
**НАДЕЖНОСТЬ, ПРОЧНОСТЬ, ИЗНОСОСТОЙКОСТЬ
МАШИН И КОНСТРУКЦИЙ**

УДК 621.833

**ОЦЕНКА ВЕЛИЧИНЫ ДОПУСКАЕМОГО УГЛА ПЕРЕКОСА
В ЗУБЧАТОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ**© 2022 г. Ф. Г. Нахатакян^{1,2,*}, Д. Ф. Нахатакян^{1,2}¹Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия²Московский авиационный институт (НИУ), Москва, Россия

*e-mail: filnahat7@mail.ru

Поступила в редакцию 01.12.2021 г.

После доработки 03.02.2022 г.

Принята к публикации 11.02.2022 г.

На основе метода по решению задачи о контакте двух цилиндров в условиях перекоса, получено аналитическое определение допустимого угла перекоса в зубчатых зацеплениях. Показано, что эта величина не является константой, а зависит от многих параметров: геометрических и силовых факторов; материалов зубчатых колес. Получено аналитическое выражение, с помощью которого можно оценить величину допустимого угла перекоса в зубчатом зацеплении в зависимости от перечисленных параметров.

Ключевые слова: зубчатое зацепление, угол перекоса, контактные напряжения, коэффициент угла перекоса, допустимый угол перекоса, погонная нагрузка

DOI: 10.31857/S0235711922030099

При расчете нагруженности и прочности зубчатых зацеплений, а также оценке их усталостного разрушения, учитывают снижение их нагрузочной способности и концентрацию напряжений в торцевых сечениях при кромочном контакте в результате перекоса [1–7]. В работе [1] приведены результаты моделирования напряженного состояния в контакте зубьев прямозубых эвольвентных зубчатых передач, работающих в условиях перекосов осей колес. Установлено, что применяемые стандартные расчеты дают завышенную нагрузочную способность передачи. Показано, что для работающих при перекосах передач увеличение радиусов профильной кривизны поверхностей в контакте не приводит к дополнительному (помимо вытекающего из теории Герца) повышению нагрузочной способности передачи. Анализ результатов указывает на то, что при углах перекоса зубьев относительно друг друга $\psi = (0.1–1.0) \times 10^{-3}$ рад, обусловленных перекосом зубчатых колес, нагрузочная способность передач редукторов снижается в 2–15 раз, что является недопустимым [3]. В работах [4–7] обоснована необходимость учета напряженности зубьев на периферийных участках пятна контакта при прочностных расчетах зубчатых передач с локальным контактом зубьев.

В работах [8–14], где подробно исследованы контактные напряжения и деформации при перекосе, показано, что при перекосе сильно растут контактные напряжения и деформации, и тем самым снижается нагрузочная способность зубчатой передачи. Для оценки влияния отклонений профилей и погрешностей в зубчатых зацеплениях в [11, 12] используются специальные математические подходы и многлистные функции. Показано, что существующие методы отражают важную для анализа качества зубчатых передач информацию лишь для части параметров зацепления.

Так как одним из главных недостатков эвольвентных зубчатых передач, из-за повышенной жесткости зубьев, является их чувствительность к упругим деформациям элементов и погрешностям монтажа, приводящим к перекосу и начальному неприлеганию зубьев, то максимальное значение угла перекоса $[\gamma]$ является важным параметром при прочностных расчетах, долговечности передачи, износа элементов передачи, а также максимальных контактных напряжений [15–17].

В проведенных ранее исследованиях, в результате сделанных допущений, не учитываются все факторы, влияющие на $[\gamma]$. Целью настоящей статьи является аналитическое определение допускаемого угла перекоса с учетом всех параметров зубчатой передачи.

В работе [6] показано, что контактные напряжения при перекосе определяются по формуле

$$\sigma_{\gamma} = K_{\sigma}\sigma_H = \sqrt{K_{\gamma}}\sigma_H, \quad (1)$$

где K_{σ} – коэффициент концентрации контактных напряжений; σ_H – контактные напряжения по Герцу [18]; $\sigma_H = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2q}{R\vartheta}}$, где $\vartheta = \frac{1-\nu^2}{\pi E}$; $q = \frac{P}{l}$ – погонная нагрузка; R – приведенный радиус кривизны профиля зубьев в рассматриваемом сечении; ν и E – коэффициент Пуассона и модуль упругости материала; K_{γ} – коэффициент угла перекоса, согласно работе [6] определяется как

$$K_{\gamma} = 1 + 0.5\xi, \quad \text{при } \xi \leq 2 \quad (\text{т.е. } l_k = l), \quad (2)$$

$$K_{\gamma} = \sqrt{2\xi}^{1/2}, \quad \text{при } \xi \geq 2 \quad (\text{т.е. } l_k \leq l), \quad (3)$$

где $\xi = \frac{l\gamma}{\alpha_H}$ – безразмерный нагрузочный параметр; l – длина контактной линии, для прямозубых колес при номинальном контакте она совпадает с длиной зуба; γ – угол перекоса; α_H – контактная деформация в отсутствие перекоса, которая согласно работе [19] определяется по формуле $\alpha_H = \frac{4(1-\nu^2)}{\pi E}q \left(\ln \frac{4R}{b_H} - 0.5 \right)$; b_H – полуширина площадки контакта по Герцу, $b_H = 2\sqrt{2qR\vartheta}$; l_k – длина пятна контакта.

Следует отметить, что формулы для коэффициента угла перекоса (2) и (3) при значении безразмерного параметра нагруженности $\xi = 2$ дают одинаковый результат $K_{\gamma} = 2$.

Анализ этих формул показал, что с достаточно хорошей точностью для инженерных расчетов можно построить зависимость для всего диапазона изменения параметра ξ .

При варьировании безразмерного параметра в интервале $0 \leq \xi \leq 10$ для коэффициента угла перекоса K_{γ} получена функция в виде

$$K_{\gamma} = 1 + 0.57\xi^{4/5}, \quad (4)$$

которая удовлетворительно соответствует (погрешность не более 5%) зависимостям (2) и (3).

На рис. 1 показаны графики зависимостей K_{γ} от ξ : \blacklozenge – при $\xi \leq 2$ по формуле (2), \blacksquare – при $\xi \geq 2$ по формуле (3), \blacktriangle – при $0 \leq \xi \leq 10$ по формуле (4).

Учитывая, что условие прочности по контактным напряжениям запишется в виде

$$\sigma_{\gamma} \leq [\sigma_H], \quad (5)$$

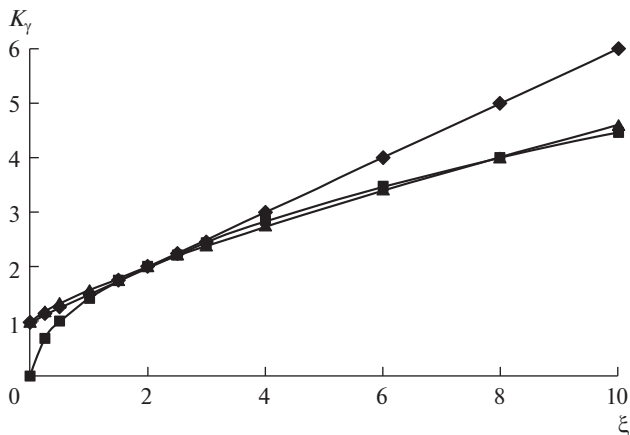


Рис. 1. Зависимости коэффициента угла перекоса от безразмерного нагрузочного параметра по формулам:
 ◆ – при $\xi \leq 2$ (2); ■ – при $\xi \geq 2$ (3); ▲ – при $0 \leq \xi \leq 10$ (4).

где $[\sigma_H]$ – допускаемое контактное напряжение, то из соотношений (1), (4) и (5) получаем

$$\sigma_\gamma = \sqrt{1 + 0.57\zeta^{0.8}} \sqrt{\frac{1}{2\pi(1-\nu^2)}} \sqrt{\frac{qE}{R}} \leq [\sigma_H],$$

или

$$0.57\zeta^{0.8} \leq \frac{[\sigma_H]^2}{a_1^2 qE/R} - 1,$$

или

$$\zeta^{0.8} \leq \frac{1.75R[\sigma_H]^2}{a_1^2 qE} - 1.75,$$

или

$$\zeta \leq \left[\frac{1.75R[\sigma_H]^2}{a_1^2 qE} - 1.75 \right]^{5/4}.$$

Отсюда для допустимого угла перекоса окончательно получаем выражение

$$[\gamma] \leq \frac{\alpha_H}{l} \left[\frac{10R[\sigma_H]^2}{qE} - \frac{7}{4} \right]^{5/4}. \quad (6)$$

Анализ формулы (6) показывает, что в отличие от существующих решений для допускаемого угла перекоса, $[\gamma]$ зависит от многих параметров: материал, геометрия, а также силовые факторы.

Несмотря на важность параметра $[\gamma]$, в международных исследованиях и разработках его аналитическое определение отсутствует. Среди отечественных авторов следует отметить работы [16, 17], в которых используется условная удельная расчетная нагрузка, представляемая в виде произведения номинальной удельной нагрузки на ряд коэффициентов, учитывающих реальные условия работы передачи. Такой подход опре-

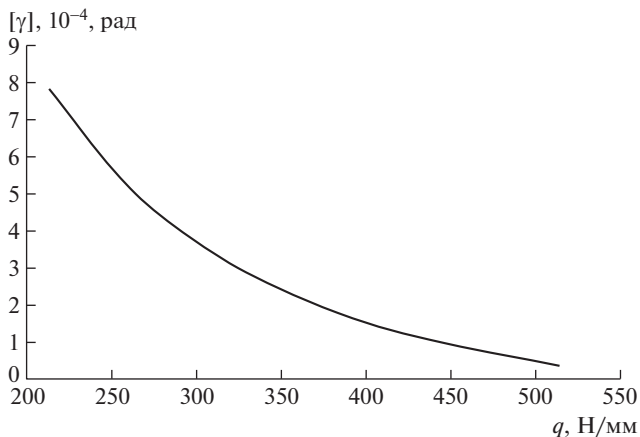


Рис. 2. Зависимость допускаемого угла перекоса от погонной нагрузки в зубчатом зацеплении.

деления удельной нагрузки вызывает возражения из-за условности учета реальных условий работы передачи при определении фиктивной расчетной удельной нагрузки в зацеплении.

Определим допускаемый угол перекоса для зубчатой передачи из примера расчета ГОСТ [20]. Параметры кинематической пары зубчатой передачи: делительный диаметр и количество зубьев шестерни $d_1 = 166.7$ мм и $Z_1 = 32$ соответственно; передаточное число передачи $u = 2$; модуль зацепления $m = 5$ мм; ширина зубчатого венца $b_w = 60$ мм; окружная сила в зацеплении $P_t = 25635$ Н; приведенный радиус кривизны зубьев $R_1 = 19$ мм; допускаемые контактные напряжения $[\sigma_H] = 1075$ Мпа; модуль упругости материалов зубьев $E = 21000$ Н/мм².

На рис. 2 показан график зависимости допустимого угла перекоса в зубчатом зацеплении от погонной нагрузки для указанных выше величин.

Расчеты показали, что при варьировании погонной нагрузки в диапазоне 214–513 Н/мм, допустимый угол перекоса для передачи изменяется в пределах $(7.81 - 0.39) \times 10^{-4}$ рад (рис. 2). А для нагрузки 427 Н/мм, что имеет место в рассматриваемом примере, он равняется 1.187×10^{-4} рад.

Таким образом, предложен новый подход для определения важного параметра для прочностного расчета – допускаемого угла перекоса в зубчатых зацеплениях.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Короткин В.И., Газзаев Д.А., Сухов Д.Ю. Контактная напряженность прямых зубьев эвольвентных зубчатых передач в условиях перекосов в зацеплении // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. 2011. № 4. С. 83.
2. Han X., Hua L., Deng S., Luo Q. Influence of alignment errors on contact pressure during straight bevel gear meshing process // Chinese Journal of Mechanical Engineering (English Edition). 2015. Т. 28. № 6. Р. 1089.

3. *Попов А.П., Кауров А.С.* Контактная прочность эвольвентного зацепления с учетом перекоса зубчатых колес // Прогресивні технології і системи машинобудування. 2007. № 2 (34). С. 183.
4. *Короткин В.И., Колосова Е.М., Онишков Н.П.* Оценка нагрузочной способности химико-термически упрочненных зубчатых передач с локальным контактом зубьев // Вестник машиностроения. 2020. № 8. С. 34.
5. *Roda-Casanova V., Sanchez-Marin F., Iserte J.L.* An approach for solving the contact problem in spur gear transmissions considering gear misalignments // В сборнике: Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conference. Сер. "ASME 2015 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference, IDETC/CIE 2015", 2015.
6. *Нахатакян Ф.Г.* Контактные напряжения и деформации цилиндров при перекосе // Вестник машиностроения. 2011. № 10. С. 45.
7. *Korotkin V.I.* Increasing the useful life and load-bearing capacity of the drives of oil pumping units // Chemical and Petroleum Engineering. 2018. Т. 54. № 3–4. Р. 165.
8. *Korotkin V.I., Kolosova E.M.* Modification of gearing for improving technical and economic characteristics of drive gearboxes in oil pumping units // Chemical and Petroleum Engineering. 2021. Т. 57. № 3–4. Р. 231.
9. *Proskokov A.V., Yanyushkin A.S.* Calculation of stress-strain state and contact stresses in the process of chip formation // Solid State Phenomena. 2021. Т. 313. Р. 59.
10. *Liu P., Zhao H., Huang K., Chen Q., Xiong Y.* Research on normal contact stiffness of micro-segments gear based on improved fractal model // Jixie Gongcheng Xuebao. 2018. Т. 54. № 7. Р. 114.
11. *Zelený V., Sýkora J., Skalník P., Linkeová I.* Mathematical approach to evaluate involute gear profile and helix deviations without using special gear software // Mechanism and Machine Theory. 2019. Т. 135. Р. 150.
12. *Дорофеев В.Л., Голованов В.В., Гукасян С.Г., Дорофеев Д.В.* Отображение погрешностей и контактных напряжений в зубчатых передачах многозначными и многолиственными функциями // Современное машиностроение. Наука и образование. 2016. № 5. С. 402.
13. *Попов В.В.* Определение нормального контактного смещения прямозубой эвольвентной зубчатой передачи при моделировании движения зубчатых механизмов // В сборнике: XXVIII Международная инновационно-ориентированная конференция молодых ученых и студентов (МИКМУС-2016). Сборник трудов конференции. 2017. С. 85.
14. *Нахатакян Ф.Г., Нахатакян Д.Ф.* Распределение контактной нагрузки вдоль цилиндров при перекосе // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2018. № 2. С. 51.
15. *Yu L., Wang G., Zou S.* The calculation of meshing efficiency of a new type of conical involute gear // Strojnicki Vestnik. 2017. Т. 63. № 5. Р. 320.
16. *Гоман А.М., Ишин Н.Н., Скороходов А.С., Старжинский В.Е.* Расчет предельного угла перекоса цилиндрических зубчатых колес // Известия тульского государственного университета. Технические науки. 2011. № 5-2. С.176.
17. *Иванов С.Л., Кузькин А.Ю., Скутельник В.В.* Допустимый угол перекоса осей зубчатых передач механических трансмиссий машин // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2017. № 9. С. 210.
18. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трех томах. Т. 2 / Под ред. И.А. Биргера, Я.Г. Пановко. М.: Машиностроение, 1968. 463 с.
19. *Нахатакян Ф.Г.* Решение плоской контактной задачи теории упругости с помощью модели упругого полупространства // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2011. № 5. С. 63.
20. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. М.: Изд-во стандартов. 1988. 127 с.