УДК 539.3

КОНТАКТНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОРИСТОУПРУГОГО КОМПОЗИТА ПРИ НАЛИЧИИ СИЛ ТРЕНИЯ

© 2020 г. Т. В. Суворова[1,*], О. А. Беляк[1,]**

[1] Ростовский государственный университет путей сообщения, Ростов-на-Дону, Россия
**e-mail: suvorova_tv111@mail.ru*
***e-mail: o_bels@mail.ru*

Поступила в редакцию 05.07.2019 г.
После доработки 10.05.2020 г.
Принята к публикации 25.05.2020 г.

Рассматривается контактная задача для гетерогенного флюидонасыщенного полупространства при учете сил трения в области контакта, возникающих при движении штампа с плоским или параболическим основанием. Для учета внутренней микроструктуры основания используется модель Био. Краевая задача с помощью преобразования Фурье сведена к интегральному уравнению 1-го рода с ядром, имеющим логарифмическую особенность. Решение интегрального уравнения построено методом коллокации. Исследовано влияние пористости, коэффициента трения на контактные напряжения маслонаполненного композита на основе фенилона, механические модули которого определены с помощью методов микромеханики, конечно-элементного моделирования и сопоставлены с экспериментальными результатами.

Ключевые слова: контактная задача, трение в области контакта, композит, пороупругость

DOI: 10.31857/S0032823520040104

1. Введение. Контактные задачи и их приложения к трибологии достаточно давно привлекают внимание многих исследователей [1–5]. Сложности постановок и подходов, возникающих при решении контактных задач, подробно изложены в фундаментальной монографии [1]. Контактные задачи в квазистатической постановке для однородных вязкоупругих сред рассмотрены в работах [1–5]. Надо отметить, что свойства контактирующих поверхностей в значительной степени влияют на силу трения. Влияние микрогеометрии контактирующих поверхностей на силу трения исследовано в работах [4, 5]. В настоящей работе рассматривается контактная задача в квазистатической постановке о движении жесткого штампа с трением по основанию при учете его микроструктуры. Внутренняя микроструктура основания, состоящего из вязкоупругого скелета и флюида-наполнителя, учитывается использованием, как определяющих, уравнений гетерогенной двухфазной среды Био [6–9]. Определение механических модулей среды Био, является отдельной весьма важной задачей. Модули объемного сжатия насыщенной и дренированной среды были определены экспериментально, в том числе и методом наноиндентирования [10–12], а также на основе методов микромеханики и конечно-элементного моделирования. Рассмотрены случаи штампов с плоским и параболическим основанием.

Проблемы определения сил трения актуальны при конструировании композитов антифрикционного назначения на основе вязкоупругой матрицы и флюидного наполнителя [11–13].

2. Постановка задач. Рассмотрим плоскую область $-\infty < x_1 < \infty$, $x_2 \le 0$, занятую двухфазной средой, состоящей из вязкоупругой пористой матрицы-скелета и флюида, заполняющего поры. По лицевой непроницаемой поверхности гетерогенной среды скользит жесткий штамп со скоростью V под действием силы $\mathbf{P} = \{P_1, P_2\}$, которая приложена к штампу так, чтобы обеспечить полный контакт с поверхностью при равномерном движении. Рассматривается диапазон скоростей, намного меньших скорости поверхностных волн типа Релея. Для учета внутренней микроструктуры основания используем, как наиболее апробированную, модель, описываемую уравнениями гетерогенной двухфазной среды Био–Френкеля [6, 7]:

$$
\begin{gathered}
A\nabla \cdot \nabla \mathbf{u} + 2N\nabla\nabla \cdot \mathbf{u} + Q\nabla\nabla \cdot \mathbf{v} = \rho_{11}\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \rho_{12}\frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} + b\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}\right) \\
Q\nabla\nabla \cdot \mathbf{u} + R\nabla\nabla \cdot \mathbf{v} = \rho_{12}\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \rho_{22}\frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial t^2} - b\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}\right) \\
\sigma_{ij}^s = Ae\delta_{ij} + 2Ne_{ij} + Q\varepsilon\delta_{ij} \\
\sigma^f = Qe + R\varepsilon, \quad i, j = 1, 2,
\end{gathered}
\tag{2.1}
$$

где A, N, Q, R, ρ_{11}, ρ_{12}, ρ_{22} – механические характеристики двухфазной среды [6], e_{ij} и ε_{ij} – тензоры деформации, соответствующие векторам перемещений твердой фазы $\mathbf{u}\{u_1, u_2\}$ и жидкой фазы $\mathbf{v}\{v_1, v_2\}$;

$$
\begin{gathered}
e_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2, \quad \varepsilon_{ij} = (v_{i,j} + v_{j,i})/2 \\
e = \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad \varepsilon = \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad \Gamma_{ij} = \sigma_{ij}^s + \delta_{ij}\sigma^f,
\end{gathered}
$$

σ_{ij}^s – тензор напряжений, действующий на вязкоупругий скелет, σ^f – давления, действующие на жидкость в порах. Вязкость матрицы композита учтена в рамках модели частотно-независимого внутреннего трения. Согласно такому подходу модуль сдвига имеет вид $N \sim N(1 + i\beta)$, где величина β пропорциональна коэффициенту потерь вязкоупругого материала [9] и может быть определена экспериментально [14]. Вследствие этого присутствует малая комплексная составляющая в коэффициентах уравнения (2.1) N, A, Q, R [8, 9].

В области контакта Ω нормальные и касательные напряжения связаны законом Амонтона–Кулона, $\Gamma_{12} = k_{tr}\Gamma_{22}$, где k_{tr} – коэффициент трения. Полагаем, что силы межфазного взаимодействия пренебрежимо малы, $b = 0$. Под действием нормальной составляющей силы $\mathbf{P}$, приложенной с эксцентриситетом, возникает только осадка штампа δ, параллельно оси Ox_2. Граничные условия задачи имеют вид:

$$
\begin{gathered}
x_2 = 0\colon u_2 = v_2 \\
\Gamma_{12} = \Gamma_{22} = 0; \quad |x_1 - Vt| \notin \Omega \\
\Gamma_{12} = k_{tr}\Gamma_{22}, \quad u_2 = \delta - \eta x_1^2, \quad \Gamma_{22} = -q(x_1) \\
|x_1 - Vt| \in \Omega, \quad \Omega = (a_1, a_2)
\end{gathered}
\tag{2.2}
$$

Область контакта $\Omega = (a_1, a_2)$ для штампа с параболическим основанием и контактные напряжения $q(x_1)$ неизвестны. Для штампа с плоским основанием $a_1 = -1$, $a_2 = 1$. Параметр η связан с кривизной штампа с параболическим основанием.

Рассматривались [1–5, 15, 16] задачи о давлении штампа на упругое основание различного строения с учетом сил трения, изучалось [17–19] действие движущейся осциллирующей нагрузки на гетерогенное основание.

3. Построение решения интегрального уравнения. Применим к формулам (2.1)–(2.2) для установившегося режима колебаний [20] преобразование Фурье, затем перейдем в подвижную систему координат с началом в центре штампа, устремив частоту колебаний к нулю [21]. Формулы (2.1)–(2.2) далее будем рассматривать в подвижной системе координат ($x = x_1 - Vt, x_2$) в безразмерном виде, при этом линейные размеры отнесены к характерной линейной единице, а напряжения – к модулю сдвига матрицы. Перемещения представляются в виде трех потенциалов, соответствующих трем типам волн, распространяющихся в гетерогенной среде. После удовлетворения граничных условий в результате преобразований, подробнее описанных в [22] приходим к интегральному уравнению относительно нормальных контактных давлений $q(\xi)$:

$$\int_{a_1}^{a_2} k(x-\xi)q(\xi)d\xi = \delta - \eta x^2 \tag{3.1}$$

Для штампа с плоским основанием в интегральном уравнении (3.1) следует положить $a_1 = -1$, $a_2 = 1$, $\eta \equiv 0$, для штампа с параболическим основанием учитываем, что $q(a_1) = q(a_2) = 0$.

Ядро интегрального уравнения (3.1) имеет вид

$$k(x-\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(k_{tr}B_{21}(\alpha) + B_{22}(\alpha)\right) e^{i(x-\xi)\alpha} d\alpha,$$

α – параметр преобразования Фурье, $B_{2k}(\alpha)$, $k = 1,2$ – элементы матрицы Грина для гетерогенного полупространства:

$$B_{21} = \frac{i}{\alpha\Delta}\left(2(m_1 - m_2)w_1w_2w_3 + g_4(g_1V_{01} + 2) - g_3(g_2V_{02} + 2)\right)$$

$$B_{22} = \frac{1}{|\alpha|\,\Delta}(m_1 - m_2)w_1w_2V_{03}$$

$$\Delta = 4(m_2 - m_1)w_1w_2w_3 - 2g_3w_1(V_{02} - 2) + 2g_4w_2(V_{01} - 2) + \\ + (m_1 - 1)w_1V_{03}(g_2V_{02} - 2) - (m_2 - 1)w_2V_{03}(g_1V_{01} - 2)$$

$$g_k = q_{11} + q_{12}(m_k + 1) + q_{22}m_k, \quad g_{k+2} = m_k + \rho_{12}/\rho_{22}, \quad k = 1,2$$

$$V_{0i} = (V/V_i)^2, \quad w_i = \sqrt{1 - V_{0i}}, \quad i = 1,2,3,$$

V_i – скорости распространения двух продольных и поперечной волны в гетерогенной среде, а m_k, $k = 1,2$ – корни уравнения вида:

$$\begin{vmatrix}\gamma_{12} & \gamma_{22}\\ q_{12} & q_{22}\end{vmatrix} m^2 + \begin{vmatrix}\gamma_{11} & \gamma_{22}\\ q_{11} & q_{22}\end{vmatrix} m + \begin{vmatrix}\gamma_{11} & \gamma_{12}\\ q_{11} & q_{12}\end{vmatrix} = 0$$

$$q_{11} = A/N + 2, \quad q_{12} = Q/N, \quad q_{22} = R/N$$

$$\gamma_{11} = \rho_{11}/\rho_s, \quad \gamma_{12} = \rho_{12}/\rho_s, \quad \gamma_{22} = \rho_{22}/\rho_s$$

Рассмотрим квазистатический процесс, наиболее востребованный в трибологических испытаниях, при скорости движения штампа, удовлетворяющей соотношению $V \ll V_R$, где V_R – скорость поверхностных волн типа Релея в пористоупругом полупространстве. В соответствии с этим преобразуем формулы (3.1), осуществляя разложение в ряд по малым параметрам V/V_i, $i = 1,2,3$. Ядро интегрального уравнения, отвечающее квазистатическому процессу, имеет вид:

$$k(x-\xi) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\frac{ik_{tr}K_1}{\alpha} + \frac{K_2}{|\alpha|}\right)e^{i\alpha(x-\xi)}d\alpha$$

$$
\begin{gathered}
K_1 = \Theta_{10}(q_{ij},\gamma_{ij},m) + \zeta^2\Theta_{11}(q_{ij},\gamma_{ij},m) + O(\zeta^4) \\
K_2 = \Theta_{20}(q_{ij},\gamma_{ij},m) + \zeta^2\Theta_{21}(q_{ij},\gamma_{ij},m) + O(\zeta^4), \quad \zeta = V/V_1 \\
\Theta_{10}(q_{ij},\gamma_{ij},m) = 0.5c_{11}/c_{01} \\
\Theta_{11}(q_{ij},\gamma_{ij},m) = 0.5\left(c_{12} + c_{11}c_{02}/c_{01}\right)/c_{01} \\
\Theta_{20}(q_{ij},\gamma_{ij},m) = \left(m_1 - m_2\right)/c_{01} \\
\Theta_{21}(q_{ij},\gamma_{ij},m) = -\left(m_1 - m_2\right)\left(0.5\left(1 + \zeta_2/\zeta_1\right) + c_{02}/c_{01}\right)/c_{01} \\
c_{01} = 2(g_4(g_1 - 1) - g_3(g_2 - 1)) \\
c_{02} = (g_2 - 1)(m_1 - 1)\zeta_2/\zeta_1 - (g_1 - 1)(m_2 - 1) - c_{01} \\
c_{11} = 2\left(g_4(g_1\zeta_1 + \zeta_1 + 1) - g_3(g_2\zeta_2 + \zeta_2 + 1)\right) \\
c_{12} = \left(g_3 - g_4\right)\left(\zeta_2 + 1 + \zeta_2/\zeta_1\right) + g_2g_3 - g_1g_4 \\
\zeta_i = \left(V_i/V_3\right)^2, \quad i = 1,2
\end{gathered} \tag{3.2}
$$

Отметим, что для малой скорости движения штампа при трибологических испытаниях [10] ядро интегрального уравнения (3.2), отвечающее квазистатическому процессу имеет слабую зависимость от скорости.

Для регуляризации интегрального уравнения (3.1) необходимо в выражении ядра (3.2) выделить логарифмическую особенность, при этом используем значения интегралов [23]:

$$
\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iy\alpha}}{\alpha} d\alpha = i\pi \operatorname{sgn} y, \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iy\alpha}}{|\alpha|} d\alpha = -2(C + \ln|y|), \tag{3.3}
$$

где C — постоянная Эйлера.

С учетом формул (3.3) выражение (3.2) преобразуем к виду:

$$
k(x - \xi) = -0.5\operatorname{sgn}(x - \xi)k_{tr}K_1(V) - (C + \ln|x - \xi|)K_2(V)/\pi \tag{3.4}
$$

Применим метод коллокации для решения интегрального уравнения (3.1) с ядром (3.4). Проведем дискретизацию области контакта $\tilde{\Omega}$ для штампа с плоским основанием, выбрав точки коллокации x_i, ξ_i, равномерно распределенными, с шагом $h = 2/N$ на отрезке $[-1 + h/2, 1 - h/2]$, $\xi_k = -1 + h(k - 0.5)$, $k = 1,2,\ldots,N$.

При этом полагаем $q(x)\big|_{x_i<x<x_{i+1}} = q(x_i) = q_i$, $i = 1,2,\ldots,N$. В случае штампа с параболическим основанием определение области контакта и контактного давления осуществляется согласно алгоритму, подробно описанному в фундаментальной работе [16]. При этом для дискретизации выбирается область $\Omega \subset \tilde{\Omega}$, заведомо большая, чем истинная область контакта Ω и учитывается, что $q(a_1) = q(a_2) = 0$.

В результате, решение интегрального уравнения (3.1) сводится к конечной системе линейных уравнений:

$$
\begin{gathered}
\sum_{i=1}^{N} r_{ik}q_k = f(x_k)/h \\
r_{ik} = k(h(x_k - \xi_i)), \quad i \neq k, i, \quad i,k = 1,2,\ldots,N \\
r_{kk} = -k_{tr}K_1(V)/2 - K_2(V)(C + \ln(h/e))/\pi
\end{gathered} \tag{3.5}
$$

Элементы матрицы системы (3.5) имеют максимальное значение на главной диагонали и быстро убывают по мере удаления от нее. Сила и ее момент, действующие на штамп, определяются через решения системы (3.5).

Отметим, что для анализа скорости сходимости процесса оценивались элементы невязки для количества разбиений N и $3N$. Измельчение сетки производилось до относительного значения невязки, меньшего чем 10^{-5}.

Поскольку штамп движется без поворота за счет эксцентричного приложения силы, величина эксцентриситета определяется численно через решение системы (3.5) $e = \sum_{i=1}^{N_1} x_i q_i / \sum_{i=1}^{N_1} q_i$.

4. Результаты численного анализа. В соответствии с изложенным способом были построены нормальные и касательные контактные напряжения для штампов с плоским и параболическим основанием, а также, определена область контакта в случае параболического штампа. Расчеты проводились для механических характеристик, соответствующих двухкомпонентному композиционному материалу с матрицей на основе ароматического полиамида фенилона с нанодобавками и содержанием наполнителя — цилиндрового масла [10–12]. Корректное определение механических характеристик A, R, Q, N среды Био для гетерогенного композита является многоступенчатой задачей. Значения модуля Юнга E_s и коэффициента Пуассона ν_s были определены при проведении натурных экспериментов при сжатии и растяжении образца из фенилона без наполнителя в режиме нагружения, обеспечивающего чисто упругие деформации образца [10]. Далее, с известным коэффициентом Пуассона на основе метода наноиндентирования были определены механические свойства фенилона и композитов на его основе [10, 12]. Эксперименты по растяжению–сжатию были верифицированы с помощью конечно-элементного пакета ANSYS, где фенилон моделировался изотропным материалом, с константами E, ν, которые в свою очередь определялись с погрешностью менее 1% из минимизации невязки диаграмм “σ–ε”, полученных в рамках натурного эксперимента [10]. Следующим этапом изучалось влияние пористости на модуль объемного сжатия пористой среды с незаполненными порами K_b. Сопоставлены результаты, полученные на основе методов микромеханики и конечно-элементного моделирования в ANSYS представительного объема композита со сферическими порами [24]. Таким образом, коэффициенты уравнений (2.1) по известным модулям объемного сжатия вязкоупругой матрицы K_s, пористой среды с незаполненными порами K_b, флюида K_f, пористости m вычислялись по формулам [25]:

$$R = \frac{m^2 K_s}{(1 - m - K_{bs} + mK_{sf})}, \quad K_{bs} = \frac{K_b}{K_s}$$

$$Q = \frac{mK_s(1 - m - K_{bs})}{(1 - m - K_{bs} + mK_{sf})}, \quad K_{sf} = \frac{K_s}{K_f}$$

$$A = \frac{(1 - m)K_s(1 - m - K_{bs}) + mK_{sf}K_b}{(1 - m - K_{bs} + mK_{sf})} - \frac{2}{3}N, \quad N = \mu$$

Расчеты проводились при следующих данных: $K_s = 5.2$ ГПа, $K_f = 2$ ГПа, $N = 1.85$ ГПа, $\rho_s = 1.2 \times 10^3$ кг/м^3, $\rho_f = 0.93 \times 10^3$ кг/м^3, $K_b(m = 5\%) = 4.38$ ГПа, $K_b(m = 10\%) = 3.58$ ГПа, $K_b(m = 15\%) = 2.78$ ГПа, $K_b(m = 20\%) = 2.21$ ГПа [24].

Поскольку фенилон отличается малой склонностью к ползучести под действием напряжений [26] вязкость матрицы композита была учтена в рамках модели частотно-независимого внутреннего трения. Расчеты проводились для диапазона $10^{-3} < \beta < 0.5 \times 10^{-1}$ [14, 26, 27]. На основании численных экспериментов было установлено, что на скорость сходимости процесса решения параметр β влияние не оказывает, при этом

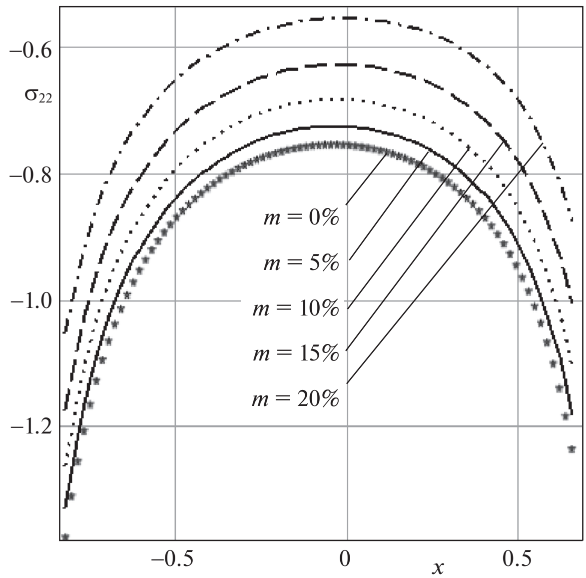

Рис. 1.

$\operatorname{Im} q(x)/\operatorname{Re} q(x) \sim O(\beta)$. В указанных пределах варьирования β изменение результатов вычислений q_i не превышают 1.3%.

Особое внимание было уделено анализу влияния пористости на величину контактных напряжений. Распределение действительных частей нормальных напряжений $\sigma_{22} = \operatorname{Re}\Gamma_{22}$ при изменении пористости m и флюидонасыщенности основания приведено для штампа с плоским основанием (рис. 1) и для штампа с параболическим основанием (рис. 2) при значениях $\delta = 10^{-2}$, $\eta = 0.025$. Графики построены в подвижной системе координат, скорость движения штампов $V = 1.5$ м/с.

Заметим, что для рассматриваемых здесь механических характеристик материала основания безразмерные величины Θ_{ij} в формуле (3.2) имеют значения: $|\Theta_{10}| = 0.3582$, $|\Theta_{20}| = 0.2731$, $|\Theta_{11}| = 0.8848$, $|\Theta_{21}| = 0.1043$ при $\beta = 0.05$, $m = 0.2$. Для скорости движения штампа $V = 1.5$ м/с, т.к. $\zeta = 0.6510 \times 10^{-3}$, решение задачи практически определяется величинами Θ_{i0}, $i = 1, 2$ в выражении ядра интегрального уравнения (3.2).

Отметим, что контактные нормальные и касательные напряжения в значительной мере зависят от пористости и массовой доли флюида-наполнителя. При этом, распределение напряжений по области контакта несимметрично, что характерно и для контактных задач теории упругости при учете сил трения [1, 15]. Также, с увеличением пористости эксцентриситет приложения силы, обеспечивающей движение штампа без перекоса, увеличивается, в диапазоне 10–12% при изменении пористости с шагом 0.05, $0.05 \le m \le 0.2$. Увеличение пористости вызывает смещение области контакта для штампа с параболическим основанием. Установлено, что зависимость контактных напряжений от пористости нелинейная. В таблице 1 приведены значения левой и правой границы контактной области, нормальной силы P и эксцентриситета e для штампа с параболическим основанием при возрастании пористости для значений $\delta = 10^{-2}$, $\eta = 0.025$.

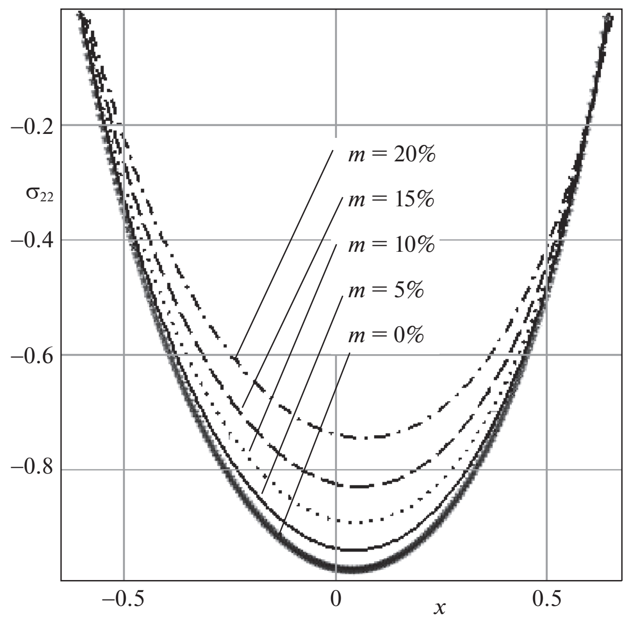

Рис. 2.

Зависимость контактных напряжений от коэффициента трения и скорости движения штампа по поверхности гетерогенной полуплоскости имеет более выраженный характер при увеличении пористости основания. Результаты численных расчетов качественно согласуются с результатами натурных экспериментов для маслонаполненного композита [10], а также с решением контактной задачи при учете трения для движущегося штампа по упругой среде [1].

На рис. 3 приведены касательные контактные напряжения для штампа с параболическим основанием для различных значений коэффициента трения для значений $\delta = 10^{-3}$, $\eta = 0.025$, $m = 0.1$. При увеличении коэффициента трения модули нормальных и касательных контактных напряжений возрастают в значительной степени, область контакта при этом приобретает ярко выраженную асимметрию, левая и правая границы области контакта показаны на рис. 4.

Заключение. Представлена математическая модель, позволяющая прогнозировать трибологические характеристики для маслосодержащего композита, описанная контактной задачей для гетерогенной полуплоскости Био при учете сил трения в области

Таблица 1.

	$m = 0$	$m = 0.05$	$m = 0.1$	$m = 0.15$	$m = 0.2$
P	4.77172	4.60683	4.36794	4.05438	3.63227
e	0.02868	0.03155	0.03567	0.04107	0.04832
a	–0.64575	–0.64575	–0.65025	–0.65250	–0.65701
b	0.60300	0.60075	0.59625	0.59175	0.58500

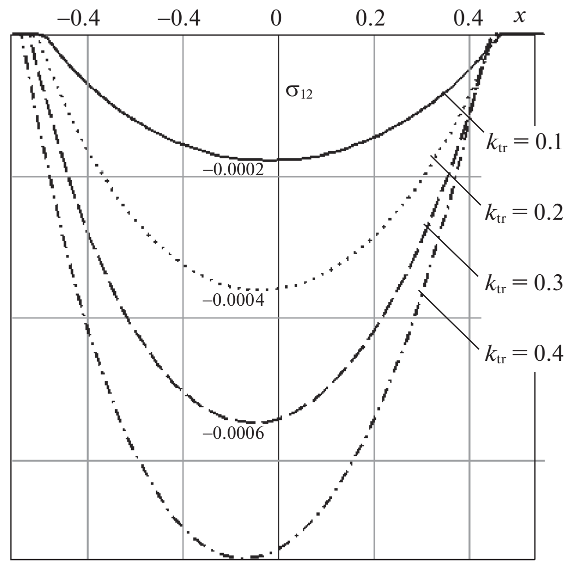

Рис. 3.

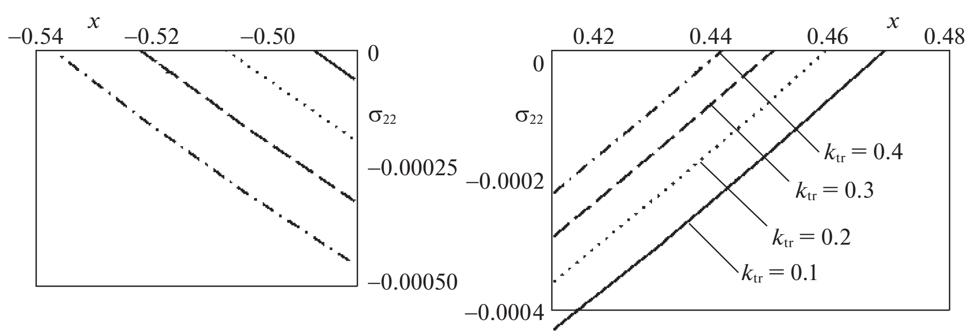

Рис. 4.

контакта. Построено аналитико-численное решение краевой задачи, исследованы зависимости контактных напряжений от параметров среды Био. На основании численных экспериментов установлено, что процентное содержание флюида в порах композита, учет трения в области контакта оказывает существенное влияние на контактные напряжения при движении с трением штампов с плоской и параболической формой подошвы по поверхности композита, причем с возрастанием пористости эта зависимость носит нелинейный характер. Результаты численных расчетов качественно согласуются с известными результатами натурных экспериментов для маслонаполненного композита, а также с решением контактной задачи при учете трения для движущегося штампа по упругой среде.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 18-08-00260-а, 20-08-00614-а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Горячева И.Г.* Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука, 2001. 478 с.
2. *Горячева И.Г., Добычин М.Н.* Контактные задачи в трибологии. М.: Машиностроение, 1988. 253 с.
3. *Chen W., Wang Q., Huan Z., Luo X.* Semi analytical viscoelastic contact modeling of polymer based materials // J. Tribology. 2011. V. 133. № 4. P. 041404.
4. *Горячева И.Г.* Роль микрогеометрии поверхности при фрикционном взаимодействии вязкоупругих тел // Проблемы прочности и пластичности. 2015. Т. 77. № 1. С. 49–59.
5. *Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю.* Упругий контакт номинально плоских поверхностей при наличии шероховатости и адгезии // Изв. РАН. МТТ. 2017. № 4. С. 101–111.
6. *Био М.А.* Механика деформирования и распространения акустических волн в пористой среде // Сб. пер. иностр. статей. 1963. № 82. Вып. 6. С. 103–134.
7. *Ковтун А.А.* Об уравнениях Био и их модификациях // Уч. зап. СПбГУ. 2011. № 444. Вып. 44. С. 3–26.
8. *Degrande G., De Roeck G., Van Den Breck P., Smeulders D.* Wave propagation in layered dry, saturated and unsaturated poroelastic media // Intern. J. Solids & Struct. 1998. V. 35 (34–35). P. 4753–4778.
9. *Guyer R.A., Alicia Kim H., Derome D. et al.* Hysteresis in modeling of poroelastic systems: Quasistatic equilibrium // Phys. Rev. E. 2011. V. 83. P. 061408.
10. *Иваночкин П.Г., Суворова Т.В., Данильченко С.А. и др.* Комплексное исследование полимерных композитов с матрицей на основе фенилона С-2 // Вестн. РГУПС. 2018. Вып. 4. С. 18–25.
11. *Колесников И.В.* Системный анализ и синтез процессов, происходящих в металлополимерных узлах трения фрикционного и антифрикционного назначения. М.: ВИНИТИ, 2017. 384 с.
12. *Долгополов К.Н., Колесников И.В., Мельников Э.Л.* Применение антифрикционных полимерных самосмазывающихся материалов класса “Масляниты” в узлах трения скольжения // Ремонт. Восстановление. Модернизация. 2018. № 4. С. 23–26.
13. *Kolesnikov I.V., Bardushkin V.V., Myasnikov Ph.V.* Calculation of stress-deformed condition in polymer nanocomposites filled with microcapsules with lubricant // J. Theor. & Appl. Mech. 2017. V. 47. № 4. P. 37–47.
14. *Демешкин А.Г., Козенко М.Е., Корнев В.М., Кургузов В.Д.* Демпфирующие характеристики композиционных конструкционных материалов, изготовленных намоткой // ПМТФ. 2001. Т. 42. № 1. С. 190–195.
15. *Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М.* Блочные элементы в контактных задачах с переменным коэффициентом трения // Докл. РАН. 2018. Т. 480. № 5. С. 537–541.
16. *Горячева И.Г., Маховская Ю.Ю., Морозов А.В. и др.* Трение эластомеров. М.: Изд-во ИПМ, 2017. 203 с.
17. *Беляк О.А., Суворова Т.В., Усошин С.А.* Волновое поле, генерируемое в слоистом пористоупругом полупространстве движущейся осциллирующей нагрузкой // Экол. вестн. научн. центров ЧЭС. 2008. № 1. С. 53–61.
18. *Беляк О.А., Суворова Т.В., Усошина Е.А.* Математическое моделирование задачи о динамическом воздействии массивного объекта на неоднородное гетерогенное основание // Экол. вестн. научн. центров ЧЭС. 2014. № 1. С. 93–99.
19. *Suvorova T.V., Dobrynin N.F., Ermakov V.M. et al.* The impact of structure and water saturation of the subgrade of the railway on its deformation during high-speed movement // Intern. J. Appl. Engng. Res. 2016. V. 11. № 23. P. 11448–11453.
20. *Колесников В.И., Беляк О.А., Колесников И.В., Суворова Т.В.* О математической модели для прогнозирования трибологических свойств маслонаполненных композитов при вибрации// Докл. РАН. 2020. Т. 491. С. 44–47.
21. *Колесников В.И., Суворова Т.В.* Моделирование динамического поведения системы “верхнее строение железнодорожного пути – слоистая грунтовая среда”. М.: ВИНИТИ, 2003. 232 с.
22. *Беляк О.А., Суворова Т.В.* Влияние микроструктуры основания на силы трения при движении плоского штампа // Экол. вестн. научн. центров ЧЭС. 2018. № 3. С. 25–31.

23. *Брычков Ю.А., Прудников А.П.* Интегральные преобразования обобщенных функций. М.: Наука, 1977. 288 с.
24. *Belyak O.A., Suvorova T.V.* Modeling Stress Deformed State Upon Contact with the Bodies of Two-Phase Microstructure // Solid State Phenom. 2020. V. 299. P. 124–129.
25. *Chao-Lung Yeh, Lo Wei-Cheng, Jan Chyan-Deng* An assessment of characteristics of acoustic wave propagation and attenuation trough eleven different saturated soils // Amer. Geophys. Union. Fall Meeting. 2006. № 12. P. 31.
26. *Абакумова Н.М., Гудимов М.М., Финогенов Г.Н. и др.* Физико-механические свойства ароматических полиамидов марки фенилон // Пластические массы. 1973. № 9. С. 30–32.
27. *Старцев О.В., Каблов Е.Н., Махоньков А.Ю.* Закономерности α-перехода эпоксидных связующих композиционных материалов по данным динамического механического анализа // Вест. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. “Машиностроение”. 2011. № S2. С. 104–113.

Contact Problems for Porous Composite in the Presence of Friction Forces

T. V. Suvorova[a,#] and O. A. Belyak[a,##]

[a] *Rostov State Transport University, Rostov on Don, Russia*
[#] *e-mail: suvorova_tv111@mail.ru*
[##] *e-mail: o_bels@mail.ru*

The contact problem for a heterogeneous fluid-saturated half-space when considering friction forces in the contact area arising from the movement of flat and parabolic dies is considered. To account for the internal microstructure of the base, the Biot model is used. The boundary problem with the help of the Fourier transform is reduced to an integral equation of the first kind with a kernel having a logarithmic singularity. The solution of the integral equation is constructed by the collocation method. The effect of porosity, friction coefficient on the contact stresses of the oil-filled composite has been investigated. Mechanical modules of the composite are determined using the methods of micromechanics, of course elemental modeling, and compared with experimental results.

Keywords: contact problem, friction in contact area, porous composite

REFERENCES

1. *Goryacheva I.G.* Mechanics of Friction Interaction. Moscow: Nauka, 2001. 478 p. (in Russian)
2. *Goryacheva I.G., Dobychin M.N.* Contact Problems in Tribology, Moscow: Mech. Eng. Publ., 1988. 253 p. (in Russian)
3. *Chen W., Wang Q., Huan Z., Luo X.* Semi analytic viscoelastic contact modeling of polymer-based materials // J. Tribology, 2011, vol. 133, no. 4, pp. 041404.
4. *Goryacheva I.G.* The role of microgeometry of a surface in frictional interaction of viscoelastic bodies // Probl. Strength & Plasticity, 2015, vol. 77, no. 1, pp. 49–59.
5. *Goryacheva I.G., Makhovskaya Yu.Yu.* Elastic contact of nominally flat surfaces in the presence of roughness and adhesion // Mech. Solids, 2017, no. 4, pp. 101–111.
6. *Bio M.A.* Mechanics of deformation and propagation of acoustic waves in a porous medium // Coll. Transl. Foreign. Articles. 1963, no. 82, Iss. 6, pp. 103–134.
7. *Kovtun A.A.* On the equations Bio and their modifications // Proc. St. Petersburg State Univ., 2011, no. 444, Iss. 44, pp. 3–26.
8. *Degrande G., De Rock G., Van Den Broek P. et al.* Wave propagation in layered dry, saturated and unsaturated poroelastic media // Intern. J. Solids & Struct., 1998, vol. 35 (34–35), pp. 4753–4778.
9. *Geyer R.A., Alicia Kim H., Derom D. et al.* Hysteresis modeling poroelastic systems: Quasistatic equilibrium // Phys. Red. E., 2011, vol. 83, pp. 061408.
10. *Ivanochkin P.G., Suvorova T.V., Danilchenko S.A. et al.* Complex research of polymer composites with a matrix on the basis of phenilon C-2 // Vestn. RGUPS, 2018, no. 4, pp. 18– 25.
11. *Kolesnikov I.V.* System Analysis and Synthesis of Processes Occurring in Metal-Polymer Friction Units for Friction and Antifriction Purposes. Moscow: VINITI, 2017. 384 p. (in Russian)

12. *Dolgopolov K.N., Kolesnikov I.V., Melnikov E.L.* Application of self-lubricating antifriction polymer materials of “oily” material (“maslyanit”) class in sliding friction units // Repair. Recovery. Modernization, 2018, no. 4, pp. 23–26.
13. *Kolesnikov I.V., Bardushkin V.V., Myasnikov Ph.V.* Calculation of stress-deformed condition in polymer nanocomposites filled with microcapsules with lubricant // J. Theor. & Appl. Mech., 2017, vol. 47, no. 4, pp. 37–47.
14. *Demeshkin A.G., Kozeko M.E., Kornev V.M., Kurguzov V.D.* Damping Characteristics of Composite Structural Materials Fabricated by Winding // J. Appl. Mech. & Techn. Phys., 2001, vol. 42, no. 1, pp. 169–173.
15. *Babeshko V.A., Evdokimova O.V., Babeshko O.M.* Block elements in contact problems with variable coefficient of friction // Dokl. Phys., 2018, vol. 480, no. 5, pp. 537–541.
16. *Goryacheva I.G., Makhovskaya Y.Y., Morozov A.V. et al.* Friction of Elastomers. Moscow: IPM, 2017. 203 p. (in Russian)
17. *Belyak O.A., Suvorova T.V., Usoshin S.A.* Wave field generated in a porous-elastic layered half-space by a moving oscillating load // Ecol. Bull. BSEC Sci. Centers, 2008, no. 1, pp. 53–61.
18. *Belyak O.A., Suvorova T.V., Usoshina E.A.* Mathematical modeling of the problem of the dynamic impact of a massive object on a heterogeneous heterogeneous base // Ecol. Bull. BSEC Sci. Centers, 2014, no. 1, pp. 93–99.
19. *Suvorova T.V., Dobrynin N.F., Ermakov V.M. et al.* The impact of structure and water saturation of the subgrade of the railway on its deformation during high-speed movement // Intern. J. Appl. Engng. Res., 2016, vol. 11, no. 23, pp. 11448–11453.
20. *Kolesnikov V.I., Belyak O.A., Kolesnikov I.V., Suvorova T.V.* A mathematical model for prediction of the tribological properties of oil-filled composites under vibration // Dokl. Phys., 2020, vol. 65, no. 4, pp. 149–152.
21. *Kolesnikov V.I., Suvorova T.V.* Modeling of Dynamic behavior of the System “The Upper Structure of the Railway Track – Layered Soil Environment”. Moscow: VINITI, 2003. 232 p. (in Russian)
22. *Belyak O.A., Suvorova T.V.* Influence of the microstructure of the base on the friction forces during the movement of the flat stamp // Ecol. Bull. BSEC Sci. Centers, 2018, no. 3, pp. 25–31.
23. *Brichkov Y.A., Prudnikov A.P.* Integral Transforms of Generalized Functions. Moscow: Nauka, 1977. 288 p. (in Russian)
24. *Belyak O.A., Suvorova T.V.* Modeling stress deformed state upon contact with the bodies of two-phase microstructure // Solid State Phenom., 2020, vol. 299, pp. 124–129.
25. *Chao-Lung Yeh, Lo Wei-Cheng, Jan Chyan-Deng* An assessment of characteristics of acoustic wave propagation and attenuation trough eleven different saturated soils // Amer. Geophys. Union, 2006, Fall Meeting, no. 12, pp. 31.
26. *Abakumova N.M., Gudimov M.M., Finogenov G.N. et al.* Physico-mechanical properties of aromatic polyamides phenylilone brand // Intern. Polymer Sci. & Technol., 1973, no. 9, pp. 30–32.
27. *Startsev O.V., Kablov E.N., Makhonkov A.Yu.* Regularities of transition of epoxy binding composites according to data from dynamical mechanical analysis // Herald Bauman Moscow State Techn. Univ. Ser. Mech. Engng., 2011, no. S2, pp. 104–113.