ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА 2020, том 84, № 2, с. 234–241

УДК 539.3

О СТАТИЧЕСКОЙ БИФУРКАЦИИ ДВИЖУЩЕЙСЯ НАГРЕТОЙ ПАНЕЛИ, ОБТЕКАЕМОЙ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТЬЮ

© 2020 г. Н. В. Баничук[1,*], В. С. Афанасьев[1,], С. Ю. Иванова[1,***]**

[1] Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия
**e-mail: banichuk@ipmnet.ru*
***e-mail: ciber200hlrn05Ox@yandex.ru*
****e-mail: syuivanova@yandex.ru*

Поступила в редакцию 07.11.2019 г.
После доработки 14.02.2020 г.
Принята к публикации 18.02.2020 г.

Рассматривается продольное движение нагретой упругой панели, обтекаемой потоком идеальной жидкости. Предполагается, что панель, движущаяся с постоянной продольной скоростью и совершающая поперечные упругие колебания, оперта на краях пролета. Задача статической неустойчивости (бифуркации) формулируется на основе концепции упругого равновесия искривленной панели под действием прикладываемых к панели инерционных сил, гидродинамической реакции, теплового воздействия и внутриплоскостных растяжений (сжатий). Возникающая нелинейная граничная задача решается при помощи метода возмущений. В результате исследовано влияние нагрева, гидроупругого взаимодействия, а также внутриплоскостного растяжения (сжатия) на устойчивость упругой панели, совершающей продольное движение и поперечные колебания.

Ключевые слова: метод возмущений, статическая устойчивость, нелинейный анализ

DOI: 10.31857/S0032823520020113

Исследования устойчивости продольно движущихся деформируемых структурных элементов, таких как балки, струны, панели и пластинки, выполнялись ранее в основном с использованием линейных моделей (см., например, монографию [1]). Небольшое число исследований устойчивости продольно движущихся упругих элементов было выполнено в рамках нелинейных моделей [2–4]. Отметим также исследования по устойчивости деформируемых прямолинейно движущихся конструктивных элементов, выполняемые с учетом взаимодействия рассматриваемого элемента с потоком жидкости [1, 5–19].

В настоящей работе изучается влияние нагрева и гидродинамического воздействия, а также внутриплоскостного натяжения на устойчивость продольно движущихся нагретых упругих панелей, обтекаемых идеальной жидкостью. Используется гидротермоупругая модель, основанная на комбинированном учете однородного поля температур, гидродинамической реакции, внутриплоскостного натяжения и изгибных упругих сил. В используемой модели предполагается малость термоупругих деформаций и приближение присоединенных масс для выражения гидродинамической реакции. Эти предположения приводят к существенным упрощениям и допускают эффективное применение аналитических подходов (см., например, [6, 12, 13]).

1. Основные соотношения. Рассмотрим продольное движение с постоянной скоростью упругой, подпертой на краях панели, обтекаемой идеальной жидкостью и совершающей поперечные колебания. Панель находится под воздействием инерциальных сил, изгибных сил, внутриплоскостных натяжений, термических воздействий и давления жидкости. С целью вывода определяющего уравнения для функции поперечных упругих прогибов w представим сначала уравнение равновесия для поперечных проекций действующих сил:

$$Q_I + Q_H + Q_B + Q_T = Q_f \tag{1.1}$$

Здесь $Q_I = Q_I(w)$, $Q_H = Q_H(w)$, $Q_T = Q_T(w)$, $Q_B = Q_B(w)$ и $Q_f = Q_f(w)$ – поперечные проекции, соответственно, сил инерции, тепловых воздействий, внутриплоскостных натяжений, изгибных сил и давления жидкости. Проекции сил инерции и изгиба записываются в виде

$$Q_I(w) = mV_0^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{1.2}$$

$$Q_B(w) = D\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}, \tag{1.3}$$

где D, m и V_0 – соответственно, изгибная жесткость, масса на единицу площади и продольная скорость панели. Проекция ускорения в поперечном направлении, обусловленная наличием натяжения панели, дается формулами

$$Q_T(w) = -T_p(w)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{1.4}$$

$$T_p(w) = T_0 + \frac{c}{2\ell}\int_{-l}^{l}\left(\left[1 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} - 1\right)dx = T_0 + \frac{c}{4}\int_{-l}^{l}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx, \tag{1.5}$$

где T_0 – постоянное плоскостное натяжение неизогнутой панели, c – коэффициент жесткости, 2ℓ – длина пролета между местами опирания панели. Поперечная проекция теплового воздействия (сжатия или растяжения) определяется следующим образом [20]

$$Q_H(w) = T_\theta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{1.6}$$

$$T_\theta = \frac{Eh}{1-\nu}\alpha_\theta(\theta_{\text{abs}} - \theta_0) = \text{const}, \tag{1.7}$$

где E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона, h – толщина панели, θ_0 и θ_{abs} – нормальная и действительная температуры, измеряемые по шкале Кельвина, α_θ – постоянный коэффициент линейного теплового расширения.

Поперечная проекция гидродинамического давления может быть представлена в виде [1, 15]

$$Q_f(w) = -m_a v_\infty^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{1.8}$$

Здесь v_∞ – скорость потока идеальной жидкости в продольном направлении, а m_a – присоединенная масса жидкости, определяемая выражением [9]

$$m_a = \frac{\pi\ell}{4}\rho_f, \tag{1.9}$$

в котором величина ρ_f означает плотность жидкости.

Используя далее выражения (1.2)–(1.9) для $Q_I(w)$, $Q_B(w)$, $Q_T(w)$, $Q_H(w)$, $Q_f(w)$ и безразмерные переменные (штрихи у безразмерных переменных в дальнейшем опускаем) $x = \ell x'$, $w = \ell w'$, записываем уравнение (1.1) в следующей форме:

$$\frac{D}{\ell^4}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{1}{\ell^2}\left(mV_0^2 + m_a v_\infty^2\right)\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left[T_\theta - T_0 - \frac{c}{4\ell}\int_{-1}^{1}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx\right]\frac{1}{\ell^2}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0, \tag{1.10}$$

где ℓ играет роль характеристического значения. Далее введем следующие обозначения:

$$\begin{gathered} S = \left(\frac{T}{m}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad T = T_0 - T_\theta \\ r_m = \frac{m_a}{m}, \quad r_v = \frac{v_\infty}{V_0}, \quad r_0 = \frac{V_0}{S} \\ \beta = \frac{c}{4\ell m}, \quad \kappa = \frac{D}{\ell^2(T_0 - T_\theta)} = \frac{D}{\ell^2 T} \end{gathered} \tag{1.11}$$

С использованием этих обозначений уравнение (1.10) запишется следующим образом:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + \lambda\frac{d^2 w}{dx^2} - \varepsilon\left(\int_{-1}^{1}\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 dx\right)\frac{d^2 w}{dx^2} = 0, \tag{1.12}$$

где

$$\varepsilon = \frac{\beta}{\kappa S^2} = \frac{c\ell}{4D}, \quad \lambda = \frac{1}{\kappa}[r_0^2(1 + r_m r_v^2) - 1] \tag{1.13}$$

Нелинейная краевая задача для уравнения (1.12), (1.13) решается с учетом граничных условий

$$(w)_{x=\pm 1} = \left(\frac{d^2 w}{dx^2}\right)_{x=\pm 1} = 0, \tag{1.14}$$

определенных на краях панели ($x = \pm 1$).

2. Применение метода возмущений. Принимая во внимание малость параметра ε $\left(\varepsilon = \frac{c\ell}{4D} < 1\right)$, представим искомую функцию перемещений w и критическую величину параметра неустойчивости λ, зависящую от величины критической скорости V_0, в виде степенных рядов по малому параметру ε:

$$\begin{gathered} w = w^{(0)} + \varepsilon w^{(1)} + \varepsilon^2 w^{(2)} + \ldots \\ \lambda = \lambda^{(0)} + \varepsilon\lambda^{(1)} + \varepsilon^2\lambda^{(2)} + \ldots, \end{gathered} \tag{2.1}$$

в которых величины $w^{(i)}$ и $\lambda^{(i)}$ $(i = 0, 1, 2, \ldots)$ не зависят от ε, а $w^{(0)}$ и $\lambda^{(0)}$ являются решением краевой задачи в нулевом приближении, т.е. при $\varepsilon = 0$. Для получения соотношений, которые используются для определения $w^{(i)}$ и $\lambda^{(i)}$, подставим степенные ряды (2.1) в уравнение (1.12). Будем иметь

$$\frac{d^4w^{(0)}}{dx^4} + \varepsilon\frac{d^4w^{(1)}}{dx^4} + \varepsilon^2\frac{d^4w^{(2)}}{dx^4} +$$
$$+ (\lambda^{(0)} + \varepsilon\lambda^{(1)} + \varepsilon^2\lambda^{(2)})\left(\frac{d^2w^{(0)}}{dx^2} + \varepsilon\frac{d^2w^{(1)}}{dx^2} + \varepsilon^2\frac{d^2w^{(2)}}{dx^2}\right) -$$
$$- \varepsilon\int_{-1}^{1}\left(\frac{dw^{(0)}}{dx} + \varepsilon\frac{dw^{(1)}}{dx} + \varepsilon^2\frac{dw^{(2)}}{dx}\right)dx\left(\frac{d^2w^{(0)}}{dx^2} + \varepsilon\frac{d^2w^{(1)}}{dx^2} + \varepsilon^2\frac{d^2w^{(2)}}{dx^2}\right) = 0 \tag{2.2}$$

Следующий шаг состоит в группировании членов с одинаковыми степенями ε. Далее, используя классический метод возмущений (метод малого параметра), приравниваем к нулю соответствующие выражения, определяющие последовательно величины $w^{(i)}$ и $\lambda^{(i)}$. Таким образом, исходная нелинейная краевая задача (1.12)–(1.14) сводится к последовательности линейных задач. Решая эти задачи, можно определить решения с требуемой точностью. Аппроксимация нулевого порядка определяется соотношениями

$$\frac{d^4w^{(0)}}{dx^4} + \lambda^{(0)}\frac{d^2w^{(0)}}{dx^2} = 0, \quad (w^{(0)})_{x=\pm1} = \left(\frac{d^2w^{(0)}}{dx^2}\right)_{x=\pm1} = 0 \tag{2.3}$$

Решение линейной краевой задачи нулевого приближения (2.3) не представляет сложностей и записывается в виде

$$\lambda^{(0)} = (k\pi)^2, \quad w^{(0)} = -\frac{A}{(k\pi)^2}\sin k\pi x, \quad x \in [-1,1] \tag{2.4}$$

Здесь A – произвольная константа, $k = 1, 2, \ldots$

Далее с использованием аппроксимации нулевого порядка ($\lambda^{(0)}$, $w^{(0)}$) уравнение для первого приближения

$$\frac{d^4w^{(0)}}{dx^4} + \lambda^{(1)}\frac{d^2w^{(0)}}{dx^2} + \lambda^{(0)}\frac{d^2w^{(0)}}{dx^2} - \left(\int_{-1}^{1}\left(\frac{dw^{(0)}}{dx}\right)^2 dx\right)\frac{d^2w^{(0)}}{dx^2} = 0$$

записывается в следующем виде:

$$\frac{d^4w^{(1)}}{dx^4} + (k\pi)^2\frac{d^2w^{(1)}}{dx^2} + \lambda^{(1)}A\sin k\pi x - \frac{A}{(k\pi)^2}\sin k\pi x = 0, \tag{2.5}$$

где

$$\left(w^{(1)}\right)_{x=\pm1} = \left(\frac{d^2w^{(1)}}{dx^2}\right)_{x=\pm1} = 0 \tag{2.6}$$

Введем новую переменную $u^{(1)}$, удовлетворяющую соотношениям

$$u^{(1)} = \frac{d^2w^{(1)}}{dx^2}, \quad \left(u^{(1)}\right)_{x=\pm1} = 0 \tag{2.7}$$

и сведем исходное дифференциальное уравнение (2.5) четвертого порядка к соответствующему дифференциальному уравнению второго порядка:

$$\frac{d^2u^{(1)}}{dx^2} + (k\pi)^2 u^{(1)} + \left(\lambda^{(1)} - \frac{A^2}{(k\pi)^2}\right)A\sin k\pi x = 0 \tag{2.8}$$

Решая уравнение (2.8) с граничными условиями (2.7), будем иметь (B_1 – произвольная постоянная)

$$\lambda^{(1)} = \frac{A}{(k\pi)^2}, \quad u^{(1)} = B_1 \sin k\pi x, \quad x \in [-1,1], \tag{2.9}$$

причем, как это следует из (2.6), (2.7) и (2.9), справедливо равенство

$$w^{(1)} = -\frac{B_1}{(k\pi)^2} \sin k\pi x, \quad x \in [-1,1] \tag{2.10}$$

В результате получаем поправки (2.9), (2.10) первого приближения, корректирующие искомое решение краевой задачи.

Аппроксимация второго порядка находится на основе решения следующей краевой задачи:

$$\begin{gathered}
\frac{d^4 w^{(2)}}{dx^4} + \lambda^{(2)} \frac{d^2 w^{(0)}}{dx^2} + \lambda^{(0)} \frac{d^2 w^{(2)}}{dx^2} + \lambda^{(1)} \frac{d^2 w^{(1)}}{dx^2} - \\
-\left(\int_{-1}^{1} \left(\frac{dw^{(0)}}{dx} \right)^2 dx \right) \frac{d^2 w^{(1)}}{dx^2} - 2 \left(\int_{-1}^{1} \frac{dw^{(0)}}{dx} \frac{dw^{(1)}}{dx} dx \right) \frac{d^2 w^{(0)}}{dx^2} = 0 \\
\left(w^{(2)} \right)_{x=\pm 1} = \left(\frac{d^2 w^{(2)}}{dx^2} \right)_{x=\pm 1} = 0
\end{gathered} \tag{2.11}$$

Подставляя найденные величины нулевого и первого приближений и новую переменную $u^{(2)}$, определяемую равенствами

$$u^{(2)} = \frac{d^2 w^{(2)}}{dx^2}, \quad \left(u^{(2)} \right)_{x=\pm 1} = 0 \tag{2.12}$$

в уравнение (2.11), сводим дифференциальное уравнение четвертого порядка к дифференциальному уравнению второго порядка

$$\frac{d^2 u^{(2)}}{dx^2} + (k\pi)^2 u^{(2)} + A \sin k\pi x \left(\lambda^{(2)} - 2 \frac{AB_1}{(k\pi)^2} \right) = 0 \tag{2.13}$$

Решение уравнений (2.11)–(2.13) определяет корректирующие поправки второго приближения

$$\lambda^{(2)} = \frac{2AB_1}{(k\pi)^2}, \quad u^{(2)} = C_1 \sin k\pi x, \quad w^{(2)} = -\frac{C_1}{(k\pi)^2} \sin k\pi x, \tag{2.14}$$

где C_1 – произвольная константа.

Из выражения для параметра λ

$$\lambda = \frac{1}{\kappa} [r_0^2 (1 + r_m r_v^2) - 1] = \frac{\ell^2 T}{D} \left[\frac{m}{T} V_0^2 + \frac{m_a}{T} v_\infty^2 - 1 \right] \tag{2.15}$$

вытекает следующая формула:

$$V_0^2 = \lambda \frac{D}{m\ell^2} + \frac{T}{m} - \frac{m_a}{m} v_\infty^2 \tag{2.16}$$

Используя полученные выражения для параметра λ в нулевом, первом и втором приближениях, будем иметь

$$\lambda = \lambda^{(0)} + \varepsilon \lambda^{(1)} + \varepsilon^2 \lambda^{(2)} = (k\pi)^2 + \frac{Ac}{D (k\pi)^2} \left(\frac{A\ell}{4} + \frac{B_1 c}{8T} \right) \tag{2.17}$$

Подставляя разложение (2.17) в формулу (2.16), находим в случае, когда $k = A = B_1 = 1$, следующее выражение для квадратичной критической скорости дивергенции (неустойчивости):

$$V_0^2 = \pi^2 \frac{D}{m\ell^2} + \frac{c}{4\pi^2 m\ell} + \frac{c^2}{8\pi^2 m\ell^2 T} + \frac{T_0}{m} - \frac{Eh}{1-\nu}\alpha_\theta \frac{\theta}{m} - \frac{\pi\ell}{4}\rho_f \frac{v_\infty^2}{m} \tag{2.18}$$

3. Линейный анализ устойчивости. Рассмотрим линейный случай, когда $\varepsilon = 0$. Тогда, используя (1.12)–(1.14), будем иметь

$$\begin{gathered} \frac{d^4 w}{dx^4} + \lambda \frac{d^2 w}{dx^2} = 0, \quad \lambda = \frac{1}{\kappa}(r_0^2(1 + r_m r_v^2) - 1) \\ (w)_{x=\pm 1} = 0, \quad \left(\frac{d^2 w}{dx^2}\right)_{x=\pm 1} = 0 \end{gathered} \tag{3.1}$$

Вводя новую переменную $u = \dfrac{d^2 w}{dx^2}$ и подставляя ее в равенства (3.1), получим

$$\frac{d^2 u}{dx^2} + \lambda u = 0, \quad (u)_{x=\pm 1} = 0 \tag{3.2}$$

Решение краевой задачи (3.2) дается формулами (A — произвольная постоянная)

$$\lambda = \frac{1}{\kappa}\left[\frac{V_0}{S^2}\left(1 + r_m \frac{v_\infty^2}{V_0^2}\right) - 1\right], \quad u = A \sin k\pi x, \quad k = 1, 2, \ldots \tag{3.3}$$

Как результат, из краевой задачи (3.1) и формулы (3.3) получим соотношение

$$(k\pi)^2 = \frac{1}{\kappa}\left[\frac{V_0}{S^2}\left(1 + r_m \frac{v_\infty^2}{V_0^2}\right) - 1\right] \tag{3.4}$$

Учитывая, как следует из соотношения (3.4), что минимум величины V_0^2 (критической скорости дивергенции) реализуется при $k = 1$, находим

$$\left(V_0^2\right)_{\text{div}} = \frac{1}{m}\left\{\frac{D}{\ell^2}\pi^2 - m_a v_\infty^2 + T\right\} \tag{3.5}$$

Таким образом, статическая устойчивость (критическая скорость дивергенции) возрастает, когда увеличиваются значения изгибной жесткости D и плоскостного натяжения T, и уменьшается при возрастании длины половины пролета ℓ, присоединенной массы m_a, массы m на единицу площади панели и скорости жидкости v_∞.

Заключение. В нелинейной постановке сформулирована задача статической устойчивости (дивергенции) нагретой панели, обтекаемой идеальной жидкостью. Для эффективного анализа устойчивости в нелинейной постановке развивается метод возмущений. Применение процедуры малого параметра обеспечивает возможность сведения рассматриваемой нелинейной проблемы к системе линейных краевых задач, последовательное решение которых реализуется в аналитической форме. В результате найденные аппроксимации нулевого, первого и второго порядка точности позволяют выявить зависимость критической скорости дивергенции от таких параметров задачи, как скорость жидкости, присоединенная масса жидкости, изгибная жесткость, величина температуры нагретой панели и геометрические параметры панели. Аналитический подход к анализу устойчивости движущейся панели, обтекаемой потоком идеальной жидкости, применен также в частном случае линейной постановки проблемы.

Работа выполнена по теме Госзадания (номер госрегистрации АААА-А20-120011690132-4) и при частичной финансовой поддержке Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 20-08-00082а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Banichuk N., Jeronen J., Neittaanmäki P., Saksa T., Tuovinen T.* Mechanics of Moving Materials. Cham: Springer, 2014. 253 p.
2. *Vetyukov Y., Gruber P., Krommer M.* Nonlinear model of an axially moving plate in a mixed Eulerian–Lagrangian framework // Acta Mech. 2016. V. 227. № 10. P. 2831–2842.
3. *Ghayech M.H., Amabili M.* Nonlinear stability and bifurcations of an axially moving beam in thermal environment // J. Vibr.&Control. 2015. V. 21. № 15. P. 2981–2984.
4. *Marynowski K.* Non-linear vibrations of an axially moving viscoelastic web with time-dependent tension // Chaos, Solitons and Fractals. 2004. V. 21. P. 481–490.
5. *Pramila A.* Sheet flutter and the interaction between sheet and air // TAPPI J. 1986. V. 68. № 7. P. 70–74.
6. *Pramila A.* Natural frequencies of a submerged axially moving band // J. Sound&Vibr. 1987. V. 113. № 1. P. 198–203.
7. *Kornecki A., Dowell E.H., O'Brien J.* On the aeroelastic instability of two-dimensional panels in uniform incompressible flow // J. Sound&Vibr. 1976. V. 47. № 2. P. 163–178.
8. *Chang Y.B., Moretti P.M.* Interaction of fluttering webs with surrounding air // TAPPI J. 1991. V. 74. № 3. P. 231–236.
9. *Frondelius T., Koivurova H., Pramila A.* Interaction of an axially moving band and surrounding fluid by boundary layer theory // J. Fluids&Struct. 2006. V. 22. № 8. P. 1047–1056.
10. *Баничук Н.В., Миронов А.А.* Оптимизация частот колебаний упругой пластинки в идеальной жидкости // ПММ. 1975. Т. 39. Вып. 5. С. 889–899.
11. *Баничук Н.В., Миронов А.А.* Задачи оптимизации для пластин, колеблющихся в идеальной жидкости // ПММ. 1976. Т. 40. Вып. 3. С. 520–527.
12. *Баничук Н.В., Миронов А.А.* Схема струйного обтекания для исследования равновесных форм упругих пластин в потоке жидкости и задачи оптимизации // ПММ. 1979. Т. 43. Вып. 1. С. 83–90.
13. *Баничук Н.В.* Оптимизация форм упругих тел. М.: Наука, 1980. 256 с.
14. *Banichuk N., Jeronen J., Neittaanmäki P., Tuovinen T.* Dynamical behavior of an axially moving plate undergoing small cylindrical deformation submerged in axially flowing ideal fluid // J. Fluids&Struct. 2011. V. 27. № 7. P. 985–1005.
15. *Баничук Н.В., Иванова С.Ю.* Исследование устойчивости продольного движения панели с учетом гидротермоупругого взаимодействия // Проблемы прочности и пластичности. 2018. Т. 80. № 4. С. 456–465.
16. *Bisplinghoff R.L., Ashley H.* Principles of Aeroelasticity. New York: Dover Publ., 1962. 527 p.
17. *Ashley H., Landahl M.* Aerodynamics of Wings and Bodies. New York: Dover Publ., 1965. 304 p.
18. *Ashley H., McIntosh S.C.* Applications of aeroelastic constraints on structural optimization // In: Proc. 12th Intern. Congr. Theor.&Appl. Mech. Berlin: Springer, 1969. P. 100–113.
19. *Andersen J.D.Jr.* Fundamentals of Aerodynamics. New York: McGraw-Hill, 1985. 760 p.
20. *Коваленко А.Д.* Термоупругость. Киев: Вища школа. 1975. 216с.

On Static Bifurcation of a Moving Heated Panel Flowed by an Ideal Fluid

N. V. Banichuk[a,#], V. S. Afanas'ev[a,##], and S. Yu. Ivanova[a,###]

[a] *Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia*
[#]*e-mail: banichuk@gmail.ru*
[##]*e-mail: ciber200hlm500x@yandex.ru*
[###]*e-mail: syuivanova@yandex.ru*

The axial movement of a heated elastic panel flowed by an ideal fluid is considered. It is supposed that the panel moving with a constant axial velocity and performing transverse elastic vibrations is simply supported at the ends of a span. The problem of static buckling (bifurcation) is formulated on the basis of the concept of elastic equilibrium of a curved panel under action of inertial forces, hydrodynamical reaction, thermal action and in-plane tensions (compressions) applied to the panel. The arising nonlinear boundary problem is solved by the perturbation method. As a result, the influence of the heating, hydroelastic interaction and in-plane tension (compression) on the stability of elastic panel performing the axial movement and transverse vibrations is investigated.

Keywords: perturbation method, static stability, center mass, stability, linear analysis of stability

REFERENCES

1. *Banichuk N., Jeronen J., Neittaanmäki P., Saksa T., Tuovinen T.* Mechanics of Moving Materials. Cham: Springer, 2014. 253 p.
2. *Vetyukov Y., Gruber P., Krommer M.* Nonlinear model of an axially moving plate in a mixed Eulerian-Lagrangian framework // Acta Mech., 2016, vol. 227, no. 10, pp. 2831–2842.
3. *Ghayech M.H., Amabili M.* Nonlinear stability and bifurcations of an axially moving beam in thermal environment // J. Vibr.&Control, 2015, vol. 21, no. 15, pp. 2981–2984.
4. *Marynowski K.* Non-linear vibrations of an axially moving viscoelastic web with time-dependent tension // Chaos, Solitons and Fractals, 2004, vol. 21, pp. 481–490.
5. *Pramila A.* Sheet flutter and the interaction between sheet and air // TAPPI J., 1986, vol. 68, no. 7, pp. 70–74.
6. *Pramila A.* Natural frequencies of a submerged axially moving band // J. Sound&Vibr., 1987, vol. 113, no. 1, pp. 198–203.
7. *Kornecki A., Dowell E.H., O'Brien J.* On the aeroelastic instability of two-dimensional panels in uniform incompressible flow // J. Sound&Vibr., 1976, vol. 47, no. 2, pp. 163–178.
8. *Chang Y.B., Moretti P.M.* Interaction of fluttering webs with surrounding air // TAPPI J., 1991, vol. 74, no. 3, pp. 231–236.
9. *Frondelius T.*, *Koivurova H., Pramila A.* Interaction of an axially moving band and surrounding fluid by boundary layer theory // J. Fluids&Struct., 2006, vol. 22, no. 8, pp. 1047–1056.
10. *Banichuk N.V., Mironov A.A.* Optimization of vibration frequencies of an elastic plate in an ideal fluid// JAMM, 1975, vol. 39, no. 5, pp. 853–863.
11. *Banichuk N.V., Mironov A.A.* Optimization problems for plates oscillating in an ideal fluid // JAMM, 1976, vol. 40, no. 3, pp. 474–481.
12. *Banichuk N.V., Mironov A.A.* The stream flow scheme for investigating the equilibrium forms of elastic plates in a stream of fluid and problems of optimization // JAMM, 1979, vol. 43, no. 1, pp. 88–95.
13. *Banichuk N.V.* Problems and Methods of Optimal Structural Design. N.Y.: Plenum Press, 1983. 313 p.
14. *Banichuk N., Jeronen J., Neittaanmäki P., Tuovinen T.* Dynamical behavior of an axially moving plate undergoing small cylindrical deformation submerged in axially flowing ideal fluid // J. Fluids&Struct., 2011, vol. 27, no. 7, pp. 985–1005.
15. *Banichuk N.V., Ivanova S.Yu.* Stability investigation of panel axial movement taking into account hydrothermoelastic interaction // Problems of Strength and Plasticity, 2018, vol. 80, no. 4, pp. 456–465. (in Russian)
16. *Bisplinghoff R.L., Ashley H.* Principles of Aeroelasticity. N.Y.: Dover Publ., 1962. 527 p.
17. *Ashley H., Landahl M.* Aerodynamics of Wings and Bodies. N.Y.: Dover Publ., 1965. 304 p.
18. *Ashley H., McIntosh S.C.* Applications of aeroelastic constraints on structural optimization // In: Proc. 12^{th} Intern. Congr. Theor.&Appl. Mech. Berlin: Springer, 1969. pp. 100–113.
19. *Andersen J.D.Jr.* Fundamentals of Aerodynamics. N.Y.: McGraw-Hill, 1985. 760 p.
20. *Kovalenko A.D.* Thermoelasticity. Kiev: Vysshaya shkola, 1975. 216 p. (in Russian)