

**УЗКОПОЛОСНЫЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ ГЕНЕРАТОР СВЕТА
НА ОСНОВЕ ПЕРИОДИЧЕСКИ-ПОЛЯРИЗОВАННОЙ СТРУКТУРЫ
НИОБАТА ЛИТИЯ С ОБЪЕМНОЙ БРЭГГОВСКОЙ РЕШЕТКОЙ**

© 2022 г. Н. Ю. Костюкова^{а,*}, Е. Ю. Ерушин^а,
А. А. Бойко^а, Д. Б. Колкер^а

^а Новосибирский национальный исследовательский государственный университет
Россия, 630090, Новосибирск, ул. Пирогова, 2

*e-mail: n.duhovnikova@gmail.com

Поступила в редакцию 18.03.2022 г.

После доработки 03.05.2022 г.

Принята к публикации 15.05.2022 г.

Разработан узкополосный источник излучения на основе параметрического генератора света в вырожденном режиме с кристаллом MgO:PPLN и объемной брэгговской решеткой с длиной волны 2128 нм. Сигнальная волна разработанного генератора перестраивается в спектральном диапазоне 2041–2106 нм, а холостая волна — в диапазоне 2152–2224 нм с шириной линии порядка 0.5–0.89 нм. В качестве выходного зеркала использованы пять зеркал с разными коэффициентами отражения ($R = 55, 60, 66.5, 79.5, 88.6\%$) для генерируемого излучения. Максимальный уровень мощности, около 1 Вт (200 мкДж), достигнут на длине волны 2128 нм при использовании зеркала с коэффициентом отражения 55%. Измеренные показатели качества пучка генерируемого излучения составили 3.6 по вертикали и 4.2 по горизонтали.

DOI: 10.31857/S0032816222060076

1. ВВЕДЕНИЕ

Лазерные источники, генерирующие излучение в безопасной для глаз области спектра, около 2 мкм, имеют множество применений, таких как мониторинг окружающей среды, медицина и научные исследования. Наличие линий поглощения некоторых атмосферных газов, в том числе CO₂ и N₂O, в этой области спектра позволяет использовать двухмикронные источники излучения для лидарных систем [1, 2]. Минимальная глубина проникновения такого излучения в ткани человеческого тела и поглощение воды в этом диапазоне позволяют использовать эти источники для нейрохирургии, отоларингологии, урологии и других медицинских приложений [2–4]. Также двухмикронные источники могут применяться в качестве источников накачки для параметрических генераторов света (ПГС) среднего инфракрасного диапазона [2, 5]. В данной области спектра основными источниками являются дискретно перестраиваемые твердотельные лазеры на основе кристаллов, легированных ионами тулия Tm³⁺ и гольмия Ho³⁺ [2, 6, 7]. Альтернативным методом генерации излучения с длиной волны 2 мкм является использование вырожденного ПГС с накач-

кой неодимовым лазером на длине волны 1 мкм [5, 8]. В таких схемах необходимо дополнительно применять специальные способы сужения ширины спектральной линии, например использовать инжектирующие лазеры [9] или селективные элементы, такие как дифракционные решетки [10], призмы [10], эталоны Фабри–Перо [11] и объемные брэгговские решетки (ОБР) [5, 12].

Периодическая модуляция показателя преломления ОБР, также называемых объемными голографическими решетками, позволяет добиться отражения на фиксированной длине волны в некоторой узкой полосе пропускания света — на порядки уже, чем у селективных зеркал [12]. В 2005 году было впервые продемонстрировано применение ОБР в качестве элемента резонатора ПГС [13]. Авторам указанной работы удалось уменьшить (до 0.16 нм) ширину линии сигнальной волны ПГС на основе кристалла РКТР (Periodically poled potassium titanyl phosphate) с накачкой излучением второй гармоникой Nd:YAG-лазера с длиной волны 532 нм. Немного позднее эта идея была применена для ПГС в вырожденном режиме с длиной волны порядка 2 мкм [5, 14, 15]. В работе [14], посвященной ПГС на основе PPLN (Periodically poled lithium niobate) с ОБР,

ширина линии сигнальной волны составила 0.44 нм на длине волны 2008 нм, а ширина линии холостой волны — 0.72 нм на длине волны 2264 нм, максимально достигнутый уровень энергии выходного излучения составил 156 мкДж при частоте следования импульсов 10 кГц. При этом длина волны излучения не перестраивалась. Очень высокий уровень энергии, 50 мДж, на частоте следования 30 Гц был достигнут в работе [15]. Для достижения таких рекордных энергетических характеристик авторы использовали кристалл PPLN длиной 36 мм с большой апертурой (5×5 мм). Длина волны выходного излучения была фиксирована и составляла 2128 нм с шириной линии 1.5 нм. В работе [9] описывается схема параметрического усилителя с инжектированием излучения ПГС на основе РРКТР. В такой конфигурации продемонстрирован уровень выходной энергии 52 мДж на длине волны 2131.3 нм. Ширина линии инжектирующего излучения составляла 0.56 нм, при этом длина волны перестраивалась в небольшом диапазоне (около 21 нм).

Ранее мы продемонстрировали в работе [16] ПГС на основе PPLN с ОБР, специфицированной для уменьшения ширины линии излучения с длиной волны 2117 нм при нормальном угле падения. Длина холостой волны перестраивалась в диапазоне от 2050 до 2117 нм для сигнальной волны и от 2140 до 2208 нм для холостой волны с шириной линии порядка 1 нм. При этом средняя мощность выходного излучения составила 617 мВт при частоте следования импульсов 5 кГц.

В настоящей работе представлена оптимизированная схема экспериментальной установки. Использование ОБР, специфицированной для отражения излучения с длиной волны 2128 нм при нормальном угле падения, и выходного зеркала резонатора ПГС с коэффициентом отражения 55% позволило увеличить эффективность преобразования излучения накачки с 10 до 18.7%. Проведено исследование зависимости уровня мощности выходного излучения от коэффициента отражения выходного зеркала для генерируемого излучения. Показано, что при использовании зеркала с коэффициентом отражения 55% достигнут максимальный уровень средней мощности выходного излучения ~1 Вт. Описанный подход позволил впервые получить столь широкий диапазон перестройки длины волны (2041–2128 нм для сигнальной волны и 2128–2224 нм для холостой волны) для узкополосного ПГС на основе периодически поляризованного кристалла ниобата лития, легированного оксидом магния (MgO:PPLN), в режиме, близком к вырожденному, с ОБР.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

На рис. 1 показана схема экспериментальной установки ПГС на основе MgO:PPLN, работающей в режиме, близком к вырожденному. Для накачки ПГС использовался импульсный Nd:YVO₄-лазер (Canlas Laser Processing GmbH) с длиной волны 1064 нм. Лазер излучал импульсы длительностью 8 нс с частотой следования 5 кГц. Ширина линии излучения лазера накачки была измерена при помощи Angstrom LSA L IR-спектрометра (HighFinesse GmbH) со спектральным разрешением около 45 пм и составила 230 пм. Пространственный профиль пучка близок к гауссову, показатель качества пучка $M^2 \approx 1.2$. Для предотвращения повреждения оптических элементов излучателя лазера использовался оптический изолятор Фарадея (ОИ), предотвращающий попадание отраженного излучения обратно в выходное окно лазера. Вертикальная поляризация излучения накачки обеспечивалась при помощи полуволновой пластинки ($\lambda/2$), на рабочие поверхности которой нанесено просветляющее покрытие. Телескоп, состоящий из двух линз L_1 и L_2 с фокусными расстояниями $f_1 = 174$ мм и $f_2 = -100$ мм, обеспечивал в кристалле PPLN требуемый размер луча: $d_x = 1.3$ мм и $d_y = 1.5$ мм (по уровню e^{-2}) — с полным углом расходимости порядка 0.25 мрад. Для ввода излучения накачки в резонатор ПГС, образованный зеркалами M_2 и M_3 , использовалось дихроичное зеркало M_1 с высоким коэффициентом отражения для излучения накачки ($HRs(45^\circ, 1064 \text{ нм}) > 99.9\%$) и высоким коэффициентом пропускания для излучения с длиной волны порядка 2 мкм ($Ts(45^\circ, 2100\text{--}2150 \text{ нм}) \approx 95\%$). Диэлектрическое зеркало M_2 отражает 99.9% генерируемого излучения. В качестве выходного зеркала M_3 резонатора ПГС использованы пять зеркал с высоким коэффициентом отражения для излучения накачки ($HRs(0^\circ, 1064 \text{ нм}) > 98.4\%$) и различными коэффициентами отражения для генерируемого излучения ($R = 55, 60, 66.5, 79.5, 88.6\%$).

В качестве нелинейного элемента ПГС использовалась периодически поляризованная структура ниобата лития — MgO:PPLN-кристалл (HC Photonics Corp.) с периодом регулярной доменной структуры 32.25 мкм. Кристалл PPLN длиной 25 мм имел апертуру 3×3 мм с плоскостностью не хуже $\lambda/6$ для излучения с $\lambda = 633$ нм. На рабочие грани кристалла было нанесено антиотражающее (AR) покрытие, обеспечивающее высокий коэффициент пропускания для излучения накачки и генерируемого излучения. Кристалл PPLN располагался внутри термостата (HC Photonics Corp.), который поддерживал оптимальную температуру кристалла на уровне 30–70°C с погрешностью не хуже 0.1°C. Термостат размещался на прецизионной линейной XY-подвижке.

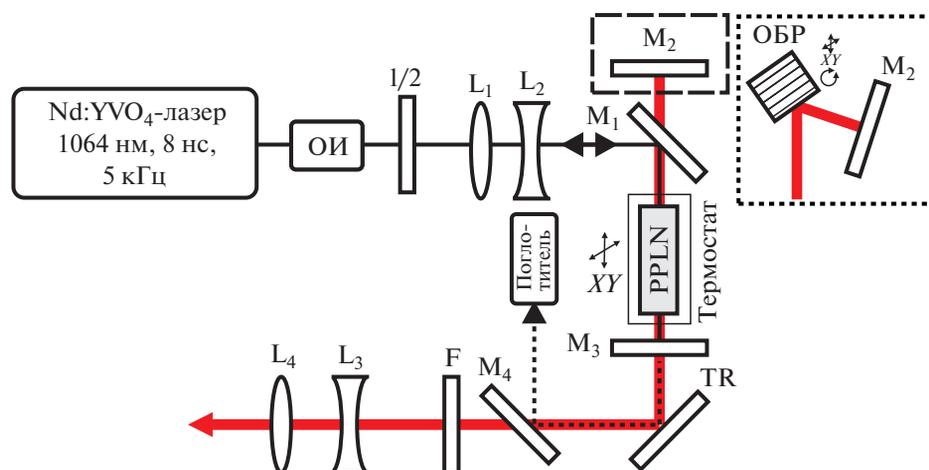


Рис. 1. Оптическая схема ПГС на основе кристалла MgO:PPLN, работающая в режиме, близком к вырожденному. ОИ – оптический изолятор Фарадея; $\lambda/2$ – полуволновая пластинка; L_1 – L_4 – линзы; M_1 – M_4 – диэлектрические ди-хроичные зеркала; TR – отражающее зеркало; F – фильтр. Вариант схемы с ОБР дан в пунктирной рамке.

Для сужения ширины спектральной линии излучения ПГС оптическая схема экспериментальной установки модернизировалась: вместо зеркала M_2 (выделено штриховой линией на рис. 1) использовался комплект из этого зеркала и ОБР, размещенной на линейной XU -подвижке и прецизионной поворотной подвижке (пунктирная линия на рис. 1).

Длина резонатора ПГС без ОБР и с ОБР, размещенной по нормали к оси резонатора, составляла 50 мм. Однако для перестройки длины волны ПГС поворачивалась ОБР, при этом длина резонатора увеличивалась примерно до 80 мм. ОБР, изготовленная университетом ИТМО совместно с АО “ЛЛС”, размером $7 \times 7 \times 5$ мм была специфицирована для уменьшения ширины линии излучения с длиной волны 2128 нм (вырожденный режим) с дифракционной эффективностью 95% при нормальном угле падения.

Излучение ПГС отражалось зеркалом TR и направлялось в измерительную головку измерителя мощности (12A, Ophir). Для дополнительной фильтрации излучения с длиной волны порядка 2 мкм использовалось диэлектрическое зеркало M_4 , размещенное под углом 45° к оси луча, отражающее излучение накачки ($HR(45^\circ, 1064 \text{ нм}) = 99.9\%$) в поглотитель пучка и пропускающее излучение с длиной волны порядка 2 мкм ($T(45^\circ, 2050\text{--}2200 \text{ нм}) = 92\%$). Для дополнительной селекции использовался фильтр (F), пропускающий излучение с длиной волны больше 1500 нм и имеющий высокий коэффициент пропускания для генерируемого излучения НТ ($0^\circ, 2000\text{--}2200 \text{ нм}) > 97\%$. Для уменьшения расходимости выходного излучения

использовалась система линз L_3, L_4 с фокусными расстояниями $f_3 = 30$ мм и $f_4 = 125$ мм.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Для измерения длины волны излучения ПГС использовался спектрометр Thorlabs CCS200/M со спектральным разрешением 2 нм и спектральным диапазоном 200–1000 нм. При помощи данного спектрометра измерялась длина волны излучения генерации суммарной частоты, порождаемой взаимодействием излучения накачки и холостой или сигнальной волн в нелинейном кристалле. Генерация суммарной частоты в нашем случае является слабым паразитным эффектом. Однако именно этот паразитный эффект позволяет нам оценить длины сигнальной и холостой волн ПГС по следующей формуле:

$$\lambda_{s,id} = 1/(1/\lambda_{\text{SFG}} - 1/\lambda_p), \quad (1)$$

где λ_{SFG} – измеренная длина волны генерации суммарной частоты; λ_s – длина сигнальной волны ПГС; λ_{id} – длина холостой волны ПГС; λ_p – длина волны накачки, в нашем случае 1064 нм.

На рис. 2 показаны результаты измерений спектров излучения генерации суммарной частоты для разной температуры кристалла. Для измерения длины волны генерации суммарной частоты коллиматор спектрометра Thorlabs CCS200/M размещался, согласно экспериментальной схеме, перед линзами L_3 и L_4 . В этом случае фильтр F убирался из оптической схемы. Согласно рис. 2, вырожденный режим генерации наблюдался при температуре кристалла 57°C .

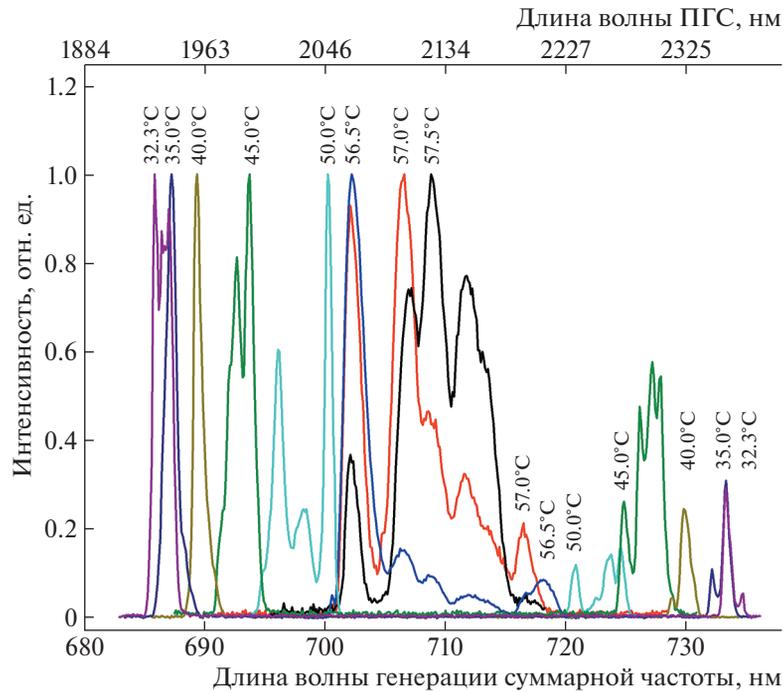


Рис. 2. Спектры излучения генерации суммарной частоты без ОБР для разной температуры кристалла PPLN.

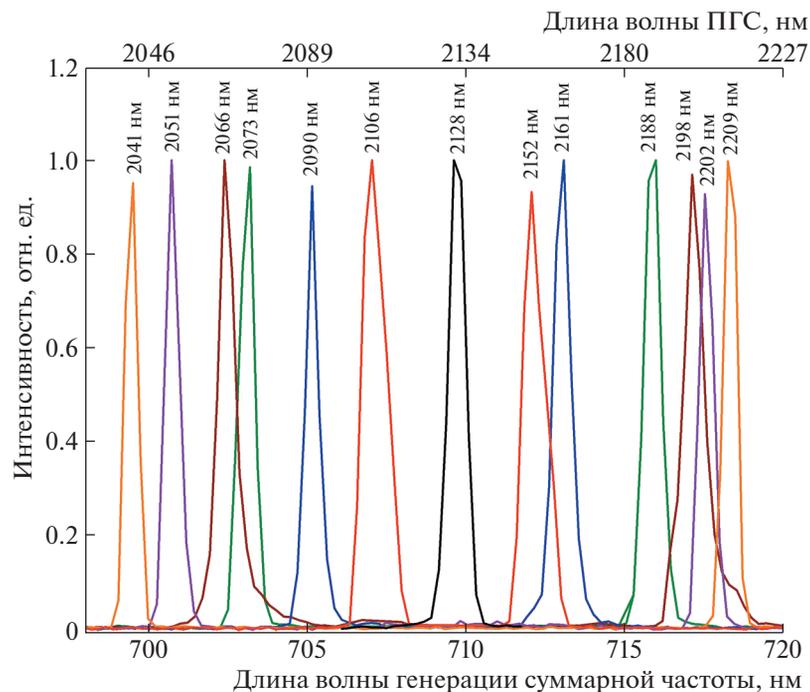


Рис. 3. Спектры излучения генерации суммарной частоты при разных углах поворота ОБР при фиксированной температуре кристалла PPLN 57°C и 50°C (два крайних пика с обеих сторон рисунка).

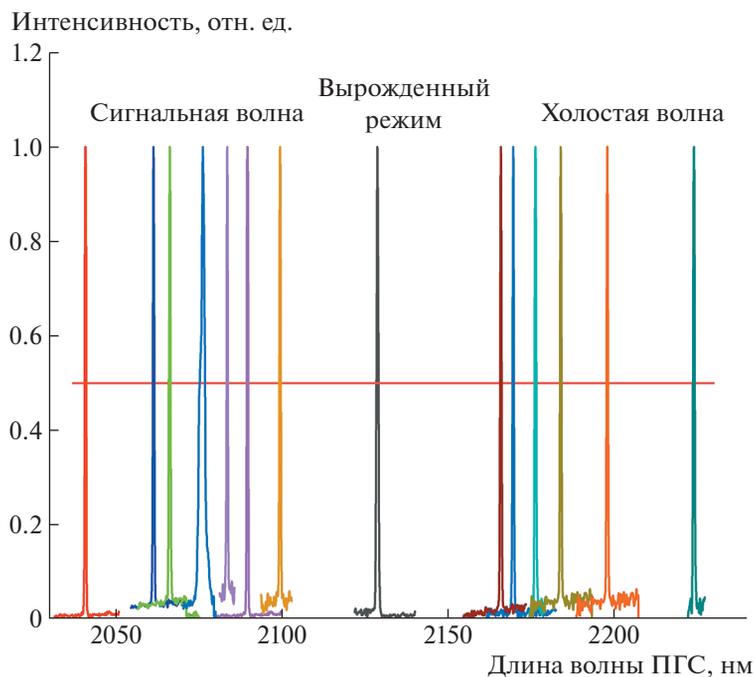


Рис. 4. Спектры излучения сигнальной и холостой волн ПГС при разных углах поворота ОБР.

Спектр излучения паразитной генерации суммарной частоты в схеме ПГС с ОБР при разных углах поворота показан на рис. 3. Значения длин сигнальной и холостой волн указаны над каждым соответствующим пиком. Измерение длины волны генерации суммарной частоты проводилось тем же спектрометром, что и в схеме без ОБР. При больших углах поворота ОБР (более 20° от нормали) для увеличения уровня мощности температура кристалла уменьшалась до 50°C . Как видно из рис. 2, 3, ширина линии излучения в схеме с ОБР значительно уменьшилась.

Длина волны излучения ПГС при разных углах поворота ОБР измерялась при помощи спектрометра WS/5L VisIR2 (HighFinesse/Ångstrom) со спектральным диапазоном 500–2250 нм и разрешением 30 пм (2 ГГц). На рис. 4 показаны измеренные спектры излучения сигнальной и холостой волн ПГС. При нормальном угле падения излучения на ОБР длина волны излучения составила 2128 нм. Этот случай соответствует вырожденному режиму генерации, при котором длины сигнальной и холостой волн равны друг другу. Поворот ОБР относительно оси резонатора позволяет перестраивать длину сигнальной волны в диапазоне 2041–2106 нм, а холостой волны в диапазоне 2152–2224 нм. При этом измеренная ширина линии выходного излучения (полная ширина на полувысоте) составляла 0.5–0.89 нм. Устройство данного спектрометра не позволяет измерять длину волны излучения, если ширина линии пре-

вышает 5 нм, поэтому измерение длины волны и ширины линии излучения ПГС без ОБР напрямую при помощи данного спектрометра не проводилось.

Для оценки ширины линии выходного излучения ПГС без ОБР мы решили преобразовать выходное излучение во вторую гармонику в нелинейном кристалле ВВО. Для данного эксперимента был изготовлен кристалл ВВО с размерами $5 \times 5 \times 10$ мм и углами среза $\varphi = 90^\circ$, $\theta = 22^\circ$. Рассчитанная на основании дисперсионной зависимости из работы [17] угловая ширина синхронизма $\Delta\theta$ для выбранного типа взаимодействия $oo-e$ составила всего 0.063° (1.1 мрад). Небольшая ширина синхронизма в кристалле ВВО позволяет использовать его для сканирования длины волны излучения ПГС. Для этого кристалл ВВО размещался на прецизионной поворотной платформе (шаг $2.4'$). Излучение второй гармоники вводилось в коллиматор спектрометра WS/5L VisIR2 (HighFinesse/Ångstrom). Для оценки ширины спектральной линии ПГС без ОБР температура кристалла PPLN устанавливалась на уровне 57°C , а кристалл ВВО точно поворачивался относительно оси пучка. Таким образом происходило сканирование углов фазового синхронизма в кристалле ВВО, т.е. кристалл выступал в роли перестраиваемого спектрального фильтра. Такой подход позволил оценить ширину линии выходного излучения ПГС без ОБР, как примерно равную 180 нм. На рис. 5 показаны спектры излучения ге-

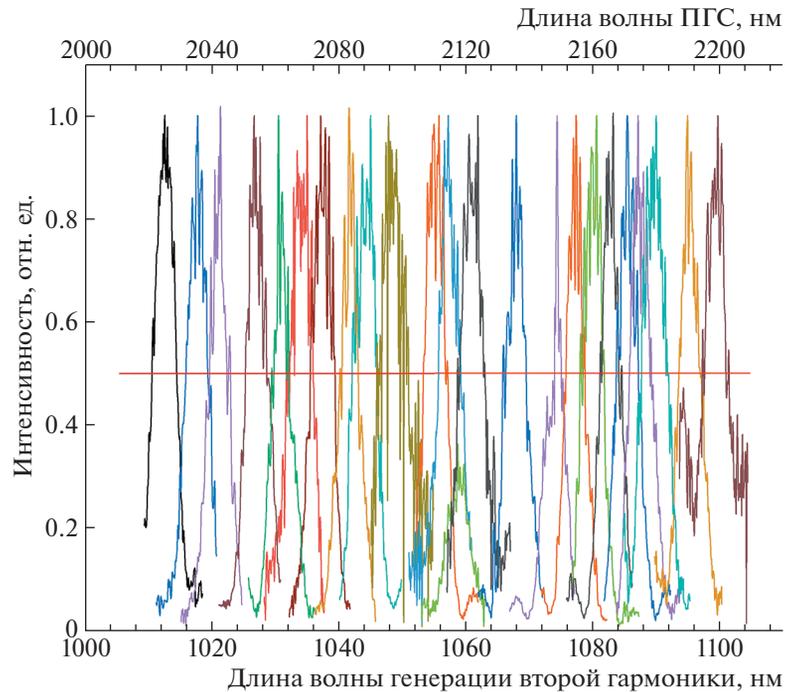


Рис. 5. Спектры излучения генерации второй гармоники при разных углах поворота кристалла ВВО.

нерации второй гармоники при разных углах поворота кристалла ВВО.

Уровень средней мощности излучения накачки измерялся при помощи измерителя мощности L50(150)A (Ophir), размещенного после системы линз L_1 и L_2 . Мощность излучения ПГС измерялась при помощи измерителя мощности 12A (Ophir), расположенного перед системой линз L_3 и L_4 . На рис. 6 представлены зависимости средней мощности излучения ПГС без ОБР (рис. 6а) и с ОБР (рис. 6б) от уровня мощности накачки для выходных зеркал резонатора ПГС с различными коэффициентами отражения для генерируемого излучения: 55, 60, 66.5, 79.5, 88.6%.

Как видно из рис. 6а, максимальный уровень мощности излучения ПГС 2.1 Вт достигнут при использовании зеркала с коэффициентом отражения 55%, при этом эффективность преобразования составила 38.6%. При больших коэффициентах отражения эффект насыщения наступает при меньших уровнях мощности и возникает опасность оптического повреждения нелинейного кристалла.

В схеме с ОБР (рис. 6б) в вырожденном режиме максимальный уровень мощности 1.01 Вт также достигнут при использовании зеркала с коэффициентом отражения 55%, при этом эффективность преобразования составила 18.7%.

Расходимость выходного излучения ПГС измерялась при помощи камеры профилометра Rucosam IV (Ophir), расположенной в оптической схеме перед линзами L_3 и L_4 . Половина угла расходимости излучения ПГС без ОБР составила 2.58 мрад в горизонтальной плоскости и 3.21 мрад в вертикальной, а в случае ПГС с ОБР при нормальном угле падения — 2.51 мрад в горизонтальной плоскости и 3.29 мрад в вертикальной. Для уменьшения угла расходимости излучения ПГС с ОБР дополнительно использовался телескоп, состоящий из двух линз с фокусными расстояниями $f_3 = -30$ мм и $f_4 = 125$ мм. Использование телескопа позволило увеличить диаметр луча до $d_x = 9.4$ мм и $d_y = 10.5$ мм (по уровню e^{-2}) и заметно уменьшить расходимость луча до 0.41 мрад в горизонтальной плоскости и примерно до 0.64 мрад в вертикальной плоскости. Для измерения показателя качества пучка M^2 излучение ПГС фокусировалось линзой из CaF_2 с фокусным расстоянием 100 мм. На рис. 7 показаны 2D-профили пучка ПГС в вырожденном режиме (2128 нм) без ОБР (рис. 7а) и с ОБР в положении нормального падения (рис. 7б), а также результаты аппроксимации M^2 .

Как можно видеть из рис. 7, при использовании ОБР показатель качества пучка немного улучшился.

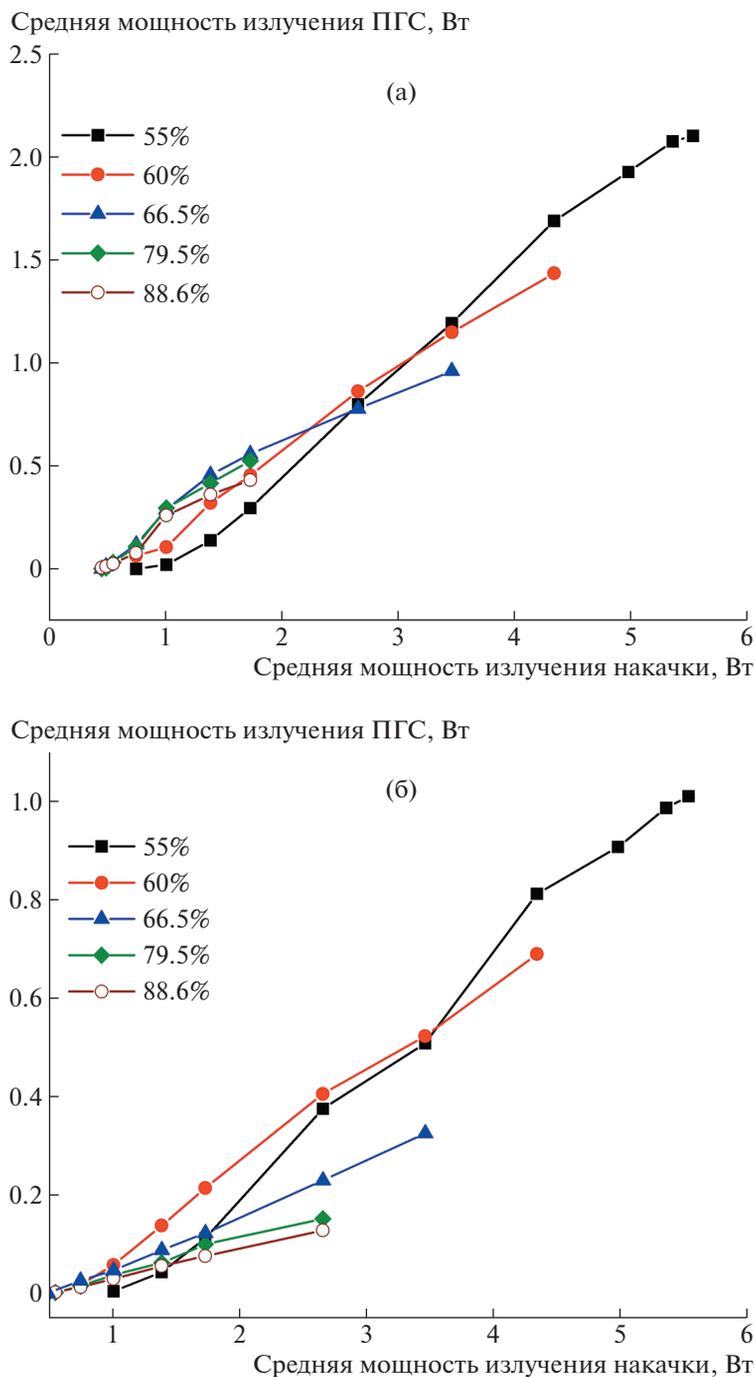


Рис. 6. Зависимости средней мощности излучения ПГС в вырожденном режиме (длина волны 2128 нм) без ОБР (а) и с ОБР (б) от мощности накачки для выходных зеркал резонатора с разными коэффициентами отражения (цифры у обозначений кривых) для генерируемого излучения.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан узкополосный перестраиваемый ПГС на основе кристалла MgO:PPLN с ОБР. Максимально достигнутый уровень средней мощности составил около 1 Вт (5 кГц) на длине волны 2128 нм. Перестройка длины волны излучения в спектраль-

ном диапазоне 2041–2106 нм для сигнальной волны и в диапазоне 2152–2224 нм для холостой волны осуществлялась за счет поворота ОБР относительно оси резонатора ПГС. При этом ширина линии излучения не превышала 1 нм и составляла 0.5–0.89 нм. Использование ОБР позволило сузить

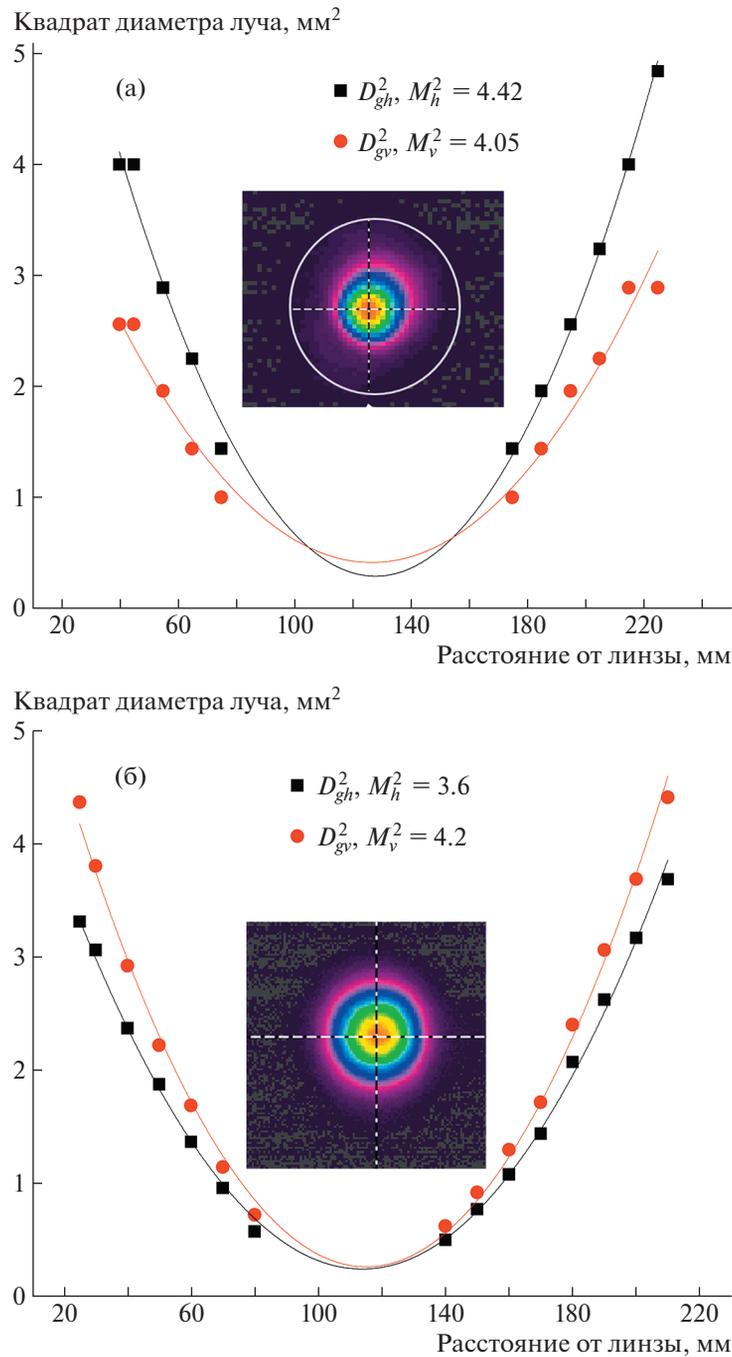


Рис. 7. Результаты измерения M^2 излучения ПГС без ОБР (а) и с ОБР при нормальном угле падения (б), на вставках к рисункам показаны 2D-профили пучков.

ширину линии излучения ПГС более чем в 300 раз. Измеренная расхожимость пучка излучения ПГС в обоих случаях (с ОБР и без нее) практически не изменилась. Параметр качества пучка при использовании ОБР практически не изменился и был оценен как $M_h^2 = 3.6$ в горизонтальной плоскости и $M_v^2 = 4.2$ в вертикальной плоскости. Перестраи-

ваемые узкополосные 2-микронные источники излучения востребованы для решения различных экологических, медицинских и научных задач.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-72-00032).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Taczak T.M., Killinger D.K.* // *Appl. Opt.* 1998. V. 37 P. 8460.
<https://doi.org/10.1364/AO.37.008460>
2. *Scholle K., Lamrini S., Koopmann P., Fuhrberg P.* 2 μm laser sources and their possible applications // *Frontiers in Guided Wave Optics and Optoelectronic* / Ed B. Pal. Croatia: InTech, 2010. P. 471.
<https://doi.org/10.5772/39538>
3. *Kukwa A., Tulibacki M., Dudzjec K., Wojtowicz P.* // *Proc. SPIE. Laser Technology V: Applications in Medicine and Ecology.* (Szczecin, Poland: Laser Technology V, 1996) 1997. V. 3188.
<https://doi.org/10.1117/12.292844>
4. *Wollin T.A., Denstedt J.D.* // *Journal of Clinical Laser Medicine & Surgery.* 1998. V. 16. № 1. P. 13.
<https://doi.org/10.1089/clm.1998.16.13>
5. *Henriksson M., Sjöqvist L., Pasiskevicius V., Laurell F.* // *Opt. Exp.* 2009. V. 17. P. 17582.
<https://doi.org/10.1364/OE.17.017582>
6. *Antipov O., Eranov I., Kositsyn R.* // *Laser Phys. Lett.* 2017. V. 14 P. 015002.
<https://doi.org/10.1088/1612-202X/14/1/015002>
7. *Walsh B.M.* // *Laser Phys.* 2009. V. 19. P. 855.
<https://doi.org/10.1134/S10546660X09040446>
8. *He G., Guo J., Jiao Zh., Wang B.* // *Opt. Lett.* 2012. V. 37 P. 1364.
<https://doi.org/10.1364/OL.37.001364>
9. *Coetzee R.S., Zheng X., Fregnani L., Laurell F., Pasiskevicius V.* // *Appl. Phys. B.* 2018. V. 124. P. 124.
<https://doi.org/10.1007/s00340-018-6992-z>
10. *Nandy B., Kumar S.Ch., Casals J.C., Ye. H., Ebrahim-Zadeh M.* // *J. Opt. Soc. Am. B.* 2018. V. 35. P. 57.
<https://doi.org/10.1364/JOSAB.35.000C57>
11. *Vodopyanov K.L., Levi O., Kuo P.S., Pinguet T.J., Harris J.S., Fejer M.M., Gerard B., Becouarn L., Lallier E.* // *Opt. Lett.* 2004. V. 29. P. 1912.
<https://doi.org/10.1364/OL.29.001912>
12. *Henriksson M.* Ph. D. Thesis. Sweden, Department of Applied Physics Royal Institute of Technology Stockholm, 2010.
13. *Jacobsson B., Tiitonen M., Pasiskevicius V., Laurell F.* // *Opt. Lett.* 2005. V. 30. P. 2281.
<https://doi.org/10.1364/OL.30.002281>
14. *Henriksson M., Sjöqvist L., Pasiskevicius V., Laurell F.* // *Appl. Phys. B.* 2006. V. 86. P. 497.
<https://doi.org/10.1007/s00340-006-2446-0>
15. *Saikawa J., Fujii M., Ishizuki H., Taira T.* // in *Nonlinear Optics: Materials, Fundamentals and Applications 2007.* (Kona, Hawaii United States, 30 July 2007) OSA Technical Digest, 2007. Paper FA3.
<https://doi.org/10.1364/NLO.2007.FA3>
16. *Костюкова Н.Ю., Ерушин Е.Ю., Бойко А.А., Колкер Д.Б.* // *Квантовая электроника.* 2022. Т. 52. № 2. С. 144.
<https://doi.org/10.1070/QEL17981>
17. *Kato K.* // *IEEE Journal of Quantum Electronics.* 1986. V. 22. № 7. P. 1013.
<https://doi.org/10.1109/JQE.1986.1073097>