

УДК 51-73,533

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МАССОПЕРЕНОСА ДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ПО МОНО- И ПОЛИДИСПЕРСНОЙ ГАЗОВЗВЕСИ

© 2023 г. Д. А. Губайдуллин<sup>1,\*</sup>, Д. А. Тукмаков<sup>1,\*\*</sup><sup>1</sup>ИММ ФИЦ Каз. НЦ РАН, Казань, Россия

\*e-mail: tukmakovda@imm.knc.ru

\*\*e-mail: gubaidullin@imm.knc.ru

Поступила в редакцию 19.01.2023 г.

После доработки 20.04.2023 г.

Принята к публикации 28.04.2023 г.

В работе численно моделируется распространение ударной волны по газовзвесям. Несущая среда описывалась как вязкий, сжимаемый, теплопроводный газ. Математическая модель реализовывала континуальную методику динамики многофазных сред, учитывающую взаимодействие несущей среды и дисперсной фазы. Моделировался массоперенос взвешенных в газе дисперсных включений, вызванный взаимодействием ударной волны с монодисперсными газовзвесьями и с газовзвесьями, имеющими многофракционный состав. Выявлены различия массопереноса частиц в зависимости от их размера. Установлено, что процесс массопереноса дисперсных включений в монодисперсной газовзвесям отличается от аналогичного процесса для фракции полидисперсной газовзвесям, имеющей тот же размер частиц и то же объемное содержание.

*Ключевые слова:* континуальная модель, полидисперсная газовзвесь, межфазное взаимодействие, массоперенос

**DOI:** 10.31857/S0032823523030050, **EDN:** ZTCTUM

**1. Введение.** Динамика неоднородных сред является развивающимся разделом механики жидкости и газа. В отличие от классической гидродинамики, движение смеси сопровождается эффектами, связанными с межфазным взаимодействием. Основные уравнения динамики многофазных сред приведены в [1]. Разработаны [2–5] математические модели различных течений газочапельных и запыленных сред. В работах по тематике течений сплошных сред с дисперсными включениями [6–26] исследуются как общие теоретические вопросы процессов взаимодействия несущих сред и дисперсных включений [6, 18, 23–26], так и термодинамические и механические превращения, происходящие с частицами в потоке сплошной среды, а также массообмен фаз в потоке неоднородных сред [7, 8, 11, 17, 19]. Исследования динамических процессов в газовзвесьях связаны с практическими приложениями [9, 10, 12–16, 19–22], в частности сепарацией фракций в полидисперсных взвесьях встречающихся в ядерной энергетике [15] и химической промышленности [19–21], промышленной экологии [22]. В данной работе применяется континуальный подход механики многофазных сред. Такой подход предполагает решение полной гидродинамической системы уравнений движения для каждой из фаз смеси или же фракций, в случае если дисперсная фаза состоит из нескольких фракций, с учетом обмена импульсом и массой между дисперсной фазой и несущей средой. На основе численного моделирования исследуется про-

цесс изменения объемного содержания частиц при прохождении ударной волны и спутного за ней потока газа через область, заполненную газозвесью моно- или полидисперсного состава.

**2. Математическая модель.** Движение несущей среды описывается системой уравнений Навье–Стокса для сжимаемого теплопроводного газа с учетом межфазного силового взаимодействия и теплообмена [4, 27–31]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1^2 + p - \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 u_1 v_1 - \tau_{xy}) &= - \sum_{j=2,n} F_{xj} + \sum_{j=2,n} \alpha_j \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1 v_1 - \tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_1 v_1^2 + p - \tau_{yy}) &= - \sum_{j=2,n} F_{yj} + \sum_{j=2,n} \alpha_j \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.1) \\ \frac{\partial(e_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}([e_1 + p - \tau_{xx}]u_1 - \tau_{xy}v_1 - \lambda \frac{\partial T_1}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}([e_1 + p - \tau_{yy}]v_1 - \tau_{xy}u_1 - \lambda \frac{\partial T_1}{\partial y}) &= \\ = - \sum_{j=2,n} Q_j - \sum_{j=2,n} (|F_{xj}|(u - u_j) + |F_{yj}|(v - v_j)) + \sum_{j=2,n} \alpha_j \left( \frac{\partial(pu)}{\partial x} + \frac{\partial(pv)}{\partial y} \right) \end{aligned}$$

Тензоры вязких напряжений записываются, через составляющие вектора скорости следующим образом:

$$\tau_{11} = \mu \left( 2 \frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{22} = \mu \left( 2 \frac{\partial v_1}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right), \quad \tau_{12} = \mu \left( \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \right), \quad D = \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y}$$

Динамика каждой из фракций дисперсной фазы описывается системой уравнений [2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_j}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_j u_j)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_j v_j)}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial(\rho_j u_j)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_j u_j^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_j u_j v_j) &= F_{xj} - \alpha_j \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial(\rho_j v_j)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_j u_j v_j) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_j v_j^2) &= F_{yj} - \alpha_j \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.2) \\ \frac{\partial(e_j)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_j u_j) + \frac{\partial}{\partial y}(e_j v_j) &= Q_j \end{aligned}$$

Здесь  $p$ ,  $\rho_1$ ,  $u_1$ ,  $v_1$  – давление, плотность, декартовы составляющие скорости несущей среды в направлении осей  $x$  и  $y$  соответственно;  $T_1$ ,  $e_1$  – температура и полная энергия газа;  $\rho_j$ ,  $T_j$ ,  $e_j$ ,  $u_j$ ,  $v_j$  – средняя плотность, температура, внутренняя энергия, декартовы составляющие скорости  $j$ -й фракции дисперсной фазы в направлении осей  $x$ ,  $y$ . Для описания массопереноса фракций дисперсной фазы применялась функция средней плотности [4, 5], являющаяся произведением физической плотности, остающейся неизменной на объемное содержание, являющееся функцией временной и пространственных переменных. Температура несущей среды находится из уравнения  $T_1 = (\gamma - 1)(e_1/\rho_1 - (u_1^2 + v_1^2)/(2R))$ , где  $R$  – газовая постоянная несущей фазы,  $\mu$  – вязкость газа,  $\lambda$  – теплопроводность газа,  $\gamma$  – постоянная адиабаты,  $c$  – скорость звука,  $c = \sqrt{M^{-1}\gamma RT}$ ,  $M$  – молярная масса газа. Давление газа определяется выражением  $p = (\gamma - 1)(e_1 - \rho_1(u_1^2 + v_1^2)/2)$ . Внутренняя энергия  $j$ -й фракции дисперсной фазы

определяется как  $e_j = \rho_j C_{pj} T_j$ , где  $C_{pj}$  – удельная теплоемкость единицы массы вещества  $j$ -й фракции дисперсной фазы, средняя плотность дисперсной фазы вычисляется из выражения  $\rho_j = \alpha_j \rho_{j0}$ , где  $\alpha_j$  – объемное содержание  $j$ -й фракции дисперсной фазы,  $\rho_{j0}$  – физическая плотность материала  $j$ -й фракции. Пространственные составляющие силы аэродинамического сопротивления:

$$F_{xj} = \frac{3\alpha_j}{4d_j} C_{dj} \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_j)^2 + (v_1 - v_j)^2} (u_1 - u_j)$$

$$F_{yj} = \frac{3\alpha_j}{4d_j} C_{dj} \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_j)^2 + (v_1 - v_j)^2} (v_1 - v_j),$$

$Q_j = 6\alpha_j \lambda \text{Nu}_{1j} (T_1 - T_j) / d_j^2$  – поток тепла между несущей средой и  $j$ -й фракцией дисперсной фазы. Здесь  $\text{Nu}_{1j}$  – относительное число Нуссельта [4],  $d_j$  – диаметр частицы. Число Нуссельта определяется с помощью известной аппроксимации в зависимости от относительного числа Маха  $M_{1j}$ , относительного числа Рейнольдса  $\text{Re}_{1j}$  и числа Прандтля  $\text{Pr}$  [2, 3]:

$$M_{1j} = |\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_j| / c, \quad \mathbf{V}_i = [u_i, v_i], \quad \text{Re}_{1j} = \rho_1 |\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_j| d_j \mu^{-1}, \quad \text{Pr} = C_p \mu \lambda^{-1}$$

$$\text{Nu}_{1j} = 2 \exp(-M_{1j}) + 0.459 \text{Re}_{1j}^{0.55} \text{Pr}^{0.33}, \quad 0 \leq M_{1j} \leq 2, \quad 0 \leq \text{Re}_{1j} < 2 \times 10^5$$

Коэффициент аэродинамического сопротивления вычислялся с использованием следующего выражения [1, 3]:

$$C_{dj} = \frac{24}{\text{Re}_{1j}} + \frac{4}{\text{Re}_{1j}^{0.5}} + 0.4$$

Система уравнений (2.1)–(2.2) интегрировалась явным конечно-разностным методом Мак-Кормака второго порядка точности [32]. Для подавления численных осцилляций применялась схема нелинейной коррекции сеточной функции [33, 34]. В конечно-разностной аппроксимации на границах расчетной области для газа и  $k$ -й фракции дисперсной фазы задавались однородные граничные условия Неймана:

$$\begin{aligned} u_1(t, 1, j) &= u_1(t, 2, j), & u_k(t, 1, j) &= u_k(t, 2, j) \\ v_1(t, 1, j) &= v_1(t, 2, j), & v_k(t, 1, j) &= v_k(t, 2, j) \\ u_1(t, N_x, j) &= u_1(t, N_x - 1, j), & u_k(t, N_x, j) &= u_k(t, N_x - 1, j) \\ v_1(t, N_x, j) &= v_1(t, N_x - 1, j), & v_k(t, N_x, j) &= v_k(t, N_x - 1, j) \\ u_1(t, i, 1) &= u_1(t, i, 2), & u_k(t, i, 1) &= u_k(t, i, 2) \\ v_1(t, i, 1) &= v_1(t, i, 2), & v_k(t, i, 1) &= v_k(t, i, 2) \\ u_1(t, i, N_y) &= u_1(t, i, N_y - 1), & u_k(t, i, N_y) &= u_k(t, i, N_y - 1) \\ v_1(t, i, N_y) &= v_1(t, i, N_y - 1), & v_k(t, i, N_y) &= v_k(t, i, N_y - 1) \\ \rho_1(t, 1, j) &= \rho_1(t, 2, j), & \rho_k(t, 1, j) &= \rho_k(t, 2, j) \\ \rho_1(t, N_x, j) &= \rho_1(t, N_x - 1, j), & \rho_k(t, N_x, j) &= \rho_k(t, N_x - 1, j) \\ \rho_1(t, i, 1) &= \rho_1(t, i, 2), & \rho_k(t, i, 1) &= \rho_k(t, i, 2) \\ \rho_1(t, i, N_y) &= \rho_1(t, i, N_y - 1), & \rho_k(t, i, N_y) &= \rho_k(t, i, N_y - 1) \\ e_1(t, 1, j) &= e_1(t, 2, j), & e_k(t, 1, j) &= e_k(t, 2, j) \end{aligned}$$

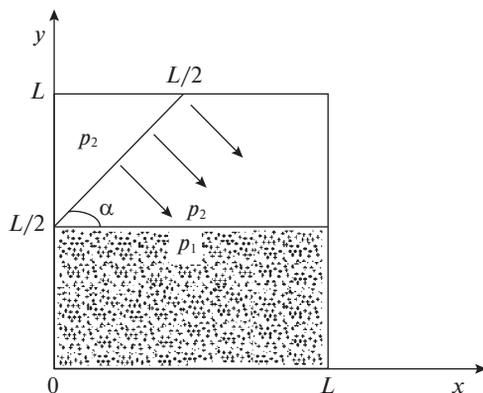


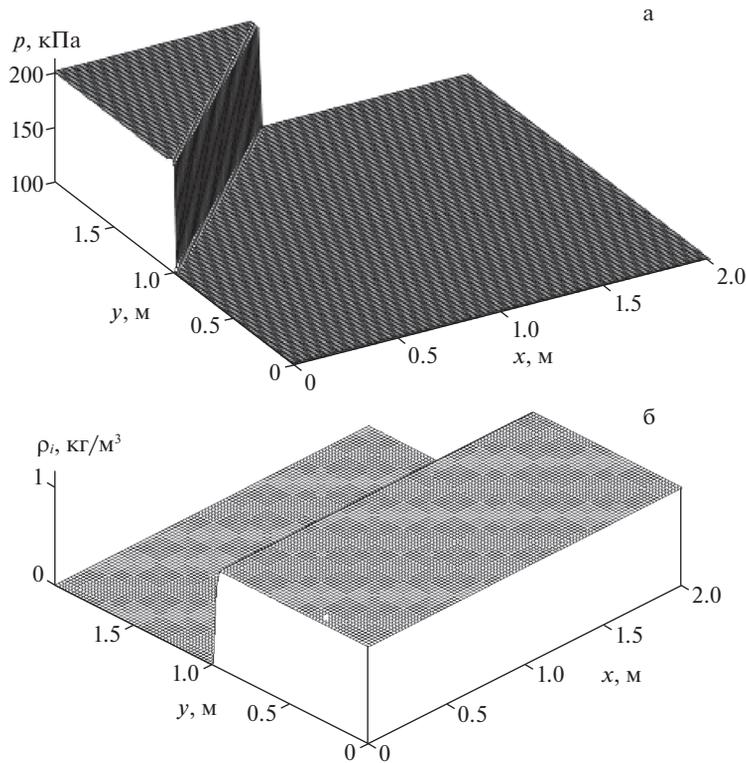
Рис. 1. Схематическое изображение моделируемого процесса.

$$\begin{aligned}
 e_1(t, N_x, j) &= e_1(t, N_x - 1, j), & e_k(t, N_x, j) &= e_k(t, N_x - 1, j) \\
 e_1(t, i, 1) &= e_1(t, i, 2), & e_k(t, i, 1) &= e_k(t, i, 2) \\
 e_1(t, i, N_y) &= e_1(t, i, N_y - 1), & e_k(t, i, N_y) &= e_k(t, i, N_y - 1) \\
 p(t, 1, j) &= p(t, 2, j), & p(t, N_x, j) &= p(t, N_x - 1, j) \\
 p(t, i, 1) &= p(t, i, 2), & p(t, i, N_y) &= p(t, i, N_y - 1)
 \end{aligned}$$

Здесь  $N_x N_y$  – количество узлов;  $i, j$  – нумерация узлов в  $x$  и  $y$  направлениях соответственно. Проводилось [27] сопоставление результатов численных расчетов, проведенных описанной выше математической моделью динамики газозвеси для монодисперсного состава дисперсной фазы с результатами физического эксперимента и аналитическими расчетами. Расчеты проводились для канала, в котором направление движения ударной волны перпендикулярно поверхности раздела однородной и неоднородной среды.

**3. Результаты расчетов.** В работе [4] исследованы процессы, связанные с поведением средней плотности дисперсной фазы при прохождении ударной волны по газозвеси в одномерном случае. В данной работе делается обобщение на двухмерный случай, когда массоперенос частиц происходит не только в продольном, но и в поперечном направлении. Рассматривается течение газозвеси, когда ударная волна падает под углом к поверхности раздела однородной среды и газозвеси. При моделировании задавались следующие параметры несущей фазы газозвеси:  $M = 29 \times 10^{-3}$  кг/моль – молярная масса воздуха, теплопроводность несущей среды предполагалась равной  $\lambda = 0.02553$  Вт/(м · К), динамическая вязкость несущей среды  $\mu = 1.72 \times 10^{-5}$  Па · с,  $\gamma = 1.4$ ,  $R = 8.31$  Дж/(моль · К). Угол между поверхностью разрыва давлений и поверхностью раздела газа и газозвеси составляет  $\alpha = \pi/4$ . Моделируемая область течения представляет собой квадрат со стороной  $L = 2$  м (рис. 1). Также исследуется влияние полидисперсного состава на процессы массопереноса частиц различных размеров.

В численных расчетах количество узлов в осевом направлении –  $N_x = 200$ , в радиальном направлении –  $N_y = 200$ . Полидисперсная газозвесь состояла из фракций с размером частиц –  $d = 2$  мкм,  $d = 20$  мкм,  $d = 200$  мкм. Физическая плотность материала частиц различных фракций составляла  $\rho_{20} = \rho_{30} = \rho_{40} = 2500$  кг/м<sup>3</sup>. Объемное содержание фракций частиц  $\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 0.0004$ . В монодисперсных газозвесях раз-



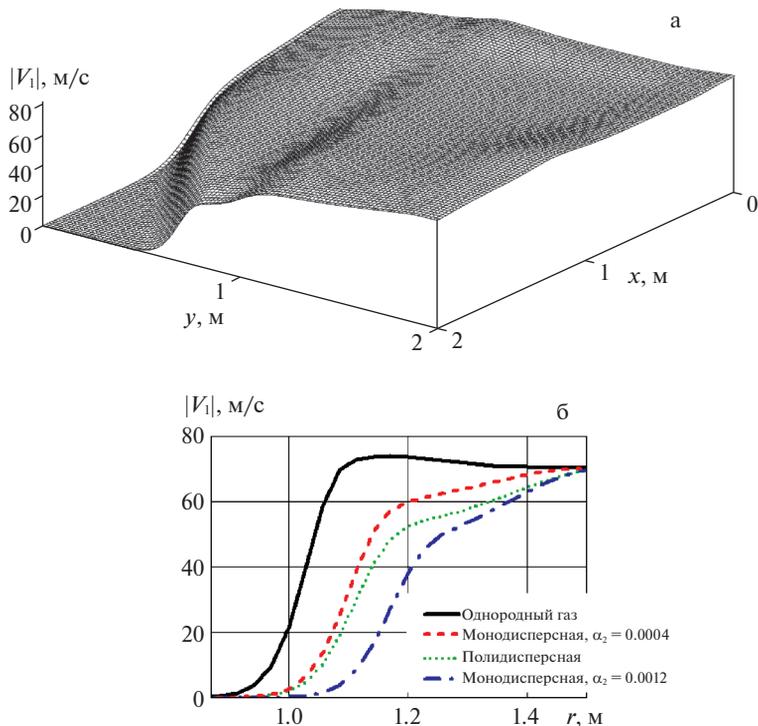
**Рис. 2.** Начальное распределение а: давления и б: средней плотности фракций дисперсной фазы.

меры частиц и объёмные содержания предполагались равными размерам частиц соответствующих фракций полидисперсной газозвеси. На рис. 2,а и 2,б представлены начальные пространственные распределения давления газа и средней плотности каждой из фракций полидисперсной газозвеси или всей дисперсной фазы для монодисперсного случая. Давление как в газе, так и в газозвеси составляет  $p_2 = 100$  кПа,  $\rho_1 = 1.204$   $\text{кг/м}^3$ ,  $T_1 = 293$  К. Выше линии  $y = x + 1$ , давление газа составляет  $p_2 = 200$  кПа,  $\rho_1 = 2.408$   $\text{кг/м}^3$ ,  $T_1 = 293$  К, начальное распределение давления газа изображено на рис. 2,а. При значении вертикальной координаты  $y < 1$  объёмное содержание дисперсной фазы  $\alpha_i > 0$ , выше прямой  $y = 1$  объёмное содержание  $\alpha_i = 0$  – рис. 2,б.

При распаде поверхности, удерживающей область с избыточным давлением, формируется ударная волна и спутный поток газа, движущийся за ударной волной (рис. 3,а). На рис. 3,б изображено распределение модуля скорости несущей среды –

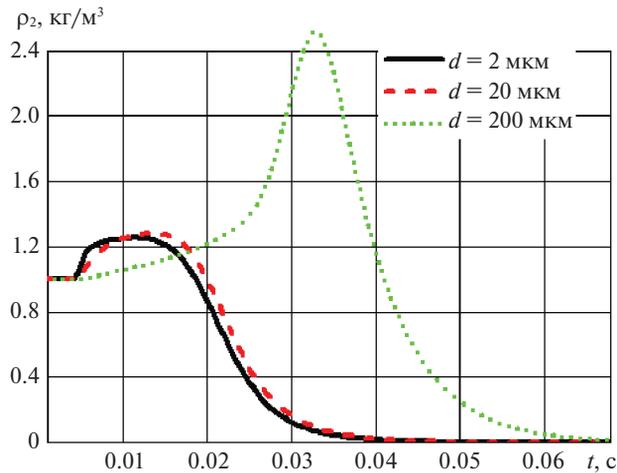
$$|V_1| = \sqrt{u_1^2 + v_1^2} \text{ вдоль линии } -r = \sqrt{(x - L)^2 + y^2}.$$

Ударная волна движется в положительном направлении оси  $x$  и в отрицательном направлении оси  $y$  (рис. 3,а). Скорости движения ударных волн в однородном газе, в монодисперсной газозвеси с объёмным содержанием дисперсной фазы  $\alpha_2 = 0.0004$  и дисперсностью частиц  $d = 2$  мкм, в полидисперсной газозвеси и в монодисперсной газозвеси с объёмным содержанием дисперсной фазы  $\alpha_2 = 0.0012$  и дисперсностью частиц  $d = 2$  мкм составляет соответственно  $\theta = 1.146$  с; 1.09 с; 1.07 с; 1.04 с. Скорость спутного за ударной волной потока газа имеет наибольшее значение в однородном га-



**Рис. 3.** Двухмерное распределение модуля скорости несущей фазы в монодисперсной газозвеси с дисперсностью частиц  $d = 2$  мкм – а; пространственное распределение модуля скорости газа в однородном газе и в монодисперсной газозвеси с объемным содержанием дисперсной фазы  $\alpha_2 = 0.0004$ , полидисперсной газозвеси и монодисперсной газозвеси с объемным содержанием дисперсной компоненты  $\alpha_2 = 0.0012$  – б, момент времени  $t = 5$  мс.

зе. При движении спутного потока в трехфракционной газозвеси, в которой каждая фракция имеет объемное содержание  $\alpha_i = 0.0004$ , скорость спутного потока несущей среды меньше, чем во взвеси мелкодисперсных частиц с диаметром  $d = 2$  мкм при объемном содержании дисперсной фазы  $\alpha_2 = 0.0004$ . Скорость спутного потока газа в монодисперсной газозвеси мелких частиц  $d = 2$  мкм имеет меньшее значение в сравнении со скоростью спутного потока в трехфракционной газозвеси при одинаковой совокупной массе дисперсной фазы. В процессе движения ударной волны и спутного потока газа в полидисперсной газозвеси происходит концентрирование частиц дисперсной фазы по направлению движения ударной волны, что было выявлено для одномерного течения [4]. На рис. 4 можно наблюдать увеличение объемного содержания дисперсной фазы, вследствие переноса частиц с других участков области, через которые ударная волна уже прошла. В последующие моменты времени происходит снос частиц спутным потоком газа, после чего газ очищается от дисперсных включений. При этом для фракций, состоящих из частиц различных размеров, процессы концентрирования и удаления фракции дисперсной фазы потоком газа отличаются. Различия в процессе концентрирования дисперсных включений для частиц, чей диаметр составляет –  $d = 2$  и 20 мкм незначительны. Увеличение размера частиц до  $d = 20$  мкм увеличивает их инерционность в потоке, но на процессе концентрирования частиц

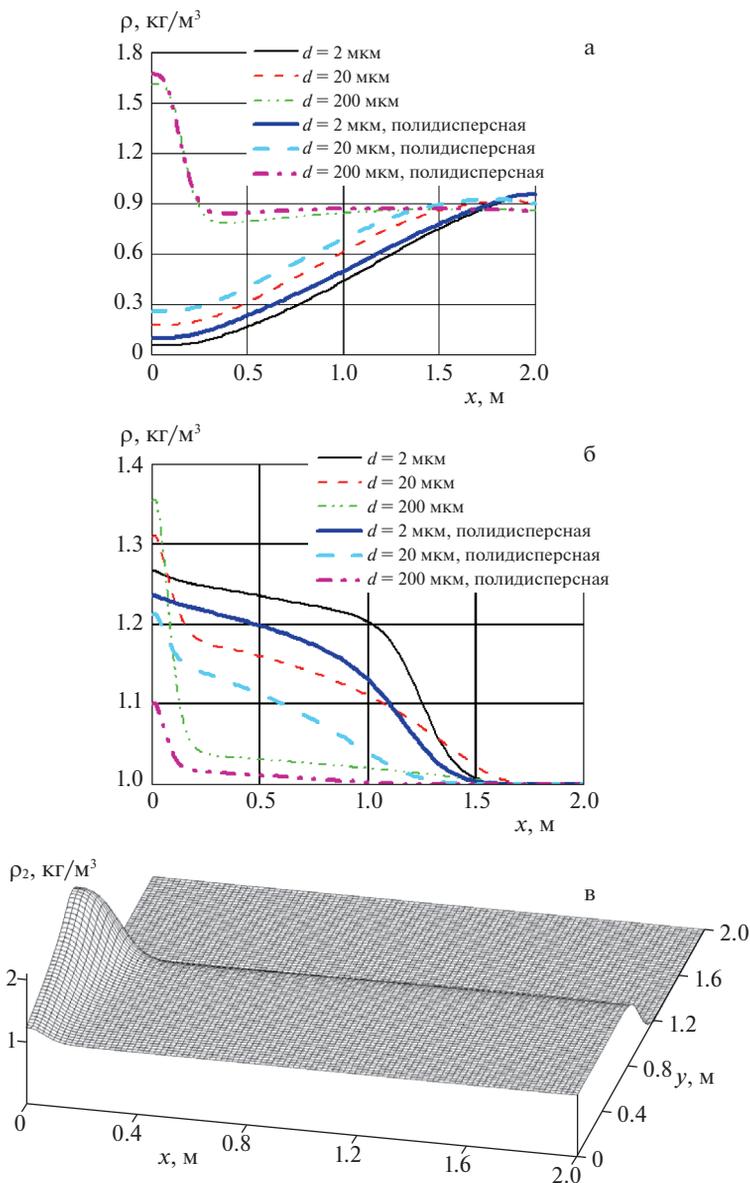


**Рис. 4.** Зависимость средней плотности от времени для фракций дисперсной фазы с различными размерами частиц в точке  $x = 1$  м,  $y = 0.1$  м.

это не оказывает существенного влияния. При увеличении размера частиц до  $d = 200$  мкм инерционность дисперсных включений оказывает большее влияние на процесс концентрирования. При увеличении размера частиц происходит увеличение времени концентрирования фракции, а также увеличение максимального значения средней плотности фракции.

На рис. 5,а и б представлено продольное распределение средней плотности дисперсной фазы при движении ударной волны по монодисперсным газозвесям и по полидисперсной газозвеси для различных значений координаты  $y$ . На рис. 5,в и д представлены двухмерные распределения средней плотности монодисперсной газозвеси при движении ударной волны по газозвеси с различными дисперсностями частиц, в момент времени  $t = 5$  мс. Для двухмерных распределений средней плотности можно наблюдать влияние размера частиц на процесс массопереноса дисперсной фазы при движении ударной волны по газозвеси. Более крупные частицы концентрируются вблизи левого края расчетной области – рис. 5,в и г; мелкодисперсные частицы сносятся к правому краю расчетной области – рис. 5,д. В верхней части области, занятой газозвесью  $y = 0.45$  м – рис. 5,а ( $d = 2$  и 20 мкм) мелкодисперсные частицы более существенно уносятся потоком газа. Наименьшее значение средней плотности мелкодисперсных частиц наблюдается вблизи левой границы области – ближайшей к поверхности разрыва давления. Для крупнодисперсных частиц –  $d = 200$  мкм в левой части области наблюдается увеличение концентрации частиц. Различия в пространственных распределениях концентрации частиц разных размеров можно объяснить тем, что мелкодисперсные частицы больше сносятся потоком газа, в то время как для крупнодисперсных частиц процесс концентрирования более интенсивный. Для моно- и полидисперсных газозвесей закономерности аналогичны.

В нижней части расчетной области  $y = 0.1$  м происходит концентрирование частиц дисперсной фазы всех размеров вблизи левой границы расчетной области, ближайшей к движущейся ударной волне – рис. 5,б. Зависимости средней плотности от времени в различных точках – рис. 6,а и б демонстрируют, что в верхней части области в процессе массопереноса мелкодисперсных частиц на временном интервале, близком к начальному, наблюдается незначительное увеличение средней плотности – до 5% от



**Рис. 5.** Пространственное распределение вдоль оси  $x$  средней плотности для фракций полидисперсной газозвеси и для монодисперсной газозвеси с различными размерами частиц: а –  $y = 0.45$  м; б –  $y = 0.1$  м, двумерные распределения средней плотности для монодисперсных газозвесей с различным размером частиц  $d = 200$  мкм – в;  $d = 20$  мкм – г;  $d = 2$  мкм – д, момент времени  $t = 5$  мс.

начальной средней плотности, тогда как массоперенос крупнодисперсной фракции –  $d = 200$  мкм в верхней части области происходит без этапа увеличения концентрации. В точке  $x = 0.1$  м,  $y = 0.1$  м достигаемые максимальные значения средней плотности фракций полидисперсной газозвеси и одинаковых, по начальному объемному содер-

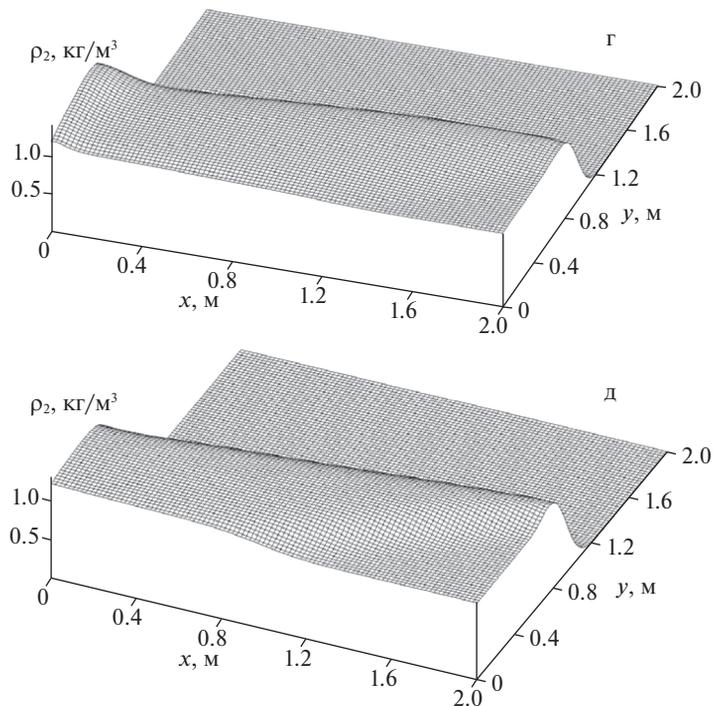
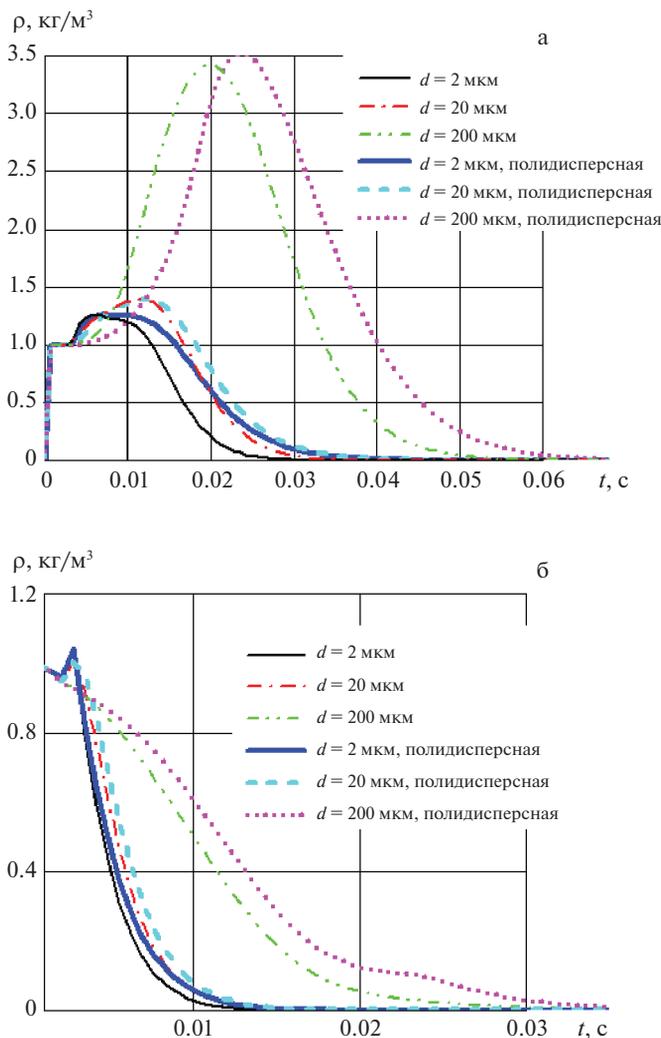


Рис. 5. Окончание

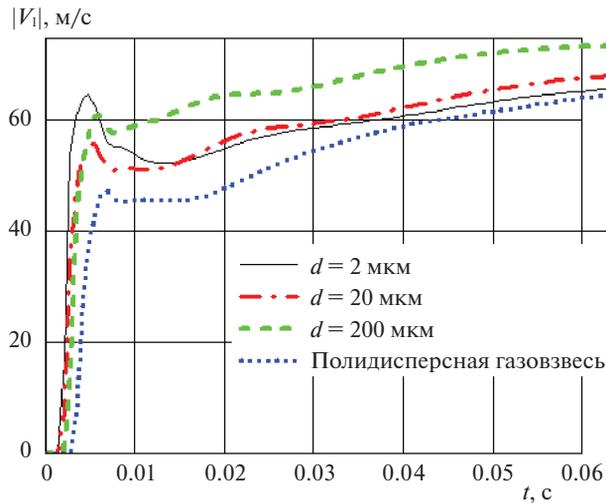
жанию дисперсной фазы, монодисперсных газозвесей составляют соответственно  $\rho_4 = 3.55 \text{ кг/м}^3$  и  $\rho_2 = 3.44 \text{ кг/м}^3$  для частиц с диаметром  $d = 200 \text{ мкм}$ ,  $\rho_3 = 1.43 \text{ кг/м}^3$  и  $\rho_2 = 1.4 \text{ кг/м}^3$  для частиц с диаметром  $d = 20 \text{ мкм}$ ,  $\rho_2 = 1.26$  и  $1.24 \text{ кг/м}^3$  для частиц с диаметром  $d = 2 \text{ мкм}$ . Таким образом, в сравнении с монодисперсной газозвесью в полидисперсной газозвеси для частиц с размером  $d = 2, 20$  и  $200 \text{ мкм}$  максимальная концентрация частиц увеличивается соответственно в 1.016, 1.021 и 1.032 для частиц того же размера. Для частиц с дисперсностью  $d = 200 \text{ мкм}$  время начала убывания средней плотности в моно- и полидисперсной газозвеси составляет  $t_c = 19$  и  $24 \text{ мс}$  соответственно. В верхней ( $y = 0.45 \text{ м}$ ,  $x = 1 \text{ м}$ ) и нижней ( $y = 0.1 \text{ м}$ ,  $x = 0.1 \text{ м}$ ) частях моделируемой области время удаления мелкодисперсных частиц составляет соответственно  $t \approx 10$  и  $30 \text{ мс}$ , время удаления крупнодисперсных частиц в аналогичных точках  $t \approx 30$  и  $60 \text{ мс}$ . Численное моделирование демонстрирует, что для крупнодисперсных частиц влияние многофракционности дисперсной фазы газозвесей на процесс концентрирования и удаления потоком газа частиц более существенно, чем для мелкодисперсных частиц.

Зависимость модуля скорости газа от времени демонстрирует рис. 7, что наиболее интенсивно кинетическая энергия несущей среды поглощается в полидисперсной газозвеси, имеющей существенно большую массу дисперсной компоненты. При равной массе дисперсной компоненты скорость несущей среды меньше для мелкодисперсных частиц, так как при уменьшении размера частиц увеличивается площадь межфазного взаимодействия, а значит увеличивается интенсивность обмена импульсом между газовой и дисперсной фазами.



**Рис. 6.** Зависимость средней плотности от времени для монодисперсных газозвесей и для фракций полидисперсной газозвеси точках  $x = 0.1$  м,  $y = 0.1$  м – а; точках  $x = 1$  м,  $y = 0.45$  м – б.

**Выводы.** В работе численно моделируется распространение ударной волны по газозвесям моно- и полидисперсного состава, математическая модель учитывала взаимодействие между несущей средой и дисперсной компонентой, имеющей многофракционный состав, в котором фракции отличаются размером частиц. Процессы массопереноса дисперсных включений в ударной волне определяются размерами дисперсных включений. Для частиц большего размера процесс концентрирования более длительный, средняя плотность частиц достигает больших значений. Мелкодисперсные частицы удаляются спутным потоком газа, одновременно с этим продолжается процесс увеличения средней плотности крупнодисперсных частиц, процесс удаления из газа крупнодисперсных частиц является более длительным. Выявлено, что в полидисперсной газозвеси концентрирование фракций частиц отличается от аналогичного про-



**Рис. 7.** Зависимость модуля скорости несущей фазы от времени для монодисперсных газозвесей с различным размером частиц и в полидисперсной газозвеси в точке  $x = 0.1$  м,  $y = 0.1$  м.

цесса в монодисперсных газозвесах, в которых объемное содержание всей дисперсной фазы равно объемному содержанию соответствующей фракции монодисперсной газозвеси. В случае наличия нескольких фракций дисперсной фазы, процесс концентрирования более длительный, а величина наибольшего значения средней плотности имеет большее значение. Для фракций частиц большего размера влияние полидисперсности газозвеси более существенно. Выявленные закономерности можно объяснить тем, что в полидисперсной газозвеси процесс концентрирования каждой фракции определяется течением несущей среды, на которое оказывает влияние совокупное межфазное взаимодействие всех фракций.

Работа выполнялась в рамках государственного задания Федерального исследовательского центра Казанского научного центра Российской академии наук.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978. 336 с.
2. Стернин Л.Е. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами. М.: Машиностроение, 1980. 176 с.
3. Дейч М.Е., Филиппов Г.А. Газодинамика двухфазных сред. М.: Энергоиздат, 1981. 472 с.
4. Кутушев А.Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 2003. 284 с.
5. Федоров А.В., Фомин В.М., Хмель Т.А. Волновые процессы в газозвесах частиц металлов. Новосибирск.: Параллель, 2015. 301 с.
6. Вараксин А.Ю., Протасов М.В. О влиянии вдува газа на защиту поверхностей тел, обтекаемых двухфазным потоком // ТВТ. 2017. № 6. С. 785–788.
7. Пахомов М.А., Терехов В.И. Влияние испарения капель на структуру течения и теплообмен в ограниченном закрученном газокapельном потоке за его внезапным расширением // Теплофиз. и аэромех. 2018. № 6. С. 865–875.
8. Голубкина И.В., Осипцов А.Н. Волны уплотнения с частичной и полной дисперсией в газокapельной среде с фазовыми переходами // Изв. РАН. МЖГ. 2022. № 3. С. 44–55.

9. Садин Д.В. Численное и аналитическое исследование разлета газозвеси в закрытой ударной трубе // Научно-технич. ведомости С.-Петербургского гос. политех. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2021. № 4. С. 40–49.
10. Yeom G.S., Chang K.S. Shock wave diffraction about a wedge in a gas-microdroplet mixture // Int. J. Heat&Mass Trans. 2010. V. 53. P. 5073–5088.
11. Saurel R., Boivin P., Le Metayer O. A general formulation for cavitating, boiling and evaporating flows // Computers&Fluids. 2016. V. 128. P. 53–64.
12. Kapila A.K., Schwendeman D.W., Gambino J.R., Henshaw W.D. A numerical study of the dynamics of detonation initiated by cavity collapse // Shock Waves. 2015. V. 25. P. 545–572.
13. Watanabe H., Matsuo A., Chinnayya A. et al. Numerical analysis of the mean structure of gaseous detonation with dilute water spray // J. Fluid Mech. 2020. V. 887.
14. LinYoo Y., Hong-Gye S. Numerical investigation of an interaction between shock waves and bubble in a compressible multiphase flow using a diffuse interface method // Int. J. Heat&Mass Trans. 2018. V. 127. P. 210–221.
15. Назаров Д.А., Сеницын Д.С., Мосунова Н.А., Сорокин А.А. Моделирование поведения аэрозольных продуктов деления в защитной оболочке // Теплоэнергетика. 2022. № 9. С. 57–65.
16. Давыдова М.А., Чхетиани О.Г., Левашова Н.Т., Нечаева А.Л. Об оценке вклада вторичных вихревых структур в перенос аэрозолей в атмосферном пограничном слое // ПММ. 2022. Т. 86. № 5. С. 765–778.
17. Пискунов В.Н. Аналитические и численные результаты по кинетике процессов коагуляции и распада частиц // ПММ. 2012. Т. 76. № 6. С. 954–980.
18. Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф. Влияние теплообменных процессов на снижение интенсивности сферического взрыва в водной пене // ПММ. 2019. Т. 83. № 3. С. 468–477.
19. Лантев А.Г., Лантева Е.А. Численная модель тепломассообмена и сепарации дисперсной фазы в высокоскоростных дисперсно-кольцевых потоках газа и жидкости // ЖТФ. 2022. Т. 92. № 9. С. 1319–1326.
20. Лантев А.Г., Лантева Е.А. Определение эффективности насадочных газосепараторов капельных аэрозолей с учетом неравномерности профиля скорости газа // Теоретич. основы химич. технол. 2021. Т. 55. № 2. С. 235–241.
21. Замалиева А.Т., Беляева Г.И. Изменение аэродинамических свойств и эффективности в циклонных аппаратах посредством численных и натурных исследований // Вестн. Технологич. ун-та. 2015. Т. 18. № 4. С. 134–137.
22. Азаров В.Н., Кошкарев С.А. К модели улавливания пыли в сепарационных устройствах с фильтрующе-взвешенным слоем в стройиндустрии // Изв. вузов. Строительство. 2015. № 2. С. 73–79.
23. Федоров А.В., Бедарев И.А. Структура ударных волн в газозвеси с хаотическим давлением частиц // Матем. моделир. 2017. Т. 29. № 6. С. 3–20.
24. Бедарев И.А., Федоров А.В., Шульгин А.В. Расчет бегущей волны в гетерогенной среде с двумя давлениями при уравнении состояния газа, зависящем от концентраций фаз // ЖВММФ. 2018. Т. 58. № 5. С. 806–820.
25. Ингель Л.Х. Нелинейное взаимодействие двух составляющих движения при осаждении тяжелой частицы в сдвиговом течении // ЖТФ. 2012. Т. 82. № 11. С. 122–125.
26. Gubaidullin D.A., Panin K.A., Fedorov Y.V. Acoustics of a liquid with droplets covered by a shell in the presence of phase transitions // Fluid Dyn. 2022. V. 57. № 4. P. 459–468.
27. Нигматулин Р.И., Губайдуллин Д.А., Тукмаков Д.А. Ударно-волновой разлет газозвесей // Докл. РАН. 2016. Т. 466. № 4. С. 418–421.
28. Тукмаков А.Л., Тукмаков Д.А. Динамика заряженной газозвеси с начальным пространственно неравномерным распределением средней плотности дисперсной фазы при переходе к равновесному состоянию // ТВТ. 2017. Т. 55. № 4. С. 509–512.
29. Тукмаков Д.А., Тукмакова Н.А. Влияние распределения дисперсной фазы на параметры ударной волны в газозвеси // Инжен.-физ. ж. 2018. № 1. С. 221–224.
30. Тукмаков Д.А. Численное исследование влияния свойств газовой составляющей взвеси твердых частиц на разлет сжатого объема газозвеси в двухкомпонентной среде // Инжен.-физ. ж. 2020. Т. 93. № 2. С. 304–310.

31. Тукмаков А.Л., Тукмаков Д.А. Численное исследование влияния параметров дисперсных частиц на осаждение твердой фазы электрически заряженной полидисперсной газовзвеси // Изв. Саратов. ун-та. Сер. Матем. Мех. Информ. 2022. Т. 22. № 1. С. 90–102.
32. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей В 2-х тт., Т. 2. М.: Мир, 1991. 552 с.
33. Тукмаков А.Л. Возникновение синфазных колебаний тонких пластин при аэроупругом взаимодействии // ПМТФ. 2003. Т. 44. № 1 (257). С. 77–82.
34. Музафаров И.Ф., Утюжников С.В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Матем. моделир. 1993. № 3. С. 74–83.

### Numerical Investigation of the Mass Transfer of Dispersed Particles during the Passage of a Shockwave in a Mono and Polydisperse Gas Suspension

D. A. Gubaidullin<sup>a,#</sup> and D. A. Tukmakov<sup>a,#</sup>

<sup>a</sup>Federal Res. Center Kazan Sci. Center of the RAS, Kazan, Russia

<sup>#</sup>e-mail: tukmakovda@imm.knc.ru

<sup>##</sup>e-mail: gubaidullin@imm.knc.ru

The paper numerically simulates the propagation of a shock wave through a gas suspension. The carrier medium was described as a viscous, compressible, heat-conducting gas. The mathematical model implemented a continuum method for the dynamics of multiphase media, taking into account the interaction of the carrier medium and the dispersed phase. The mass transfer of disperse inclusions suspended in the gas, caused by the interaction of the shock wave with monodisperse gas suspensions and with gas suspensions having a multifractional composition, was modeled. Differences in the mass transfer of particles depending on the particle size are revealed. It was also found that the process of mass transfer of dispersed inclusions in a monodisperse gas suspension differs from a similar process for a fraction of a polydisperse gas suspension having the same particle size and the same volume content.

*Keywords:* continuum model, polydisperse gas suspension, interfacial interaction, mass transfer

#### REFERENCES

1. Nigmatulin R.I. Dynamics of Multiphase Media. N.Y.: CRC Press, 1990. 532 p.
2. Sternin L.E. Two-Phase Mono- and Polydisperse Flows of Gas with Particles. Moscow: Mashinostroenie, 1980. 176 p. (in Russian)
3. Deutsch M.E., Filippov G.A. Gas Dynamics of Two-Phase Media. Moscow: Energoizdat, 1981. 472p. (in Russian)
4. Kutushev A.G. Mathematical Modeling of Wave Processes in Aerodisperse and Powder Media. St. Petersburg: Nedra, 2003. 284 p. (in Russian)
5. Fedorov A.V., Fomin V.M., Khmel T.A. Wave Processes in Gas Suspensions of Metal Particles. Novosibirsk: Parallel, 2015. 301 p. (in Russian)
6. Varaksin A.Y., Protasov M.V. The effect of gas injection on the protection of body surfaces streamlined by a two-phase flow // High Temp., 2017, vol. 55, no. 6, pp. 945–948.
7. Pakhomov M.A., Terekhov V.I. Effect of droplet evaporation on the flow structure and heat and mass transfer in a confined swirling gas-droplet flow downstream of a tube sudden expansion // Thermoph.& Aeromech., 2018, vol. 25, no. 6, pp. 833–843.
8. Golubkina I.V., Osipov A.N. Partly and fully dispersed compression waves in a gas-droplet mixture with phase transitions // Fluid Dyn., 2022, vol. 57, no. 3, pp. 261–272.
9. Sadin D.V. Numerical and analytical study of the expansion of a gas suspension in a closed shock tube // Nauchno-tekhnich. Ved. St.-Peterburg. Gos. Politekh. Univ. Fiz.-mat. Nauki, 2021, no. 4, pp. 40–49. (in Russian)
10. Yeom G.S., Chang K.S. Shock wave diffraction about a wedge in a gas-microdroplet mixture // Int. J. Heat&Mass Trans., 2010, vol. 53, pp. 5073–5088.
11. Saurel R., Boivin P., Le Metayer O. A general formulation for cavitating, boiling and evaporating flows // Comput.&Fluids, 2016, vol. 128, pp. 53–64.

12. *Kapila A.K., Schwendeman D.W., Gambino J.R., Henshaw W.D.* A numerical study of the dynamics of detonation initiated by cavity collapse // *Shock Waves*, 2015, vol. 25, pp. 545–572.
13. *Watanabe H., Matsuo A., Chinnayya A. et al.* Numerical analysis of the mean structure of gaseous detonation with dilute water spray // *J. Fluid Mech.*, 2020, vol. 887.
14. *LinYoo Y., Hong-Gye S.* Numerical investigation of an interaction between shock waves and bubble in a compressible multiphase flow using a diffuse interface method // *Int. J. Heat&Mass Trans.*, vol. 127, 2018, pp. 210–221.
15. *Nazarov D.A., Sinitsyn D.S., Mosunova N.A., Sorokin A.A.* Modeling the behavior of fission product aerosols in a containment shell // *Teploenerg.*, 2022, no. 9, pp. 57–65. (in Russian)
16. *Davydova M.A., Chkhetiani O.G., Levashova N.T., Nechaeva A.L.* On the assessment of the contribution of secondary vortex structures to the transfer of aerosols in the atmospheric boundary layer // *PMM*, 2022, vol. 86, no. 5, pp. 765–778. (in Russian)
17. *Piskunov V.N.* Analytical and numerical results in the kinetics of particle coagulation and fragmentation processes // *JAMM*, 2012, vol. 76, no. 6, pp. 688–705.
18. *Bolotnova R.K., Gainullina E.F.* Influence of heat transfer on decreasing intensity of a spherical explosion in aqueous foam // *Fluid Dyn.*, 2019, vol. 54, no. 7, pp. 970–977.
19. *Laptev A.G., Lapteva E.A.* Numerical model of heat and mass transfer and separation of the dispersed phase in high-speed dispersed-annular flows of gas and liquid // *zh. Tekhnich. Fiz.*, 2022, vol. 92, no. 9, pp. 1319–1326.
20. *Laptev A.G., Lapteva E.A.* Determining the efficiency of packed gas separators of droplets taking into account the nonuniformity of the gas velocity profile // *Theor. Found. Chem. Engng.*, 2021, vol. 55, no. 2, pp. 301–306.
21. *Zamalieva A.T., Belyaeva G.I.* Change of aerodynamic properties and efficiency in cyclone apparatuses by means of numerical and field studies // *Vestn. Tekhnol. Univ.*, 2015, vol. 18, no. 4, pp. 134–137. (in Russian)
22. *Azarov V.N., Koshkarev S.A.* On the model of dust trapping in separation devices with a filter-weighted layer in the construction industry // *Izv. vzov. Stroit.*, 2015, no. 2, pp. 73–79. (in Russian)
23. *Fedorov A.V., Bedarev I.A.* The shock-wave structure in a gas–particle mixture with chaotic pressure // *Math. Models&Comput. Simul.*, 2018, vol. 10, no. 1, pp. 1–14.
24. *Bedarev I.A., Fedorov A.V., Shul'gin A.V.* Computation of traveling waves in a heterogeneous medium with two pressures and a gas equation of state depending on phase concentrations // *Comput. Math.&Math. Phys.*, 2018, vol. 58, no. 5, pp. 775–789.
25. *Ingel L.K.* Nonlinear interaction of two components of motion during the deposition of a heavy particle in a shear flow // *zh. Tekhnich. Fiz.*, 2012, vol. 82, no. 11, pp. 122–125.
26. *Gubaidullin D.A., Panin K.A., Fedorov Y.V.* Acoustics of a liquid with droplets covered by a shell in the presence of phase transitions // *Fluid Dyn.*, 2022, vol. 57, no. 4, pp. 459–468.
27. *Nigmatulin R.I., Gubaidullin D.A., Tukmakov D.A.* Shock wave dispersion of gas-particle mixtures // *Dokl. Phys.*, 2016, vol. 61, no. 2, pp. 70–73.
28. *Tukmakov A.L., Tukmakov D.A.* Dynamics of a charged gas suspension with an initial spatially non-uniform distribution of the average dispersed phase density during the transition to the equilibrium state // *High Temp.*, 2017, vol. 55, no. 4, pp. 491–495.
29. *Tukmakov D.A., Tukmakova N.A.* Effect of dispersed phase distribution on the shock wave parameters in a gas suspension // *J. Engng. Phys.&Thermophys.*, 2018, vol. 91, no. 1, pp. 207–211.
30. *Tukmakov D.A.* Numerical investigation of the influence of properties of the gas component of a suspension of solid particles on the spreading of a compressed gas-suspension volume in a binary medium // *J. Engng. Phys.&Thermoph.*, 2020, vol. 93, no. 2, pp. 291–297.
31. *Tukmakov A.L., Tukmakov D.A.* Numerical study of the influence of the parameters of dispersed particles on the deposition of the solid phase of an electrically charged polydisperse gas suspension // *Izv. Sarat. Univ. Ser.: Matem. Mekh. Inform.*, 2022, vol. 22, no. 1, pp. 90–102. (in Russian)
32. *Fletcher C. A.* *Computation Techniques for Fluid Dynamics*. Berlin: Springer, 1988. 502 p.
33. *Tukmakov A.L.* Origination of in-phase oscillations of thin plates with aeroelastic interaction // *J. Appl. Mech.&Tech. Phys.*, 2003, vol. 44, no. 1, pp. 64.
34. *Muzafarov I.F., Utyuzhnikov S.V.* Application of compact difference schemes to the study of unsteady compressible gas flows // *Matem. Modelir.*, 1993, no. 3, pp. 74–83. (in Russian)