

УДК 539.23:539.216.1:537.311.31

ЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОВОДИМОСТЬ ТОНКОГО МЕТАЛЛИЧЕСКОГО СЛОЯ С УЧЕТОМ ОТКЛОНЕНИЯ ОТ ЗАКОНА ВИДЕМАНА–ФРАНЦА

© 2022 г. Э. В. Завитаев^а, *, О. В. Русаков^б, Е. П. Чухлеб^с

^аМытищинский филиал Московского государственного
технического университета им. Н. Э. Баумана, Мытищи, 141005 Россия

^бГосударственный гуманитарно-технологический университет, Орехово-Зуево, 142611 Россия

^сМуниципальное учреждение дополнительного образования Центр дополнительного
образования “Малая академия наук Импульс”, Черноголовка, 142432 Россия

*e-mail: eduardzavitaev@yandex.ru

Поступила в редакцию 05.12.2021 г.

После доработки 22.02.2022 г.

Принята к публикации 28.02.2022 г.

Впервые аналитически решена задача о влиянии отклонения от закона Видемана–Франца на электрическую проводимость тонкого металлического слоя. Допустимые значения толщины слоя ограничены размерами, при которых не проявляются квантовые и скин-эффекты. Однако отношение толщины слоя к длине свободного пробега электронов может быть произвольным. Решено модифицированное кинетическое уравнение с интегралом столкновений, учитывающим отклонение свойств металлов от закона Видемана–Франца при низких температурах. Учтен тот факт, что для чистых металлов при низких температурах оказываются существенными электрон–электронные столкновения, при которых суммарный импульс электронной подсистемы сохраняется и соответствующее рассеяние электронов не носит изотропный характер. В качестве граничных условий задачи приняты условия зеркально-диффузного отражения электронов от поверхностей слоя. Проведен анализ зависимости электрической проводимости слоя от частоты объемных и поверхностных столкновений электронов, коэффициентов зеркальности его поверхностей и параметра, описывающего отклонение от закона Видемана–Франца. Показано соответствие полученных результатов теоретического расчета электрической проводимости тонкого металлического слоя данным, рассчитанным альтернативным методом при отсутствии поправки к уточняемому экспериментальному закону.

Ключевые слова: тонкий слой, закон Видемана–Франца, локальная проводимость, интегральная проводимость.

DOI: 10.31857/S1028096022080180

ВВЕДЕНИЕ

Появление и востребованность новых технологий в микроэлектронике делает необходимым теоретическое изучение влияния поверхностного рассеяния носителей заряда на электромагнитные свойства малых проводящих объектов [1]. Отличительной чертой таких объектов является то, что средняя длина свободного пробега носителей заряда в них может быть одного порядка с характерным поперечным размером, который, в свою очередь, значительно превосходит длину волны де-Бройля. Это позволяет исключить из рассмотрения квантовые эффекты, но возникает потребность подробного изучения механизма влияния рассеяния носителей заряда.

Все вышесказанное имеет непосредственное отношение, в частности, к исследованию электрических и магнитных свойств тонкого проводящего слоя. Одной из первых работ, которая посвящена

решению задачи о статической проводимости тонкой металлической пленки в перпендикулярном магнитном поле с учетом диффузных и зеркально-диффузных граничных условий отражения носителей заряда является работа [2]. Позже по этой же тематике было опубликовано большое количество результатов исследований [3–12]. В современных работах [13–15] впервые построена кинетическая теория высокочастотной электропроводности и постоянной Холла тонкой проводящей пленки с учетом различных коэффициентов зеркальности ее поверхностей. Особенность этих работ заключается в том, что расчеты базируются на применении уравнения Больцмана и с помощью введения соответствующих граничных условий позволяют учесть не только объемное, но и поверхностное рассеяние носителей заряда.

Из вышесказанного следует актуальность применения такого теоретического подхода к проблеме

отклонения от закона Видемана—Франца в тонком металлическом слое, когда необходимо ввести в рассмотрение электрон-электронные столкновения. Заметим, что величины отклонения от этого закона при низких температурах могут принимать существенные значения [6, 7]. Поэтому в настоящей работе впервые проведен учет подобного эффекта для тонкого металлического слоя. Следует отметить, что в работе не приняты во внимание квантовые эффекты, учет которых был рассмотрен в [16] в рамках исследования квантовой пленки в диэлектрическом окружении, и не учтено проявление скин-эффекта [17] из предположения, что толщина слоя мала по сравнению с характерной глубиной скин-слоя.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И РАСЧЕТ

Рассмотрим тонкий металлический слой толщиной b , к которому приложено переменное напряжение частоты ω . Электрическое поле параллельно слою и направлено вдоль координатной оси Z , ось X перпендикулярна слою. Напряженность поля $\mathbf{E}$ может быть выражена в зависимости от времени t :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t). \quad (1)$$

Исходя из того, что неравновесная функция Ферми—Дирака для электронов $f(x, \mathbf{v}) = f_0(\epsilon) + f_1(x, \mathbf{v})$ удовлетворяет уравнению Больцмана [18], имеем:

$$v_x \frac{\partial f_1}{\partial x} + ev_z E \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} - i\omega f_1 = -\frac{f_1}{\tau}, \quad (2)$$

где e — заряд электронов; v_z, v_x — соответствующие проекции вектора их скорости на координатные оси; τ — время релаксации электронов. Здесь $f_0(\epsilon) = -\delta(\epsilon - \epsilon_F)$, где δ — дельта-функция Дирака; ϵ_F — энергия Ферми; $\epsilon = mv^2/2$ — кинетическая энергия электронов; v — модуль вектора скорости электронов $\mathbf{v}$; m — эффективная масса электронов.

Плотность высокочастотного тока $\mathbf{j}$, вызванного приложенным напряжением, может быть рассчитана по формуле:

$$\mathbf{j} = en\mathbf{v} = en \left[\int f_0 d^3\mathbf{v} \right]^{-1} \int f_1 \mathbf{v} d^3\mathbf{v}. \quad (3)$$

Здесь n — концентрация электронов проводимости, определяемая с помощью распределения Ферми—Дирака:

$$n = 2 \left(\frac{m}{h} \right)^3 \int f_0 d^3\mathbf{v} = 2 \left(\frac{m}{h} \right)^3 \frac{4\pi v_F^3}{3},$$

где h — постоянная Планка, v_F — скорость Ферми.

Если кинетическое уравнение Больцмана имеет вид (2), содержание закона Видемана—Франца соответствует времени релаксации порядка τ , когда доминируют объемные и поверхностные столкно-

вения. Такой режим рассеяния электронов реализуется при наличии значительного количества примесей. Когда степень чистоты металла достаточно высока, при низких температурах существенными оказываются электрон-электронные столкновения. Для их учета запишем кинетическое уравнение (2) в следующем виде [19]:

$$\begin{aligned} -i\omega f_1 + v_x \frac{\partial f_1}{\partial x} + ev_z E \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} = \\ = -\frac{1}{\tau} \left(f_1 - \frac{3g_0 m}{4\pi v_F^3} v_z \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \int v_z f_1 d^3\mathbf{v} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где g_0 — параметр ($0 \leq g_0 \leq 1$), характеризующий степень отклонения от закона Видемана—Франца [18]; $g_0 = 0$ соответствует точному выполнению этого закона.

Подставив в уравнение (4) функцию

$$f_1(x, \mathbf{v}) = g(x, \mathbf{v}) \delta(\epsilon - \epsilon_F) \exp(-i\omega t),$$

получим:

$$vg + v_x \frac{\partial g}{\partial x} - ev_z E_0 = -\frac{3g_0 m}{4\pi v_F^3 \tau} v_z \int v_z g \delta(\epsilon - \epsilon_F) d^3\mathbf{v}, \quad (5)$$

где $v = 1/\tau - i\omega$.

Решение уравнения (5) проведем с помощью метода моментов [18]:

$$g = a_1(x) v_z + a_2(x) v_z \text{sign}(v_x). \quad (6)$$

С учетом (6) уравнение (5) принимает вид:

$$\begin{aligned} v(a_1 v_z + a_2 v_z \text{sign}(v_x)) + v_x v_z \frac{\partial a_1}{\partial x} + \\ + v_x v_z \text{sign}(v_x) \frac{\partial a_2}{\partial x} - ev_z E_0 = \\ = -\frac{3g_0 m}{4\pi v_F^3 \tau} v_z \int v_z (a_1 v_z + a_2 v_z \text{sign}(v_x)) \delta(\epsilon - \epsilon_F) d^3\mathbf{v}. \end{aligned} \quad (7)$$

Для вычисления интеграла, стоящего в правой части уравнения (7), удобно перейти к цилиндрической системе координат $(\mathbf{v}_\perp, \phi, v_z)$ в пространстве скоростей.

Учитывая свойства дельта-функции Дирака и связи: $\mathbf{v}_x = \mathbf{v}_\perp \cos \phi$; $v_\perp^2 + v_z^2 = v_F^2$, имеем

$$\begin{aligned} \left(v + \frac{g_0}{\tau} \right) a_1 v_z + v a_2 v_z \text{sign}(v_x) + v_x v_z \frac{\partial a_1}{\partial x} + \\ + v_x v_z \text{sign}(v_x) \frac{\partial a_2}{\partial x} - e E_0 v_z = 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Последовательно умножая равенство (8) сначала на проекцию скорости электронов $\mathbf{v}_z$, а затем на $v_z \text{sign}(\mathbf{v}_x)$, и, интегрируя по всему пространству скоростей, получим два уравнения:

$$\left(v + \frac{g_0}{\tau}\right) a_1 \int v_z^2 d^3 \mathbf{v} + v a_2 \int v_z^2 \text{sign}(v_x) d^3 \mathbf{v} + \frac{\partial a_1}{\partial x} \int v_x v_z^2 d^3 \mathbf{v} + \frac{\partial a_2}{\partial x} \int v_x v_z^2 \text{sign}(v_x) d^3 \mathbf{v} - e E_0 \int v_z^2 d^3 \mathbf{v} = 0,$$

$$\left(v + \frac{g_0}{\tau}\right) a_1 \int v_z^2 \text{sign}(v_x) d^3 \mathbf{v} + v a_2 \int v_z^2 \text{sign}^2(v_x) d^3 \mathbf{v} + \frac{\partial a_1}{\partial x} \int v_x v_z^2 \text{sign}(v_x) d^3 \mathbf{v} + \frac{\partial a_2}{\partial x} \int v_x v_z^2 \text{sign}^2(v_x) d^3 \mathbf{v} - e E_0 \int v_z^2 \text{sign}(v_x) d^3 \mathbf{v} = 0.$$

В результате приходим к системе уравнений:

$$\begin{cases} \frac{4}{5} \left(v + \frac{g_0}{\tau}\right) a_1 + \frac{v_F}{4} \frac{\partial a_2}{\partial x} = \frac{4}{5} e E_0, \\ a_2 = -\frac{5v_F}{16v} \frac{\partial a_1}{\partial x}. \end{cases} \quad (9)$$

Откуда следует, что

$$\frac{\partial^2 a_1}{\partial x^2} - \frac{16^2 v^2}{5^2 v_F^2} \left(1 + \frac{g_0}{v\tau}\right) a_1 = -\frac{16^2 v^2}{5^2 v_F^2} \frac{e E_0}{v},$$

или

$$\frac{\partial^2 a_1}{\partial x^2} - \lambda^2 a_1 = -\lambda^2 \frac{e E_0}{v \beta^2}, \quad (10)$$

где $v\tau = 1 - i\omega\tau = 1 - i\tau\Omega v_F/b = 1 - i\Omega/\Delta = \Psi/\Delta$, $\Psi = \Delta - i\Omega$ – безразмерная комплексная частота

рассеяния электронов; тогда $\beta = \sqrt{1 + g_0/v\tau} = \sqrt{1 + g_0\Delta/\Psi}$; $\lambda = 16v\beta/5v_F$.

Моментный коэффициент $a_1(x)$ найдем, решая неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка (10):

$$a_1(x) = A_0 + C_1 \exp(\lambda x) + C_2 \exp(-\lambda x), \quad (11)$$

где $A_0 = eE_0/v\beta^2$; C_1, C_2 – константы интегрирования.

Тогда из второго уравнения системы (9) следует, что

$$a_2(x) = \beta C_2 \exp(-\lambda x) - \beta C_1 \exp(\lambda x). \quad (12)$$

Подставив (11) и (12) в (6), найдем общий вид решения уравнения (5), т.е.

$$g = (A_0 + C_1 \exp(\lambda x) + C_2 \exp(-\lambda x)) v_z + (\beta C_2 \exp(-\lambda x) - \beta C_1 \exp(\lambda x)) v_z \text{sign}(v_x). \quad (13)$$

Применим граничные условия на верхней и нижней границах слоя для нахождения коэффициентов C_1 и C_2 :

$$\begin{cases} g(v_x, x) = q_1 g(-v_x, x), & v_x < 0, \\ g(v_x, x) = q_2 g(-v_x, x), & v_x > 0, \end{cases}$$

где q_1 и q_2 – коэффициенты зеркальности его поверхностей.

С учетом (13), система граничных условий может быть представлена как

$$\begin{cases} A_0 + C_1 \exp(\lambda b) + C_2 \exp(-\lambda b) + \beta C_1 \exp(\lambda b) - \beta C_2 \exp(-\lambda b) = \\ = q_1 [A_0 + C_1 \exp(\lambda b) + C_2 \exp(-\lambda b) + \beta C_2 \exp(-\lambda b) - \beta C_1 \exp(\lambda b)], \\ A_0 + C_1 + C_2 + \beta C_2 - \beta C_1 = q_2 [A_0 + C_1 + C_2 + \beta C_1 - \beta C_2]. \end{cases}$$

Откуда

$$\begin{cases} D_1 = \frac{(1 - q_1)(q_2 - \beta q_2 - \beta - 1) - \exp(-\lambda b)(1 - q_2)(\beta q_1 + q_1 + \beta - 1)}{\exp(-\lambda b)(\beta q_1 + q_1 + \beta - 1)(1 - \beta - q_2 - \beta q_2) - \exp(\lambda b)(1 + \beta - q_1 + \beta q_1)(q_2 - \beta q_2 - \beta - 1)} \\ D_2 = \frac{(1 - q_1)(1 - \beta - q_2 - \beta q_2) - \exp(\lambda b)(1 - q_2)(1 + \beta - q_1 + \beta q_1)}{\exp(-\lambda b)(\beta q_1 + q_1 + \beta - 1)(1 - \beta - q_2 - \beta q_2) - \exp(\lambda b)(1 + \beta - q_1 + \beta q_1)(q_2 - \beta q_2 - \beta - 1)}, \end{cases}$$

где введены новые обозначения $D_1 = C_1/A_0$, $D_2 = C_2/A_0$.

Далее запишем выражения (11) и (13) в следующем виде:

$$a_1(x) = A_0 (1 + D_1 \exp(\lambda x) + D_2 \exp(-\lambda x)), \quad (14)$$

$$g = A_0 [(1 + D_1 \exp(\lambda x) + D_2 \exp(-\lambda x)) v_z + (\beta D_2 \exp(-\lambda x) - \beta D_1 \exp(\lambda x)) v_z \text{sign}(v_x)]. \quad (15)$$

Конкретизировав с помощью (15) вид функции $f_1(x, \mathbf{v})$, найдем проекцию плотности тока $\mathbf{j}$ внутри слоя на координатную ось Z . Применяя формулу (3), имеем

$$j_z = \frac{ne}{m} \exp(-i\omega t) a_1(x). \quad (16)$$

Выражение для локальной электрической проводимости слоя σ получим как следствие закона Ома в дифференциальной форме:

$$\sigma = \frac{ne a_1(x)}{m E_0}.$$

Учитывая (14), имеем:

$$\sigma = \sigma_0 \frac{\Delta}{\beta^2 \Psi} (1 + D_1 \exp(\lambda x) + D_2 \exp(-\lambda x)), \quad (17)$$

где $\lambda = 16v\beta/5v_F = 16v\tau\beta/5\tau_F = 16\beta\Psi/5b$, $\sigma_0 = ne^2\tau/m$ – объемная статическая удельная проводимость металла при отсутствии отклонения от закона Видемана–Франца.

Введя безразмерную координату внутри слоя $\xi = x/b$, запишем выражения для локальной проводимости (17) и коэффициентов D_1 , D_2 в безразмерной форме:

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{\Delta}{\beta^2\Psi} \times \left(1 + D_1^* \exp\left(\frac{16\Psi\beta}{5}\xi\right) + D_2^* \exp\left(-\frac{16\Psi\beta}{5}\xi\right)\right), \quad (18)$$

где

$$D_1^* = \frac{(1 - q_1)(q_2 - \beta q_2 - \beta - 1) - \exp\left(-\frac{16\Psi\beta}{5}\right)(1 - q_2)(\beta q_1 + q_1 + \beta - 1)}{\exp\left(-\frac{16\Psi\beta}{5}\right)(\beta q_1 + q_1 + \beta - 1)(1 - \beta - q_2 - \beta q_2) - \exp\left(\frac{16\Psi\beta}{5}\right)(1 + \beta - q_1 + \beta q_1)(q_2 - \beta q_2 - \beta - 1)},$$

$$D_2^* = \frac{(1 - q_1)(1 - \beta - q_2 - \beta q_2) - \exp\left(\frac{16\Psi\beta}{5}\right)(1 - q_2)(1 + \beta - q_1 + \beta q_1)}{\exp\left(-\frac{16\Psi\beta}{5}\right)(\beta q_1 + q_1 + \beta - 1)(1 - \beta - q_2 - \beta q_2) - \exp\left(\frac{16\Psi\beta}{5}\right)(1 + \beta - q_1 + \beta q_1)(q_2 - \beta q_2 - \beta - 1)}.$$

Проинтегрировав выражение (16), определяем полный ток через поперечное сечение слоя:

$$\begin{aligned} I &= \int_0^b j_z dS = \frac{neL}{m} \exp(-i\omega t) \int_0^b a_1(x) dx = \\ &= \frac{ne^2 L E_0}{mv\beta^2} \exp(-i\omega t) \times \\ &\times \int_0^b (1 + D_1 \exp(\lambda x) + D_2 \exp(-\lambda x)) dx = \\ &= \frac{\sigma_0 L b E_0 \Delta}{\Psi \beta^2} \exp(-i\omega t) \times \\ &\times \left(1 + \frac{D_1}{\lambda b} (1 - \exp(\lambda b)) + \frac{D_2}{\lambda b} (1 - \exp(-\lambda b))\right). \end{aligned} \quad (19)$$

Формально, из (19) с помощью закона Ома в виде $I = GU$, где U – напряжение на концах слоя,

можно получить формулу для расчета интегральной проводимости слоя G . Электрическое поле внутри слоя считаем однородным, поэтому $U = EL$, L – длина слоя.

$$G = \frac{G_0 \Delta}{\Psi \beta^2} \times \left(1 + \frac{D_1}{\lambda b} (1 - \exp(\lambda b)) + \frac{D_2}{\lambda b} (1 - \exp(-\lambda b))\right), \quad (20)$$

где $G_0 = \sigma_0 b$.

Заметим, что при проведении численных расчетов результаты, полученные после применения формул (17) и (20) в случае отсутствия поправки к закону Видемана–Франца (когда $g_0 = 0$) совпадают с результатами работы [20], в которой использовали другой математический подход к проблеме.

Запишем выражение (20) в безразмерном виде:

$$G^* = \frac{G}{G_0} = \frac{\Delta}{\Psi \beta^2} \left(1 + \frac{5D_1^*}{16\Psi\beta} \left(1 - \exp\left(\frac{16\Psi\beta}{5}\right)\right) + \frac{5D_2^*}{16\Psi\beta} \left(1 - \exp\left(-\frac{16\Psi\beta}{5}\right)\right)\right). \quad (21)$$

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

На рис. 1 приведены графики зависимости модуля безразмерной удельной электрической проводимости тонкого металлического слоя σ^* (18) от числового параметра g_0 который характеризует степень отклонения от закона Видемана–Франца. Все кривые построены при одинаковых значениях безразмерной обратной длины свободного пробега электронов Δ , безразмерной частоты электрического поля Ω и коэффициентов зеркальности q_1 и q_2 и при различных значениях безразмерной ко-

ординаты внутри слоя ξ . Из рис. 1 видно, что модуль безразмерной удельной электрической проводимости слоя в значительной степени зависит от параметра g_0 .

На рис. 2 и 3 построены графики зависимостей модуля и аргумента безразмерной удельной электрической проводимости σ^* от безразмерной координаты внутри слоя ξ . Числовой параметр g_0 варьируется для каждой кривой в соответствующих физическому смыслу пределах. На рис. 2 видно, что при одинаковых коэффициентах зеркальности по-

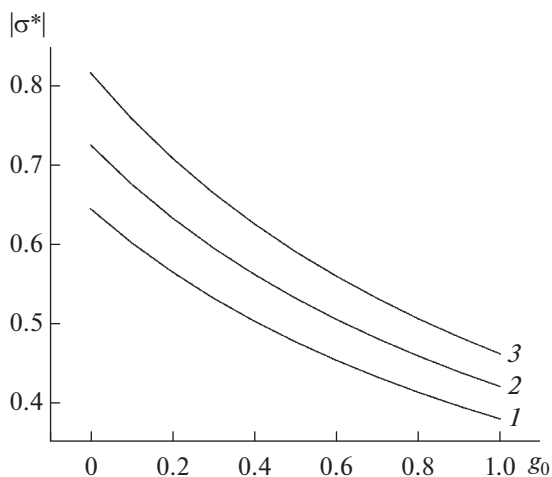


Рис. 1. Зависимость модуля безразмерной удельной электрической проводимости тонкого металлического слоя от числового параметра g_0 при различных значениях безразмерной координаты внутри слоя $\xi = 0.1$ (1); 0.2 (2); 0.5 (3). Для всех кривых $\Delta = 1$; $\Omega = 0.1$; $q_1 = q_2 = 0.1$.

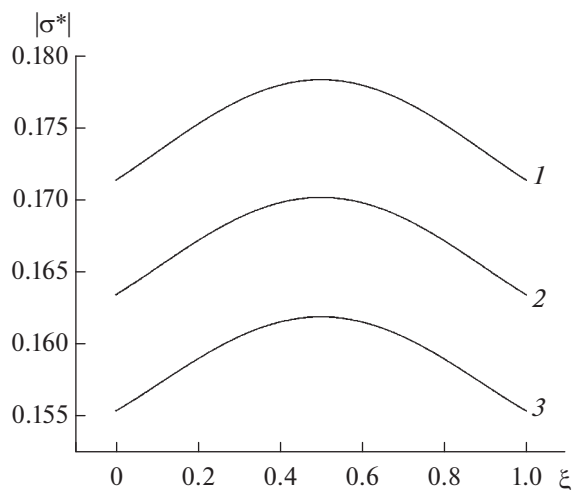


Рис. 2. Зависимость модуля безразмерной удельной электрической проводимости тонкого металлического слоя от безразмерной координаты внутри слоя ξ при различных значениях параметра $g_0 = 0.01$ (1); 0.5 (2); 1 (3). Для всех кривых $\Delta = 0.1$; $\Omega = 0.5$; $q_1 = q_2 = 0.5$.

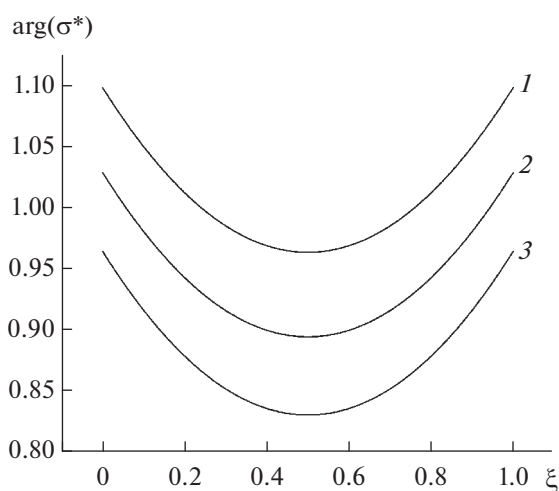


Рис. 3. Зависимость аргумента безразмерной удельной электрической проводимости тонкого металлического слоя от безразмерной координаты внутри слоя ξ при различных значениях параметра $g_0 = 0.01$ (1); 0.5 (2); 1 (3). Для всех кривых $\Delta = 0.1$; $\Omega = 0.5$; $q_1 = q_2 = 0.5$.

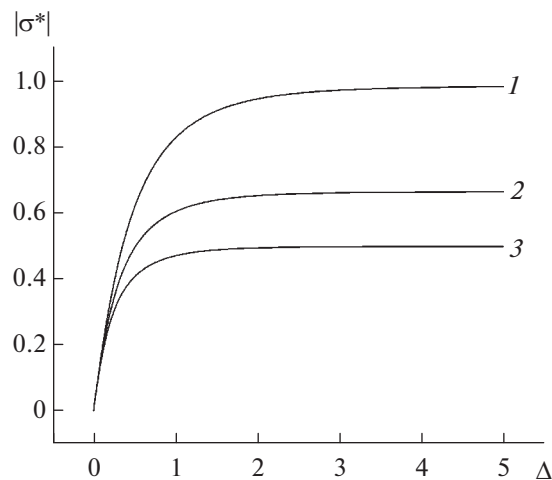


Рис. 4. Зависимость модуля безразмерной удельной электрической проводимости тонкого металлического слоя от безразмерной обратной длины свободного пробега электронов Δ при различных значениях параметра $g_0 = 0.01$ (1); 0.5 (2); 1 (3). Для всех кривых $\xi = 0.5$; $\Omega = 0.5$; $q_1 = q_2 = 0.5$.

верхностей слоя модуль безразмерной удельной электрической проводимости имеет выраженный максимум, величина которого определяется конкретным значением параметра g_0 . Как следует из рис. 3, зависимость аргумента безразмерной удельной электрической проводимости от безразмерной координаты, установленная в аналогичных условиях, имеет обратную тенденцию с выраженным минимумом.

На рис. 4 представлен график зависимости модуля безразмерной удельной электрической проводимости σ^* от безразмерной обратной длины свободного пробега электронов Δ при варьировании числового параметра g_0 для каждой кривой. Из анализа зависимостей можно сделать вывод, что выход модуля безразмерной удельной электрической проводимости на свои асимптотические значения определяется величиной параметра g_0 .

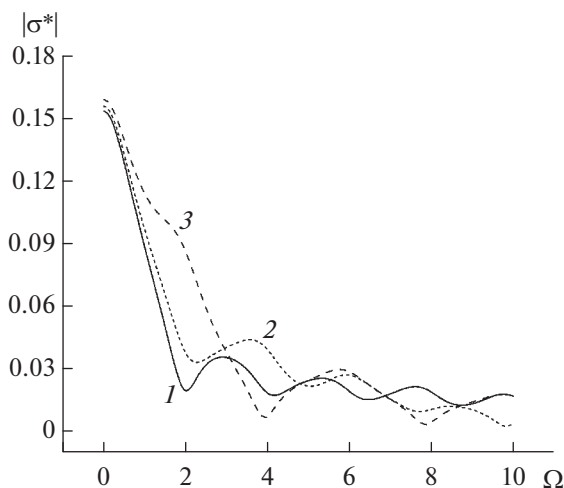


Рис. 5. Зависимость модуля безразмерной удельной электрической проводимости тонкого металлического слоя от безразмерной частоты электрического поля Ω при различных значениях безразмерной координаты внутри слоя $\xi = 0.1$ (1); 0.2 (2); 0.5 (3). Для всех кривых $\Delta = 0.1$; $g_0 = 0.95$; $q_1 = q_2 = 0.15$.

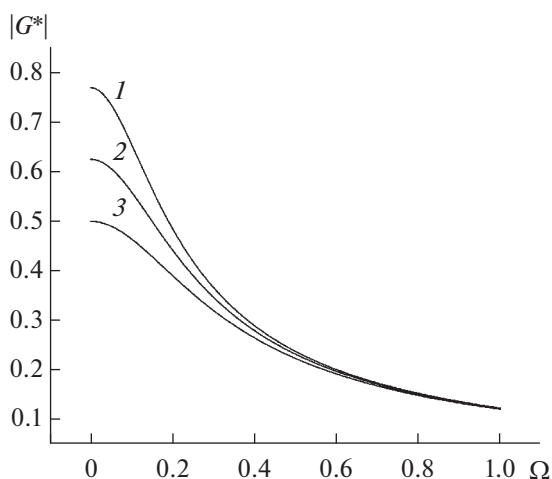


Рис. 6. Зависимость модуля безразмерной интегральной электрической проводимости тонкого металлического слоя от безразмерной частоты электрического поля Ω при различных значениях параметра $g_0 = 0.3$ (1); 0.6 (2); 1 (3). Для всех кривых $\Delta = 0.125$; $q_1 = q_2 = 0.25$.

При построении графиков безразмерной удельной электрической проводимости слоя σ^* особое внимание следует уделить зависимости ее модуля от безразмерной частоты электрического поля Ω при различных значениях безразмерной координаты внутри слоя ξ (рис. 5). Такой нетривиальный характер поведения кривых по мере увеличения безразмерной координаты ξ связан, по-видимому, с проявлением резонансных эффектов, наблюдаемых при отражении электронов от нижней и верхней поверхностей слоя металла.

На рис. 6 показана зависимость модуля безразмерной интегральной электрической проводимости G^* (21) от безразмерной частоты электрического поля Ω при фиксированных значениях безразмерной обратной длины свободного пробега электронов и коэффициентов зеркальности поверхностей слоя и различных значениях параметра g_0 . Из хода кривых на рисунке видно, что наибольшее отличие величины модулей интегральной проводимости слоя по мере возрастания отклонения от закона Видемана—Франца наблюдается в статическом случае, тогда как дальнейшее увеличение безразмерной частоты электрического поля приводит к слиянию этих зависимостей.

Теоретические результаты вычисления электрической проводимости тонкого металлического слоя показывают существенное влияние отклонения от закона Видемана—Франца на рассматриваемую физическую систему. Для малых проводящих объектов это подтверждается сравнением полученных расчетных значений проводимости с экспериментальными данными [21] и позволяет сделать вывод о целесообразности применения такого теоретического подхода к реальным системам.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе теоретически описано отклонение от закона Видемана—Франца в тонком слое металла без учета квантовых эффектов. Из расчетов следует, что такое отклонение может быть значительным, что подтверждено экспериментальными данными, известными из литературы. Поэтому возникает необходимость применения рассмотренной теории к непосредственному вычислению электрической проводимости тонких слоев из достаточно чистых металлов при низких температурах при практических и технических приложениях, например, при промышленном изготовлении интегральных микросхем.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петров Ю.И. Физика малых частиц. М.: Наука, 1984. 360 с.
2. Sondheimer E.H. // Phys. Rev. 1950. V. 80. P. 401.
3. Булыгин В.С. // Физическое образование в ВУЗах. 2004. Т. 10. № 4. С. 75.
4. Снарский А.А., Женировский М.И., Безсуднов И.В. // Термоэлектричество. 2006. № 3. С. 59.
5. Моисеев И.О., Юшканов А.А., Яламов Ю.И. // Оптика и спектроскопия. 2006. Т. 101. № 5. С. 857.
6. Медведь А.И. // Термоэлектричество. 2006. № 4. С. 19.
7. Wakeham N., Bangura A.F., Xu X., Mercure J-F., Greenblatt M., Hussey N.E. // Nature Commun. 2011. V. 19.

- № 2. P. 396.
<https://doi.org/10.1038/ncomms1406>
8. Gurzhi R.N. // JETP. 1963. V. 17. № 2. P. 521.
 9. Гуржи Р.Н. // Усп. физ. Наук. 1968. Т. 94. Вып. 4. С. 689.
 10. Andreev A.V., Kivelson S., Spivak B. // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 106. P. 256804.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.256804>
 11. Alekseev P. S. // Phys. Rev. Lett. 2016. V. 117. P. 166601.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.166601>
 12. Levitov L., Falkovich G. // Nature Phys. 2016. V. 12. № 7. P. 672.
<https://doi.org/10.1038/nphys3667>
 13. Савенко О.В. // Вестник МГОУ. Серия: Физика-Математика. 2016. № 4. С. 43. DOI
 14. Кузнецова И.А., Романов Д.Н., Савенко О.В., Юшканов А.А. // Микроэлектроника. 2017. Т. 46. № 4. С. 275.
<https://doi.org/10.7868/S0544126917040032>
 15. Кузнецова И.А., Савенко О.В., Юшканов А.А. // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2017. № 11. С. 52.
<https://doi.org/10.7868/s0207352817110063>
 16. Бабич А.В., Погосов В.В. // ФТТ. 2013. Т. 55. Вып. 1. С. 177.
 17. Русаков О.В., Завитаев Э.В., Юшканов А.А. // ФТТ. 2012. Т. 54. Вып. 6. С. 1041.
 18. Завитаев Э.В., Русаков О.В., Юшканов А.А. // Вестник МГОУ. Серия: Физика-Математика. 2012. № 2. С. 122.
 19. De Gennaro S., Rettori A. // J. Phys. F: Metal Phys. 1984. V. 14. P. 237.
 20. Уткин А.И., Завитаев Э.В., Юшканов А.А. // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. 2016. № 9. С. 89.
<https://doi.org/10.7868/S0207352816090158>
 21. Русаков О.В. Отклонение от закона Видемана-Франца и скин-эффект в тонкой цилиндрической проволоке из металла: Дис. ... канд. физ.-мат. наук: 01.04.02. М.: МГОУ, 2013. 103 с.

Electrical Conductivity Thin Metal Layer with Taking into Account Deviations from Wiedemann–Franz’s Law

E. V. Zavitaev^{1, *}, O. V. Rusakov², E. P. Chukhleb³

¹Mytishi Branch of Bauman Moscow State Technical University, Mytishi, 141005 Russia

²State University of Humanities and Technologies, Orekhovo-Zuyevo, 142611 Russia

³Municipal Institution of Additional Education Center for Additional Education
 “Small Academy of Sciences Impulse”, Chernogolovka, 142432 Russia

*e-mail: eduardzavitaev@yandex.ru

The problem of the effect of deviation from the Wiedemann–Franz law on the electrical conductivity of a thin metal layer was solved for the first time. The admissible values of the layer thickness are limited by the dimensions at which quantum effects and the skin effect do not appear. In this case, the ratio of the layer thickness to the electron mean free path can be arbitrary. A modified kinetic equation is solved with a collision integral that takes into account the deviation of metal properties from the Wiedemann–Franz law at low temperatures. This solution contains the fact that for pure metals at low temperatures, electron–electron collisions are significant, in which the total momentum of the electron subsystem is preserved, and the corresponding electron scattering is not isotropic. The conditions of specular–diffuse reflection of electrons from the layer surfaces are taken as the boundary conditions of the problem. An analysis is made of the dependence of the electrical conductivity of the layer on the frequency of volumetric and surface collisions of electrons, the specularity coefficients of its surfaces, and the parameter describing the deviation from the Wiedemann–Franz law. The correspondence of the obtained theoretical results of calculating the electrical conductivity of a thin metal layer to an alternative method of calculation in the absence of a correction to the refined experimental law is shown.

Keywords: thin layer, Wiedemann–Franz law, local conductivity, integral conductivity.