

УДК 533.6.011

К ТЕОРИИ ГИПЕРЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ТОНКОГО ТРЕУГОЛЬНОГО КРЫЛА КОНЕЧНОЙ СТРЕЛОВИДНОСТИ ПОД БОЛЬШИМ УГЛОМ АТАКИ

© 2020 г. В. Н. Голубкин*

*Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Жуковский, Россия***e-mail: valeriy.golubkin@tsagi.ru*

Поступила в редакцию 20.02.2020 г.

После доработки 12.04.2020 г.

Принята к публикации 19.04.2020 г.

Дан короткий обзор наиболее важных результатов решения задачи обтекания тонкого треугольного крыла конечной стреловидности гиперзвуковым потоком газа под большими, близкими к прямому, углами атаки, полученных автором с применением метода тонкого ударного слоя. Дополнена классификация всех основных режимов и схем обтекания, реализуемых в рамках предложенной теории, по двум основным параметрам подобия. Получено композитное решение, адекватно описывающее возмущенное течение как в основной части сжатого слоя, так и в пристеночном энтропийном слое.

Ключевые слова: гиперзвуковое обтекание, треугольное крыло, метод тонкого ударного слоя, классификация режимов обтекания, энтропийный слой, композитное решение

DOI: 10.31857/S0032823520040050

1. Введение. Режимы гиперзвукового обтекания крыла. Для исследования гиперзвукового обтекания наветренной поверхности тонкого треугольного крыла (рис. 1), к которой приложена основная часть аэродинамической нагрузки, под большим (близким к прямому) углом атаки

$$\alpha = \pi/2 - A_*, \quad 0 < A_* \ll 1 \quad (1.1)$$

используется асимптотический метод тонкого ударного слоя (МТУС) [1] с малым параметром, равным отношению плотностей на сильном прямом скачке уплотнения

$$\varepsilon = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} (1 + 2m^{-1}) \ll 1, \quad m = (\gamma - 1) M_\infty^2 \sim 1 \quad (1.2)$$

Вычисление малого параметра ε с помощью эффективного показателя адиабаты γ_* [2] $\varepsilon = (\gamma_* - 1)(\gamma_* + 1)^{-1}$ позволяет учесть влияние равновесных свойств воздуха при высоких температурах.

Ранее было рассмотрено [3–6] обтекание крыльев конечного удлинения различной формы с острой передней кромкой в характерных условиях гиперзвукового полета, когда число Маха велико $M_\infty \gg 1$, и показатель адиабаты близок к единице $(\gamma - 1) \ll 1$ (так что обеспечивается выполнение условия (1.2)), а угол атаки таков, что соотношение (1.1) записывается как

$$\alpha = \pi/2 - \varepsilon^{1/2} A, \quad A = \cos \alpha / \varepsilon^{1/2} \sim 1 \quad (1.3)$$

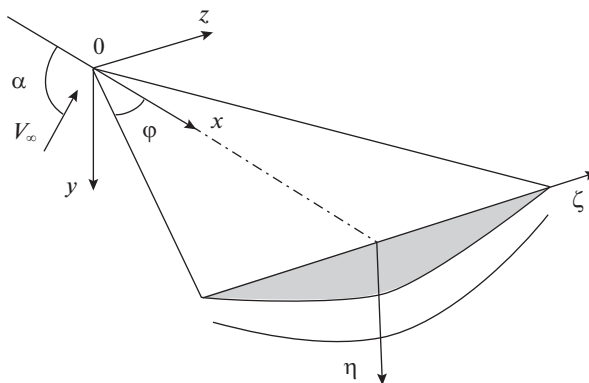


Рис. 1.

Веская причина рассмотреть случай (1.3), также как и асимптотику потока при $\cos \alpha \sim \epsilon^{1/2} \ll 1$ обусловлена тем, что вследствие свойств воздуха при гиперзвуковом обтекании именно в этом диапазоне углов атаки расположен наиболее общий сценарий обтекания треугольного крыла конечной стреловидности, который при умеренных значениях сверхзвуковых скоростей и при показателе адиабаты $\gamma = 1.4$ имеет место, если угол атаки принимает конечные значения, точнее, если $\cos \alpha \sim 1$. Таким образом, в рамках одного сценария существует возможность возникновения всех трех качественно различных режимов обтекания крыла с головным скачком уплотнения: (1) присоединенным к острой передней кромке крыла, (2) присоединенным только к заостренной вершине и (3) полностью отсоединенным.

В указанных выше условиях набегающий гиперзвуковой поток, проходя через скачок уплотнения большой интенсивности вблизи наветренной поверхности крыла, становится умеренно сверхзвуковым или даже дозвуковым. Стоит отметить, что хотя в развитой асимптотической теории угол атаки и считается близким к прямому, условие (1.3) не накладывает слишком жестких ограничений на угол атаки и соответствует вполне реальным его значениям, как видно из рис. 2, где нанесены зависимости $\alpha(A)$ для двух случаев достаточно малого параметра $\epsilon = 0.05$ и 0.1 .

В плоскости нормального сечения, перпендикулярной линии передней кромки плоского треугольного крыла с углом стреловидности Λ и полууглом при вершине $\varphi = \pi/2 - \Lambda$, присоединенный скачок может составлять с плоскостью крыла углы [3]

$$\theta_{\pm} = \frac{\epsilon^{1/2}}{2} [A \cos \Lambda \pm (A^2 \cos^2 \Lambda - 4)^{1/2}], \quad (1.4)$$

причем верхний (нижний) знак соответствует скачку сильного (слабого) семейства. Тот факт, что при условии (1.3) порядки углов наклона сильного и слабого скачков одинаковы, делает более вероятным образование сильного скачка вместо гораздо чаще встречающихся слабых скачков. Появление решений с сильным скачком при больших углах атаки отмечалось ранее [7], где задача обтекания решалась упрощенно в нулевом приближении метода интегральных соотношений без учета изменения функций поперек сжатого слоя. Поскольку скольжение крыла отсутствовало, в силу симметрии относительно вертикальной плоскости $y = 0$ решение строилось для полуплоскости $\zeta \geq 0$.

Если выполняется основное предположение МТУС (1.2), отражающее влияние реальных свойств воздуха, то при любом конечном полуугле раствора крыла $\varphi \sim 1$

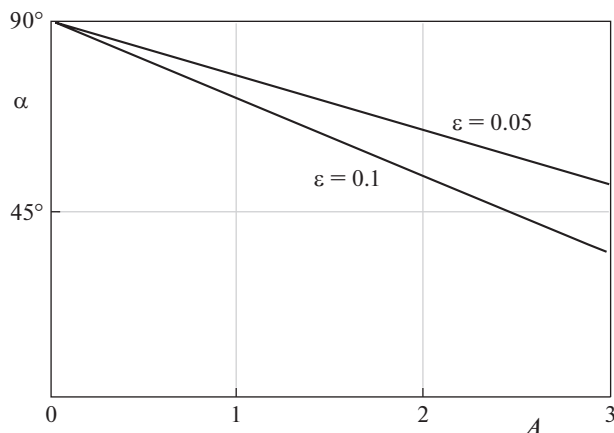


Рис. 2.

(в радианах) обнаруженный характерный случай (поток удовлетворяет условию (1.3)) занимает промежуточное положение между, с одной стороны, обтеканием плоского крыла под *конечным* углом атаки, когда в условии (1.1) $A_* \sim 1$ или $A \gg 1$ в условии (1.3), и реализуется только один тип течений — головной скачок уплотнения присоединен к передней кромке (режим 1), и вне узкой центральной области справедливо известное правило полос [2]. С другой стороны — обтеканием под углом атаки, очень близким к *прямому*, когда $A_* \ll \varepsilon^{1/2}$ или $0 < A \ll 1$ (не выполняется условие (1.3)), и единственно возможным оказывается сценарий обтекания, когда перед крылом всегда располагается полностью отсоединенный скачок (режим 3).

Таким образом, условие (1.3) оказывается наиболее общим, поскольку при его выполнении возможны не только режимы 1, 3 (рис. 3), но также и режим обтекания, при котором головной скачок имеет с крылом только одну общую точку, будучи присоединенным в его заостренной вершине (режим 2) при $0 < \varphi < \varphi_*(A)$ ($A \geq 2$) или $0 < \varphi < \varphi_{\max}(A)$ ($0 < A < 2$). При этом возможны две схемы обтекания, качественно различающиеся характером поведения конических поверхностей тока [5]: схема 2б с линией растекания в плоскости симметрии при $0 < \varphi < \varphi_{\max}(A)$ ($0 < A < \sqrt{2}$), $0 < \varphi < \varphi_{**}(A)$ ($A > \sqrt{2}$), и схема 2а с линией стекания в плоскости симметрии и дополнительной линией стекания на консоли вблизи передней кромки при $\varphi_{**}(A) < \varphi < \varphi_{\max}(A)$ ($\sqrt{2} < A < 2$), $\varphi_{**}(A) \leq \varphi \leq \varphi_*(A)$ ($A \geq 2$).

Примечательно, что вторая из них реализуется только, если $A > \sqrt{2}$. Завершая описание классификации, представленной на рис. 3, отметим также, что в зависимости от угла раствора крыла скачок может быть также присоединенным вдоль всей острой передней кромки, если $\varphi_*(A) \leq \varphi \leq \pi/2$ ($A \geq 2$) (режим 1) или полностью отсоединенным от нее, если $\varphi_{\max}(A) < \varphi \leq \pi/2$ ($0 < A < 2$) (режим 3). Область параметров справа от штрихпунктирной линии $\varphi = \varphi_{ss}(A)$ на рис. 3 соответствует всюду сверхзвуковой скорости газа в сжатом слое, когда течение около крыла с конечной длиной корневой хорды обладает свойством коничности, и применимо решение для бесконечного вниз по потоку крыла. Наоборот, для параметров из зоны между штрихпунктирной кривой и границей 2–3 ввиду распространяющегося по местным дозвуковым зонам влияния

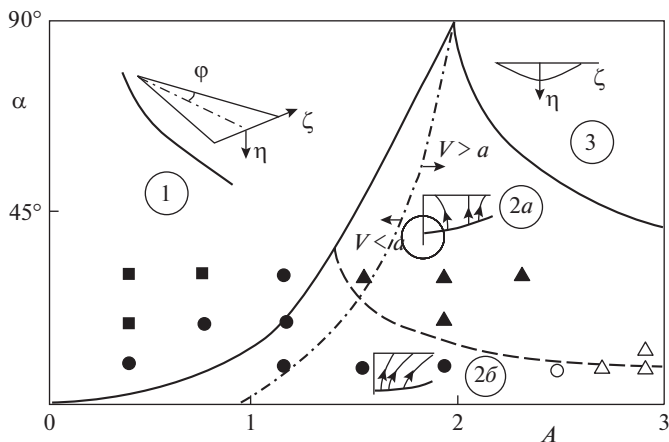


Рис. 3.

задней кромки течение около треугольного крыла конечной длины уже не будет коническим, несмотря на то, что головной скачок присоединен к вершине. Естественно, на дозвуковых участках задней кромки должно выполняться обычное в теории крыла условие Чаплыгина–Жуковского. Дополняя результаты [3–6], приведем уравнения линий, которые разграничивают области параметров, соответствующих этим режимам и схемам обтекания на плоскости A, φ :

- граница областей 1–2б: $\varphi = \varphi_*(A) = \arcsin(2A^{-1})$, $A \geq 2$;
 - граница областей 2б–2а: $\lg \varphi_{**}(A) = 0.75 - 0.55 \exp\{-0.21[0.17 - \ln(A - \sqrt{2})]^{1.36}\}$, $A > \sqrt{2}$;
 - граница областей 2–3: $\varphi_{\max}(A) = 0.132(e^{1.04A} - 1)^{1.32}$, $0 < A \leq 1.3$;
- $$\varphi_{\max}(A) = 1.5(A - 0.95), \quad 1.3 \leq A \leq 2 \quad (1.5)$$
- Граница области полностью сверхзвукового течения в сжатом слое:
- $$\varphi_{ss}(A) = 0.075A^{4.43} - 0.036, \quad 0.93 \leq A \leq 2$$

Форма первой из этих линий получена аналитически, а трех других – путем аппроксимации результатов численных расчетов методом [5]. На рис. 3 для сравнения нанесены результаты определения типа схемы обтекания в эксперименте по визуализации течения на крыле [8] (темные маркеры) и в численном расчете [9] (светлые маркеры). Треугольники соответствуют схеме 2а, кружки – схеме 2б, квадраты – режиму 3. Видно, что граница областей 2а–2б определяется теорией с приемлемой точностью.

Проведенная и дополненная классификация дает информацию, позволяющую судить о типе режима/схемы обтекания только на основе исходных параметров задачи еще до ее решения, и может оказаться полезной при выборе наиболее подходящей численной схемы расчета гиперзвукового обтекания треугольных крыльев под достаточно большими углами атаки на основе полных уравнений Эйлера и для иных целей. Качественно она совпадает с классификацией, приведенной в [7].

2. Постановка задачи во внешней области. Рассмотрим пространственное обтекание потоком с гиперзвуковой скоростью V_∞ нижней поверхности тонкого треугольного крыла, близкой к базовой плоскости $y = 0$, в декартовой системе координат (см. рис. 1).

Толщину крыла считаем малой и по порядку соизмеримой с толщиной сжатого слоя (1.4). Учтем, что за скачком, присоединенным к вершине крыла, при соответствующей форме его поверхности течение является коническим. С использованием (1.3) и оценок порядков величин компонент вектора скорости u, v, w , отнесенных к V_∞ , давления p , отнесенного к $\rho_\infty V_\infty^2$, и плотности ρ , отнесенной к ρ_∞ , а также энтропийной функции $\sigma = p\rho^{-\gamma}$ их асимптотические разложения в рамках МТУС записываются в виде [3, 5]

$$\begin{aligned} u &= \varepsilon^{1/2} u_0(\eta, \zeta) + \dots, \quad v = \varepsilon v_1(\eta, \zeta) + \dots, \quad w = \varepsilon^{1/2} w_0(\eta, \zeta) + \dots \\ p &= 1 + \varepsilon[p_1(\eta, \zeta) - A^2] + (\gamma M_\infty^2)^{-1} + \dots, \quad \rho = \varepsilon^{-1} + \rho_0 + \dots \\ \sigma &= \sigma_{00} + \varepsilon^2 \sigma_2 + \dots, \quad \sigma_{00} = \text{const}, \quad \sigma_2 = p_1 - \rho_0 - A^2 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Аргументами входящих сюда функций служат приведенные конические переменные, имеющие порядок единицы в сжатом слое

$$\eta = \frac{y}{\varepsilon^{1/2} x}, \quad \zeta = \frac{z}{x}$$

Из известных уравнений конического течения и граничных условий на поверхности скачка $\eta = \eta_s(\zeta)$ и на крыле $\eta = \eta_b(\zeta)$ [10] получается следующая формулировка задачи в основном приближении МТУС:

$$Du = 0, \quad Dw = 0, \quad Dv = -p_\eta, \quad \eta u_\eta + \zeta u_\zeta - v_\eta - w_\zeta = 0, \quad D\sigma = 0, \quad (2.2)$$

где $D = (v - \eta u) \frac{\partial}{\partial \eta} + (w - \zeta u) \frac{\partial}{\partial \zeta}$ — оператор дифференцирования вдоль конической проекции поверхности тока на поперечную (почти горизонтальную) плоскость $x = 1$,

$$\eta = \eta_s(\zeta): u_s = A - \eta_s + \zeta \eta'_s, \quad v_s = (\eta_s - \zeta \eta'_s) u_s - 1 - \eta_s'^2 \quad (2.3)$$

$$w_s = -\eta'_s, \quad p_s = v_s + A(A - u_s)$$

$$\eta = \eta_b(\zeta): v_b = u_b \eta_b + (w_b - \zeta u_b) \eta'_b \quad (2.4)$$

В постановке (2.2)–(2.4) задача о коническом обтекании крыла, преобразованная к переменным Мизеса ζ, ψ ($D\psi = 0$) допускает [3, 5] общее аналитическое решение, с помощью которого все искомые функции выражаются через форму скачка уплотнения $\eta = \eta_s(\zeta)$, а она, в свою очередь, удовлетворяет функциональному дифференциальному уравнению второго порядка:

$$\eta_s''(\zeta) \left\{ 1 - \frac{1 + \zeta^2}{[(1 + \zeta^2) \eta'_s + \zeta(A - \eta_s)]^2} \right\} = \eta_b''(\zeta) + \frac{\psi'_b(\zeta)}{u(\psi_b)[\psi_b(\zeta) - \zeta]^2}, \quad (2.5)$$

в котором, согласно условию непротекания (2.4), функция тока на поверхности крыла $\psi_b(\zeta)$ либо постоянна $\psi_b = \text{const}$, либо переменна и является обратной по отношению к функции $N(\psi) = w_s(\psi)/u_s(\psi)$:

$$N[\psi_b(\zeta)] = \zeta \quad (2.6)$$

3. Внешнее решение. Согласно решениям, полученным для этого промежуточного режима аналитически в случае присоединенного [3] и численно для отсоединенного [5] от кромки головного скачка уплотнения, поверхность треугольного крыла частично или полностью совпадает с огибающей поверхностей тока поперечного конического течения. Линии функции тока подходят по касательной к поверхности крыла и оканчива-

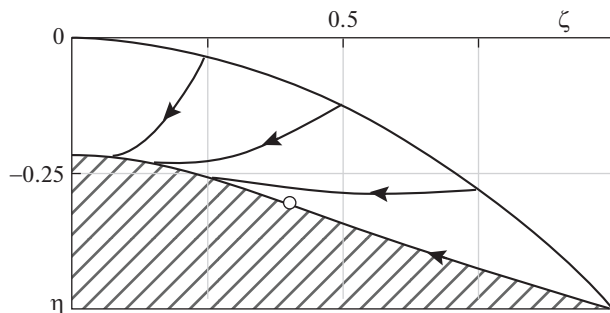


Рис. 4.

ются на ней в точках с координатами $\zeta = w/u$, определяемыми отношением боковой и продольной составляющих скорости, постоянных вдоль поверхностей тока (см. два первых уравнения (2.2)). Для иллюстрации на рис. 4 показана картина обтекания крыла, соответствующая точному решению [3] с присоединенным скачком параболической формы

$$\eta_s = -b\zeta^2/2, \quad b > 0 \quad (3.1)$$

и также параболической, но не эквидистантной ей (в отличие от точного решения для крыла малого удлинения при конечных углах атаки [11]) формой крыла в корневой части

$$\eta_b = -\eta_{b0} - B\zeta^2/2, \quad \eta_{b0} = \frac{A - b + b \ln(b/A)}{(A - b)^2}, \quad B = b + \frac{A^2}{2(A - b)^3} \quad (3.2)$$

Консольная часть (справа от точки, отмеченной круглым маркером на рис. 4) образована (по принципу отвердевания) некоторой регулярной поверхностью тока $\psi_b = \text{const}$, расположенной за параболическим скачком (3.1). Корневая параболическая часть поверхности крыла (3.2) в терминологии [12] — особая поверхность тока, огибающая регулярные поверхности тока, которые подходят по касательной и оканчиваются на ней.

При решении краевой задачи (2.5), (2.6) для скачка уплотнения, отсоединенного от кромки плоского треугольного крыла, ставятся граничные условия симметрии в центре $\zeta = 0$ и условие смешанного типа на кромке $\zeta = Z = \text{tg} \varphi$, означающее, что звуковая точка располагается над ней на скачке

$$\eta'_s(0) = 0, \quad (1 + Z^2)\eta'_s(Z) + [A - \eta_s(Z)]Z + \sqrt{1 + Z^2} = 0 \quad (3.3)$$

Найденные численно [5] конфигурации головного скачка и поверхностей тока для схем обтекания 2a, 2б показаны на рис. 5. В этом случае функция тока меняется вдоль поверхности крыла и определяется из (2.6). Штриховыми линиями на рис. 5 показаны распределения давления на крыле.

Таким образом, подход к этой (части) поверхности треугольного крыла происходит с распределенной функцией тока, для которой $w - u\zeta \rightarrow 0$. Согласно второму уравнению (2.2), боковая составляющая градиента давления p_ζ в уравнении импульсов по оси ζ умножается на $\varepsilon \ll 1$. Ее вклад пренебрежимо мал в основной части сжатого слоя и не учитывается в уравнениях (2.2) для “внешней” области, где $w - u\zeta \sim 1$. В пределах этой области часть поверхности крыла с переменной функцией тока ассоциируется с “особой” конической поверхностью тока [12], совпадающей с огибающей регулярных поверхностей тока $\psi = \text{const}$, подходящих к поверхности крыла по касательной. Инте-

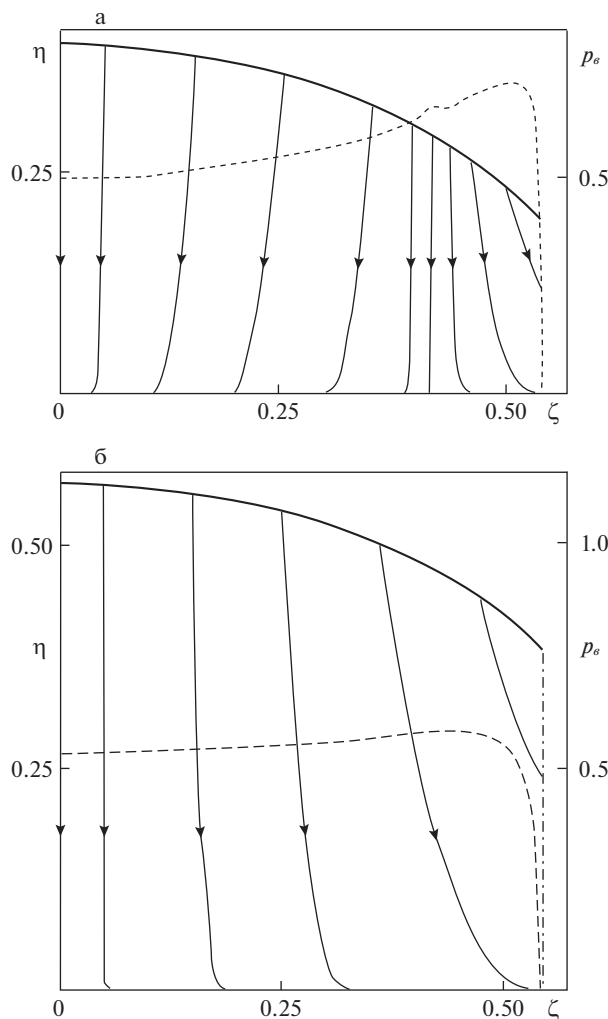


Рис. 5.

ресно, что до появления работы [12] такая ситуация считалась невозможной [10]. Несмотря на малость вклада бокового градиента давления, его вклад необходимо учитывать в пристеночной “внутренней” области, где разность $w - u\zeta$ также мала. Эта область может быть названа вихревым слоем. Здесь внешнее решение непригодно, и для описания течения нужно дополнительное исследование, позволяющее уточнить характер пристеночного поведения поверхностей тока. В этом и состоит основная цель настоящей работы. Отметим, что ранее [2, 13, 14] для решения ряда сходных задач использовались различные методы.

4. Внешнее и композитное решения в окрестности плоскости симметрии. Чтобы оценить толщину вихревого слоя и разницу между точным и внешним решениями, построим композитное решение, пригодное вплоть до поверхности крыла. Заметим, что в данном случае возможно упрощение процедуры общего метода сращиваемых асимптотических разложений, предполагающего раздельное построение внешнего и

внутреннего решений, последующее их сращивание и, наконец, построение композитного решения как суммы этих решений за вычетом общей части [15]. В качестве примера рассмотрим течение в окрестности плоскости симметрии плоского крыла с отошедшим [5] от кромки скачком при $|\zeta| \ll 1$. Учитывая очевидные свойства четности искомых безразмерных функций, входящих в разложения МТУС (2.1), представим их в виде

$$f(\eta, \zeta) = \bar{f}(\bar{\eta}) - \tilde{f}(\bar{\eta})\zeta^2, \quad f = \{u_0, v_1, p_1, p_2, \sigma_2\} \quad (4.1)$$

$$w_0(\eta, \zeta) = \zeta \bar{w}(\bar{\eta}), \quad \bar{\eta} = \eta/\Delta_0, \quad \eta_s(\zeta) = \Delta_0 - b\zeta^2/2 + \eta_b(\zeta), \quad \eta_b(\zeta) = 0$$

Подставим представления (4.1) в исходные уравнения МТУС и краевые условия (2.2)–(2.4), отбрасывая индексы. Тогда, обозначая штрихом полные производные по $\bar{\eta}$, в главном порядке получим следующую краевую задачу

$$\begin{aligned} V\bar{u}' &= 0, \quad V\bar{v}' = \bar{p}', \quad -V\bar{w}' + W\Delta_0\bar{w} = 2\varepsilon\Delta_0\bar{p} \\ v' + W\Delta_0 &= 0, \quad V\bar{\sigma}' = 0, \quad V(\bar{\eta}) = \Delta_0\bar{\eta}u - \bar{v}, \quad W(\bar{\eta}) = \bar{w} - \bar{u} \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} \bar{\eta} = 1: \quad \bar{u}_s &= A - \Delta_0, \quad \bar{v}_s = \Delta_0\bar{u}_s - 1, \quad \bar{w}_s = b, \quad \bar{p}_s = 2\Delta_0 - A - 1 - \Delta_0^2 \\ \bar{p}_s &= (b - u_s)b \\ \bar{\eta} = 0: \quad \bar{v}_b &= 0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

В правой части третьего уравнения (4.2) в соответствии с отмеченным выше оставлен член, существенный лишь в тонком пристеночном слое при $\bar{\eta} \ll 1$, поэтому давление в нем полагается постоянным $\bar{p}(\bar{\eta}) \approx \bar{p}(0) = \beta_0$ [2]. Краевая задача (4.2), (4.3) – незамкнута, т.к. для определения постоянных b , β_0 необходимо учесть условия (3.3) на передней кромке. В этом состоит принципиальное отличие данной задачи, относящейся к задачам обтекания так называемых сильно затупленных тел, от задач обтекания гладких тел (например, кругового конуса), допускающих локальное решение в замкнутой форме [2]. Однако некоторые свойства течений можно получить и при неопределенных значениях величин b , β_0 . Впрочем, в дальнейшем эта неопределенность может быть устранена с использованием внешних данных взятых из результатов глобальных численных расчетов.

Из первого уравнения (4.2) и первого условия (4.3) находим $\bar{u} = A - \Delta_0 = \text{const}$. Для скоростей поперечного конического течения V , W из (4.2), переходя к новой переменной t , запишем

$$t \frac{dW}{dt} = \bar{u}W + W^2 - 2\varepsilon\beta_0 \quad (4.4)$$

$$\frac{t}{V} \frac{dV}{dt} = W + 2\bar{u} \quad (4.5)$$

$$V(\bar{\eta})dt = \Delta_0 t d\bar{\eta}, \quad t(0) = 0, \quad t(1) = 1 \quad (4.6)$$

$$W(1) = b - \bar{u}, \quad V(1) = 1, \quad V(0) = 0 \quad (4.7)$$

Найдем сначала предельное внешнее решение W_0 , V_0 , которое представляет собой разложение известного [5] решения при малых ζ . Полагая $\varepsilon = 0$ и интегрируя последовательно уравнения (4.4), (4.5), имеем:

$$W_0 = \frac{\bar{u}(b - \bar{u})t^{\bar{u}}}{b - (b - \bar{u})t^{\bar{u}}}, \quad V_0 = \frac{\bar{u}t^{2\bar{u}}}{b - (b - \bar{u})t^{\bar{u}}} \quad (4.8)$$

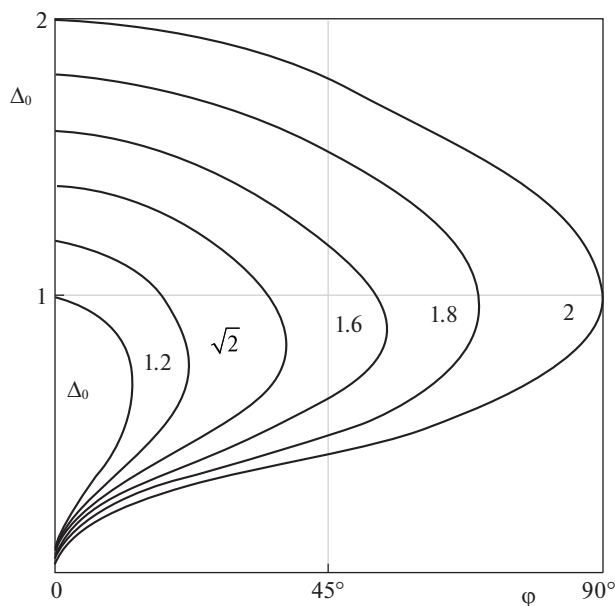


Рис. 6.

Последующее интегрирование обеих частей уравнения (4.6) дает трансцендентное соотношение между неизвестными параметрами b и Δ_0 , определяющими соответственно кривизну и отход скачка в плоскости симметрии:

$$\Delta_0 = \int_0^1 \frac{V(t)}{t} dt = \frac{1}{(A - \Delta_0 - b)^2} \left(A - \Delta_0 - b + b \ln \frac{b}{A - \Delta_0} \right), \quad (4.9)$$

которое совпадает с результатом [5] внешнего решения. Здесь уместно отметить, что в классической задаче обтекания плоского треугольного крыла с отсоединенным от кромки скачком (режим 2) на основе результатов систематических глобальных численных расчетов [5] при сведении сформулированной краевой задачи к задаче Коши с заменой условия (3.3) на передней кромке вторым условием в плоскости симметрии $\eta_s(0) = \Delta_0$ и последующим установлением связи между Δ_0 и φ с помощью второго условия (3.3) построена сетка номограмм зависимости $\Delta_0 = \Delta_0(\varphi, A)$ (рис. 6), позволяющая для заданных значений исходных параметров φ, A определить отход скачка уплотнения Δ_0 , после чего из соотношения (4.9) находится кривизна скачка $b = b(A - \Delta_0)$, входящая в аналитическое решение (см. сетку графиков на рис. 7). В частности показано, что схема обтекания $2a$, реализуемая при $b < A - \Delta_0$, возможна только при $A > \sqrt{2}$, когда кривая $b = b(A - \Delta_0)$ пресекается с биссектрисой первого квадранта, что совпадает с выводом [7]. В данной пространственной задаче полученная сетка номограмм играет ту же роль, что сетка ударных поляр в плоской задаче сверхзвукового обтекания клина или сетка яблоковидных кривых в осесимметричной задаче сверхзвукового обтекания конуса. Видно, что для $A < 2$, $\varphi < \varphi_{\max}(A)$, где $\varphi_{\max}(A)$ — абсцисса точки кривой с вертикальной касательной (1.6), каждому значению полуугла при вершине φ отвечают два решения с разными Δ_0 . По аналогии с известной двужначностью решения для косого скачка на клине скачок с меньшим Δ_0 на-

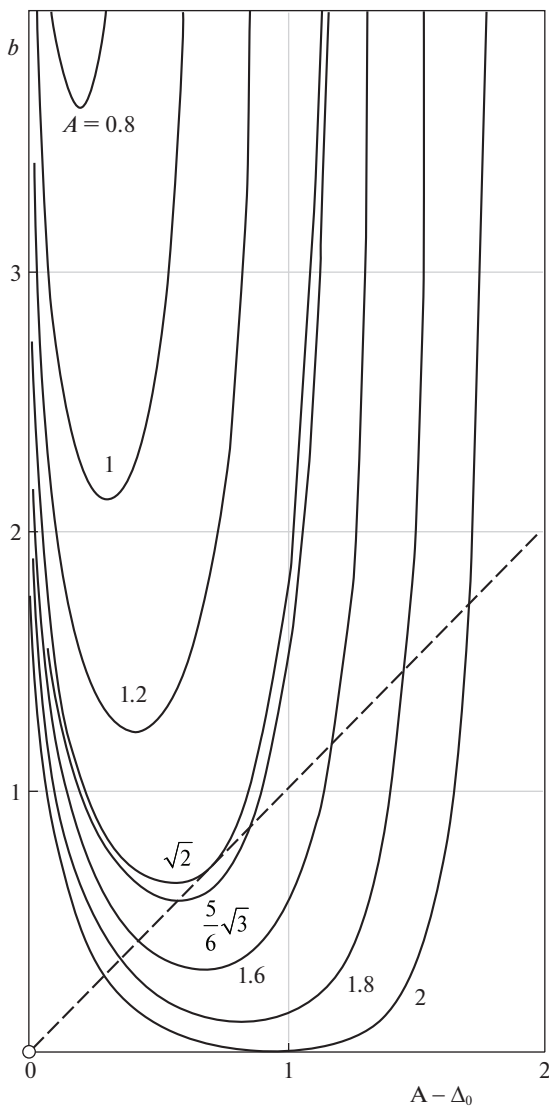


Рис. 7.

зовем слабым, а скачок с большим Δ_0 — сильным. Результаты расчетов, показанные выше на рис. 5, относятся к слабой ветви скачка.

Внешнее решение (4.8), как и ранее, дает $W_0 = 0$ на крыле при $t = 0$. Исследуем теперь поведение энтропийной функции и поверхностей тока. В соответствии с пятым уравнением (4.2) главный член $\bar{\sigma} = \text{const}$, а для следующего члена разложения (4.1) имеем

$$t \frac{d\bar{\sigma}}{dt} = 2\bar{\sigma}W(t)$$

Подставляя из внешнего решения (4.8) $W = W_0(t)$, находим во внешней области

$$\bar{\sigma}_0(t) = \bar{\sigma}_0(1) \left[\frac{\bar{u}}{b - (b - u)t^{\bar{u}}} \right]^2$$

Следовательно, согласно внешнему решению, энтропия на крыле переменна, как и должно быть на особой поверхности тока [12]:

$$\sigma_0(0, \zeta) = \bar{\sigma} - \bar{\sigma}_0(1) \left(\frac{\bar{u}\zeta}{b} \right)^2 + \dots,$$

и поверхность крыла совпадает с огибающей изоэнтропических поверхностей тока. Условие сохранения энтропии на них дает связь координаты ζ_s точки, в которой коническая проекция поверхности тока начинается на скачке, и координаты точки ее окончания на крыле $\zeta_b = \zeta_s b / \bar{u}$, показывающую, что (аналогично [5]) в окрестности плоскости симметрии происходит стекание потока, при $b < \bar{u}$ и растекание, при $b > \bar{u}$.

Сохраняя в уравнении (4.4) последнее слагаемое, существенное в пристеночном вихревом слое, найдем композитное решение

$$\begin{aligned} W &= \frac{\gamma_1(b - \bar{u} - \gamma_2) - \gamma_2(b - \bar{u} - \gamma_1)t^\mu}{(b - \bar{u} - \gamma_2) - (b - \bar{u} - \gamma_1)t^\mu} \\ V &= \frac{\mu t^\nu}{(b - \bar{u} - \gamma_2) - (b - \bar{u} - \gamma_1)t^\mu} \\ \gamma_{1,2} &= \frac{1}{2}[-\bar{u} \pm (\bar{u}^2 + 8\epsilon\beta_0)^{1/2}], \quad \gamma_1 = \frac{2\beta_0}{\bar{u}}\epsilon + \dots, \quad \gamma_2 = \bar{u} + \dots \\ \mu &= \gamma_1 - \gamma_2 > 0, \quad \nu = 2\bar{u} + \gamma_1 \end{aligned} \quad (4.10)$$

В основной части сжатого слоя ($t \sim 1$) композитное (4.10) и внешнее решение (4.8) совпадают с точностью до членов порядка ϵ , однако в тонком слое вблизи стенки при $t \ll 1$ они различаются, так как имеют вид

$$W = \frac{2\beta_0}{\bar{u}}\epsilon + \dots, \quad W_0 = \frac{\bar{u}(b - \bar{u})}{b}t^{\bar{u}} + \dots \quad (4.11)$$

Видно, что $W_0 \rightarrow 0$ при $t \rightarrow 0$, но при этом скорость W отлична от нуля и вместе с β_0 имеет знак, противоположный градиенту давления вдоль размаха. Приравняв по порядку величины слагаемые в числителе (4.8), получим оценку толщины этого слоя $\delta_v = \Delta\bar{\eta}$

$$t \sim \epsilon^{1/\bar{u}}, \quad \Delta\bar{\eta} \sim \int_0^{\epsilon^{1/\bar{u}}} t^{\nu-1} dt \sim \epsilon^{\nu/\bar{u}} \sim \epsilon^2,$$

которая оказывается по порядку величины меньше толщины основной части сжатого слоя.

С другой стороны, используя композитное решение (4.10), получим, что энтропия на крыле постоянна, поскольку

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}(1) \left[\frac{\mu t^{\gamma_1}}{(b - \bar{u} - \gamma_2) - (b - \bar{u} - \gamma_1)t^\mu} \right]^2, \quad \bar{\sigma}(0) = 0$$

Форма проекций поверхностей тока находится из уравнения

$$\frac{dt}{d\zeta} = -\frac{t}{W\zeta},$$

в которое нужно подставить W из (4.11). Во внешнем и композитном решениях формы поверхностей тока совпадают в основной части возмущенного течения (внешней области), но сильно различаются в пристеночном слое (рис. 8), где под действием гради-

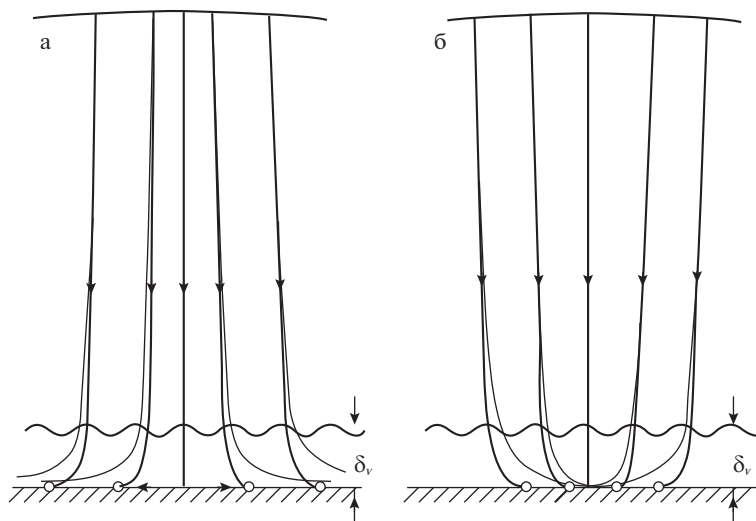


Рис. 8.

ента давления вдоль размаха происходит резкий разворот поверхностей тока (более тонкие линии, для композитного решения).

В зависимости от характера течения во внешней области (схемы 2а, 2б [5]) после этого разворота газ вблизи крыла течет либо к плоскости симметрии при $b < A - \Delta_0$ (рис. 8, б), либо от нее при $b > A - \Delta_0$ (рис. 8, а), и особая точка $\eta = \zeta = 0$ (точка Ферри [10]) для показанных на рис. 8 проекций поверхностей тока $\eta = \eta_i(\zeta)$ является или узловой, или седловой, соответственно. Существующий поперек этого слоя градиент энтропии порождает здесь сильно завихренное течение, вследствие чего рассмотренный пристеночный слой называется энтропийным или вихревым.

Таким образом, показано, что в случае обтекания под большим углом атаки (1.3) треугольного крыла с конечным удлинением (или углом при вершине) пространственное возмущенное течение в достаточно широком диапазоне определяющих параметров обладает свойством коничности во всем сжатом слое между скачком уплотнения, присоединенным к передней кромке крыла или к его вершине, и поверхностью крыла, включая тонкую пристеночную зону энтропийного слоя. Лишь в нем обнаружено заметное (локализованное) отличие в поведении конических поверхностей тока от основной части сжатого слоя.

В то же время, согласно [16], для обтекания крыла, имеющего малое удлинение (или угол при вершине $\varphi \sim \epsilon^{1/2}$), случай (1.3), в котором $\cos \alpha \sim \epsilon^{1/2}$, также особый и промежуточный, между пространственным (коническим) течением в тонком сжатом слое ($\cos \alpha \sim 1$), и двумерным (плоским) течением в поперечных плоскостях $x = \text{const}$ ($\cos \alpha \sim \epsilon$). Возникает внутренняя пристеночная область заметно большей толщины, соизмеримой с толщиной внешней области, в которой течение становится трехмерным и неконическим, тогда как во внешней области, прилегающей к головному скачку, справедлив закон плоских сечений, и в поперечных плоскостях $x = \text{const}$ поток оказывается двумерным.

Заключение. Приведена дополненная классификация для гиперзвукового обтекания плоского треугольного крыла при больших углах атаки, которая включает в себя все основные режимы обтекания по форме головного скачка уплотнения и схемы по

характеру поведения поверхностей тока. Это позволяет судить о реализации того или иного режима обтекания на основе исходных параметров задачи, минуя ее решение. Полученное композитное решение и оценка толщины энтропийного слоя уточняют структуру течения вблизи поверхности крыла и полезны при рассмотрении поглощения энтропийного слоя вязким пограничным слоем, приводящего к росту теплового потока к наветренной поверхности крыла.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черный Г.Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз, 1959. 220 с.
2. Лунев В.В. Гиперзвуковая аэродинамика. М.: Машиностроение, 1975. 328 с.
3. Голубкин В.Н. Обтекание треугольного крыла гиперзвуковым потоком при больших углах атаки // ПММ. 1984. Т. 48. Вып. 3. С. 376–382.
4. Голубкин В.Н. Гиперзвуковое обтекание крыла при больших углах атаки // ПМТФ. 1984. № 4. С. 65–70.
5. Голубкин В.Н., Негода В.В. Гиперзвуковое обтекание крыла при больших углах атаки с отсоединенным скачком уплотнения // Изв. АН СССР. МЖГ. 1985. № 3. С. 149–157.
6. Голубкин В.Н., Негода В.В. Аэродинамические характеристики треугольного крыла в гиперзвуковом потоке при больших углах атаки // Уч. зап. ЦАГИ. 1986. Т. XVII. № 1. С. 26–32.
7. Черный Г.Г. Крылья в гиперзвуковом потоке // ПММ. 1965. Т. 29. Вып. 4. С. 616–634.
8. Башкин В.А. Треугольные крылья в гиперзвуковом потоке. М.: Машиностроение, 1970. 136 с.
9. Косых А.П. О влиянии реальных свойств воздуха на параметры течения около пирамидальных крыльев // Тр. ЦАГИ. 1981. Вып. 2093. С. 3–18.
10. Булах Б.М. Нелинейные конические течения. М.: Наука, 1970. 344 с.
11. Голубинский А.И. Обтекание гиперзвуковым потоком треугольных крыльев определенного класса, установленных под углом атаки, с присоединенным скачком уплотнения // Изв. АН СССР. МЖГ. 1968. № 5. С. 73–78.
12. Голубинский А.И. Особые поверхности тока в конических течениях газа // ПММ. 1970. Т. 34. Вып. 6. С. 1058–1066.
13. Мелник Р., Шеинг Р. Структура сжатого слоя и энтропийные слои в гиперзвуковых конических течениях // В сб. Исследование гиперзвуковых течений. М.: Мир, 1964. С. 268–295.
14. Гонор А.Л., Остапенко Н.А. Гиперзвуковое обтекание крыла конечной толщины // Изв. АН СССР. МЖГ. 1970. № 3. С. 46–55.
15. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1967. 310 с.
16. Голубкин В.Н., Негода В.В. Расчет гиперзвукового обтекания наветренной стороны крыла малого удлинения при больших углах атаки // ЖВММФ. 1988. Т. 28. № 10. С. 1586–1594.

To the Theory of Hypersonic Flow over Thin Finite Sweep Delta Wing at High Incidence

V. N. Golubkin[#]

Zhukovsky Central Aerohydrodynamic Institute, Zhukovsky, Russia

[#]*e-mail: vngolubkin@mail.ru*

The review is given of the most important results of solution the problem of hypersonic flow over thin finite sweep delta wing at large angle of attack, closed to the right angle, obtained by the author using thin shock layer method. Supplements are introduced to the classification of all main regimes and schemes of flow through two basic similarity parameters, realized within the framework of the theory proposed. The composite solution is obtained, which adequately represents disturbed flow both in the main shock layer part and in the near wall entropy layer.

Keywords: hypersonic flow, delta wing, thin shock layer method, flow regimes classification, entropy layer, composite solution

REFERENCES

1. *Chernyi G.G.* Introduction to Hypersonic Flows. N.Y.: Acad. Press, 1961. 276 p.
2. *Lunev V.V.* Hypersonic Aerodynamics. Moscow: Mashinostroenie, 1975. 327 p. (in Russian)
3. *Golubkin V.N.* Hypersonic flow past a delta wing at large angles of attack // JAMM, 1984, vol. 48, no. 3, pp. 270–275.
4. *Golubkin V.N.* Supersonic flow over a wing at high attack angles // J. Appl. Mech. & Techn. Phys., 1984, vol. 25, no. 4, pp. 556–562.
5. *Golubkin V.N., Negoda V.V.* Hypersonic flow past a wing at large angles of attack with detached shock waves // Fluid Dyn., 1985, vol. 20, no. 3, pp. 464–471.
6. *Golubkin V.N., Negoda V.V.* Aerodynamic characteristics of a delta wing in hypersonic flow at large angles of attack // Uch. Zap. TsAGI, 1986, vol. 17, no. 1, pp. 26–32. (in Russian)
7. *Chernyi G.G.* Wings in hypersonic flow // PMM, 1965, vol. 29, no. 4, pp. 616 – 634. (in Russian)
8. *Bashkin V.A.* Delta wings in hypersonic flow. Moscow: Mashinostroenie, 1970. 136 p. (in Russian)
9. *Kosykh A.P.* On the influence of real air properties on the flow parameters about pyramidal wings // Tr. TsAGI, 1981, no. 2093, pp. 3–18. (in Russian)
10. *Bulakh B.M.* Nonlinear Conical Flows. Moscow: Nauka, 1970. 344 p. (in Russian)
11. *Golubinskii A.I.* Hypersonic flow past delta wings of a certain class at angle of attack with an attached shock // Fluid Dyn., 1968, vol. 3, no. 5, pp. 48–51.
12. *Golubinskii A.I.* Singular stream surfaces in conical gas flows // JAMM, 1972, vol. 34, no. 6, pp. 996–1004.
13. *Melnic R., Scheuing R.* Structure of a compressed layer and entropy layers in hypersonic conical flows // In: Hypersonic Flow Research. Moscow: Mir, 1964, pp. 268–293. (in Russian)
14. *Gonor A.L., Ostapenko N.A.* Hypersonic flow past a wing of finite thickness // Fluid Dyn., 1970, vol. 5, no. 3, pp. 394–402.
15. *Van-Dyke M.* Perturbation Methods in Fluid Mechanics. N.Y.: Acad. Press, 1964. 229 p.
16. *Golubkin V.N., Negoda V.V.* Calculation of supersonic flow past the weather side of a wing of small aspect ratio at large angles of attack // USSR. Comput. Maths. Math. Phys., 1988, vol. 25, no. 5, pp. 202–208.