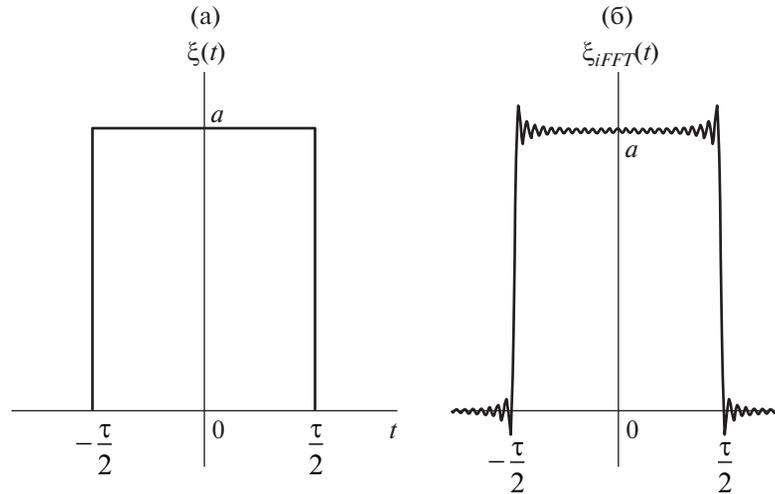


Рис. 1. Примеры осцилляций Гиббса на изображениях МРТ (указаны стрелками).



**Рис. 2.** Пример осцилляций Гиббса: (а) – исходная функция  $\xi(t)$ , (б) – функция, соответствующая обрезанному Фурье-спектру функции (а).

дующую вещественную периодичную модельную функцию:

$$\xi(t) = \begin{cases} a, & t \in [-\tau/2, \tau/2] \\ 0, & t \in [-T/2, T/2] \setminus [-\tau/2, \tau/2] \end{cases}, \quad (1.1)$$

$$\xi(t) = \xi(t + T),$$

где  $\xi(t)$  – модельный пример конечного разрыва;  $a$  – величина скачка;  $T$  – период модельной функции;  $\tau$  – ширина импульса.

Используя преобразование Фурье в комплексной форме и предполагая что  $T = 2\tau$ , (1.1) может быть записано в виде:

$$\xi(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_k e^{i\omega_k t}, \quad (1.2)$$

где  $d_k = \frac{1}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \xi(t) e^{-i\omega_k t} dt$ ,  $\omega_k = \Omega k$ ,  $\Omega = 2\pi/T$ .

$$\begin{aligned} \xi(t) &= 2 \cdot \frac{a}{2} \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \cdot \frac{1}{(2k+1)\pi} \cdot \cos(2k+1) \cdot \frac{2\pi}{T} t = \\ &= \frac{a}{\pi} \left( \cos \Omega t - \frac{1}{3} \cos 3\Omega t + \dots \right), \end{aligned} \quad (1.3)$$

где  $\Omega = 2\pi/T$ .

На практике часто используется не полный Фурье-спектр сигнала, а лишь его часть для минимизации времени сбора данных, что приводит к осцилляциям Гиббса, характерным для аппроксимации тригонометрическим рядом функций с разрывами. В таких случаях говорят, что проявляется эффект ложного оконтуривания (см. рис. 2).

Важно заметить, что максимальная амплитуда осцилляций Гиббса постоянна и не зависит от выбранной частоты обрезки ряда [6].

Для подавления осцилляций Гиббса на изображениях были предложены различные подходы: как с использованием необучаемых классических алгоритмов, так и с применением обучаемых глубоких свёрточных нейронных сетей.

Одним из наиболее эффективных подходов, основанных на применении необучаемых моделей, является работа [7], в которой ложное оконтуривание подавляется с помощью поиска оптимальных субпиксельных сдвигов. Этот метод был выбран нами в качестве классического алгоритма в предлагаемом гибридном подходе. Для краткости будем называть его – алгоритм Кельнера. Предложенный метод авторы сравнивали с другими классическими подходами, например, с медианной фильтрацией, фильтрацией Ланцоша – и визуально было доказано превосходство описанного в статье [7] алгоритма Кельнера.

Другим распространенным подходом к уменьшению артефактов ложного оконтуривания на изображениях является решение задачи вариационного исчисления по поиску оптимальной функции, минимизирующей целевой функционал, среди функций некоторого предопределенного класса (например,  $L_1$  или  $L_2$ ). Постановка задачи выглядит следующим образом:

$$J(u) = \frac{1}{2} \|u - u_0\|^2 + \lambda \int_{\Omega} |\nabla u(x)| dx \rightarrow \min_{u \in U}, \quad (1.4)$$

где  $u_0$  – входное изображение с артефактами ложного оконтуривания;  $u$  – искомое оптимальное изображение среди изображений класса  $U$ ;  $\Omega$  – область задания изображения;  $\lambda$  – параметр регуляризации (может зависеть от ближайшей контрастной границы, как например в [8]).

Также, известны методы одновременного подавления осцилляций Гиббса и оценки степени подавляемого ложного оконтуривания с использованием разреженных представлений [9].

В настоящее время все большую популярность приобретают методы глубокого обучения в области математических методов обработки изображений. В первую очередь – свёрточные нейронные сети. Свёрточные сети представляют возможность строить отображения изображений в обучаемые признаковые пространства большой размерности, фильтровать полученные признаки и преобразовывать обработанные признаки представления в целевое цветовое пространство. Свёрточные нейронные сети успешно решают массу прикладных задач обработки биомедицинских изображений и компьютерного зрения, таких как сегментация биомедицинских изображений [10, 11], уменьшение уровня шума на медицинских изображениях [12], и, в том числе, подавление осцилляций Гиббса на изображениях магнитно-резонансной томографии [13–15].

Одной из актуальных свёрточных моделей подавления артефактов ложного оконтуривания на изображениях МРТ, является GAS-CNN [14], которая была выбрана в качестве базовой. С результатами, полученными этой моделью, сравнивается предлагаемый гибридный подход.

GAS-CNN представляет собой очень глубокий свёрточный ансамбль (32 свёрточных блока), являющийся развитием модели увеличения разрешения EDSR [16]. Основными отличительными особенностями GAS-CNN стали:

- добавление внешних пространственных связей (*англ.* skip connectios), подобных используемым в архитектуре U-Net [10] между кодировщиком и декодировщиком;
- уменьшение размерности признакового пространства, в котором происходит фильтрация изображения (в GAS-CNN оно равно 64);
- отказ от использования слоев уменьшения пространственной размерности, например, свёртки с шагом 2 или слоя субдискретизации с функцией максимума (*англ.* max pooling), в силу локальности артефактов ложного оконтуривания.

GAS-CNN отображает входное изображение с осцилляциями Гиббса в признаковое пространство глубины 64, в котором затем осуществляется фильтрация с помощью 32-х остаточных свёрточных блоков (*англ.* ResBlock) [17]. Сеть преобразует ставшее результатом свёрточной фильтрации признаковое представление в изображение целевого цветового пространства – оттенки серого (*англ.* greyscale), с помощью заключительного реконструирующего свёрточного слоя.

Авторы GAS-CNN провели сравнение своей модели с билатеральной фильтрацией [18], нелокаль-

ной фильтрацией (*англ.* non-local means filtering) [19] и свёрточной нейронной сетью GARCNN [13].

Тем не менее, авторы GAS-CNN не исследовали возможную избыточность обучения 32-х свёрточных блоков для решения задачи уменьшения осцилляций Гиббса на изображениях МРТ. В данной статье предлагается новый, гибридный метод подавления артефактов ложного оконтуривания на изображениях магнитно-резонансной томографии, заключающийся в совместном использовании обучаемой глубокой свёрточной нейронной сети и необучаемого классического метода подавления осцилляций Гиббса. В качестве обучаемой части используется упрощение модели GAS-CNN, а в качестве необучаемой классической части выступает алгоритм Кельнера. Обучаемая часть предлагаемой модели состоит из 9 свёрточных блоков, вместо 32-ух у GAS-CNN, однако, благодаря использованию вспомогательных признаков от предварительно обработанных алгоритмом Кельнера входных изображений, наша гибридная модель сохраняет обобщающую способность на тестовом наборе данных. Такой гибридный подход, основывающийся на совместном использовании обучаемого и классического алгоритмов, ведет к улучшению итогового результата как визуально, так и по метрике оценки качества изображений PSNR [20]. Уменьшение числа свёрточных блоков также уменьшает риск переобучения модели.

## 2. АЛГОРИТМ КЕЛЬНЕРА

Алгоритм Кельнера [7] – это неитеративный необучаемый метод подавления осцилляций Гиббса на изображениях, основанный на поиске оптимальных субпиксельных сдвигов с целью минимизации функционала, оценивающего величину осцилляций. В качестве такого функционала используется полная вариация:

$$TV(f, \Omega) = \int_{\Omega} |\nabla f(x)| dx, \quad (2.1)$$

где  $f$  – функция, полная вариация ( $TV$ ) которой вычисляется в области  $\Omega$ .

Метод имеет два параметра  $k_1, k_2$ , определяющих “радиус”  $[k_1, k_2]$  пиксельного окна, в котором минимизируется полная вариация при различных субпиксельных сдвигах. Алгоритм Кельнера позволяет эффективно уменьшать эффект Гиббса с минимальным итоговым размытием, и его вычислительная сложность невелика.

Метод Кельнера осуществляет сначала поиск оптимальных субпиксельных сдвигов по двум одномерным направлениям: по горизонтали и по вертикали, а затем совмещает полученные результаты в Фурье области по следующей формуле:

$$K = \text{iFFT} \{ \text{FFT}(K_x) \cdot G_x + \text{FFT}(K_y) \cdot G_y \}, \quad (2.2)$$

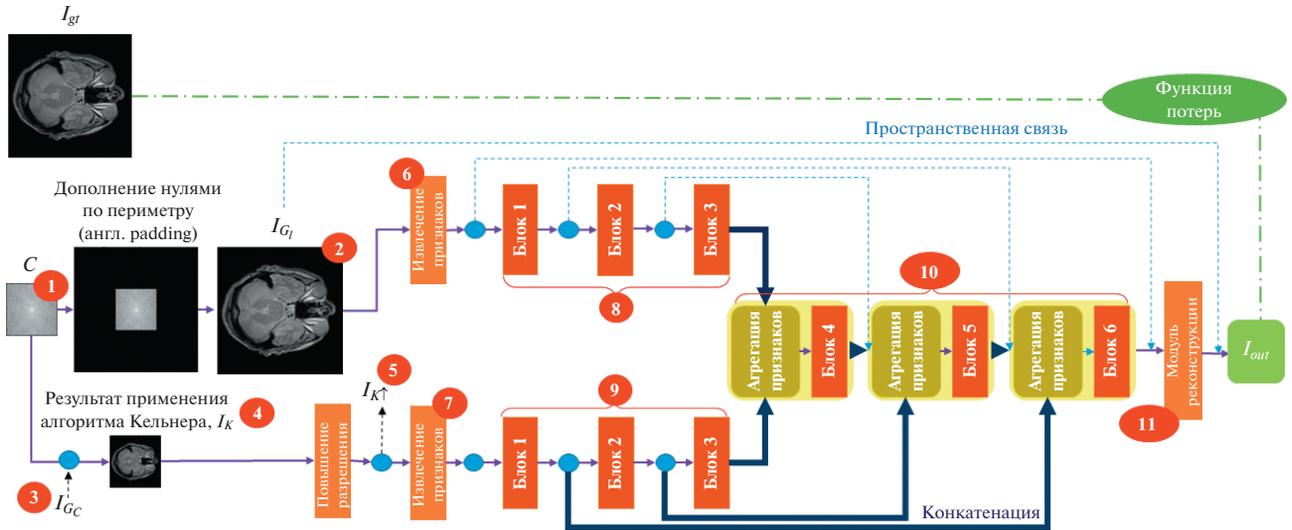


Рис. 3. Схема предлагаемой гибридной архитектуры подавления осцилляций Гиббса – DGAS9-CNN.

где  $K$  – итоговый результат алгоритма Кельнера;  $K_x$  – результат одномерного алгоритма Кельнера вдоль оси  $OX$ ;  $K_y$  – результат одномерного алгоритма Кельнера вдоль оси  $OY$ ; FFT – прямое дискретное преобразование Фурье; iFFT – обратное дискретное преобразование Фурье;  $G_x, G_y$  – весовые функции, имеющие вид:

$$G_x(t_x, t_y) = \frac{1 + \cos t_y}{(1 + \cos t_x) + (1 + \cos t_y)}, \quad (2.3)$$

$$G_y(t_x, t_y) = \frac{1 + \cos t_x}{(1 + \cos t_x) + (1 + \cos t_y)}, \quad (2.4)$$

где  $t_x \in [-\pi, \pi]$ ,  $t_y \in [-\pi, \pi]$ .

Рассмотрим подробнее одномерный алгоритм Кельнера с математической точки зрения. Пусть  $I$  – исходный сигнал и  $\{C_k\}$  –  $k$ -я комплексная амплитуда. Тогда, исходный сигнал можно приблизить следующим разложением в дискретный ряд Фурье:

$$I(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} C_k e^{\frac{2\pi i k n}{N}}. \quad (2.5)$$

Для каждого пикселя  $n$  с помощью теоремы о сдвиге преобразования Фурье получим  $2M$  его значений в окрестности для дальнейшего выбора оптимального субпиксельного сдвига:

$$I_s(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \left( C_k \cdot e^{\frac{2\pi i k \cdot s}{N \cdot 2M}} \right) \cdot e^{\frac{2\pi i k n}{N}}, \quad (2.6)$$

где  $s \in [-M, M - 1]$ ,  $s \in \mathbb{Z}$ . Авторы метода Кельнера предлагают произвести сначала поиск оптимального сдвига вдоль положительного и отрицательного направлений независимо:

$$TV_s^+(n) = \sum_{k=k_1}^{k_2} |I_s(n+k) - I_s(n+(k-1))|, \quad (2.7)$$

$$TV_s^-(n) = \sum_{k=k_1}^{k_2} |I_s(n-k) - I_s(n-(k-1))|, \quad (2.8)$$

$$r^+(n) = \arg \min_s TV_s^+(n), \quad (2.9)$$

$$r^-(n) = \arg \min_s TV_s^-(n), \quad (2.10)$$

где  $k_1, k_2$  – параметры алгоритма, определяющие “радиус” пиксельной окрестности, по которой минимизируется полная вариация при различных субпиксельных сдвигах. Авторы пришли к выводу, что для большинства рассматриваемых ими прикладных случаев оптимальными входными параметрами являются:  $k_1 = 1, k_2 = 3$ .

А затем из двух полученных оптимальных сдвигов  $r^+(n), r^-(n)$  выбрать тот, что обеспечивает минимальную полную вариацию:

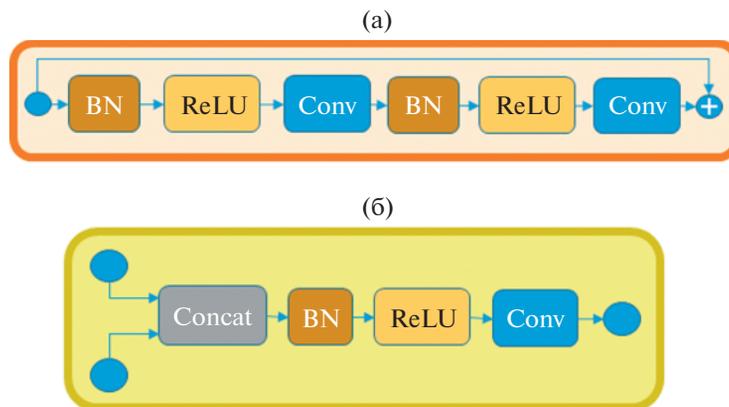
$$r(n) = \arg \min_{r^+, r^-} \{TV_{r^+(n)}^+(n), TV_{r^-(n)}^-(n)\} \quad (2.11)$$

Окончательное значение в полученной точке  $n - r(n)/(2M)$  вычисляется авторами с помощью линейной интерполяции.

### 3. ПРЕДЛАГАЕМЫЙ МЕТОД

Предлагаемая архитектура представлена на рис. 3.

Будем называть ее DGAS9-CNN (англ. Dual Gibbs-ringing artifact suppression CNN).



**Рис. 4.** (а) – остаточный блок; (б) – блок агрегации признаков. Conv – свёрточный слой; BN – пакетная нормализация; ReLU – функция активации ReLU; Concat – слой конкатенации вдоль последней размерности (форма тензора описывается по стандарту: BHWС).

Предлагаемая гибридная модель:  $C \rightarrow I_{out}$ , имеет следующую структуру (номера соответствуют номерам на рис. 3):

1. Вход: обрезанный спектр Фурье ( $C$ ).
2. Получение изображения с артефактами Гиббса, являющегося входным в свёрточную нейронную сеть:  $C \rightarrow I_{G_i}$ :
  - дополнение нулями по периметру (*англ.* zero-padding)  $C$ , для соответствия размерам референсного изображения без осцилляций Гиббса  $I_{gt}$ ;
  - применение обратного преобразования Фурье.
3. Получение изображения с осцилляциями Гиббса, являющегося входным в алгоритм Кельнера:  $C \rightarrow I_{G_c}$ :
  - применение обратного преобразования Фурье к входному спектру  $C$  без дополнения его нулями по периметру в силу требований классического метода.
4. Применение алгоритма Кельнера к  $I_{G_c}$ :  $I_{G_c} \rightarrow I_K$ .
5. Повышение разрешения  $I_K$  до соответствия с размерами референсного изображения:  $I_K \rightarrow I_{K\uparrow}$ .
6. Модуль преобразования изображения  $I_{G_i}$  в признаковое представление глубины 64.
7. Модуль преобразования изображения  $I_{K\uparrow}$  в признаковое представление глубины 64.
8. Модуль глубокого кодирования признаков изображения  $I_{G_i}$  в признаковом пространстве глубины 64.
9. Модуль глубокого кодирования признаков изображения  $I_{K\uparrow}$  в признаковом пространстве глубины 64.

10. Модуль восстановления признаков целевого изображения  $I_{out}$ , в котором агрегируются признаки изображений  $I_{G_i}$  и  $I_{K\uparrow}$ .

11. Модуль реконструкции целевого изображения без эффекта Гиббса  $I_{out}$ .

Предлагаемая гибридная модель DGAS9-CNN имеет 9 структурных остаточных блоков: 3 блока в глубоком кодировщике признаков изображения  $I_{G_i}$ , 3 блока в глубоком кодировщике признаков изображения  $I_{K\uparrow}$  и 3 блока в модуле восстановления признаков целевого изображения  $I_{out}$ . Схема остаточного блока предлагаемой модели приведена на рис. 4 (а).

В [17] показано, что использование остаточных блоков в качестве структурных архитектурных составляющих позволяет преодолеть одну из основных проблем обучения глубоких свёрточных нейронных сетей – затухание градиента [21]. Стоит отметить, что выбранная базовая модель GAS-CNN также состоит из остаточных блоков, однако в отличие от GAS-CNN используемый нами остаточный блок включает в себя слои пакетной нормализации [22] (*англ.* batch normalization), позволяющие еще более эффективно вести обучение глубоких архитектур [23].

Особенностью модуля восстановления признаков целевого изображения  $I_{out}$  является блок агрегации признаков изображений  $I_{G_i}$  и  $I_{K\uparrow}$ . Его схема приведена на рис. 4 (б). Он представляет свёртку с ядром  $3 \times 3$  предварительно конкатенированных и нормализованных представлений изображений  $I_{G_i}$  и  $I_{K\uparrow}$ .

Извлечение признаков представлений изображений  $I_{G_i}$  и  $I_{K\uparrow}$  предлагаемая архитектура реализует с помощью одного свёрточного слоя ( $3 \times 3$ ) с

последующей пакетной нормализацией и активацией ReLU.

Повышение разрешения результата алгоритма Кельнера  $I_K$  реализуется интерполяцией методом ближайшего соседа с последующими двумя обучаемыми свёрточными слоями с ядрами  $(3 \times 3)$ .

Заключительный модуль реконструкции реализован через два последовательных свёрточных слоя с ядрами  $(3 \times 3)$ , осуществляющих:

- промежуточное проецирование обработанных признаков глубины 64 на подпространство меньшей размерности – 16;
- отображение полученного тензора в целевое изображение без эффекта Гиббса  $I_{out}$ .

#### 4. ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Предлагаемая гибридная модель DGAS9-CNN была обучена и протестирована на синтезированных изображениях с фиксированной степенью осцилляций Гиббса, полученных прямым и обратным преобразованиями Фурье из набора данных IXI<sup>1</sup> референсных изображений  $I_{gt}$  по следующей схеме [14]:

1. Применить преобразование Фурье к очередному референсному изображению  $I_{gt}$  ( $256 \times 256$ ) из набора данных IXI.

2. Обрезать спектр Фурье таким образом, чтобы сохранилась лишь центральная часть частот, составляющая  $\frac{1}{9}$  площади (см. изображение  $C$  на рис. 3).

3. Получить изображение ( $I_{G_i}$ ) с осцилляциями Гиббса, являющееся входным в свёрточную нейронную сеть:

- дополнить нулями по периметру спектр  $C$  до соответствия с размерами референсного изображения  $I_{gt}$ ;
- применить обратное преобразование Фурье.

4. Получить изображение ( $I_{G_c}$ ), являющееся входным для алгоритма Кельнера:

- применить обратное преобразование Фурье к обрезанному спектру  $C$ .

В результате тренировочный, валидационный и тестовый наборы данных представляют собой множество триплетов:  $(I_{gt}, I_{G_i}, I_K)$ . Тренировочный сет состоит из 10 427 триплетов, валидационный – из 2016 триплетов и тестовый – из 2617 триплетов [14].

Следует отметить, что набор данных IXI содержит МРТ-данные трех различных модальностей: T1, T2, PD, поэтому для приведения значений пикселей изображений к единому диапазону [0,

1] была использована стандартная Min-Max нормализация каждого триплета  $(I_{gt}, I_{G_i}, I_K)$ .

Авторы базовой статьи GAS-CNN [14] не предоставили кода и весов, так что для корректного сравнения мы обучили все сравниваемые здесь модели самостоятельно. Программная реализация сравниваемых здесь архитектур написана на языке Python 3 с использованием фреймворка глубокого обучения Tensorflow 1.14<sup>2</sup>.

Модели обучались с помощью метода оптимизации Adam [24] с параметрами:  $\beta_1 = 0.9$ ,  $\beta_2 = 0.999$ ,  $\epsilon = 1e-08$  на графическом ускорителе GPU NVIDIA GeForce RTX 2080 Ti. Сравнимые здесь модели оптимизировались с точки зрения классической регрессионной, устойчивой к выбросам, функции потерь  $l_1$  с  $l_2$  регуляризацией ( $\gamma = 10^{-4}$ ). Скорость обучения менялась полиномиально:

$$lr(x) = (lr_0 - lr_1) \cdot \left(1 - \frac{x}{M}\right)^p + lr_1, \quad (4.1)$$

где  $x$  – очередная итерация обучения;  $lr_0$  – исходное значение скорости обучения;  $lr_1$  – конечное значение скорости обучения;  $M = N_e \cdot N_d / bs$  – общее количество итераций обучения;  $N_e$  – число эпох обучения;  $N_d$  – число триплетов в тренировочном наборе данных;  $bs$  – пакет триплетов, подаваемых модели на очередной итерации обучения (*англ.* batch size);  $p$  – степень полинома, с которой ведется полиномиальное уменьшения скорости обучения.

Непосредственно, были использованы следующие значения представленных выше параметров:  $lr_0 = 10^{-4}$ ,  $lr_1 = 0$ ,  $N_e = 1000$ ,  $bs = 20$ ,  $p = 0.3$ .

Важно отметить, что для борьбы с потенциальной проблемой переобучения применялась не только  $l_2$  регуляризация, но и аугментация входных данных: случайными вращениями на углы, кратные 90, и отражениями по горизонтали и по вертикали. Модели обучались на случайно вырезаемых в процессе обучения патчах размера  $48 \times 48$ .

Отдельное внимание было уделено возможной избыточности обучения 32-х свёрточных блоков для решения задачи подавления осцилляций Гиббса на изображениях магнитно-резонансной томографии.

Для этого, сначала была обучена сильно упрощенная версия GAS-CNN с 6-ю свёрточными блоками (помимо модулей выделения признаков представлений входного изображения и модуля реконструкции целевого изображения – эти модули сохраняют свою архитектуру для всех исследуемых здесь моделей) – GAS6-CNN, повто-

<sup>1</sup> <http://brain-development.org/ixi-dataset/>

<sup>2</sup> <https://github.com/MaksimPenkin/DGAS9-CNN>

ряющая остаточную архитектуру GAS-CNN, однако имеющая 6 свёрточных остаточных блоков вместо исходных 32-х. Полученные средние значения метрики оценки качества изображений PSNR на тестовом наборе данных для GAS-CNN и GAS6-CNN отражены в табл. 1, а динамика средних значений PSNR на валидационном наборе данных во время обучения показана на рис. 5. Видно, что такое значительное уменьшение числа слоев модели при равных условиях обучения привело к потере обобщающей способности на тестовом наборе данных.

Затем, добавив к GAS6-CNN дополнительные признаки, кодирующие обработанные классическим алгоритмом Кельнера входные изображения, уровень обобщающей способности модели на тестовом наборе данных повысился и сравнился с результатом работы GAS-CNN, имеющей почти в 3.5 раза больше свёрточных остаточных блоков. (см. табл. 1 и рис. 5).

Для оценки вклада алгоритма Кельнера в гибридный метод, мы дополнительно обучили модель DGAS9-CNN, полностью повторяющую структуру предлагаемой DGAS9-CNN, однако без использования алгоритма Кельнера. В ней изображение  $I_K$  совпадает с  $I_G$ . Полученный результат, как можно видеть из табл. 1 и рис. 5, уступает DGAS9-CNN и на тестовом наборе данных, и на валидационной выборке.

На центральном процессоре Intel(R) Core(TM) i7-8700 базовый подход GAS-CNN обрабатывает одно изображение  $256 \times 256$  за 1.03 сек, в то время как предлагаемая нами гибридная модель DGAS9-CNN – в полтора раза быстрее, за 0.68 с (см. табл. 1), обеспечивая сравнимую с GAS-CNN обобщающую способность на тестовом наборе данных (см. табл. 1).

Визуально оценить результаты применения рассматриваемых алгоритмов можно на рис. 6.

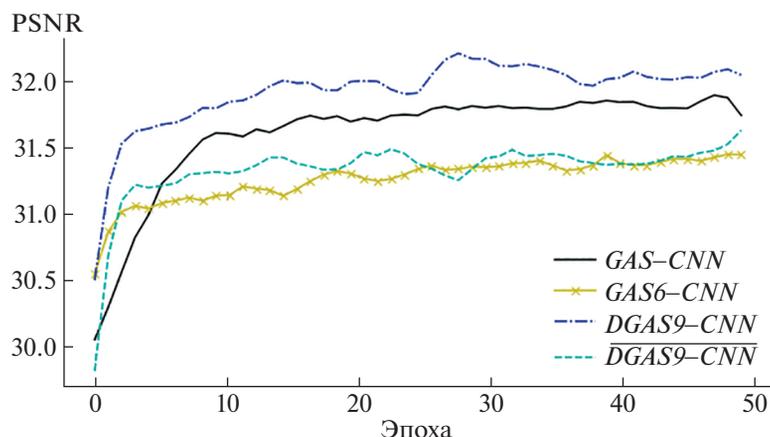
**Таблица 1.** Средние значения PSNR на тестовом наборе данных из 2617 изображений и средние времена обработки одного изображения на ЦПУ

Модель	PSNR	Время, с
Исходные изображения	29.79	–
GAS-CNN	32.04	1.03
GAS6-CNN	31.67	0.25
DGAS9-CNN	32.27	0.68
DGAS9-CNN	31.61	0.45

**Таблица 2.** Средние значения PSNR и полной вариации на тестовом наборе данных из 2617 изображений. Изображения приведены к единому размеру  $I_K$

Модель	PSNR	TV
Исходные изображения	20.70	659.68
Алгоритм Кельнера	21.68	540.18
DGAS9-CNN	29.57	611.25
GAS-CNN	29.46	620.09

Результат применения алгоритма Кельнера имеет наименьшую полную вариацию среди рассматриваемых алгоритмов, однако, минимизируя полную вариацию, метод также подавляет и детали на изображениях, что приводит к приросту только в 1 дБ метрики PSNR (см. табл. 2). Результаты применения предлагаемого гибридного алгоритма DGAS9-CNN и базового GAS-CNN имеют также меньшую полную вариацию в сравнении с исходными входными изображениями, однако они значительно лучше восстанавливают детали на изображениях, увеличивая PSNR: на 8.87 и 8.76 дБ, соответственно (см. табл. 2).



**Рис. 5.** Средние значения PSNR на валидационном наборе из 2016 изображений во время обучения.

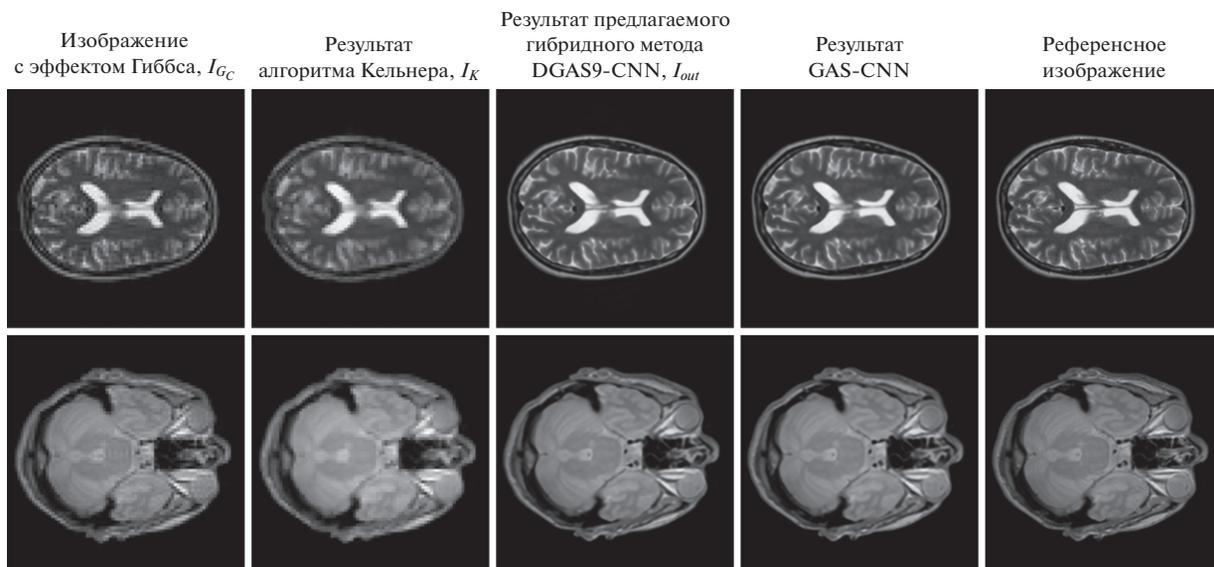


Рис. 6. Визуальное сравнение алгоритмов.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье представлена гибридная модель DGAS9-CNN подавления осцилляций Гиббса на изображениях магнитно-резонансной томографии. Предлагаемый метод состоит из агрегации классического неитеративного подхода подавления осцилляций Гиббса – алгоритма Кельнера, и легкой свёрточной нейронной сети, упрощающей архитектуру сети GAS-CNN. Предлагаемая гибридная модель имеет в 3.5 раза меньше свёрточных остаточных блоков, в сравнении с GAS-CNN, однако позволяет достичь лучшие, чем GAS-CNN результаты, обрабатывая изображения в 1.5 раза быстрее.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Senyukova O., Zubov A.* Full anatomical labeling of magnetic resonance images of human brain by registration with multiple atlases // *Programming and Computer Software*. 2016. V. 46. № 6. P. 356–360.
2. *Gottlieb D., Orszag S.* Numerical Analysis of Spectral Methods: Theory and Application. SIAM, 1977. 176 p.
3. *Gray A., Pinsky M.* Gibbs phenomenon for Fourier-Bessel series // *Expositiones Mathematicae*. 1993. V. 11. 123 p.
4. *Pinsky M.A.* Fourier inversion for piecewise smooth functions in several variables // *Proceedings of the American Mathematical Society*. 1993. V. 118. № 3. P. 903–910.
5. *Pinsky M.A.* Pointwise Fourier inversion in several variables // *Notices of the American Mathematical Society*. 1995. V. 42. № 3. P. 330–334.
6. *Малла С.* Вэйвлеты в обработке сигналов. Пер. с англ. М.: Мир, 2005. 671 с.
7. *Kellner E., Dhital B., Kiselev V.G., Reiser M.* Gibbs ringing artifact removal based on local subvoxel-shifts // *Magnetic Resonance in Medicine*. 2016. V. 76. № 5. P. 1574–1581.
8. *Sitdikov I.T., Krylov A.S.* Variational Image Deringing Using Varying Regularization Parameter // *Pattern Recognition and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications*. 2015. V. 25. № 1. P. 96–100.
9. *Umnov A.V., Krylov A.S.* Sparse Approach to Image Ringing Detection and Suppression // *Pattern Recognition and Image Analysis: Advances in Mathematical Theory and Applications*. 2017. V. 27. № 4. P. 754–762.
10. *Ronneberger O., Fischer P., Brox T.* U-net: Convolutional networks for biomedical image segmentation // *International Conference MICCAI 2015*. 2015. P. 234–241.
11. *Sinha A., Dolz J.* Multi-scale self-guided attention for medical image segmentation // *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*. 2021. V. 25. № 1. P. 121–130.
12. *Krylov A., Karnaukhov V., Mamaev N., Khvostikov A.* Hybrid Method for Biomedical Image Denoising // *Proceedings of the 2019 4th International Conference on Biomedical Imaging, Signal Processing*. 2019. P. 60–64.
13. *Wang Y., Song Y., Xie H. et al.* Reduction of Gibbs artifacts in magnetic resonance imaging based on Convolutional Neural Network // *2017 10th International Congress on Image and Signal Processing, Biomedical Engineering and Informatics (CISP-BMEI)*. 2017. P. 1–5.
14. *Zhao X., Zhang H., Zhou Y. et al.* Gibbs-ringing artifact suppression with knowledge transfer from natural images to MR images // *Multimedia Tools and Applications*. 2019. P. 1–23.
15. *Penkin M., Krylov A., Khvostikov A.* Attention-based Convolutional Neural Network for MRI Gibbs-ringing

- Artifact Suppression // CEUR Workshop Proceedings. 2020. V. 2744. P. 1–12.
16. *Lim B., Son S., Kim H. et al.* Enhanced deep residual networks for single image super-resolution // Proceedings of the CVPR IEEE Conference. 2017. P. 136–144.
  17. *He K., Zhang X., Ren S., Sun J.* Deep residual learning for image recognition // Proceedings of the CVPR IEEE Conference. 2016. P. 770–778.
  18. *Zhang M., Gunturk B.K.* Multiresolution bilateral filtering for image denoising // IEEE Transactions on Image Processing. 2008. V. 17. № 12. P. 2324–2333.
  19. *Manj'on J.V., Coupé P., Buades A. et al.* Non-local MRI upsampling // Medical Image Analysis. 2010. V. 14. № 6. P. 784–792.
  20. *Hore A., Ziou D.* Image quality metrics: PSNR vs. SSIM // 2010 20th International Conference on Pattern Recognition. 2010. P. 2366–2369.
  21. *Hanin B.* Which neural net architectures give rise to exploding and vanishing gradients? // Advances in Neural Information Processing Systems. 2018. P. 582–591.
  22. *Ioffe S., Szegedy C.* Batch normalization: Accelerating deep network training by reducing internal covariate shift // arXiv preprint arXiv:1502.03167, 2015.
  23. *Santurkar S., Tsipras D., Ilyas A., Madry A.* How does batch normalization help optimization? // Advances in Neural Information Processing Systems. 2018. P. 2483–2493.
  24. *Kingma D.P., Ba J.* Adam: A method for stochastic optimization // arXiv preprint arXiv:1412.6980, 2014.