
УДК 533.6.013.2:534.222.2:535.71

Памяти К.И. Бабенко (к столетию со дня рождения)



Константин Иванович Бабенко (21 июля 1919–10 июня 1987) — выдающийся специалист в области механики жидкости и газа, численного анализа, гармонического анализа, теории функций, теории приближений и теории уравнений в частных производных. Член-корреспондент АН СССР (1976); доктор физико-математических наук (1952), профессор (1958). Лауреат Государственной премии СССР. Входил в состав редакционной коллегии журнала ПММ (1978–1987).

О РАБОТАХ К.И. БАБЕНКО В ОБЛАСТИ МЕХАНИКИ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

© 2020 г. А. И. Аптекарев^{1,*}, Н. Г. Афендикова^{1,**}

¹ *Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия*

** e-mail: aptekaa@keldysh.ru*

*** e-mail: keldysh111@gmail.com*

Поступила в редакцию 27.09.2019 г.

После доработки 23.10.2019 г.

Принята к публикации 02.12.2019 г.

В работе представлен обзор научных достижений чл.-корр. АН К.И. Бабенко в области механики и прикладной математики, в том числе, касающихся решения задач обтекания тел идеальным газом, исследования течений вязкой жидкости и вычисли-

тельной математики. Характерной особенностью этих работ является сочетание глубоких аналитических методов с численным решением конкретных задач.

Ключевые слова: течения жидкости и газа, численное решение, вычислительные алгоритмы

DOI: 10.31857/S0032823520010051

Введение. Научное творчество К.И. Бабенко отличается необычайной широтой творческого диапазона: от абстрактных проблем теории функций и функционального анализа до конкретных прикладных задач механики. Невозможно выделить одну область исследований, которой принадлежат его основные результаты. Зачастую его работы по “чистой математике” были вызваны к жизни реальными прикладными задачами, а решение ряда прикладных задач оказалось возможным благодаря глубокому проникновению в математическую сущность проблемы.

Первые научные работы К.И. Бабенко были выполнены им во время учебы в 1945–48 гг. в адъюнктуре инженерного факультета ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского и были представлены в журнал “Доклады АН СССР” академиками М.В. Келдышем и С.Н. Берштейном. Одна из них, “О сопряженных функциях” [1] в дальнейшем сыграла немалую роль при его работе над докторской диссертацией.

Кандидатскую диссертацию К.И. Бабенко “Определение сил и моментов, действующих на колеблющееся стреловидное в плане крыло в сверхзвуковом потоке газа” можно назвать классической работой по механике. В ней уже определившийся талант аналитика применен к решению дифференциального уравнения, которое описывает движение крыла. В автобиографии, написанной в 1972 году, Константин Иванович написал: “...в линеаризованной постановке я решил задачу об определении сил и моментов и дал для их нахождения явные формулы. Для этого мне нужно было эффективно учесть влияние боковых кромок крыла, что мне и удалось. После защиты моя работа была засекречена и поэтому не была своевременно опубликована. Позже частично мои результаты были получены за рубежом”. Кандидатская диссертация К.И. Бабенко (см. <https://www.keldysh.ru/memory/babenko/cand.pdf>) была удостоена в 1949 г. премии и медали имени Н.Е. Жуковского.

Контакты в те годы с академиком М.В. Келдышем во многом повлияли на дальнейшую судьбу Константина Ивановича. По-видимому, краевые задачи для уравнений смешанного типа попали в круг его интересов именно под влиянием работ М.В. Келдыша и Ф.И. Франкля. Защита докторской диссертации К.И. Бабенко “Об уравнениях смешанного типа” (см. <https://www.keldysh.ru/memory/babenko/doktor.pdf>) состоялась в 1952 году. Годом раньше, по инициативе М.В. Келдыша, Константин Иванович был переведен на работу в МИАН. Известно, что с 1946 года в Математическом институте проводились расчеты, сопровождавшие создание ракетно-ядерного щита страны. Указанное в приказе о переводе К.И. Бабенко в МИАН постановление Совета министров от 9 мая 1951 года относится к периоду работы над созданием термоядерного оружия и касается формирования соответствующих структур, которые в Советском атомном проекте должны были отвечать за организацию вычислений. В частности, в МИАН был организован отдел прикладной математики, заведующим которого стал академик М.В. Келдыш. Константин Иванович активно включился в работы этого отдела, посвященные решению задач по производственной тематике, как в те годы называли закрытые работы по заданиям директивных органов. Создавалась новая наука, которую можно назвать вычислительная математика, и он принял самое активное участие в ее становлении. Часть этой деятельности сейчас называют математическим моделированием, поскольку для нелинейных прикладных задач полные обоснования дискретизации являются скорее исключением, чем правилом. Ключевое место в этих исследованиях заняли работы по газовой динамике и, позднее, по гидродинамике.

1. Работы по газовой динамике. Итоги первых лет работы К.И. Бабенко по производственной тематике в отделе прикладной математики МИАН, а потом и в созданном в 1953 году “Отделении прикладной математики” частично освещены в известном отчете 1954 года “Решение задачи об осесимметричном движении газа с ударной волной”, посвященном решению двумерной газодинамической задачи о сильном взрыве в неоднородной атмосфере. (В настоящее время рассекреченный отчет хранится в Кабинете-музее академика М.В. Келдыша и опубликован в томе “Математика” собрания сочинений М.В. Келдыша). В этой работе была предложена первая методика для расчета двумерных задач. Кроме К.И. Бабенко, его авторами являются И.М. Гельфанд, Н.А. Дмитриев, М.В. Келдыш, О.М. Локуциевский, Н.Н. Ченцов.

Из отзыва академика М.В. Келдыша о научных работах К.И. Бабенко, написанного в 1974 году: “Слабость имевшейся в это время вычислительной техники заставила преодолевать серьезные трудности. Это потребовало привлечения многих средств математического анализа, включая разнообразные асимптотические методы. К.И. Бабенко вложил в эту работу присущее ему аналитическое мастерство”. В этом отчете Константину Ивановичу принадлежит ряд важных теоретических результатов. В частности, там был исследован предложенный Келдышем метод решения “двумерных” разностных уравнений. В это же время К.И. Бабенко и И.М. Гельфанд предложили способ исследования устойчивости разностных уравнений относительно вариации граничных условий, применение которого помогло справиться с возникающей неустойчивости схемы. Этот факт отмечен в отчете ОПМ МИАН 1955 года “Точечный взрыв в атмосфере”, опубликованном в трудах М.В. Келдыша в томе “Механика”. Позже, в 1972 году, он написал в автобиографии: “Сначала в МИАН, а потом в ИПМ я включился в работу по вычислительной математике. Я смею надеяться, что есть и моя заслуга в том, что в ИПМ вычислительная математика находится на высоком научном уровне и имеет ряд выдающихся достижений”.

Следующей важной вехой в его работах был 1956 год, когда возникла необходимость более детального геометрического описания процессов, происходящих при работе зарядов. Коллективом под его руководством были разработаны методы и алгоритмы, открытой частью которых были расчеты сверхзвукового обтекания затупленных тел [2].

В личном деле К.И. Бабенко в списке его трудов, датированным 1974 годом, приведены пять отчетов по производственной тематике, выполненных с соавторами с 1954 по 1965 годы, но не входящих в известный список его трудов. О существенном вкладе Константина Ивановича в выполненные работы говорит его награждение двумя орденами Трудового Красного Знамени (в 1955 и 1956 гг.), назначение начальником отдела (№ 4 в ИПМ) и присвоение звания профессора в 1959 году. Открытые работы Константина Ивановича по численным методам газовой динамики появились только в 60-х годах.

К.И. Бабенко с коллективом сотрудников был выполнен большой цикл работ по численным методам решения задач пространственного обтекания тел совершенным газом. Эти работы оказали большое влияние на численные методы газовой динамики и получили дальнейшее развитие в многочисленных отечественных и зарубежных работах. Широкою известность приобрела монография [3] “Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом”, выпущенная в 1967 году и удостоенная Государственной премии. В монографии подробно изложен метод пространственного обтекания заостренных тел сверхзвуковым потоком газа, проведено теоретическое исследование систем конечно-разностных уравнений. Там был представлен разработанный К.И. Бабенко и Г.П. Воскресенским первый конечно-разностный метод решения задач сверхзвукового пространственного обтекания тел со вторым порядком точности. Приведенные в этой книге таблицы неосесимметричного обтекания тел в широком диапазоне чисел Маха дают исчерпывающую информацию о потоке газа.

Приведем отзыв М.В. Келдыша об этой работе Бабенко: “Особенно характерной для стиля Константина Ивановича является первая, теоретическая часть книги. Там наряду с ясным и подробным изложением использованного метода разбирается ряд вопросов общего значения, относящимся к разностным краевым задачам и методам их решения”.

В последующие годы в работах, посвященных исследованию пространственных течений жидкостей и газов и сверхзвуковому обтеканию, разработанные алгоритмы модернизировались и обобщались в соответствии с нуждами практики.

2. Обтекание тел вязкой жидкостью. С конца 60-х годов К.И. Бабенко начал заниматься задачами обтекания тел вязкой жидкостью [4–21]. Остановимся более подробно на примере, когда прикладная задача послужила источником замечательных теоретических результатов.

Рассматривается внешняя задача для уравнений Навье–Стокса

$$(u \cdot \nabla)u + \text{grad } p = \frac{1}{2\lambda} \Delta u \\ \text{div } u = 0,$$

где u и p — безразмерные вектор скорости и давления, плотность $\rho = 1$, а число Рейнольдса — 2λ . Предполагается, что рассматривается обтекание ограниченного тела T , с границей S , удовлетворяющей условию Гельдера. За единицу длины принимается $l = \text{diam } T$, а оси направлены так, что $u_\infty = (1, 0, 0)$. Тогда задаются граничные условия на теле и в бесконечно удаленной точке:

$$u|_S = u_0, \quad \lim_{|x| \rightarrow \infty} u(x) = u_\infty$$

Вопрос о постановке граничных условий при численном решении задачи обтекания вдали от обтекаемого тела [4] побудил Константина Ивановича к глубокому теоретическому рассмотрению задач обтекания. Выяснению структуры решений задачи обтекания тела вязкой несжимаемой жидкостью посвятили свои работы многие выдающиеся ученые, имена которых остались в мировой науке. И, если вопрос о существовании обобщенных стационарных решений при любых числах Рейнольдса был установлен в разных вариантах Ж. Лере, О.А. Ладыженской и др., то вопрос о том, в каком смысле для этих решений удовлетворяются условия на бесконечности многие годы оставался открытым. Существенный прогресс в этой области был связан с работами Р. Финна (R. Finn), который ввел класс “физически приемлемых” PR (physically reasonable) решений задачи обтекания. Для них он постулировал, что на бесконечности они удовлетворяют условию

$$|u(x) - u_\infty| \leq C |x|^{-\alpha}$$

для некоторого $\alpha > 1/2$ в случае пространственного и $\alpha > 1/4$ в случае плоского обтекания. При этих условиях он получил главный член асимптотического разложения $u(x)$ при $|x| \rightarrow \infty$ и оценил остаток. Им было доказано и существование таких решений при достаточно малых числах Рейнольдса.

Для PR решений К.И. Бабенко [5] сначала были получены несколько первых членов асимптотических разложений решения стационарной задачи обтекания в плоском случае с остаточным членом $O(|r|^{-3/2} \ln |r|)$, $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ и асимптотическая формула для вихря

$$\omega(x, y) = A \frac{y\lambda}{r^{3/2}} e^{\lambda(x-r)} + e^{\mu(x-r)} O(r^{-3/2} \ln |r|), \quad \mu = \lambda - \varepsilon$$

Из этой формулы следует, в частности, экспоненциальное убывание вихря вне любого угла, содержащего полусось $x > 0$, $y = 0$.

Кроме того, в этой работе для PR решений был строго установлен аналог формулы Жуковского для вязкой жидкости, формально полученный Файлоном [22] и получена формула для лобового сопротивления.

При решении трехмерной задачи [14], методом [5] была установлена формула для вихря, аналогичная двумерному случаю и для случая, когда сила, действующая на тело, совпадает с силой лобового сопротивления, были получены два члена асимптотического разложения для скорости.

В дальнейшем эти разложения неоднократно уточнялись, в частности, в работах М.М. Васильева и Н.И. Яворского.

Во всех работах до 1972 года вопрос о существовании PR решения для произвольных чисел Рейнольдса оставался открытым. В ключевой для этой области науки работе [13] было установлено, что всякое решение трехмерной задачи обтекания с конечным интегралом Дирихле $D[u] < \infty$, удовлетворяет неравенству

$$|u(x) - u_\infty| < C|x|^{-1},$$

т.е. всякое решение трехмерной задачи обтекания с конечным интегралом Дирихле удовлетворяет условию PR с $\alpha = 1$. Этот глубокий факт соединил исследования Ж. Лерре, Р. Финна, О.А. Ладыженской и других математиков и полностью охарактеризовал структуру стационарного решения пространственной задачи обтекания при любом числе Рейнольдса.

Следующим результатом, полученным К.И. Бабенко в качественной теории уравнений Навье—Стокса, явилась математически строгая теория возмущений для стационарных решений задачи обтекания, опубликованная в работах [17, 19]. Эта большая работа начинается с видоизменения классической теории потенциалов, чтобы избежать вырождения при нулевом числе Рейнольдса. Используя представление членов ряда

$$u(x, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} u^{(n)}(x, \lambda) \lambda^n,$$

где $u^{(n)}(x, \lambda)$ — решение однородного ($n = 0$) и неоднородного ($n > 0$) уравнений Озее-на. С помощью модифицированных потенциалов К.И. Бабенко не только доказывает сходимость этого ряда и изучает асимптотическое поведение первых членов, но и доказывает единственность решения при достаточно малых λ . Тем самым он получил строгое обоснование использования внешних и внутренних разложений в этой задаче, а приложением построенной теории явилась асимптотическая формула для сил, действующих на тело, движущееся в жидкости. В частности, была строго обоснована знаменитая формула Стокса для сопротивления шара

$$F_1 = F_1^0 (1 + 0.9\lambda^2 \ln(2\lambda)) + B\lambda + O(\lambda^2 \ln^2(2\lambda)),$$

где F_1^0 отвечает аппроксимации Озее-на, а B — эффективно вычисляемая константа. Затем он перешел к построению теории возмущений при конечных λ и доказал теоремы, из которых вытекает:

1. Если $u(x, \lambda)$ решение задачи обтекания и однородная линеаризованная задача при $\lambda = \lambda_0$ имеет только тривиальное решение, то при $\lambda = \lambda_0 + \varepsilon$ существует решение задачи обтекания, представляемое рядом

$$u(x, \lambda) = \sum_{n=0}^{\infty} u^{(n)}(x) \varepsilon^n$$

2. Если при $\lambda = \lambda_0$ решение единственно, а при $\lambda > \lambda_0$ имеется более одного решения задачи обтекания, то при $\lambda = \lambda_0$ линеаризованная задача имеет нетривиальное решение.

В дальнейшем, уже в 80-е годы, Константин Иванович исследовал свойства непрерывного и точечного спектров линеаризованной задачи обтекания [20] и, в частности, показал, что собственное значение $\lambda = 0$ принадлежит спектру при всех числах Рейнольдса. Им было показано [21], что, если пара комплексно-сопряженных собственных значений пересекает мнимую ось, то при выполнении некоторых условий невырожденности от стационарного решения ответвляется семейство периодических по времени решений. Там же установлено, что при каждом фиксированном $t = t_0$ это решение имеет конечный интеграл Дирихле, но не принадлежит $L_2(\mathbb{R}^3 \setminus T)$.

Этот результат особенно интересен тем, что к этой задаче неприменимы ни классическая редукция Ляпунова—Шмидта, ни стандартный метод редукции бифуркационной задачи на центральное многообразие.

Частично эти результаты были переизложены, а их доказательства упрощены в работах Л.И. Сазонова и его докторской диссертации, в работах Дж. Хейвуда, Дж. Галди и др. (см. [23]).

В 80-е годы под руководством К.И. Бабенко был выполнен цикл работ по исследованию перехода в течениях вязкой несжимаемой жидкости от ламинарных режимов к турбулентным. В этих работах наряду с общими утверждениями даны решения задач о потере устойчивости конкретных течений вязкой жидкости: течений Пуазейля и Куэтта, вихрей Тейлора; обсуждается переход к турбулентности, исследуются сложные аттракторы системы Навье—Стокса. Эти исследования были подытожены в статьях [24–26].

3. Поверхностные волны. Постоянно сталкиваясь в процессе численного решения прикладных задач механики с коллизией между объемом памяти и быстродействием ЭВМ и необходимыми потребностями, К.И. Бабенко уделял много внимания исследованию оптимальности вычислительных методов. Созданные им вычислительные алгоритмы, автоматически реагирующие на гладкость решения (алгоритмы без насыщения) оказались незаменимыми при решении многих задач, в частности, в вопросах численного исследования задач гидродинамической неустойчивости. На основе этих алгоритмов, Константин Иванович разработал метод доказательных вычислений — метод контролируемых вычислений на ЭВМ, которые в совокупности с аналитическими исследованиями приводят к строгому доказательству новых утверждений. Доказательные вычисления были, в частности, применены при исследовании уравнения, описывающего поверхностные волны малой амплитуды. В алгоритме численного решения задачи о неустойчивости Релея—Тейлора [27–30], который был разработан К.И. Бабенко, простое изменение направления силы тяжести дает алгоритм численного решения задачи о поверхностных волнах. Одним из элементов алгоритма было численное решение линеаризованной задачи. Константин Иванович обратил внимание, что при малых амплитудах матрица в указанном алгоритме оказалась подобна симметричной. Это привело его к идее поиска нового уравнения, для которого линеаризация приводила бы к самосопряженной задаче. К.И. Бабенко вывел эквивалентное известным уравнениям Стокса и Некрасова новое уравнение, описывающее волны на поверхности идеальной жидкости

$$\frac{1}{2} J(y^2) + (y - c^2)J(y) + y - kR^{-1}(1 + J(y)) - kH \left[R^{-1}D(y) \right] = 0,$$

где $J = DH$, D — оператор дифференцирования, H — оператор Гильберта, k — коэффициент поверхностного натяжения, а R — радиус кривизны, для которого имеется известное выражение. Для этого уравнения методом доказательных вычислений были

получены фундаментальные результаты о структуре множества решений, т.е. об области существования поверхностных волн конечной амплитуды [31–35]. Эти исследования были продолжены в работах Дж. Толанда, П.И. Плотникова, П.М. Лушникова, В.Е. Захарова, А.И. Дьяченко и др. [36–40], где был, в частности, решен вопрос о существовании и структуре волны Стокса.

К моменту поступления на работу в МИАН Константин Иванович получил значительные результаты и в теории функций, и в теории дифференциальных уравнений, проявив там свой талант аналитика. В дальнейшем он добился впечатляющих успехов в области прикладной математики. Но математический мир притягивал его, в нем жила потребность решать красивые и фундаментальные аналитические задачи и он не оставлял работу в “чистой математике”. Именно эти исследования легли в основу его достижений в решении проблем прикладной математики и механики.

Константин Иванович Бабенко для всех знавших его был образцом трудоспособности, преданности науке, принципиальности и глубокой порядочности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бабенко К.И. О сопряженных функциях // Докл. АН СССР. 1948. Т. 62. № 2. С. 157–160.
2. Бабенко К.И., Иванова В.Н., Казанджан Э.П., Кукаркина М.А., Радвогин Ю.Б. Нестационарное обтекание головной части затупленного тела идеальным газом // Препринт. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 1969. 170 с.
3. Бабенко К.И., Воскресенский Г.П., Русанов В.В., Любимов А.Н. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. М.: Наука, 1964. 505 с.
4. Бабенко К.И., Введенская Н.Д., Орлова М.М. О стационарном обтекании кругового цилиндра вязкой жидкостью // Препринт № 4. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 1969. 70 с.
5. Бабенко К.И. Об асимптотическом поведении вихря вдали от тела при обтекании его плоским потоком вязкой жидкости // ПММ. 1970. Т. 34. Вып. 5. С. 911–925.
6. Babenko K.I., Vvedenskaya N.D., Orlova M.G. On stationary flow of viscous fluid past a circular cylinder Fluid Dynamics // Fluid Dyn. Trans. 1970. V. 5. № 11. P. 37–49.
7. Бабенко К.И. О асимптотическом поведении вихря вдали от тела при обтекании его плоским потоком вязкой жидкости // Препринт № 2. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 1970. 24 с.
8. Бабенко К.И., Васильев М.М. Асимптотическое поведение решения задачи обтекания конечного тела вязкой жидкостью // Препринт № 84. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 1971. 39 с.
9. Бабенко К.И., Введенская Н.Д., Орлова М.М. Результаты расчета обтекания бесконечного кругового цилиндра вязкой жидкостью // Препринт № 38. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 1971. 44 с.
10. Бабенко К.И., Введенская Н.Д., Орлова М.М. Краевая задача для уравнений Навье–Стокса в плоской задаче обтекания // Препринт № 39. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 1971. 40 с.
11. Бабенко К.И., Введенская Н.Д. О численном решении краевой задачи для уравнений Навье–Стокса // ЖВММФ. 1972. Т. 12. № 5. С. 1343–1349.
12. Бабенко К.И., Васильев М.М., Казанджан Э.П., Орлова М.М. Численное решение задачи о нестационарном движении вязкой несжимаемой жидкости внутри заданной области // Препринт № 54. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 1972. 25 с.
13. Бабенко К.И. О стационарных решениях задачи обтекания тела вязкой несжимаемой жидкостью // Матем. сб. 1973. Т. 91 (133). № 1. С. 3–26.
14. Бабенко К.И., Васильев М.М. Об асимптотическом поведении стационарного течения вязкой несжимаемой жидкости вдали от тела // ПММ. 1973. Т. 37. Вып. 4. С. 690–705.
15. Бабенко К.И., Введенская Н.Д., Орлова М.М. Расчет стационарного обтекания кругового цилиндра вязкой жидкостью // ЖВММФ. 1975. Т. 15. № 1. С. 183–196.
16. Бабенко К.И., Введенская Н.Д. Расчет уравнений и вихря на границе при численном решении краевой задачи для уравнений Навье–Стокса // Тр. 4 Всесоюзного семинара по численным методам механики вязкой жидкости. Новосибирск, 1975.
17. Бабенко К.И. Теория возмущений стационарных течений вязкой несжимаемой жидкости при малых числах Рейнольдса // Препринт № 79. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 1975. 25 с. https://keldysh.ru/papers/1975/prep1975_79.pdf

18. *Бабенко К.И.* Теория возмущений стационарных течений вязкой несжимаемой жидкости при малых числах Рейнольдса // Докл. АН СССР. 1976. Т. 227. № 3. С. 592–595.
19. *Babenko K.I.* On properties of steady viscous incompressible fluid flows // Lecture Notes in Math. V. 771. P. 12–42. in: Approximation Methods for Navier–Stokes Problems. Berlin: Springer, 1980.
20. *Бабенко К.И.* О спектре линеаризованной задачи обтекания тела вязкой жидкостью // Докл. АН СССР. 1982. Т. 262. № 1. С. 64–68.
21. *Бабенко К.И.* О периодических решениях задачи обтекания тела вязкой жидкостью // Докл. АН СССР. 1982. Т. 262. № 6. С. 1293–1298.
22. *Filon L.N.G.* The forces on a cylinder in a stream of viscous fluid // Proc. R. Soc. London. A. 1926. V. 113. P. 7–27.
23. *Galdi G.P.* An Introduction to the Mathematical Theory of the Navier–Stokes Equations. Springer Monographs in Mathematics. N.Y.: Springer, 2011. 511 p.
24. *Babenko K.I.* Investigation of hydrodynamic stability by means of computers // Fluid Dyn. Trans. 1980. V. 10. P. 9–75.
25. *Бабенко К.И., Афендикова А.Л.* О возникновении турбулентности в течениях вязкой несжимаемой жидкости // в сб. Механика и научно-технический прогресс. Т. 2. М.: Наука, 1987.
26. *Бабенко К.И., Рахманов А.И.* Доказательные вычисления в задаче о поверхностных волнах // в сб. Конструирование алгоритмов и решение задач математической физики. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 1989. С. 123–127.
27. *Бабенко К.И., Петрович В.Ю.* О неустойчивости Релея–Тейлора // Препринт № 68. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 1978. 28 с.
28. *Бабенко К.И., Петрович В.Ю.* О неустойчивости Релея–Тейлора // Докл. АН СССР. 1979. Т. 245. № 3. С. 551–554.
29. *Бабенко К.И., Петрович В.Ю.* Численное исследование задачи о неустойчивости Рэлея–Тейлора // Докл. АН СССР. 1980. Т. 255. № 2. С. 318–322.
30. *Бабенко К.И., Петрович В.Ю.* О неустойчивости Релея–Тейлора // в сб. К 75-летию академика А.Н. Тихонова. Актуальные проблемы математической физики и вычислительной математики. М.: Наука, 1984.
31. *Бабенко К.И.* Вычислительный эксперимент и доказательные вычисления в задаче о поверхностных волнах // Препринт № 116. М.: ИПМ им. М.В. Келдыша, 1986. 28 с.
32. *Бабенко К.И.* Несколько замечаний к теории поверхностных волн конечной амплитуды // Докл. АН СССР. 1987. Т. 294. № 5. С. 1033–1037.
33. *Бабенко К.И.* О локальной теореме существования в теории поверхностных волн конечной амплитуды // Докл. АН СССР. 1987. Т. 294. № 6. С. 1289–1292.
34. *Бабенко К.И., Петрович В.Ю., Рахманов А.И.* О вычислительном эксперименте в теории поверхностных волн конечной амплитуды // Докл. АН СССР. 1988. Т. 302. № 4. С. 781–784.
35. *Бабенко К.И., Петрович В.Ю., Рахманов А.И.* О доказательном эксперименте в теории поверхностных волн конечной амплитуды. // Докл. АН СССР. 1988. Т. 303. № 5. С. 1033–1037.
36. *Plotnikov P.I., Toland J.F.* Convexity of Stokes waves of extreme form // Arch. Rat. Mech. Anal. 2004. V. 171. P. 349–416.
37. *Dyachenko A.I., Kuznetsov E.A., Spector M.D., Zakharov V.E.* Analytic description of the free surface dynamics of an ideal fluid (canonical formalism and conformal mapping) // Phys. Lett. A. 1996. V. 221. № 1–2. P. 73–79.
38. *Shargorodsky E., Toland J.F.* Riemann–Hilbert theory for problems with vanishing coefficients that arise in nonlinear hydrodynamics // J. Funct. Anal. 2003. V. 197. P. 283–300.
39. *Dyachenko A.I., Dyachenko S.A., Lushnikov P.M., Zakharov V.E.* Traveling capillary waves on the boundary of a disc of poles in two-dimensional hydrodynamics with free surface: new constants of motion. // J. Fluid Mech. 2019. V. 874. P. 891–925.
40. *Lushnikov P.M., Dyachenko S.A., Silantyev D.A.* New conformal mapping for adaptive resolving of the complex singularities of Stokes wave // Proc. R. Soc. A. 2017. V. 473: 20170198. <http://dx.doi.org/10098/rspa.2017.0198>. 2017.

**About the Works of K.I. Babenko in the Field of Mechanics
and Applied Mathematics (*On the 100th anniversary of his birth*)**

A. I. Aptekarev^{a,#} and N. G. Afendikova^{a,##}

^a *Keldysh Institute of Applied Mathematics of Russian Academy of Science, Moscow, Russia*

[#] *e-mail: aptekaa@keldysh.ru*

^{##} *e-mail: keldysh111@gmail.com*

The paper provides an overview of the scientific achievements of the corr-member of Ac. Sci USSR K.I. Babenko in the field of mechanics and applied mathematics, including numerical studies of perfect gas flows past an obstacle and research of viscous fluid flows. A characteristic feature of these works is the close combination of deep analytical methods and tools, along with numerical solutions to the problems under consideration.

Keywords: fluid and gas dynamics, numerical solution, computational algorithms

REFERENCES

1. *Babenko K.I.* On conjugate functions // DAN SSSR, 1948, vol. 62, no. 2, pp. 157–160. (in Russian)
2. *Babenko K.I., Ivanova V.N., Kazandjan E.P., Kukarkina M.A., Padvogin Yu.B.* Unsteady flow around the head of a blunted body by an ideal gas // Preprint. Moscow: KIAM RAS, 1969. 170 p. (in Russian)
3. *Babenko K.I., Voskresenskii G.P., Rusanov V.V., Lubimov A.N.* Spatial Flow around Smooth Bodies by Ideal Gas. Moscow: Nauka, 1964. 505 p. (in Russian)
4. *Babenko K.I., Vvedenskaya N.D., Orlova M.M.* On stationary viscous fluid flow past a circular cylinder // Preprint no. 4. Moscow: KIAM RAS, 1969. 70 p. (in Russian)
5. *Babenko K.I.* On the asymptotic behavior of a vortex in a plane viscous fluid flow away from the body // JAMM, 1970, vol. 34, no. 5, pp. 911–925. (in Russian)
6. *Babenko K.I., Vvedenskaya N.D., Orlova M.M.* On stationary flow of viscous fluid past a circular cylinder // Fluid Dyn. Trans., 1970, vol. 5, no. 11, pp. 37–49.
7. *Babenko K.I.* On the asymptotic behavior of a vortex in a plane viscous fluid flow away from the body // Preprint no. 2. Moscow: KIAM RAS, 1970. 70 p. (in Russian)
8. *Babenko K.I., Vasilyev M.M.* Asymptotic behavior of a solution of a viscous fluid flow problem past a finite body // Preprint no. 84. Moscow: KIAM RAS, 1971. 39 p. (in Russian)
9. *Babenko K.I., Vvedenskaya N.D., Orlova M.M.* Results of calculation of flow around an infinite circular cylinder by a viscous fluid // Preprint no. 38. Moscow: KIAM RAS, 1971. 44 p. (in Russian)
10. *Babenko K.I., Vvedenskaya N.D., Orlova M.M.* Boundary value problem for Navier–Stokes equations in a plane flow problem // Preprint no. 39. Moscow: KIAM RAS, 1971. 40 p. (in Russian)
11. *Babenko K.I., Vvedenskaya N.D.* Numerical solution of the boundary value problem for the Navier–Stokes equation // USSR Comput. Math. Math. Phys., 1972, vol. 12, no. 5, pp. 329–339.
12. *Babenko K.I., Vasilyev M.M., Kazandjan E.P., Orlova M.M.* Numerical solution of the problem of unsteady motion of a viscous incompressible fluid within a given region // Preprint no. 54. Moscow: KIAM RAS, 1972. 25 p. (in Russian)
13. *Babenko K.I.* On stationary solutions of the problem of flow past a body of a viscous incompressible fluid // Math. USSR-SB, 1973, vol. 20, no. 1, pp. 1–25.
14. *Babenko K.I., Vasilyev M.M.* On asymptotic behavior of stationary flow of viscous incompressible fluid away from the body // JAMM, 1973, vol. 37, no. 4, pp. 690–705. (in Russian)
15. *Babenko K.I., Vvedenskaya N.D., Orlova M.M.* Calculation of the steady flow of a viscous fluid past a circular cylinder // USSR Comput. Math. Math. Phys., vol. 15, no. 1, pp. 176–190.
16. *Babenko K.I., Vvedenska N.D.* Calculation of equations and vortex at the boundary in numerical solution of the boundary value problem for Navier–Stokes equations // Proc. 4th All-Union Seminar on Numerical Methods of Viscous Fluid Mechanics. Novosibirsk, 1975. (in Russian)
17. *Babenko K.I.* Perturbation theory of stationary viscous incompressible fluid flows at small Reynolds numbers // Preprint no. 79, Moscow: KIAM RAS, 1975. 25 p. (in Russian)

18. *Babenko K.I.* Perturbation theory of stationary flows of viscous incompressible fluid for small Reynolds numbers // *Sov. Phys. Doklady*, 1976, vol. 21, pp. 143–145.
19. *Babenko K.I.* On properties of steady viscous incompressible fluid flows // *Lecture Notes in Math.* vol. 771, pp. 12–42. in: *Approximation methods for Navier–Stokes problems*. Berlin: Springer, 1980.
20. *Babenko K.I.* Spectrum of the linearized problem of flow of a viscous incompressible liquid round a body // *Sov. Phys. Doklady*, 1982, vol. 262, no. 1, pp. 25–27.
21. *Babenko K.I.* Periodic solutions of the flow of a viscous fluid past a body // *Sov. Math. Doklady*, 1982, vol. 25, pp. 211–216.
22. *Filon L.N.G.* The forces on a cylinder in a stream of viscous fluid // *Proc. R. Soc. London A*, 1926, vol. 113, pp. 7–27.
23. *Galdi G.P.* *An Introduction to the Mathematical Theory of the Navier–Stokes Equations*. Springer Monographs in Mathematics. N.Y.: Springer, 2011, 511 p.
24. *Babenko K.I.* Investigation of hydrodynamic stability by means of computers // *Fluid Dyn. Trans.*, 1980, vol. 10, pp. 9–75.
25. *Babenko K.I., Afendikov A.L.* On the occurrence of turbulence in viscous incompressible fluid flows // in: *Mech.&Sci. Techn. Prog. M.: Nauka*. 1987. (in Russian).
26. *Babenko K.I., Rahmanov A.I.* Proof-based calculations in the surface wave problem // in: *Designing Algorithms and Solving Problems of Mathematical Physics*. Moscow: KIAM RAS, 1989. pp. 123–127. (in Russian).
27. *Babenko K.I., Petrovich V.Yu.* On the Rayleigh–Taylor instability // Preprint no. 68, Moscow: KIAM RAS, 1975. 25 p. (in Russian)
28. *Babenko K.I., Petrovich V.Yu.* On the Rayleigh–Taylor instability // *Sov. Phys. Doklady*, 1979, vol. 24, pp. 161–163.
29. *Babenko K.I., Petrovich V.Yu.* Numerical study of the Rayleigh–Taylor instability problem // *Sov. Phys. Doklady*, 1980, vol. 25, pp. 909–912.
30. *Babenko K.I., Petrovich V.Yu.* On Rayleigh–Taylor instability // in: *To the 75th anniversary of academician A.N. Tikhonov. Actual problems of mathematical physics and computational mathematics*. M.: Nauka, 1984. (in Russian)
31. *Babenko K.I.* Computational experiment and evidence-based calculations in the surface wave problem // Preprint no. 116. Moscow: KIAM RAS, 1986. 28 p. (in Russian)
32. *Babenko K.I.* Some remarks on the theory of surface waves of finite amplitude // *Sov. Math. Doklady*, 1987, vol. 35, pp. 599–603.
33. *Babenko K.I.* A local existence theorem in the theory of surface waves of finite amplitude // *Sov. Math. Doklady*, 1987, vol. 35, pp. 647–650.
34. *Babenko K.I., Petrovich V.Yu., Rahmanov A.I.* A computational experiment in the theory of surface waves of finite amplitude // *Sov. Math. Doklady*, 1989, vol. 38, pp. 327–331.
35. *Babenko K.I., Petrovich V.Yu., Rahmanov A.I.* On a demonstrative experiment in the theory of surface waves of finite amplitude // *Sov. Math. Doklady*, 1989, vol. 38, pp. 626–630.
36. *Plotnikov P.I., Toland J.F.* Convexity of Stokes waves of extreme form // *Arch. Rat. Mech. Anal.*, 2004, vol. 171, pp. 349–416.
37. *Dyachenko A.I., Kuznetsov E.A., Spector M.D., Zakharov V.E.* Analytic description of the free surface dynamics of an ideal fluid (canonical formalism and conformal mapping) // *Phys. Lett. A*, 1996, vol. 221, no 1–2, pp. 73–79.
38. *Shargorodsky E., Toland J.F.* Riemann–Hilbert theory for problems with vanishing coefficients that arise in nonlinear hydrodynamics // *J. Funct. Anal.*, 2003, vol. 197, pp. 283–300.
39. *Dyachenko A.I., Dyachenko S.A., Lushnikov P.M., Zakharov V.E.* Traveling capillary waves on the boundary of a disc of poles in two-dimensional hydrodynamics with free surface: new constants of motion. // *J. Fluid Mech.*, 2019, vol. 874, pp. 891–925.
40. *Lushnikov P.M., Dyachenko S.A., Silantyev D.A.* New conformal mapping for adaptive resolving of the complex singularities of Stokes wave // *Proc. R. Soc. A*, 2017, vol. 473: 20170198. <http://dx.doi.org/10098/rspa.2017.0198>. 2017.