ПРОБЛЕМЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ И НАДЕЖНОСТИ МАШИН 2021, № 5, с. 14–22

МЕХАНИКА МАШИН

УДК 62-231.311.1

КРИВОШИПНО-ШАТУННЫЙ МЕХАНИЗМ С УПРУГИМИ ШАРНИРАМИ, ИМЕЮЩИМИ ЗАДАННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

А. Н. Зотов[1,*], А. С. Свиридов[1]

[1] Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа, Россия
**e-mail: anz21963@yandex.ru*

Поступила в редакцию 12.05.2021 г.
После доработки 06.06.2021 г.
Принята к публикации 24.06.2021 г.

Статья посвящена исследованию работы упругих шарниров с заданными зависимостями восстанавливающего момента от угла поворота в кривошипно-шатунном механизме. Принцип работы предлагаемых шарниров основан на перемещении упругого элемента между направляющими расчетной формы. Установка такого шарнира с расчетной характеристикой между стойкой и кривошипом позволяет получить постоянную угловую скорость кривошипа. При введении упругого шарнира между кривошипом и шатуном существенно уменьшается боковая сила, действующая на поршень в случае постоянной угловой скорости кривошипа. При добавлении должным образом противовеса, на шатуне возможно получить нулевую боковую силу в течение всего оборота кривошипа.

Ключевые слова: кривошипно-шатунный механизм, двигатель внутреннего сгорания, упругий шарнир, боковая сила, кривошип, шатун, неравномерность вращения кривошипа, трение

DOI: 10.31857/S023571192105014X

Проблеме уравновешивания и балансировки кривошипно-шатунного механизма (КШМ) посвящено множество работ [1–11]. Для снижения неравномерности вращения вала двигателя внутреннего сгорания (ДВС) предназначен маховик. Инерционность маховика может превышать 80% от инерционности всего ДВС [12]. Для транспортных средств снижение массы маховика уменьшит расход топлива, выбросы токсичных компонентов при разгоне и вибрацию всего механизма.

Для КШМ из однородных стержней известна зависимость момента от угла поворота кривошипа $M(\varphi)$, который необходимо к нему приложить для обеспечения его постоянной угловой скорости [13]. Эта зависимость является потенциальной, т.е. не требуется подвода энергии на одном повороте кривошипа ($\int_0^{2\pi} M(\varphi)d\varphi = 0$). Были поставлены следующие задачи. Разработать упругий шарнир, работающий без подвода энергии и создающий необходимый момент, приложенный к кривошипу для обеспечения его постоянной угловой скорости. Минимизировать боковую силу, действующую на поршень КШМ, путем установки упругого шарнира с заданной характеристикой между кривошипом и шатуном. Шарнир с заданной характеристикой представляет собой потенциальную систему, в которой упругий элемент (пружина или пневмопружина), перемещается между направляющими расчетной формы [14, 15]. Форма направляющих рассчитывается таким образом, чтобы момент создаваемый реакциями N был заданным (рис. 1). Радиус ролика, контактирующего с направляющи-

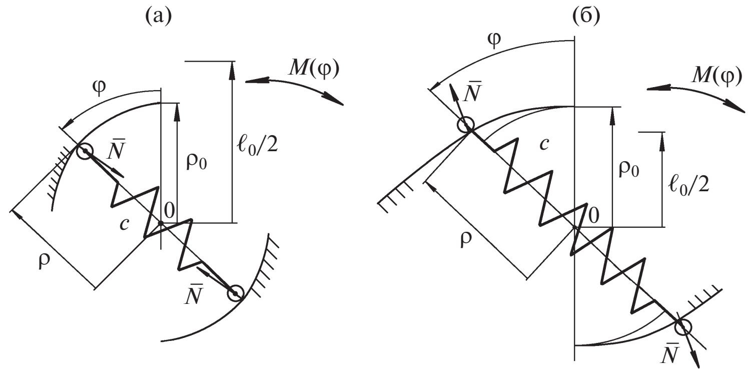

Рис. 1. Схема упругого шарнира: (а) – пружина сжимается; (б) – пружина растягивается.

ми, принят равным нулю. Трение не учитывается. Полярная координата, определяющая форму направляющих, рассчитывается из зависимости частной производной по углу поворота от потенциальной энергии пружины шарнира с моментом, создаваемым этим шарниром. Для определения боковой силы, действующей на поршень, использованы методы силового расчета КШМ, применяемые в теории машин и механизмов.

Определение параметров упругого шарнира для получения постоянной угловой скорости кривошипа. Для получения заданного момента, создаваемого предлагаемым шарниром, необходимо рассчитать форму его направляющих. Форму направляющих можно определить путем решения дифференциального уравнения

$$-M(\varphi) = -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi}, \tag{1}$$

где $\Pi = \frac{c\Delta\ell^2}{2}$ – потенциальная энергия пружины; c – коэффициент жесткости пружины; $\Delta\ell = 2\left(\frac{\ell_0}{2} - \rho\right)$, где ℓ_0 – длина ненапряженной пружины; ρ – полярная координата, определяющая форму направляющих (рис. 1).

С учетом зависимости $M(\varphi)$, приведенной в [13] и формулы (1), получаем дифференциальное уравнение первого порядка

$$4c(\ell_0 - 2\rho)d\rho = -\left(\frac{dI_{\text{пр.}}}{d\varphi}\dot{\varphi}^2 + r(P_1 + P_2)\cos(\varphi)\right)d\varphi, \tag{2}$$

где $I_{\text{пр.}}$ – приведенный момент инерции КШМ [13]; $\lambda = r/\ell$; r – длина кривошипа; ℓ – длина шатуна; P_1, P_2, P_3 – веса кривошипа, шатуна и ползуна КШМ соответственно; $g = 9.82$ м/с^2 – ускорение свободного падения.

Начальные условия для этого дифференциального уравнения при постоянной угловой скорости $\dot{\varphi}$ следующие: при $\varphi = 0$, $\rho = \rho_0$. Опуская выкладки, получаем решение дифференциального уравнения (2)

$$\rho = \frac{\ell_0}{2} \mp \sqrt{\ell_0^2/4 - B}, \tag{3}$$

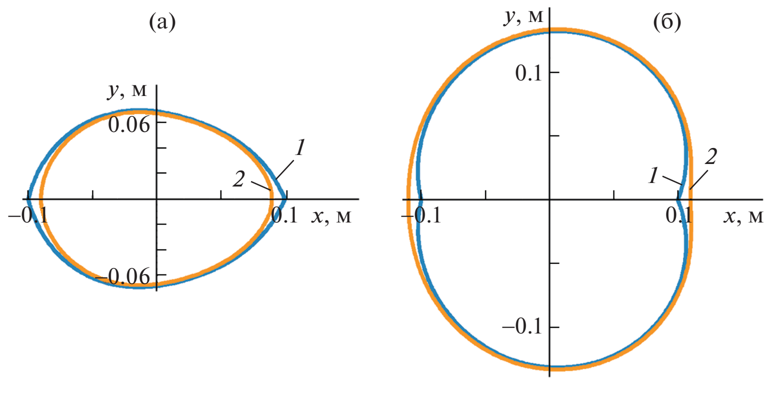

Рис. 2. Формы направляющих: (а) – пружина сжимается; (б) – пружина растягивается.

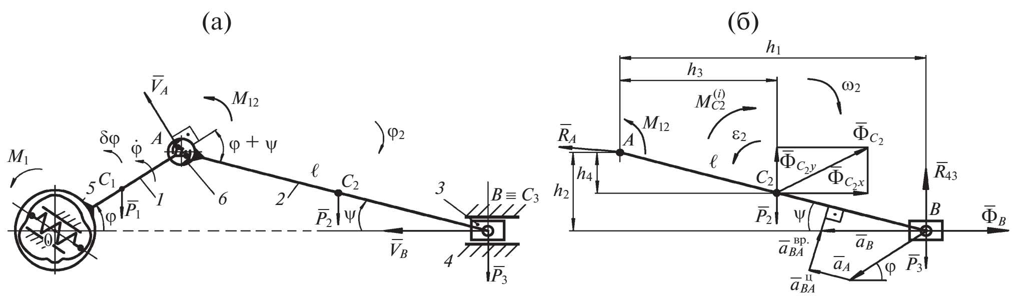

Рис. 3.

где $B = -\dfrac{\dot{\varphi}^2 I_{\text{пр.}}}{4c} - \dfrac{r(P_1 + P_2)\sin(\varphi)}{4c} + \ell_0\rho_0 - \rho_0^2 + \dfrac{\dot{\varphi}^2 \dfrac{r^2}{3g}(P_1 + P_2)}{4c}$.

На рис. 2 представлены зависимости $\rho(\varphi)$, полученные по формуле (3) при следующих данных: $c = 2\times 10^7$ Н/м; $r = 0.05$ м; $\ell_0 = 0.2$ м; $P_1 = 5$ Н; $P_2 = 6.5$ Н; $P_3 = 6$ Н; $\lambda = 0.3$; $\dot{\varphi} = 100$ с$^{-1}$. Направляющие *1* получены при условии, что пружина при $\varphi = 0$ не напряжена: $\rho_0 = \dfrac{\ell_0}{2}$. Направляющие *2* получены при $\rho_0 = 0.09$ м. На рис. 2а пружина сжимается (знак минус в уравнении (3)), на рис. 2б – растягивается (знак плюс). Центр пружины неподвижен и находится в центре вращения кривошипа, а направляющие жестко связаны с кривошипом.

Определение параметров упругого шарнира, расположенного между кривошипом и шатуном, для уменьшения боковой силы, действующей на поршень КШМ. Влиянию сил, действующих на поршень КШМ, посвящено много работ [17–22]. Большинство исследователей считает, что боковая сила, действующая на поршень, существенно влияет на его износ и потери на трение.

На рис. 3а представлен КШМ с упругим шарниром между кривошипом и шатуном. Угловую скорость кривошипа принимаем постоянной. На рис. 3б представлена группа Ассура 2-го класса, 2-го порядка, 2-го вида по классификации, принятой в теории машин и механизмов [1]. Определим момент M_{12}, возникающий в упругом шарнире *6*, при котором боковая сила R_{43}, действующая со стороны стойки *4* на поршень *3*, равна нулю. Сумма моментов всех активных сил, сил инерции и момента сил инерции шатуна, действующих на эту группу (рис. 3б), относительно точки *A* при $R_{43} = 0$ определяется по формуле

$$M_{12} - P_3 h_1 - \left(\frac{P_3}{g}\right)\ddot{x}_B h_2 - \mathrm{I}_{C2}^{(2)}\varepsilon_2 - \left(\frac{P_2}{g}\right)\ddot{y}_{C2} h_3 - (P_2/g)\,\ddot{x}_{C2} h_4 - P_2 h_3 = 0, \tag{4}$$

где $h_1 = \ell\cos(\psi)$; $\cos(\psi) \approx 1 - 0.25\lambda^2 + 0.25\lambda^2\cos(2\varphi)$; $\ddot{x}_B = -r\cos(\varphi)\,\dot{\varphi}^2 - \lambda^2\ell\cos(2\varphi)\,\dot{\varphi}^2$; $h_2 = \ell\sin(\psi)$; $\sin(\psi) = \lambda\sin(\varphi)$ [13]; $I_{C2}^{(2)} = \dfrac{(P_2/g)\,\ell_2^2}{12}$ – момент инерции шатуна относительно его центра масс C_2;

$$\varepsilon_2 = \lambda\dot{\varphi}^2\sin(\varphi)\frac{1 - \left(\dfrac{\lambda\cos(\varphi)}{1 - 0.25\lambda^2 + 0.25\lambda^2\cos(2\varphi)}\right)^2}{\left(1 - 0.25\lambda^2 + 0.25\lambda^2\cos(2\varphi)\right)}; \quad \ddot{y}_{C2} = -0.5r\dot{\varphi}^2\sin(\varphi);$$

$$h_3 = 0.5\ell\left(1 - 0.25\lambda^2 + 0.25\lambda^2\cos(2\varphi)\right);$$

$$\ddot{x}_{C2} = -r\cos(\varphi)\,\dot{\varphi}^2 - 0.5l\lambda^2\cos(2\varphi)\,\dot{\varphi}^2; \quad h_4 = 0.5r\sin(\varphi).$$

На рис. 4а представлены зависимости $M_{12}(\varphi)$, полученные по формуле (4), при следующих данных: $P_1 = 5$ Н, $P_2 = 6.5$ Н, $P_3 = 6$ Н, $r = 0.05$ м, $\lambda = 0.3$, *1* – $\dot{\varphi} = 100$ с$^{-1}$, *2* – $\dot{\varphi} = 300$ с$^{-1}$, *3* – $\dot{\varphi} = 500$ с$^{-1}$.

Проинтегрировав эти зависимости в диапазоне от 0 до 2π, получаем следующий результат: для всех трех зависимостей *1*, *2*, *3* – $\int_0^{2\pi} M_{12} d\varphi = 9.469$ Дж, т.е. этот интеграл не зависит от угловой скорости кривошипа. Для выделения потенциальной части ($\int_0^{2\pi} M_{12}^{\text{пот.}} d\varphi = 0$) зависимостей *1*, *2*, *3* использовано выражение

$$M_{12}^{\text{пот.}} = M_{12} - \int_0^{2\pi} M_{12} d\varphi/(2\pi), \tag{5}$$

где M_{12} определяется из (4).

Зависимости, полученные по формуле (5), (*1'* – $\dot{\varphi} = 100$ с$^{-1}$; *2'* – $\dot{\varphi} = 300$ с$^{-1}$; *3'* – $\dot{\varphi} = 500$ с$^{-1}$) при тех же данных также представлены на рис. 4а. Они слились с зависимостями, полученными по формуле (4). После установки упругого шарнира с силовой характеристикой по формуле (5) между кривошипом и шатуном сумма моментов относительно точки *A* определяется по формуле

$$\left(M_{12}(\varphi) - \int_0^{2\pi} M_{12}(\varphi)\,d\varphi/(2\pi)\right) + R_{43}^{*}\ell\cos(\psi) - P_3 h_1 + \Phi_B h_2 -$$

$$- M_{C2}^{(i)} + \Phi_{C2y} h_3 + \Phi_{C2x} h_4 - P_2 h_3 = 0.$$

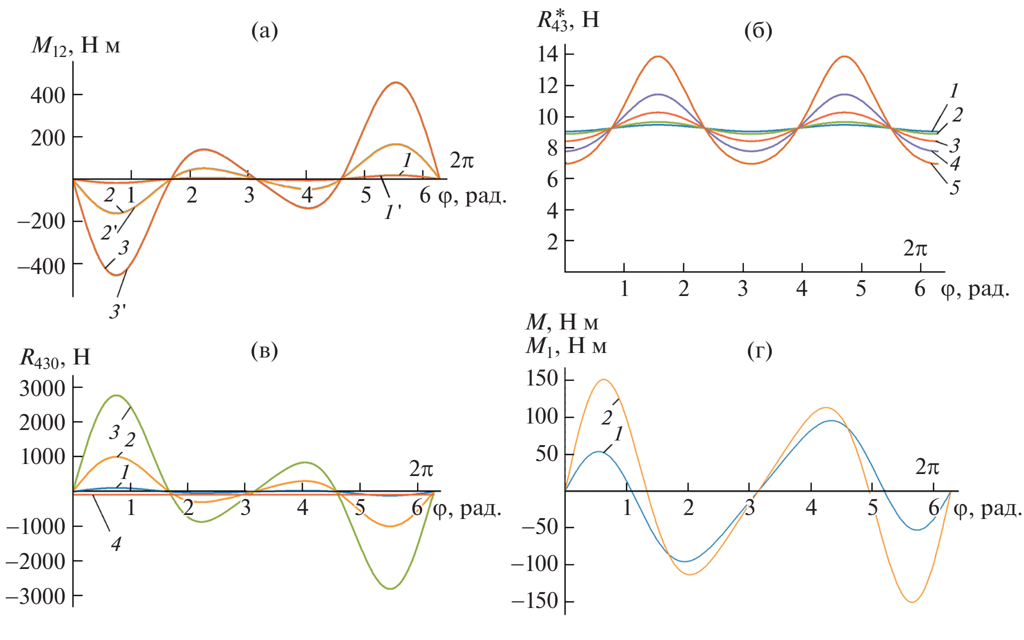

Рис. 4.

Отсюда боковая сила R^*_{43}, действующая на поршень после установления упругого шарнира между кривошипом и шатуном, который обеспечит потенциальную зависимость (5), определяется выражением

$$R^*_{43} = -\frac{\int\limits_0^{2\pi} M_{12} d\varphi}{2\pi\ell\left(1 - 0.25\lambda^2 + 0.25\lambda^2 \cos(2\varphi)\right)}. \qquad (6)$$

Боковая сила R_{430}, действующая на поршень без упругого шарнира между шарниром и шатуном, определяется выражением (7)

$$R_{430} = -\frac{M_{12}}{\ell\left(1 - 0.25\lambda^2 + 0.25\lambda^2 \cos(2\varphi)\right)}. \qquad (7)$$

На рис. 4б, в представлены зависимости, полученные по формулам (6) и (7).

Следует отметить, что зависимости $R^*_{43}(\varphi)$ не зависят от угловой скорости кривошипа, в отличие от зависимостей $R_{430}(\varphi)$. На рис. 4б зависимости $R^*_{43}(\varphi)$ получены при следующих значениях коэффициента λ: *1* – $\lambda = 0.3$; *2* – $\lambda = 0.4$; *3* – $\lambda = 0.6$; *4* – $\lambda = 0.8$; *5* – $\lambda = 1$. На рис. 4в: $\lambda = 0.3$; *1* – $\dot{\varphi} = 100$ с$^{-1}$; *2* – $\dot{\varphi} = 300$ с$^{-1}$; *3* – $\dot{\varphi} = 500$ с$^{-1}$; *4* – $10R^*_{43}$, ($\lambda = 0.3$).

Рассмотрим, каким должен быть момент M_1, приложенный к кривошипу, при наличии упругого шарнира между кривошипом и шатуном, чтобы его угловая скорость стала постоянной. Массой упругих шарниров пренебрегаем, тогда кинетическая энер-

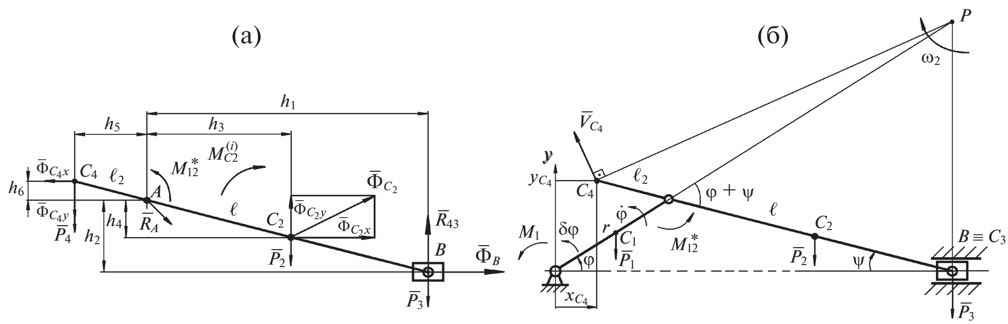

Рис. 5. Группа Ассура 2-го класса, 2-го порядка, 2-го вида – (а); кривошипно-шатунный механизм с противовесом на шатуне – (б).

гия КШМ не меняется. Опуская выкладки, запишем формулу для определения момента M_1

$$M_1 = 0.5\left(\frac{dI_{\text{пр.}}}{d\varphi}\dot{\varphi}^2 + r\left(P_1 + P_2\right)\cos(\varphi)\,M_{12}^{\text{пот.}}\left(1 + \frac{\lambda\cos(\varphi)}{\sqrt{1-\lambda^2\sin(\varphi)^2}}\right)\right). \tag{8}$$

Эта зависимость является потенциальной ($\int_0^{2\pi} M_1 d\varphi = 0$). То есть, можно создать упругий шарнир по схемам на рис. 1, характеристика которого будет определяться формулой (8). На рис. 4г представлены зависимости $M(\varphi)$, $M_1(\varphi)$, полученные по формулам (1) и (8) соответственно, при постоянной угловой скорости кривошипа $\dot{\varphi} = 300\ \text{с}^{-1}$ (*1* – $M(\varphi)$; *2* – $M_1(\varphi)$; $P_1 = 5$ Н; $P_2 = 6.5$ Н; $P_3 = 6$ Н; $r = 0.05$ м; $\lambda = 0.3$).

Определение параметров упругих шарниров, в случае нулевой боковой силы. Для получения нулевой боковой силы при любом угле поворота кривошипа воспользуемся противовесом в точке C_4, расположенным на шатуне (рис. 5). Считаем стержень C_4A невесомым, а вес противовеса в точке C_4 равным P_4. Сумма моментов относительно точки A в этом случае (рис. 5а) определяем по формуле

$$M_{12}^* - P_3h_1 - \left(\frac{P_3}{g}\right)\ddot{x}_Bh_2 - I_{C2}^{(2)}\varepsilon_2 - \left(\frac{P_2}{g}\right)\ddot{y}_{C2}h_3 - \left(\frac{P_2}{g}\right)\ddot{x}_{C2}h_4 -$$

$$- P_2h_3 + P_4h_5 - \left(\frac{P_4}{g}\right)\ddot{x}_{C4}h_6 - \left(\frac{P_4}{g}\right)\ddot{y}_{C4}h_5 = 0,$$

где $h_5 = \ell_2\cos(\psi)$; $h_6 = \ell_2\sin(\psi)$; $\ddot{y}_{C4} = -(r + \ell_2\lambda)\dot{\varphi}^2\sin(\varphi)$; $\ddot{x}_{C4} = -r\dot{\varphi}^2\cos(\varphi) + \lambda^2\ell_2\dot{\varphi}^2\cos(2\varphi)$.

Отсюда запишем зависимость $M_{12}^*(\varphi)$.

$$\begin{gathered} M_{12}^* = P_3h_1 + \left(\frac{P_3}{g}\right)\ddot{x}_Bh_2 + I_{C2}^{(2)}\varepsilon_2 + \left(\frac{P_2}{g}\right)\ddot{y}_{C2}h_3 + \\ + \left(\frac{P_2}{g}\right)\ddot{x}_{C2}h_4 + P_2h_3 - P_4h_5 + \left(\frac{P_4}{g}\right)\ddot{x}_{C4}h_6 + \left(\frac{P_4}{g}\right)\ddot{y}_{C4}h_5. \end{gathered} \tag{9}$$

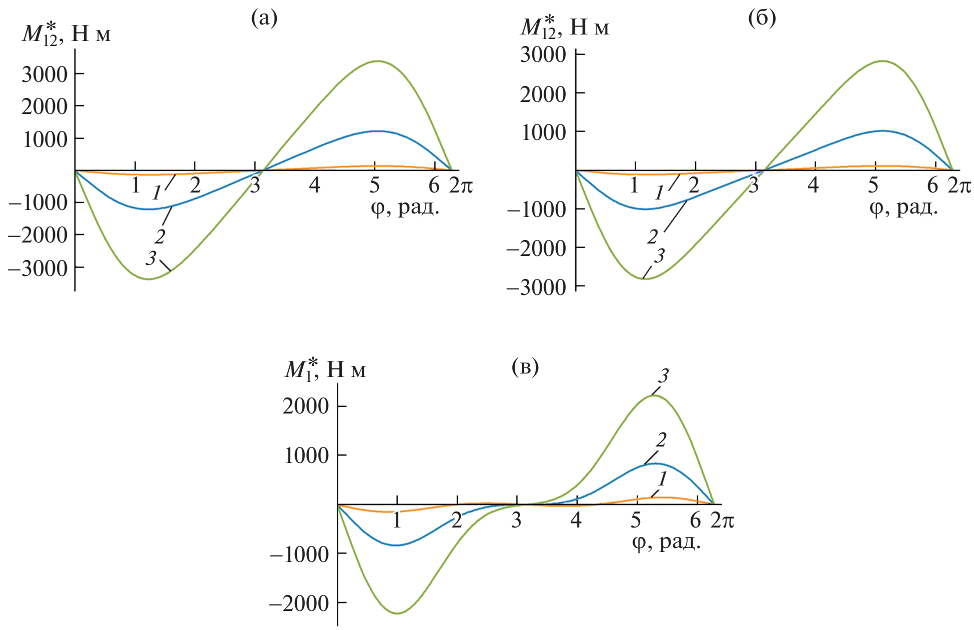

Рис. 6.

Следует так подобрать величины P_4 и ℓ_2, чтобы выполнялось условие

$$\int_0^{2\pi} M_{12}^* d\varphi = 0. \tag{10}$$

Это оказалось возможным, например, при $\ell_2 = 0.05$ м и $P_4 = 30.833$ Н; при $\ell_2 = 0.1$ м и $P_4 = 15.4167$ Н; при $\ell_2 = 0.15$ м и $P_4 = 10.278$ Н. В этом случае зависимости $M_{12}^*(\varphi)$ становятся потенциальными и упругий шарнир с характеристикой по формуле (9) с выполнением условия (10) обеспечит нулевую боковую силу. На рис. 6а, б представлены зависимости, полученные по формуле (9) при следующих данных: $P_1 = 5$ Н; $P_2 = 6.5$ Н; $P_3 = 6$ Н; $r = 0.05$ м; $\lambda = 0.3$; $1 - \dot{\varphi} = 100$ с$^{-1}$; $2 - \dot{\varphi} = 300$ с$^{-1}$; $3 - \dot{\varphi} = 500$ с$^{-1}$. Для варианта (рис. 6а) – $\ell_2 = 0.1$ м, $P_4 = 15.4167$ Н; для варианта (рис. 6б) – $\ell_2 = 0.05$ м, $P_4 = 30.8330$ Н.

Момент M_1^* на валу кривошипа, при котором его угловая скорость постоянна, при наличие противовеса C_4, определяется формулой

$$M_1^* = 0.5\left(\frac{dI_{\text{пр.}}^*}{d\varphi}\dot{\varphi}^2 + r(P_1 + P_2)\cos(\varphi) + M_{12}^*\left(1 + \frac{\lambda\cos(\varphi)}{\sqrt{1 - \lambda^2\sin(\varphi)^2}}\right)\right), \tag{11}$$

где M_{12}^* определяется по формуле (9).

Зависимость $\dfrac{dI_{\text{пр.}}^*}{d\varphi}$ здесь не приведена из-за ее громоздкости.

На рис. 6в представлены зависимости $M_1^*(\varphi)$, полученные по формуле (11) при следующих данных: *1* – $\dot{\varphi} = 100$ с$^{-1}$; *2* – $\dot{\varphi} = 300$ с$^{-1}$; *3* – $\dot{\varphi} = 500$ с$^{-1}$; $P_1 = 5$ Н; $P_2 = 6.5$ Н; $P_3 = 6$ Н; $r = 0.05$ м; $P_4 = 15.4167$ Н; $\ell_2 = 0.1$ м. Эта зависимость также является потенциальной ($\int_0^{2\pi} M_1^* d\varphi = 0$), т.е. возможно сделать упругий шарнир по вышеприведенному алгоритму.

Заключение. Для КШМ возможно создать упругий шарнир, не требующий подвода энергии с такой характеристикой, что при приложении момента, создаваемого этим шарниром, к кривошипу его угловая скорость будет постоянной. При расположении упругого шарнира с заданной характеристикой между кривошипом и шатуном возможно многократно снизить боковую силу, действующую на поршень. Получение нулевой боковой силы, действующей на поршень, возможно при присоединении противовеса расчетной массы к шатуну в заданной точке. Результаты данных исследований могут оказаться полезными при разработке ДВС, поршневых насосов, и других механизмов на основе КШМ.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Артоболевский И.И.* Теория машин и механизмов. М.: Наука, 1968. 644 с.
2. *Berkof R.S.* Force balancing of a six-bar linkage // Proceedings of the Fifth World Congress on Theory of Machines and Mechanisms. 1979. P. 1082.
3. *Gheronimus Y.L.* An approximate method of calculating a counterweight for the balancing of vertical inertia forces // Mechanisms. 1968. V. 3 (4). P. 283.
4. *Arakawa M., Nishioka M., Morita N.* Torque compensation cam mechanism. Proc. Joint International Conf. on Advanced Science and Technology, Zhejiang University, Hangzhou, China, 1997. P. 302.
5. *Angeles J., Wu C.-J.* The optimum synthesis of en elastic torque-compensating cam mechanism // Mechanism and Machine Theory. 2001. V. 36. P. 245.
6. *Arakelian V.* Equilibrage dynamique complet des mécanismes // Mech. Mach. Theory. 1998. V. 33 (4). P. 425.
7. *Arakelian V.* Shaking moment cancellation of self-balanced slider-crank mechanical systems by means of optimum mass redistribution // Journal of Mechanics Research Communications. 2006. V. 33. P. 846.
8. *Arakelian V.* Complete shaking force and shaking moment balancing of RSS'R spatial linkages // Multi-body Dynamics Part K. 2007. V. 221. P. 303.
9. *Arakelian V., Briot S.* Simultaneous Inertia Force/Moment Balancing and Torque Compensation of Slider-Crank Mechanisms // Mechanics Research Communications, Elsevier. 2010. V. 37 (2). P. 265.
10. *Akbari S., Fallahi F., Pirbodaghi T.* Dynamic Analysis and Controller Design for a Slider – crank Mechanism with Piezoelectric Actuators // J. Comput. Des. Eng. 2016. V. 3. № 4. P. 312.
11. *Li Y., Chen G., Sun D., Gao Y., Wang K.* Dynamic analysis and optimization design of a planar slider–crank mechanism with flexible components and two clearance joints // Mech. Mach. Theory. 2016. V. 99. P. 37.
12. *Savastenko E.A., Nikishin I.A., Devyanin S.N.* Irregular ice torque and machines traction quality // Vestnik RUDN, seria Engineering researches. 2010. № 3. P. 100.
13. *Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С.* Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 2. Динамика. М.: Наука, 1973. 663 с.
14. *Валеев А.Р., Зотов А.Н., Аптыкаев Г.А., Свиридов М.В., Вахитов Д.Р.* РФ. Патент 0002582629, 2016.

15. *Зотов А.Н.* Ударозащитные стержневые системы на базе упругих шарниров с заданными угловыми силовыми характеристиками // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Казань, 20–24 августа 2015. С. 1516.
16. *Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Мерки и др.* Курс теоретической механики. В двух томах. Т. 1. Статика и кинематика. 3-е изд., стереотип. М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1979. 272 с.
17. *Furuhama S., Takiguchi M.* Measurement of piston frictional force in actual operating diesel engine // Int. Jahrb. Tribologie. 1981. P. 737.
18. *Parker D.A., Ettles C.H., Richmond J.W.* The AE conoguide low friction piston feature – analysis and further experience // Combust Engines – Reduct. Frict and Wear conf. London. 1985. № 18–19.
19. *Li D.E., Rohde S.V., Erzat H.A.* An automotive piston lubrication model // ASLE Tranction. 1982. V. 26. P. 151.
20. *Blaiz W.L., Houl D.P., Wond V.W.* The role of piston distortion on lubrication in a reciprocating engine // Trans ASME F. Eng. Gas Turbines and Power. 1990. № 3. P. 287.
21. *Kenneth J.P., Ronald G.N., John B.H.* Development and Evaluation of a Friction Model for Spark-Ignition Engines. MTI. 1989. P. 24.
22. *Kennedy M., Hoppe S., Esser J.* Piston ring coating reduces gasoline engine friction // MTZ. 2012. № 5. P. 41.