УДК 551.214

РАЗРУШЕНИЕ ЛАВОВОГО КУПОЛА ПОДВОДНОГО ВУЛКАНА

В. А. Андрущенко[1,*], В. А. Головешкин[2,3], И. В. Мурашкин[1,**], Н. Н. Холин[2]

[1] *Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, Россия*
[2] *МИРЭА – Российский технологический университет, Москва, Россия*
[3] *Институт прикладной механики РАН, Москва, Россия*
**e-mail: andrusviktor@ya.ru*
***e-mail: murashkin@inbox.ru*

Поступила в редакцию 10.01.2019 г.
После доработки 21.05.2019 г.
Принята к публикации 14.06.2019 г.

Исследуется напряженное состояние и разрушение лавового купола подводного вулкана, подверженного воздействию температурных градиентов и внешнему давлению со стороны горячего расплава магмы и холодного слоя воды. Для математического моделирования поведения лавовых куполов используются методы линейной теории упругости и статистической теории прочности. В ходе оценочных расчетов выявлено, что температурные градиенты играют не менее важную роль в процессе разрушения лавового купола, чем внешнее давление. Установлено, что процесс разрушения лавового купола происходит послойно и определяется время его разрушения.

Ключевые слова: подводный вулкан, лавовый купол, магма, давление, термоупругие напряжения, сдвиговые напряжения, разрушение

DOI: 10.1134/S0032823519040027

Введение. Изучению механики процессов извержения континентальных вулканов уделялось большое внимание (см., например, [1–5]), в то же время динамика извержения подводных вулканов становилась объектом исследований значительно реже. Анализ напряженного состояния лавового купола подводного вулкана и его возможное разрушение представлены ниже. Лавовый купол является продуктом экструзивного извержения вулкана, представляющим собой объем кристаллизованной лавы, венчающий его жерло. Поскольку теплоемкость воды на три порядка выше теплоемкости воздуха, то и процесс кристаллизации расплава в воде протекает с большей интенсивностью. Поэтому, если устье подводного вулкана погружено в воду, то его обычно венчает лавовый купол, который в ряде случаев может достигать чрезвычайно больших размеров. Так, в ходе изучения кальдеры Кикай, расположенной на юго-западе Японии в Восточно-Китайском море, ученые из университета Кобе обнаружили подводный лавовый купол диаметром более 20 км и высотой 600 м [6]. Имеются доказательства того, что в настоящее время обнаруженный лавовый купол продолжает расти и в его окрестности проявляется вулканическая активность. В случае разрушения лавового купола и извержения вулкана в окружающую среду может быть выброшено около 32 кубических километров продуктов взрывного извержения, что позволяет причислить его к числу супервулканов.

Подводные вулканы отличаются от континентальных двумя особенностями. Первая – давление верхнего слоя воды, которое влияет на температуру ее испарения и прочность лавового купола. Эта особенность характерна для глубоководных вулканов, полностью погруженных в океан. Вторая особенность – возможность непосредственного контакта горячей магмы с холодной водой, что может привести к фреатомагматическому взрыву. Наиболее известным из подводных вулканов, проявивших себя за последние 150 лет является вулкан Кракатау (1883 год, Зондский пролив). В результате обрушения кальдеры обнажилось его жерло и стало возможным взаимодействие расплава магмы с холодной водой, что в конечном итоге привело к фреатомагматическому взрыву и последующему мощному извержению. Извержение Кракатау вызвало образование смертоносного цунами, унесшего жизни тридцати шести тысяч человек.

Фреатомагматические взрывы происходят не только при подводных океанических извержениях, но и в случае разрушения "пробки", которая служит дном вулканического озера. Наиболее значительным извержением подводного вулкана такого типа за последние десятилетия считается извержение в Карымском озере (Камчатка) в 1996 г. [7].

Лавовый купол можно рассматривать в качестве мембраны, разделяющей области высокого и низкого давлений в задаче о распаде произвольного разрыва [8]. В результате разрушения мембраны (лавового купола) вниз по сжатой высоким давлением (от 40–60 МПа в магматическом очаге до 4–15 МПа в устье жерла вулкана [2]) магме распространится волна разгрузки, которая приведет к появлению зоны декомпрессии, а вверх в окружающую среду распространится ударная волна. Как и в случае фреатомагматического взрыва, появление зоны декомпрессии приведет к фрагментации магмы и последующему мощному взрывному извержению [1]. Расчеты показывают, что ни фреатомагматический взрыв, ни распад произвольного разрыва сами по себе не обладают достаточной энергией для осуществления прорыва продуктами взрывного извержения вулкана верхнего слоя воды и инициирования разрушительной волны цунами, но они могут стать механизмами запуска процесса взрывного извержения вулкана при разрушении лавового купола.

Для целей математического моделирования процесса течения магмы в жерле вулкана важным является вопрос о его размере и форме. Здесь принимается форма канала, близкая к классическому описанию кимберлитовой трубки, сделанному Г. Клоосом в 1921 г., при котором сечение канала изометрической формы уменьшается с глубиной и переходит через проем между литосферными плитами или трещину на дне океана в магматический очаг (см. рис. 1).

Сравнительно недавно на дне океанов были обнаружены протяженные лавовые купола, образованные в результате экструзивного истечения магмы через трещину на дне океана или через проем между литосферными плитами. Так, например, при Суматранско-Андаманском землетрясении 2004 г. максимальное смещение плит достигало 20 м, а длина начальной части разрыва составляла 500 км. Значения критических напряжений, возникающих в протяженных лавовых куполах, имеющих осевую симметрию, отличаются от аналогичных значений в случае сферической симметрии (см. рис. 1). Количественно вид симметрии влияет на значения критических напряжений, рассчитываемых по предлагаемой здесь методике, но качественно картина при этом не изменяется. Поэтому полученные ниже результаты могут быть отнесены и к случаю протяженных лавовых куполов.

Методом линейной теории упругости проводятся исследования вклада неоднородного температурного поля и внешнего давления со стороны горячей магмы и верхнего слоя холодной воды в разрушение лавового купола. Для хрупких горных пород с неоднородной структурой, таких как базальт, в испытаниях на сжатие проявляется масштабный фактор – размеры испытуемых образцов влияют на механические свойства материала. В соответствии со статистической теорией прочности далее используется зависимость предела прочности от размера испытуемого объекта [9], что позволяет определить особенности и время разрушения лавового купола. Исследование процесса разрушения лавовых куполов как возможного триггера эксплозивного извержения

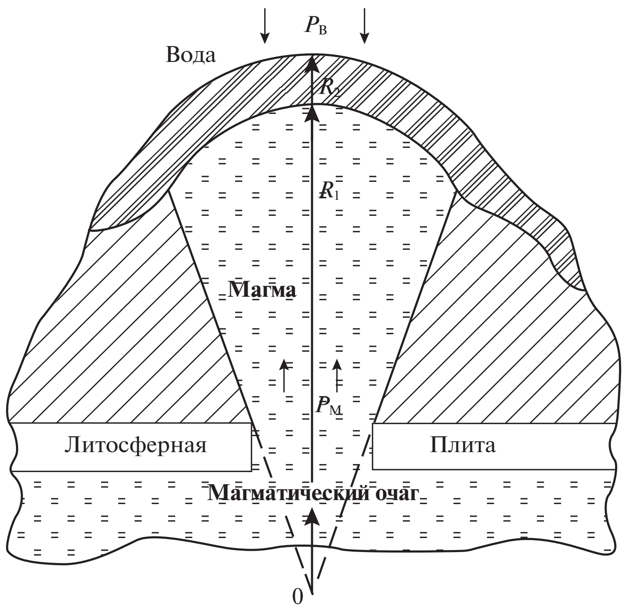

Рис. 1.

подводного вулкана представляет самостоятельный интерес, этой проблеме и посвящена настоящая работа.

1. Распределение температуры внутри шарового слоя. Для оценки характера распределения температуры T внутри шарового слоя с учетом малости толщины по сравнению с радиусом купола, можно рассмотреть решение одномерного уравнения теплопроводности [10]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}, \tag{1.1}$$

с начальными и граничными условиями

$$T(r,0) = T_0 \quad \text{при} \quad (0 \le r < \infty), \quad T(0,t) = T_M,$$

где a — коэффициент температуропроводности, t — время, r — пространственная координата, T_M — температура магмы.

Решение уравнения (1.1) представляется в виде:

$$T = K\left[1 - \frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^{\frac{r}{\sqrt{2at}}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)dz\right] + T_0 \tag{1.2}$$

Коэффициент $K = T_M - T_0$ в формуле (1.2) представляет собой разность температуры на нижней границе лавового купола с магмой или газом, выделившимся при ее дегазации, и начальной температуре купола. Далее при исследовании процесса нагрева охлажденного тела (кристаллизованной лавы), его начальная температура полагается равной нулю.

2. Определение напряженно-деформированного состояния упругого шарового слоя при наличии неоднородного температурного поля. Пусть $T(r,t)$ — распределение температуры в упругом шаровом слое с внешней и внутренней границами при $r = R_1$ и R_2 соответственно (см. рис. 1). Задача термоупругости для определения напряженно-деформированного состояния в шаровом слое рассматривается в квазистатической постановке, то есть в пренебрежении волновыми процессами, а время t рассматривается как некоторый параметр. В силу сферической симметрии имеются только радиальные перемещения $u(r)$, остальные перемещения равны нулю. Тогда уравнение и граничные условия для определения этой функции имеют вид [11]:

$$(\lambda + 2G)\left[\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{du}{dr} - \frac{2}{r^2}u\right] = (3\lambda + 2G)\,\alpha\frac{dT}{dr} \qquad \sigma_r = 0, \quad \text{при} \quad r = R_1 \quad \text{и} \quad R_2, \tag{2.1}$$

где λ, G — постоянные Ламе; α — коэффициент температурного расширения.

При условии отсутствия силы тяжести и равенства нулю давления слоя воды и магмы, а, следовательно, равенства нулю радиальных напряжений на внешней границе, решение данного уравнения имеет вид:

$$u = \frac{\alpha}{r^2}\frac{(3\lambda + 2G)}{(\lambda + 2G)}\int_{R_1}^{r} Tz^2dz + \frac{Ar}{\lambda + 2G} + \frac{B}{\lambda + 2G}\frac{1}{r^2} \tag{2.2}$$

Для констант интегрирования A и B из граничных условий получится:

$$A = \frac{4\alpha G}{R_2^3 - R_1^3}\int_{R_1}^{R_2} Tz^2dz, \quad B = \frac{(3\lambda + 2G)\,\alpha R_1^3}{R_2^3 - R_1^3}\int_{R_1}^{R_2} Tz^2dz$$

В силу сферической симметрии для оценки напряженного состояния достаточно оценить только значения σ_r и σ_φ. Их значения определяются соотношениями:

$$\begin{gathered}\sigma_r = -\frac{4\alpha G(3\lambda + 2G)}{(\lambda + 2G)\,r^3}\int_{R_1}^{r} Tz^2dz + \frac{(3\lambda + 2G)\,A}{(\lambda + 2G)} - 4G\frac{1}{(\lambda + 2G)}\frac{B}{r^3} \\ \sigma_\varphi = \frac{2\alpha G(3\lambda + 2G)}{(\lambda + 2G)\,r^3}\int_{R_1}^{r} Tz^2dz + \frac{(3\lambda + 2G)\,A}{(\lambda + 2G)} + 2G\frac{1}{(\lambda + 2G)}\frac{B}{r^3} - 2\alpha TG\frac{(3\lambda + 2G)}{(\lambda + 2G)}\end{gathered} \tag{2.3}$$

Известно, что для большинства материалов наибольшую опасность представляют сдвиговые напряжения. Максимальные сдвиговые напряжения определяются как:

$$\tau_m = \frac{1}{2}(\sigma_r - \sigma_\varphi) = G\left(\frac{du}{dr} - \frac{u}{r}\right),$$

откуда с учетом соотношения (2.3) следует:

$$\tau_m = \frac{G}{\lambda + 2G}\left[(3\lambda + 2G)\,\alpha T - \frac{3\alpha}{r^3}(3\lambda + 2G)\int_{R_1}^{r} Tz^2dz - \frac{B}{r^3}\right] \tag{2.4}$$

Сжимающие напряжения σ_φ на внутренней границе нагретого слоя с учетом малости его толщины $\frac{\sqrt{2\alpha t}}{R_2} \ll 1$ запишутся в виде:

$$\sigma_\varphi = -2G\frac{3\lambda + 2G}{\lambda + 2G}\alpha K \tag{2.5}$$

Из соотношений (2.5) и (2.6) следует соотношение для максимального напряжения сдвига:

$$\tau_m = G\frac{3\lambda + 2G}{\lambda + 2G}\alpha K \tag{2.6}$$

Соотношение (2.6) с использованием параметров E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона перепишется в виде:

$$\tau_m = \frac{E}{2(1-\nu)}\alpha K \tag{2.7}$$

3. Влияние масштабного фактора на прочность лавового купола. Согласно статистической теории прочности зависимость предела прочности от размера оценивается формулой [9]:

$$\tau_m = \tau_*(l_*/l)^{1/m}, \tag{3.1}$$

где τ_m и τ_* – предельные значения прочности тела при значениях характерной длины l и l_*. Масштабный фактор m для базальта равен 6 (растяжение) и 12 (сжатие). Из формулы (3.1) следует, что для базальта при увеличении размера образца на порядок предельная прочность уменьшается в два раза.

Если в качестве размера в формуле (3.1) берется высота прогретого слоя лавового купола $l \approx \sqrt{at}$, то при достижении им критической величины, происходит его разрушение. При $K = 1000$°C и механических характеристиках базальта: $E = 7250$ МПа, $\alpha = 1.2\times10^{-5}$ (град)$^{-1}$, $\nu = 0.3$ имеем $\tau_m \approx 6.3\times10^{7}$ Па, принимая $m = 6$ – $\tau_* = 2.4\times10^8$ Па.

$$l_p = \sqrt{at_p} = l_*/^m, \quad t_p = 4\times10^{-4}R^2/a \tag{3.2}$$

Если принять $R = R_1 = 6000$ м, $a = 0.001$ м^2/с, то для толщины разрушенного слоя получим $l_p = 120$ м, время разрушения $t_p = 4000$ с.

4. Критические сдвиговые напряжения, возникающие в лавовом куполе в результате внешнего давления со стороны магмы и верхнего слоя воды. Предположим, что температурные градиенты внутри лавового купола равны нулю, а граничные условия имеют вид:

$$\sigma_r = P_M \quad \text{при} \quad r = R_1, \quad \sigma_r = P_B \quad \text{при} \quad r = R_2,$$

(здесь P_M – давление магмы, P_B – давление воды, R_1 и R_2 – внутренний и внешний радиусы шарового слоя (см. рис. 1)). В этом случае из соотношения (2.1) для τ_m получим:

$$\tau_m = \frac{3}{4}\frac{R_1^3R_2^3}{\left(R_2^3-R_1^3\right)}\frac{(P_M-P_B)}{r^3} \tag{4.1}$$

Если толщина слоя мала $(R_2-R_1) \ll R_2$, то соотношение (4.1) перепишется в виде:

$$\tau_m = \frac{1}{4}\frac{1}{(1-\delta)}(P_M-P_B), \tag{4.2}$$

где $\delta = R_1/R_2$.

Из соотношений (4.1) и (4.2) следует, что давление со стороны магмы компенсируется давлением толщи воды. При $P_M = 5$ МПа ($P_M = 5$ МПа – нижняя граница исследуемого интервала) и $P_B = 1$ МПа на глубине 500 м: $\tau_m = 0$.

5. Некоторые оценки критических сдвиговых напряжений для двух силовых факторов: неравномерно распределенной по толщине купола температуры и давления со стороны толщи воды и магмы. Ранее [2] были приведены оценки возможного давления в магматическом очаге – 40–60 МПа. В процессе подъема магмы от очага до устья вулкана давление падает из-за гидравлических потерь, вязкости магмы, трения расплава о стенки жерла вулкана, дегазации магмы и на выходе составляет 4–15 МПа. В этих пределах рассматриваются оценки для двух пар значений P_M и P_B: $P_M = 5$ МПа, $P_B = 1$ МПа и $P_M = 13$ МПа, $P_B = 1$ МПа. Давление $P_B = 1$ МПа соответствует глубине погружения лавового купола на 100 м. Используя соотношение (4.2), получим: $\tau_m = 12$ МПа в первом случае и $\tau_m = 36$ МПа во втором случае (в обоих вариантах параметр $\delta = R_1/R_2 = 11/12$).

Используя соотношение (2.7) и данные для механических характеристик базальта получим оценку напряженного состояния с учетом температурных напряжений при перепаде температур $K = T = 1000°C$: $\tau_m = 62$ МПа.

Заметим, что допустимые значения сдвиговых напряжений в испытаниях на сжатие лежат в широких пределах от 25 до 150 МПа, и в силу неоднородности температурного поля в эти пределы попадают максимальные напряжения. В оценочных расчетах из-за использования модели линейной теории упругости получены завышенные по сравнению с наблюдаемыми значения максимальных сдвиговых напряжений. Анализ степени вклада неоднородности распределения температуры и давления со стороны слоя воды и магмы в процесс разрушения лавового купола позволяет сделать вывод о необходимости учета температурных напряжений при прочностных расчетах лавового купола.

Из соотношений (2.7) и (4.2) можно определить зависимость значений $\delta_* = R_1/R_2$ от разности давлений P_M и P_B, при которых вклады температурных градиентов и давления со стороны магмы и слоя жидкости в максимальное значение напряжения сдвига равны:

$$\delta_* = R_1/R_2 = 1 - \left(P_M - P_B\right)/248. \tag{5.1}$$

Поскольку соотношение (5.1) получено в предположении $\left(R_2 - R_1\right) \ll R_2$, то максимальное значение разности давлений $(P_M - P_B)$, соответствующее $\delta_* = 0.1$, составит 24.8 МПа, что превышает верхнюю границу исследуемого диапазона давлений в устье вулкана. Для шарового слоя с внутренним радиусом $R_1 = 6000$ м толщина разрушенного слоя, соответствующая разности давлений $(P_M - P_B) = 14$ МПа составит 350 м. Для слоя высотой 350 м вклады в процесс разрушения неоднородности температуры и давления $(P_M - P_B)$ равны.

Заключение. 1. На основе линейной теории упругости решены задачи определения критических напряжений в лавовых куполах, подверженных воздействию внешних факторов — температуры и давления.

2. Расчеты по предложенной методике позволили сравнить наиболее опасные, с точки зрения разрушения лавового купола, воздействия температурных градиентов и внешнего давления со стороны магмы и океанического слоя воды. Сравнение критических напряжений показало, что вклад температурных градиентов в разрушение лавового купола велик и должен учитываться в конкретных прочностных расчетах.

3. Расчеты термоупругих напряжений показали, что разрушение лавового купола вследствие температурных градиентов происходило послойно.

4. Приведена оценка времени разрушения лавового купола.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Алидибиров М.А.* Модель высвобождения энергии при вулканических взрывах вулканского типа // Вулканология и сейсмология. 1987. № 4. С. 50–58.
2. *Слезин Ю.Б.* Механизм вулканических извержений (стационарная модель). М.: Научный мир, 1998. 127 с.
3. *Бармин А.А., Мельник О.Э.* Гидродинамика вулканических извержений // Успехи механики. 2002. № 1. С. 32–60.
4. *Мельник О.Э., Бармин А.А., Спаркс С.* Беспокойная жизнь лавовых куполов // Природа. 2006. № 3. С. 31–43.
5. *Мельник О.Э., Афанасьев А.А., Зарин Г.А.* Дегазация магмы при подъеме по каналу вулкана, пересекающему водонасыщенные породы // Докл. АН. 2016. Т. 468. № 2. С. 162–165.

6. *Tatsumi Y., Suzuki-Kamata K., Matsuno T. et al.* Giant rhyolite lava dome formation after 7.3 ka supereruption at Kikai caldera // Geophys. Volcanol. 2018. V. 8. № 2753. P. 1–9.
7. *Федотов С.А.* Об извержениях в кальдере Академии наук и Карымского вулкана на Камчатке в 1996 г., их изучении и механизме // Вулканология и сейсмология. 1997. № 5. С. 3–37.
8. *Рахматулин Х.А., Шемякин Е.И., Демьянов Ю.А., Звягин А.В.* Прочность и разрушение при кратковременных нагрузках. М.: Логос, 2008. 616 с.
9. *Фадеенко Ю.И.* Разрушение метеоритных тел в атмосфере // Физика горения и взрыва. 1967. Т. 3. № 2. С. 276–280.
10. *Холин Н.Н., Головешкин В.А., Андрущенко В.А.* Математические модели волновых явлений в конденсированных средах и динамика метеороидов. М.: Ленанд, 2015. 218 с.
11. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 736 с.

The Destruction of the Lava Dome of the Underwater Volcano

V. A. Andrushchenko[a,#], V. A. Goloveshkin[b,c], I. V. Murashkin[a,##], and N. N. Kholin[b]

[a] *Institute of Computer Aided Design of the RAS, Moscow, Russia*
[b] *Moscow State University of Information Technologies, Radioengineering and Electronics (MIREA), Moscow, Russia*
[c] *Institute of Applied Mechanics of the RAS, Moscow, Russia*
[#]*e-mail: andrusviktor@ya.ru*
[##]*e-mail: murashkin@inbox.ru*

The stress state and destruction of the lava dome of an underwater volcano exposed to temperature gradients and external pressure from hot magma melt and cold water layer are investigated. Methods of linear elasticity theory and statistical strength theory are used for mathematical modeling of behavior of lava domes. In the course of evaluation calculations it was revealed that temperature gradients play no less important role in the process of lava dome destruction than external pressure. It is established that the process of destruction of the lava dome occurs in layers and the time of its destruction is determined.

Keywords: underwater volcano, lava dome, magma, pressure, thermoelastic stresses, shear stresses, destruction

REFERENCES

1. *Alidibirov M.A.* Model of energy release in vulcanian-type volcanic eruptions // Volcanol. Seismol., 1987, no. 4. P. 50–58. (in Russian)
2. *Slezin Yu.B.* Mechanism of Volcanic Eruptions (Stationary Model). Moscow: Nauchnyi Mir, 1998. 127 p. (in Russian)
3. *Barmin A.A., Melnik O.E.* Hydrodynamics of volcanic eruptions // Advances in Mech., 2002, no. 1, pp. 32–60. (in Russian)
4. *Melnik O.E., Barmin A.A., Sparks S.* Unquiet life of lava domes // Priroda (Nature), 2006, no. 3, pp. 31–43. (in Russian)
5. *Melnik O.E., Afanasyev A.A., Zorin G.A.* Magma degassing during eruption through water-saturated porous rocks // Doklady Phys., 2016, vol. 61, no. 5, pp. 235–238.
6. *Tatsumi Y., Suzuki-Kamata K., Matsuno T. et. al.* Giant rhyolite lava dome formation after 7.3 ka supereruption at Kikai caldera // Geophys. Volcanol., 2018, vol. 8, no. 2753, pp. 1–9.
7. *Fedotov S.A.* Study and mechanism of the 1996 Akademii Nauk caldera and Karymsky volcano Eruptions in Kamchatka // Volcanol. Seismol., 1997, no. 5, pp. 3–37. (in Russian)
8. *Rakhmatullin H.A., Shemyakin E.I., Demyanov Yu.A., Zvyagin A.V.* Strength and Fracture under Short-Time Loads. Moscow: Logos, 2008. 616 p. (in Russian)
9. *Fadeenko Y.I.* Destruction of meteoroids in the atmosphere // Combust., Explos., Shock Waves, 1967, vol. 3, no. 2, pp. 172–174.
10. *Kholin N.N., Goloveshkin V.A., Andrushchenko V.A.* Mathematical Models of Wave Phenomena in Condensed Matter and Dynamics of Meteoroids. Moscow: Lenand, 2015. 218 p. (in Russian)
11. *Tikhonov A.N., Samarskiy A.A.* Equations of Mathematical Physics. N.Y.: Dover, 2011. 800 p.