ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА 2022, том 86, № 3, с. 329–336

УДК 531.36

О НЕКОТОРЫХ ПРОБЛЕМАХ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ПРОВЕРКИ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ (ОТО)

**© 2022 г. В. Ф. Журавлёв[1,]*

[1] *Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

**e-mail: zhurav43@ipmnet.ru*

Поступила в редакцию 13.12.2021 г.
После доработки 22.02.2022 г.
Принята к публикации 18.03.2022 г.

14 апреля 2007 года на заседании американского физического общества в Джексонвилле (Флорида) известный американский гироскопист Френсис Эверит сообщил о предварительных результатах эксперимента на специальном искусственном спутнике Земли с криогенными гироскопами. В эксперименте, который был начат в августе 2005 года и закончен в августе 2006 года при помощи гироскопа измерялась кривизна пространства-времени в окрестности Земли, которая определяется в силу основного постулата ОТО распределением материи. В настоящей заметке обсуждаются трудности, которые пришлось преодолеть при подготовке этого эксперимента.

Ключевые слова: гироскоп, прецессия, общая теория относительности

DOI: 10.31857/S0032823522030110

Суть эксперимента состоит в реализации эффекта параллельного перенесения вектора вдоль замкнутой траектории на тестируемом многообразии. Роль переносимого вектора играет кинетический момент гироскопа, замкнутая траектория – траектория спутника, проходимая в течение года (6227 оборотов). Если бы тестируемое многообразие было бы евклидовым, то в результате такого перенесения вектор совместился бы сам с собой. Если же пространство евклидовым не является, то вектор повернется на угол, являющийся мерой кривизны этого пространства. В ОТО тензор кривизны связан с тензором энергии импульса известной формулой Гильберта, что и позволяет вычислить ожидаемый эффект для рассматриваемого эксперимента. Он оказывается равным 7″ за год полета.

Этот эксперимент был предложен в 1960 году американским физиком Л. Шиффом. Его еще продолжали обсуждать, когда в 1967 году французским физиком теоретиком Р. Матеем в статье, опубликованной в докладах Парижской академии наук, было показано, что подобный эксперимент неосуществим в принципе. Дело в том, что даже идеально изготовленный гироскоп имеет отличную от абсолютного нуля температуру, и хаотические колебания атомов кристаллической решетки приводят к случайной прецессии гироскопа. Матей вычислил, что для условий эксперимента Шиффа этот уход составляет 3.5″ в год. Поскольку такой уход соизмерим с тем, что нам нужно определить, то ни о какой достоверности эксперимента говорить нельзя.

Такой поворот параллельно переносимого вектора называется геодезической прецессией. На поверхности Земли он хорошо известен специалистам по навигации. Например, если у торпедного катера торпедный аппарат для удержания цели стабилизирован относительно вертикали, то в случае, если он опишет на поверхности аквато-

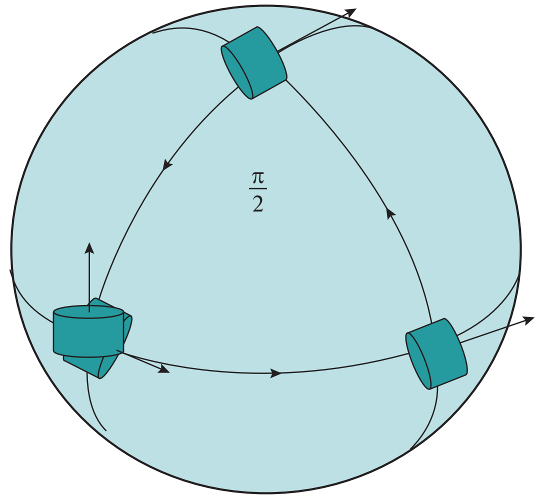

Рис. 1.

рии замкнутую кривую, аппарат повернется вокруг вертикали на угол, равный сферическому избытку по Гауссу (рис. 1). Это та же самая геодезическая прецессия. На рис. 1 гироскоп в качестве примера описал восьмую часть сферы. Необходимо подчеркнуть, что геодезическая прецессия является чисто геометрическим эффектом. Она не зависит ни от величины кинетического момента гироскопа, ни от каких кинематических обстоятельств движения по траектории, ни от каких-либо чисто физических обстоятельств.

Статья Матея вызвала большой резонанс. Если профессионально интересующихся ОТО в мире несколько человек, то вопрос о возможностях криогенного гироскопа сильно интересовал очень многих. Здесь нужно вспомнить, что военно-морская доктрина России основана на ракетонесущих атомных подводных лодках. В отличие от американцев, для которых основной ударной силой являются авианосцы. Для того, чтобы подводная лодка могла находиться в подводном состоянии 2–3 месяца необходимы гироскопы сверхвысокой точности. Поэтому, то, что предполагалось использовать для проверки ОТО могло найти очень конкретное практическое применение.

Из статьи Матея следовало, что погрешность криогенного гироскопа падает, как корень квадратный из абсолютной температуры. Это значит, что при переходе от комнатных температур к температурам криогенного гироскопа точность возрастает лишь на один порядок. Для этого создавать целое направление промышленности не стоило. В России в этом направлении уже были развернуты работы. Статья Матея ставила на них крест.

В 1975 году заинтересованные проблемой специалисты обратились к директору Института проблем механики АН СССР А.Ю. Ишлинскому с просьбой прояснить ситуацию. Дело в том, что в статье Матея не было вывода его знаменитой формулы, как это и принято в докладах АН. Поэтому проверка того, насколько он прав требовала дополнительных расчетов.

Ниже приведен выполненный в то время в Институте проблем механики АН СССР анализ результата Матея.

Динамически симметричное твердое тело, главные, центральные моменты инерции которого суть $A = B, C$, вращается с угловой скоростью ω, совпадающей в началь-

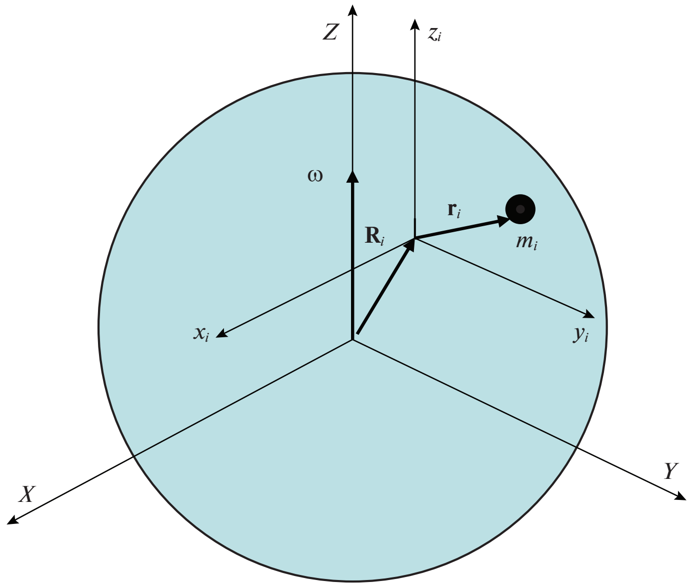

Рис. 2.

ный момент времени с осью симметрии тела. Направляющий вектор этой оси **e**. Тело вращается в пустом пространстве, никаких сил и моментов нет. В этих условиях центр масс тела неподвижен, его угловое движение рассматриваем в инерциальной системе отсчета X, Y, Z с центром в центре масс и с осью Z, направленной в начальный момент времени по вектору **e**. Тело имеет температуру TK и его угловое движение, обусловленное тепловыми колебаниями его атомов, и является предметом дальнейшего анализа.

Вычислим момент количеств движения тела (рис. 2)

$$\mathbf{G} = m(\mathbf{R}_i + \mathbf{r}_i) \times (\dot{\mathbf{R}}_i + \dot{\mathbf{r}}_i) = m\left(\mathbf{R}_i \times \dot{\mathbf{R}}_i + \mathbf{R}_i \times \dot{\mathbf{r}}_i + \mathbf{r}_i \times \dot{\mathbf{R}}_i + \mathbf{r}_i \times \dot{\mathbf{r}}_i\right),$$

где $\mathbf{R}_i$ — нейтральное положение отмеченного атома, $\mathbf{r}_i$ — вектор смещения этого атома при его колебаниях, m — масса атома (суммирование по повторяющимся индексам).

В силу отсутствия внешних моментов $\dot{\mathbf{G}} \equiv 0$. Первый член в написанной сумме представляет собой момент количеств движения "холодного" гироскопа, производная от него имеет вид

$$\frac{d}{dt} m(\mathbf{R}_i \times \dot{\mathbf{R}}_i) = -m(\mathbf{R}_i \times \ddot{\mathbf{r}}_i + \mathbf{r}_i \times [\boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{R}_i]]) = \mathbf{M} \qquad (1)$$

В формуле (1) опущен член $\mathbf{r}_i \times \ddot{\mathbf{r}}_i$, порядок которого в сравнении с членом $\mathbf{R}_i \times \ddot{\mathbf{r}}_i$ равен $r_i / R_i = 10^{-9}$.

Левая часть этого уравнения может быть записана так [2]

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{R}_i \times \dot{\mathbf{R}}_i) = A\mathbf{e} \times \ddot{\mathbf{e}} + H\dot{\mathbf{e}} + \dot{H}\mathbf{e}, \qquad (2)$$

где $H = C\omega$ — собственный кинетический момент гироскопа, $\omega = \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{e}$ — проекция на ось симметрии, совпадающая в начальный момент времени с модулем угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$.

Из (1) и (2) следует $\dot{H} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{e}$. Изменение H интереса не представляет, поэтому это уравнение в дальнейшем не рассматривается. Считая H большим, а также имея ввиду исключительно малый уровень стоящего в правой части (1) возмущения, ограничимся в дальнейшем прецессионной частью этого уравнения

$$H\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{M} - (\mathbf{M} \cdot \mathbf{e})\mathbf{e} \tag{3}$$

Поскольку $\dot{\mathbf{e}} = (\dot{\beta}, -\dot{\alpha}, 0)$, где α и β – малые углы поворота вектора $\mathbf{e}$ вокруг осей x и y соответственно, то (3) приобретает вид

$$H\dot{\beta} = -m(Y_i\ddot{z}_i - Z_i\ddot{y}_i) - m\omega^2 Y_i z_i$$
$$H\dot{\alpha} = m(Z_i\ddot{x}_i - X_i\ddot{z}_i) - m\omega^2 X_i z_i$$

Будем считать компоненты вектора $\mathbf{r}_i$, определяющего колебания атома, случайными функциями времени [4, 5] с корреляционной функцией

$$K[x_i] = K[y_i] = K[z_i] = \tau^2 V^2 \exp(-|t - t'|/\tau),$$

где V^2 – среднее значение квадрата скорости случайных колебаний атома, τ – постоянная времени корреляции и вычислим дисперсию угла α: $D[\alpha]$ (аналогичные вычисления могут быть проделаны и для угла β). Для этого найдем предварительно корреляционную функцию соответствующего уравнения

$$K[H\dot{\alpha}] = m^2(Z_i^2 + X_i^2)K[\ddot{x}_i] + m^2\omega^4 X_i^2 K[x_i] \tag{4}$$

Учитывая, что $\sum m(Z_i^2 + X_i^2) = A$, $\sum mX_i^2 = C/2$, а $mV^2 = \langle E \rangle/3$, где $\langle E \rangle$ есть среднее значение полной энергии колебаний атома, получим

$$K[H\dot{\alpha}] = \frac{\langle E \rangle}{3\tau^2}(A + C\tau^4\omega^4/2)e^{-|t-t'|/\tau}$$

Поскольку $\tau = 10^{-6}$, $\omega = 2\pi \times 10^3$, то, пренебрегая $\tau^4\omega^4$ в сравнении с единицей, напишем

$$K[H\alpha] = \frac{A\langle E \rangle}{3\tau^2}\int_0^t dt\int_0^{t'} e^{-|t-t'|/\tau}dt' =$$
$$= \frac{A\langle E \rangle}{3\tau}(\tau(e^{-|t|/\tau} + e^{-|t'|/\tau} - e^{-|t-t'|/\tau} - 1) + |t| + |t'| - |t - t'|),$$

что позволяет вычислить дисперсию

$$D[H\alpha] = K[H\alpha]_{t=t'} = 2A\langle E \rangle t/3\tau$$

(оставлены линейные по t члены, являющиеся преобладающими в сравнении с отброшенными).

Откуда среднеквадратическое уклонение угла α равно

$$\sqrt{\alpha^2} = \frac{1}{H}\sqrt{\frac{2A\langle E \rangle t}{3\tau}} \tag{5}$$

Связь средней энергии колебаний атома с абсолютной температурой тела следует из теории теплоемкости Дебая [5]

$$\langle E \rangle = \frac{9kT^4}{\theta^3}\int_0^{\theta/T}\frac{\varphi^3 d\varphi}{e^{\varphi} - 1} \tag{6}$$

Формула (5), в которой $\langle E \rangle$ определяется формулой (6) и представляет собой искомый результат, связывающий дрейф теплого гироскопа с его температурой без каких-либо ограничений на последнюю.

Употребительными являются два следствия из формулы Дебая (6) при высоких и при низких температурах. При комнатных температурах $T \to \infty$ и формула (6) дает закон Дюлонга и Пти $\langle E \rangle = 3kT$. Подставляя его в (5) получаем

$$\sqrt{\alpha^2} = \sqrt{\frac{2AkTt}{C^2\omega^2\tau}}, \tag{7}$$

что совпадает с результатом, приведенным в [1] без вывода для случая шара $A = B = C$. В [1] для расчета по этой формуле использовались следующие данные

$$A = C = 3 \text{ г} \cdot \text{см}^2, \quad \omega = 2\pi \times 10^3 \text{ с}^{-1}, \quad k = 1.38 \times 10^{-16} \text{ г} \cdot \text{см}^2/\text{с}^2\text{град}$$
$$\theta = 252 \text{ K}, \quad t = 1 \text{ год} = 3.15 \times 10^7 \text{ с}, \quad \tau = 10^{-6} \text{ с}$$

для двух значений температуры. Для $T = 293$ K по формуле (7) найдем $\sqrt{\alpha^2} = 30''$ за год полета. В случае криогенного гироскопа $T = 4$ K и по этой же формуле, следуя [1], получаем $\sqrt{\alpha^2} = 3.5''$. За год полета геодезическая прецессия гироскопа согласно [2, 3] составляет $7''$. Эти расчеты и заставили автора усомниться в возможностях описанного в [6] эксперимента.

Между тем, при температурах, близких к абсолютному нулю из (6) при $T \to 0$ имеем

$$\int_0^\infty \varphi^3/(e^\varphi - 1)d\varphi = \pi^4/15,$$

и формула (6) приобретает вид

$$\langle E \rangle = 3\pi^4 kT^4/5\theta^3$$

Подстановка этого выражения в (5) позволяет получить среднеквадратическое уклонение угла α для малых температур в виде

$$\sqrt{\alpha^2} = \frac{\pi^2 T^2}{H\theta}\sqrt{\frac{2Akt}{5\tau\theta}} \tag{8}$$

Для температуры $T = 4$ K по этой формуле получаем $\sqrt{\alpha^2} = 0.03''$, что на два порядка меньше того, что получено в [1].

Заметим, что в этом расчете для характеристической температуры Дебая было принято значение для ниобия 252 K. Между тем, для кварца характеристическая температура выше и вычисленный уход для реального криогенного гироскопа будет еще меньше.

Таким образом, для проверки общей теории относительности при помощи гироскопа термодинамического препятствия не существует. Если такой эксперимент и неосуществим, то по каким-то другим причинам.

В этом же году (1975) этот результат был передан заказчикам, а в 1995 году, после того, как он перестал носить закрытый характер, опровержение результата Р. Матея было доложено во Франции в ИНРИА. В отечественной печати он был опубликован [9].

В последние годы второго тысячелетия работы по эксперименту в США вступили в завершающую фазу и 20 апреля 2004 года с четырьмя криогенными (температура 1.8 Кельвина) гироскопами спутник был запущен на круговую, околополярную орбиту с высотой 642 км (рис. 3). Начальное направление кинетических моментов гироскопов было ориентировано на опорную звезду IM Пегаса (двойная звезда HR 8703). Научная фаза продолжалась 353 дня. Объем собранной информации составлял 1 терабайт. В августе 2006 года эксперимент был завершен. Еще год ушел на обработку полу-

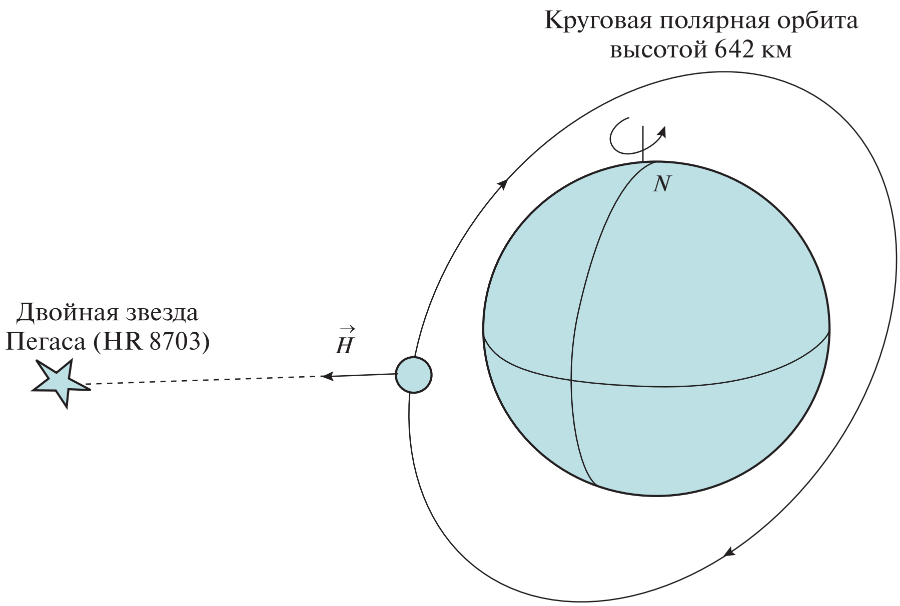

Рис. 3.

ченных данных, и окончательные результаты были подведены в декабре 2007 года. С точностью лучше 1% подтвердилась теоретическая цифра 6.606″ в год. Стоимость эксперимента составляла 760 миллиардов долларов.

Таким образом, впервые в истории науки факт искривленности нашего пространства-времени вблизи Земли подтвержден прямым лабораторным экспериментом.

Бытует мнение, что до настоящего времени существовало два подтверждающих теорию факта: красное смещение и прецессия перигелия Меркурия.

На самом деле это не так. Красное смещение может быть объяснено и в рамках специальной теории относительности, а для объяснения смещения перигелия Меркурия достаточно учесть дипольный момент гравитационного поля Солнца, отказавшись от предположения о том, что Солнце однородный шар. Таким образом, завершенный в 2006 году эксперимент является пока единственным достоверным подтверждением ОТО.

Фактом подтверждения ОТО роль этого эксперимента не ограничивается. Известны и другие причины, которые могли привести к прецессии гироскопа. Прецессия Лензе–Тирринга определяется учетом вращения Земли. Кроме того, к искривлению пространства вблизи Земли приводят также Солнце и Луна. Эти эффекты известны, они проявляются лишь в третьем после запятой знаке.

Есть и еще два спорных источника прецессии гироскопа. Прецессия Томаса [7] и прецессия по Логунову [8].

Прецессия Томаса представляет собой бесспорный факт релятивистской кинематики, когда композиция трех движений с постоянными скоростями, векторы которых образуют плоский треугольник, есть не тождественное преобразование, как это было бы в случае классической кинематики, а равномерное вращение в плоскости этого треугольника. В случае релятивистски поступательного движения некоторого неинерциального трехгранника по окружности также возникает непрерывное накопление угла поворота этого трехгранника.

Эти факты чисто математические они следуют из некоммутативности группы Лоренца и они бесспорны. Спорным является отождествление этого кинематического поворота с поворотом какого-либо физического объекта, находящегося в этом трехграннике (спин электрона движущегося вокруг ядра в атоме, или кинетический момент гироскопа на спутнике).

Прецессия Томаса для подобных физических объектов пока экспериментального подтверждения не имела, а обсуждаемый нами эксперимент просто опровергает факт ее существования.

Аналогичная ситуация и с прецессией по Логунову. Альтернативная теория гравитации по Логунову исходит из плоского пространства-времени с индефинитной метрикой с последующим вычислением сил гравитации при помощи формулы Гильберта.

В плоском пространстве-времени нет геодезической прецессии, а эффект прецессии гироскопа является по мнению Логунова не кинематическим, а динамическим и выражается формулой

$$\boldsymbol{\Omega} = \frac{3}{2}\left[\mathbf{v}, \nabla\left(\frac{GM}{c^2 r}\right)\right] = 0.8'' \text{ в год.}$$

На самом деле никакой динамики здесь нет, поскольку полученное выражение не зависит от величины кинетического момента гироскопа. Она представляет собой лишь еще один вывод формулы для кинематической прецессии Томаса.

И этот результат также экспериментом опровергнут.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Mathey R.* Dérive du gyroscope électrostatique. Compte rendus // Acad. Sc. Paris. 1967. V. 264. ser. A. 21. P. 912.
2. *Мартыненко Ю.Г.* Движение твердого тела в электрических и магнитных полях. М.: Наука, 1988. 368 с.
3. *Ишлинский А.Ю.* Ориентация, гироскопы, инерциальная навигация. М.: Наука, 1976. 670 с.
4. *Гихман И.И., Скороход А.В.* Введение в теорию случайных процессов. М.: Наука, 1977.
5. *Киттель Ч.* Элементарная физика твердого тела. М.: Наука, 1965. 366 с.
6. *Кеннон Р.* Специальный гироскоп для измерения эффектов общей теории относительности на борту астрономического спутника. Требования и конструкция // в сб.: Проблемы гироскопии. М.: Мир, 1967. С. 129–151.
7. *Малыкин Г.Б.* Прецессия Томаса: корректные и некорректные решения // УФН. 2006. Т. 176. № 8. С. 865–882.
8. *Логунов А.А.* Теория гравитационного поля. М.: Наука, 2001. 238 с.
9. *Журавлёв В.Ф.* Предельная точность идеального гироскопа // Докл. РАН. 2006. Т. 410. № 2. С. 200–202.

On Some Problems of Experimental Verification of General Relativity Theory

V. F. Zhuravlev[a,#]

[a] *Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia*
[#]*e-mail: zhurav43@ipmnet.ru*

On April 14, 2007, at a meeting of the American Physical Society in Jacksonville (Florida), the famous American gyroscopist Francis Everitt reported on the preliminary results of an experiment on a special artificial Earth satellite with cryogenic gyroscopes. In the experiment, which was started in August 2005 and completed in August 2006, a gyroscope was used to measure the curvature of space-time in the vicinity of the Earth, which is determined by the distribution of matter due to the basic postulate of general relativity. In this note, we discuss the difficulties that had to be overcome in preparing this experiment.

Keywords: gyroscope, precession, general theory of relativity

REFERENCES

1. *Mathey R.* Dérive du gyroscope électrostatique. Compte rendus // Acad. Sc. Paris, 1967, vol. 264, ser. A. 21, pp. 912.
2. *Martynenko Yu.G.* Motion of a Rigid Body in Electric and Magnetic Fields. Moscow: Nauka, 1988. 368 p. (in Russian)
3. *Ishlinsky A.Yu.* Orientation, Gyroscopes, Inertial Navigation. Moscow: Nauka, 1976. 670 p. (in Russian)
4. *Gikhman I.I., Skorokhod A.V.* Introduction to the Theory of Random Processes. Moscow: Nauka, 1977. (in Russian)
5. *Kittel Ch.* Elementary Solid State Physics: A Short Course. N.Y.: Wiley, 1962.
6. *Cannon R.H.Jr.* Requirements and design for a special gyro for measuring general relativity effects from an astronomical satellite // in: Kreiselprobleme/Gyrodynamics. Symposium Celerina, August 20–23, 1962. Berlin: Springer, 1962. pp. 146–157.
7. *Malykin G.B.* Thomas precession: correct and incorrect solutions // Phys. Usp., 2006, vol. 49, pp. 837–853.
8. *Logunov A.A.* Theory of the Gravitational Field. Moscow: Nauka, 2001. 238 p. (in Russian)
9. *Zhuravlev V.Ph.* Limiting accuracy of an ideal gyroscope // Dokl. Phys., 2006, vol. 51, no. 9, pp. 517–519.