
МЕХАНИКА МАШИН

УДК 531.8, 621.01

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕДАЧИ УСИЛИЯ
В МЕХАНИЗМЕ ТИПА DELTA, С ЧЕТЫРЬМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ**

© 2021 г. П. А. Ларюшкин

*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия
e-mail: pav.and.lar@gmail.com*

Поступила в редакцию 05.05.2021 г.

После доработки 08.06.2021 г.

Принята к публикации 24.06.2021 г.

В статье рассмотрен эксперимент по определению критической внешней силы, действующей на выходное звено механизма параллельной структуры типа Delta с линейными приводами и четырьмя степенями свободы. Отмечено увеличение погрешности вычисления значения указанной силы теоретическим методом при приближении механизма к особому положению. Показано, что данная погрешность коррелирует с изменением жесткости механизма, что говорит о перераспределении усилий между кинематическими цепями механизма, приводящими к увеличению реального значения критической силы по сравнению с расчетным.

Ключевые слова: механизмы параллельной структуры, Delta-робот, особые положения**DOI:** 10.31857/S0235711921050072

Робот Delta [1] с момента своего появления в конце 80-х годов прошлого века завоевал огромную популярность. Его вариации широко используются в различных отраслях производства, а также вызывают интерес в академической среде и вдохновляют исследователей на создание похожих механизмов [2–4]. Так, в настоящее время Delta-роботы в исполнении с линейными приводами широко применяются в любительской робототехнике. Подобную компоновку имеет множество моделей 3D-принтеров, представленных на рынке. С точки зрения теории механизмов параллельной структуры такой робот считается хорошо изученным, известны его сильные и слабые стороны. Широкая доступность компонентов: экструдированные алюминиевые профили, спроектированные под них каретки и колеса, шаговые двигатели невысокой мощности, элементы зубчатых ременных передач, а также их относительно невысокая цена способствовали широкому распространению устройств подобного типа. Таким образом, логично использовать в качестве объекта экспериментальных научных исследований механизм, близкий по своим характеристикам к описанным выше устройствам.

Одной из главных проблем механизмов параллельной структуры является наличие особых положений, при попадании в которые изменяется подвижность выходного звена, а при приближении к ним существенно ухудшаются эксплуатационные характеристики механизма (точность позиционирования, жесткость и т.д.). Delta-роботы также не лишены такого недостатка [5], однако, в большинстве случаев они проектируются так, чтобы их рабочая зона была конструктивно ограничена, и попадание выходного звена в особое положение было невозможно. Рассматриваемый в настоящей статье механизм не имеет особых положений при горизонтальной ориентации по-

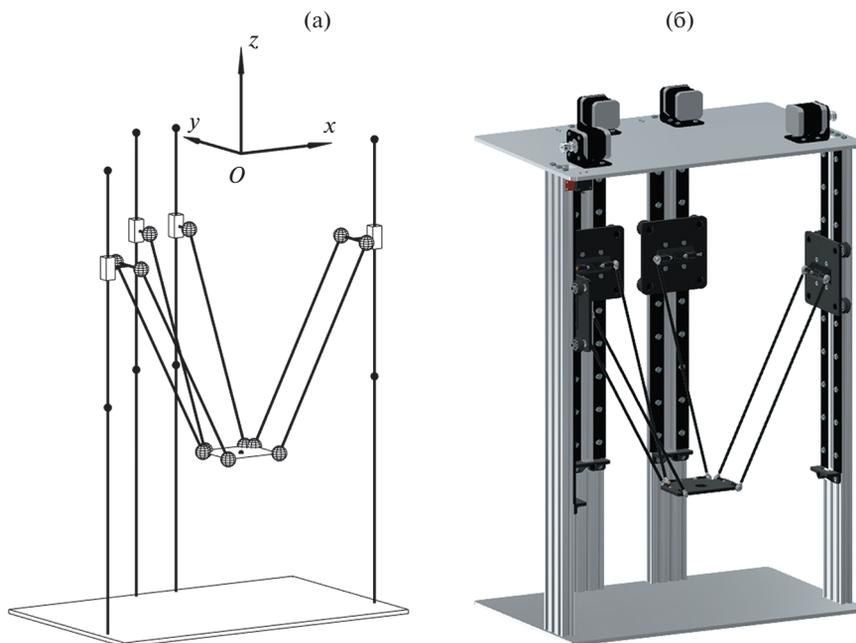


Рис. 1. Схема механизма – (а) и его CAD-модель – (б).

движной платформы, однако при ее наклоне в рабочей зоне появляются области, соответствующие таким положениям [6].

В настоящее время не существует какого-то одного универсального и принимаемого всеми исследователями в качестве “золотого стандарта” подхода к оценке близости к особым положениям. Поэтому ранее была предложена методика оценки близости к особым положениям на основе скоростных и силовых критериев [7]. Настоящая статья является логическим продолжением ранее опубликованных работ [6, 8], посвященных рассматриваемому механизму, а ее целью является экспериментальная проверка адекватности расчетной методики, упомянутой выше, на конкретном примере.

Характеристика исследуемого механизма. Схема механизма и его CAD-модель представлены на рис. 1.

Структурно механизм имеет четыре кинематических цепи. Две крайних цепи представляют собой классические цепи с параллелограммом, используемые в механизмах данного семейства, а две средних имеют простую структуру PSS (“P” – призматическая кинематическая пара, “S” – сферическая). Выходное звено имеет четыре степени свободы: три перемещения вдоль осей x , y и z , а также возможность поворота вокруг некоторой оси, параллельной оси y и проходящей через центр выходного звена. Во всех цепях приводной является призматическая пара.

Конструктивно, вертикальные направляющие выполнены из экструдированного алюминиевого профиля (60×20 мм) с закрепленными на нем рельсами типа Open-Rail. Перемещение кареток по направляющим осуществляется с помощью шаговых двигателей 17HS4401 (типоразмер NEMA 17) через передачу зубчатым ремнем типа GT2. Каретки, выходное звено, а также часть других деталей изготовлены из PLA-пластика методом 3D печати. В качестве штанг использованы углепластиковые трубки внешним диаметром 5 мм со сферическими шарнирами на концах. Верхнее и нижнее основание получены путем фрезерной обработки на станке с ЧПУ двух пластин из

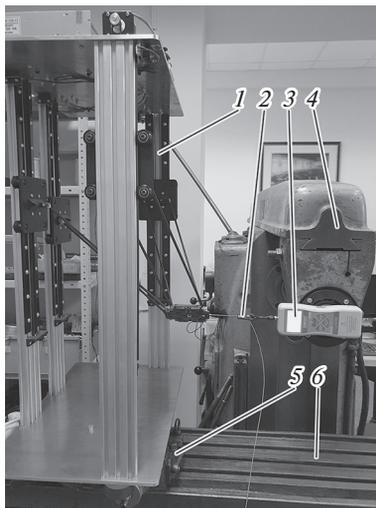


Рис. 2. Общий вид экспериментального стенда.

сплава АМг2 толщиной 6 мм. Для управления механизмом используется отладочная плата STM Nucleo-FR401RE и драйверы шагового двигателя А4988. Программирование осуществлялось в среде Mbed.

Габаритные размеры механизма: ширина – 500 мм, глубина – 320 мм, высота – 712 мм без учета высоты системы управления и ножек; длина штанг (межосевое расстояние для двух шаровых шарниров на концах) составляет 337 мм, а размеры подвижной платформы 110 × 85 мм. Таким образом, исследуемый механизм по своим размерам и конструкции близок к многочисленным 3D-принтерам, основанным на схеме Delta с тремя степенями свободы и доступным в настоящее время на рынке.

Описание экспериментальной установки и контроль направления приложения внешней силы. Проводимый эксперимент предполагает нагружение выходного звена силой в плоскости, параллельной Oxy в различных направлениях. Для этого механизм закрепляется винтами на поворотном столе, который в свою очередь установлен на горизонтально-фрезерном станке 6Н81Г (рис. 2).

На консоли станка 4 закреплен электронный динамометр 3, соединенный с выходным звеном механизма 1 с помощью металлического троса 2. Продольное перемещение стола станка 6 приводит к нагружению выходного звена внешней силой за счет натяжения указанного троса. Поперечное и вертикальное перемещение стола, а также вращение съемного поворотного стола 5 позволяют выставить механизм таким образом, чтобы направление возникающей силы совпадало с осью штока динамометра. Жесткость станка, поворотного стола, динамометра и троса (при растяжении) значительно выше жесткости исследуемого механизма, что позволяет считать, что перемещение стола станка компенсируется только за счет податливости элементов самого механизма. Это позволяет измерять перемещения непосредственно по лимбу стола (цена деления 0.05 мм), не внося при этом значимой погрешности.

Помимо точности измерения собственно значений прикладываемой силы и вызываемых ей перемещений, крайне важным является контроль направления приложения внешней нагрузки. Ранее было показано [7], что в каждой точке существует некоторое “наихудшее” направление приложения внешней силы \mathbf{F} , соответствующее максимально возможному (при неизменной норме $\|\mathbf{F}\|$) усилию (моменту или силе) e_{ai} в ак-

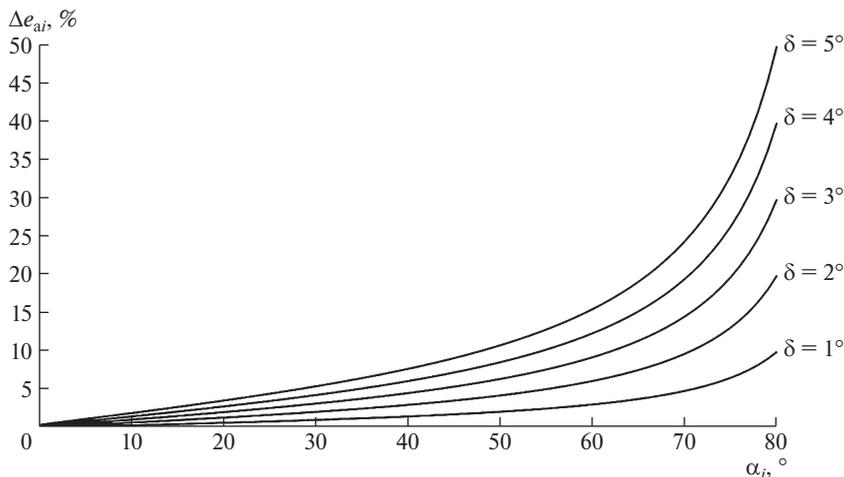


Рис. 3. Относительное отклонение расчетного значения усилия в приводе в зависимости от величины отклонения вектора внешней силы от заданного направления.

тивной паре i -й кинематической цепи. В общем случае для любого механизма значение данного усилия будет равно

$$e_{ai} = -\|\mathbf{F}\| \cdot \|\mathbf{j}_{Ti}\| \cdot \cos \alpha_i, \quad (1)$$

где \mathbf{j}_{Ti} — i -я строка транспонированной матрицы Якоби механизма, α_i — угол между векторами \mathbf{F} и \mathbf{j}_{Ti} . Можно видеть, что упомянутое “наихудшее” направление вектора \mathbf{F} является коллинеарным вектору \mathbf{j}_{Ti} .

Если в процессе эксперимента реальное направление силы \mathbf{F} не совпадает с требуемым, то это означает изменение значения угла α_i . Тогда относительное отклонение величины усилия в i -м приводе, вызванное изменением этого угла

$$\Delta e_{ai} = \left| \frac{e_{ai} - e_{ai}^*}{e_{ai}} \right| \times 100\% = \left| \frac{\cos \alpha_i - \cos \alpha_i^*}{\cos \alpha_i} \right| \times 100\% = \left| 1 - \frac{\cos \alpha_i^*}{\cos \alpha_i} \right| \times 100\%,$$

где звездочкой обозначены величины, изменившиеся за счет отклонения вектора \mathbf{F} от заданного направления.

Чем сильнее угол α_i^* отличается от угла α_i , тем больше становится значение рассматриваемого отклонения. Пусть вектор \mathbf{F} отклоняется от заданного направления на некоторый угол $\pm\delta$. Тогда максимально возможную величину относительного отклонения расчета усилия в приводе можно рассчитать по формуле

$$\Delta e_{ai} = \left| 1 - \frac{\cos(\alpha_i \pm \delta)}{\cos \alpha_i} \right| \times 100\%.$$

Поскольку интерес представляет только абсолютная величина данного отклонения, достаточно рассмотреть только изменение угла α_i в интервале от 0° до 90° и отклонение $+\delta$ (рис. 3). Из графика (рис. 3) видно, что, например, ошибка направления приложения внешней силы в 5° при значении α_i немного большем, чем 45° , приводит к возникновению погрешности вычисления усилия в приводе, превышающей 10%.

Иными словами, чем больше направление внешней силы не совпадает с “наихудшим” для данного привода, тем важнее становится задача контроля за соблюдением

Таблица 1. Результаты измерения силы срыва кареток

№ каретки	Срыв вверх		Срыв вниз	
	μ, Н	σ, Н	μ, Н	σ, Н
1	30.19	0.56	25.3	0.65
2	35.20	1.13	31.39	0.28
3	33.11	0.69	29.79	0.25
4	30.10	0.95	24.48	0.35

этого направления в процессе эксперимента. Для решения этой проблемы в данном эксперименте металлический трос (диаметр 1.65 мм) при закреплении на выходном звене проходит через металлическую трубку, длиной 25 мм и внутренним диаметром 3.6 мм, ось которой совпадает с требуемым направлением приложения внешней силы. При таких размерах, если трос не касается трубки, величина угла δ не превышает 1.2°, а верхняя граница относительной погрешности вычисления усилия в приводе составит 5% при α_i = 67.18° и 10% при α_i = 78.15°. Касание троса и трубки фиксируется с помощью вспомогательной электрической цепи, включающей элемент питания и устройство оповещения (светодиод или звуковой модуль).

Экспериментальное исследование. На первом этапе были экспериментально установлены силы срыва кареток, т.е. значения нагрузок, которые необходимо приложить непосредственно к кареткам для того, чтобы вызвать их перемещение при условии, что шаговые двигатели находятся в режиме удержания. Для этого каждая каретка нагружалась силой вдоль оси ее перемещения вверх и вниз. В каждом направлении выполнялось по 20 измерений. Выборки были проверены на нормальность по критерию Андерсона–Дарлинга с уровнем значимости 5%, после чего были рассчитаны значения математического ожидания μ и среднеквадратического отклонения σ (табл. 1).

Нумерация цепей по порядку справа налево (рис. 1).

Рассмотрим теперь связь сил, действующих на каретки, и внешней силы, приложенной к выходному звену. Для исследуемого механизма справедливо выражение

$$\begin{pmatrix} F_{a1} \\ F_{a2} \\ F_{a3} \\ F_{a4} \end{pmatrix} = -\mathbf{J}^T \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_y \end{pmatrix}, \tag{2}$$

где F_{ai} – сила на каретке i -й ($i = 1...4$) цепи; F_x, F_y, F_z – внешние силы, действующие параллельно соответствующим координатным осям; M_y – внешний момент, действующий в рамках вращательной степени свободы выходного звена; \mathbf{J} – матрица Якоби механизма.

Принимая во внимание то, что эксперимент проводится только с нагружением внешней силой в горизонтальной плоскости, а также с учетом (2), выражение (1) для рассматриваемого механизма можно записать для любой i -й цепи в несколько видоизмененной форме

$$F_{ai} = -\langle \mathbf{j}_{Ti}, \mathbf{F}_{xy} \rangle = -\|\mathbf{F}_{xy}\| \cdot \langle \mathbf{j}_{Ti}, \mathbf{d}_F \rangle, \tag{3}$$

где $\mathbf{F}_{xy} = (F_x, F_y, 0, 0)$ – вектор внешней силы, приложенной в плоскости, параллельной плоскости Oxy ; \mathbf{d}_F – единичный вектор направления внешней силы. Скалярное произведение в данном случае обозначено угловыми скобками во избежание путаницы с операцией умножения.

Пусть F_{ai}^{kp} – значение критической силы срыва каретки в i -й кинематической цепи, а \mathbf{F}_{xy}^{kp} – соответствующий ей вектор внешней силы. Тогда, подставив данные величины в (3), можно получить выражение для расчета величины внешней нагрузки

$$\|\mathbf{F}_{xy}^{kp}\| = \frac{-F_{ai}^{kp}}{\langle \mathbf{j}_{Ti}, \mathbf{d}_F \rangle}. \quad (4)$$

Значение силы F_{ai}^{kp} может быть как положительным (сила действует вверх), так и отрицательным (сила действует вниз), поэтому направление действия этой силы определяется таким образом, чтобы при расчете значения $\|\mathbf{F}_{xy}^{kp}\|$ оно не оказалось отрицательным.

Таким образом, используя значения из табл. 1, можно по формуле (4) для каждой каретки рассчитать величину внешней силы, которую необходимо приложить к выходному звену в любом заданном направлении. Если после этого провести эксперимент, при котором сила будет прикладываться к выходному звену до срыва какой-либо каретки, то упомянутые расчетные значения $\|\mathbf{F}_{xy}^{kp}\|$ можно сравнить с экспериментальными, проверив тем самым адекватность расчетной методики. При этом сначала целесообразно проводить подобный эксперимент в точке, далекой от особых положений, дабы максимально снизить их возможное влияние.

Сначала измерения величины внешней критической силы производились при нахождении выходного звена точке с координатами $x = 0$ мм, $y = -100$ мм, $z = -400$ мм и при угле поворота подвижной платформы $\phi_y = 0^\circ$. В этой точке в горизонтальной плоскости к выходному звену прикладывалась внешняя сила в различных направлениях до момента срыва какой-либо каретки. Всего было исследовано восемь направлений приложения внешней силы с шагом, равным 45° , для каждого из которых было проведено по 20 измерений. Как и в предыдущем случае, выборки проверялись на нормальность и были вычислены параметры распределения. Результаты измерений, а также результаты расчетов по формуле (4) представлены в табл. 2. Направление 0° совпадает с направлением оси Oy , в дальнейшем углы откладываются против часовой стрелки. В скобках указан номер каретки, для которой приведено соответствующее расчетное значение μ или σ .

Из табл. 2 видно, что в трех случаях происходил срыв не той каретки, которая предсказывалась расчетами, однако, значения расчетной внешней критической силы для обеих кареток во всех случаях весьма близки. Поскольку адекватная оценка непосредственного значения критической внешней силы намного важнее точного предсказания того, какой именно привод окажется перегруженным, данное расхождение не играет существенной роли.

Таким образом, анализируя результаты эксперимента можно отметить хорошую согласованность расчетных и экспериментальных значений внешней критической силы. Различие между значениями составляет не более 7.1% для всех направлений, кроме направления 180° , для которого эта величина составляет 10.73%, что, однако, также является очень хорошим результатом. При этом дисперсия, особенно для экспериментальных значений, невелика. Исходя из этого, можно заключить, что при проведении эксперимента по нагружению выходного звена внешней силой при нахождении этого звена в точке, далекой от особых положений, продемонстрирована адекватность теоретических расчетных зависимостей. Это позволяет в дальнейшем использовать их без опасений внести дополнительную погрешность в результаты.

Результаты описанного эксперимента позволяют предположить, что заведомо невысокая жесткость механизма не оказывает существенного влияния на точность расчетов. Однако известно, что при приближении к особым положениям происходит

Таблица 2. Результаты измерения критической внешней силы и результаты расчетов

Направление внешней силы	Каретка и направление срыва		Внешняя критическая сила			
	расчет	эксперимент	расчет		эксперимент	
			μ , Н	σ , Н	μ , Н	σ , Н
0°	2, вниз	4, вниз	26.5 (2)	0.24 (2)	25.67	0.30
			26.57 (4)	0.38 (4)		
45°	4, вниз	4, вниз	22.25	0.32	28.83	0.23
90°	4, вниз	1, вниз	38.58 (4)	0.55 (4)	37.88	0.35
			39.93 (1)	1.02 (1)		
135°	1, вниз	1, вниз	23.03	0.59	22.24	0.29
180°	3, вниз	1, вниз	25.15 (3)	0.19 (3)	24.54	0.30
			27.49 (1)	0.7 (1)		
225°	3, вниз	3, вниз	23.16	0.19	24.49	0.28
270°	3, вниз	3, вниз	46.96	0.39	48.34	0.56
315°	2, вниз	2, вниз	24.41	0.22	25.75	0.35

уменьшение жесткости [9], поэтому целесообразным является экспериментальное исследование зависимости изменения величины критической внешней силы от жесткости механизма в направлении этой силы.

Данный этап экспериментального исследования проводился в девяти различных точках с постоянными координатами исходного звена $y = -100$ мм, $z = -400$ мм, $\varphi_y = 30^\circ$ и координатой x , изменяемой на интервале от -100 м до 100 мм включительно с шагом 25 мм. Наклон выходного звена позволяет ввести в рабочую зону особые положения 2-го типа (рис. 4, нижний правый угол среза рабочей зоны) по классификации Х. Анжелеса и К. Госслена [10]. Изменение координаты x , удобное с практической точки зрения, позволяет приближать или отдалять выходное звено от особого положения.

Как и в предыдущем эксперименте, в указанных точках к выходному звену прикладывалась внешняя сила (20 измерений). Из соображений удобства проведения эксперимента направление этой силы всегда параллельно оси Oy (направление 270° по обозначениям в табл. 2). Учитывая полученные данные о критических силах срыва кареток (табл. 1), по формуле (4) можно рассчитать критические значения внешней силы $\|F_y^{кр}\|$ после чего сравнить полученные значения с экспериментальными. Стоит отметить, что во всех девяти точках расчетами предсказывается срыв каретки второй кинематической цепи вниз. Также для каждой из точек была измерена жесткость механизма в направлении прилагаемой силы. Для этого в процессе нагружения с шагом 2.5 Н измерялось перемещение стола станка, после чего полученные данные были аппроксимированы методом наименьших квадратов и рассчитано собственно значение жесткости в рамках линейной модели. Результаты измерений представлены в табл. 3.

Как видно из результатов расчета, значение критической внешней силы изменяется от 41.97 Н при $x = -0.1$ м до 27.5 Н при $x = 0.1$ м, т.е. ожидаемо уменьшается при приближении к особому положению. В то же время разница между расчетными и экспериментальными значениями увеличивается. При этом экспериментальное значение оказывается больше расчетного, т.е. в реальности может выдержать большую нагрузку, чем предсказывается расчетом. Сама же величина относительного отклонения между расчетными и экспериментальными значениями достигает 40.04% при $x = 0.1$ м,

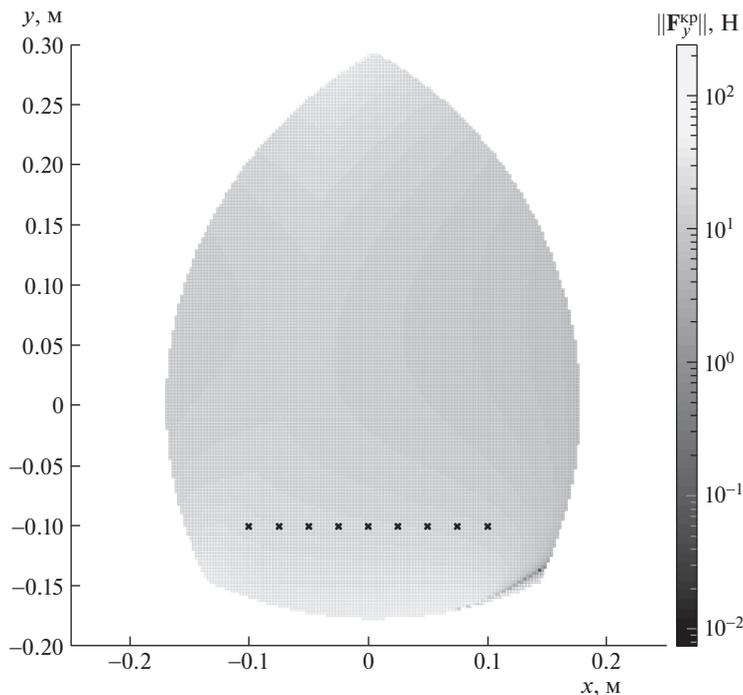


Рис. 4. Точки проведения эксперимента: расположение на срезе рабочей зоны.

что является весьма существенным. Кроме того, величина среднеквадратического отклонения не увеличивается при приближении к особому положению, а значит можно говорить о том, что точность измерения экспериментального значения внешней силы достаточна во всех точках. В то же время в предыдущем эксперименте была продемон-

Таблица 3. Результаты измерения критической внешней силы (срыв каретки № 2 вниз) и жесткости

x, мм	Внешняя критическая сила (μ , σ) и жесткость				
	расчет		эксперимент		
	μ , Н	σ , Н	μ , Н	σ , Н	жесткость, Н/мм
-100	41.97	0.38	40.12	0.62	6.3191
-75	38.86	0.35	39.82	0.54	6.3450
-50	36.88	0.33	38.30	0.72	5.7518
-25	35.49	0.32	38.48	0.83	6.1434
0	34.38	0.31	38.36	0.37	5.6867
25	33.31	0.30	37.60	0.91	5.9501
50	32.04	0.29	33.73	0.63	5.5074
75	30.25	0.27	32.77	0.66	4.6394
100	27.50	0.25	38.51	0.66	5.2133

стрирована адекватность результатов, получаемых расчетным путем. Достоверность как расчетных, так и экспериментальных значений критической внешней силы позволяет сделать вывод о том, что нарастающее при приближении к особому положению отклонение между этими величинами вызвано влиянием одного или нескольких факторов, в частности изменением жесткости механизма.

Используя полученные данные о значениях критической силы срыва и жесткости механизма в направлении действия этой силы можно перейти непосредственно к рассмотрению влияния жесткости на отклонение экспериментального и расчетного значений указанной силы. Пусть данное отклонение определяется как

$$\Delta F_y^{\text{кр}} = \frac{F_{y,\text{эксп}}^{\text{кр}} - F_{y,\text{расч}}^{\text{кр}}}{F_{y,\text{расч}}^{\text{кр}}} \times 100\%,$$

где “эксп” указывает на то, что значение получено в результате эксперимента, а “расч” – путем расчета. Положительное значение отклонения говорит о том, что реально выдерживаемая внешняя нагрузка больше расчетной, в то время как отрицательное свидетельствует о том, что расчет дает завышенное значение этой нагрузки.

При рассмотрении результатов эксперимента (табл. 3) можно уследить качественную связь между снижением жесткости механизма и увеличением отклонения значения экспериментально определенной критической силы от расчетного. Для количественной же оценки взаимозависимости данных величин можно рассчитать коэффициент корреляции (Пирсона). Однако поскольку эксперимент проводился всего в девяти точках, значение данного коэффициента, рассчитанного для двух выборок такого размера, может оказаться ниже, чем могло бы быть для более крупных выборок, а значит, уровень зависимости одной величины от другой может быть занижен.

При рассмотрении жесткости механизма параллельной структуры его промежуточных звеньев, как правило, представляются в виде балок [11]. Для этого составляются матрицы жесткости отдельных звеньев, которые затем объединяют в общую матрицу жесткости всего механизма. При этом компоненты матрицы перехода от локальных координат к глобальным зависят от последних. В общем случае зависимость какой-либо компоненты матрицы перехода от всех абсолютных координат можно представить полиномом степени, не большей, чем три. Зависимость же от какой-либо одной координаты в таком случае будет выражаться полиномом, степень которого максимум может быть равной двум. Исходя из этого, можно предположить, что зависимость жесткости рассматриваемого механизма от координаты x будет квадратичной, а значит, используя метод наименьших квадратов, целесообразно провести аппроксимацию имеющейся выборки значений жесткости механизма полиномом второй степени. Сделав допущение, что отклонение значений критической силы зависит от изменения жесткости механизма, такую же аппроксимацию можно выполнить и для выборки значений $\Delta F_y^{\text{кр}}$ (рис. 5).

После аппроксимации выборочных значений (точки на графике) полиномами второй степени (штриховые линии на графике) корреляция между исследуемыми величинами становится очевидной. Коэффициент, значение коэффициента корреляции между изначальными выборками оказалось равным – 0.439, а между аппроксимированными данными составило – 0.969.

Из полученных результатов следует явная корреляция между изменением жесткости механизма в некотором направлении при приближении к особым положениям и погрешностью вычислений теоретического значения критической внешней силы в этом же направлении. При этом видно, что реальное значение критической силы оказывается больше расчетного, т.е. используемая расчетная методика занижает это значение, а значит, позволяет рассчитать требуемые характеристики приводов с некоторым запасом. Это можно объяснить перераспределением нагрузки между цепями за

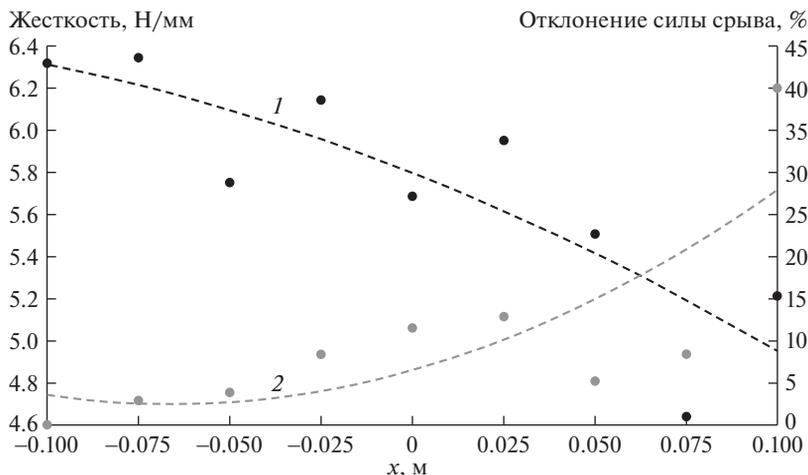


Рис. 5. Изменение жесткости – 1 и отклонения экспериментального и расчетного значений внешней критической силы – 2.

счет неравномерного изменения их жесткости и, соответственно, вклада в общую жесткость механизма.

Заключение. В настоящей статье был рассмотрен двухэтапный эксперимент по проверке предложенного ранее способа расчета критической внешней нагрузки на выходное звено механизма параллельной структуры, приводящей к превышению максимального усилия, которое могут развить приводы механизма. В качестве объекта исследования был выбран механизм типа Delta с линейными приводами и четырьмя степенями свободы. На первом этапе была продемонстрирована достаточная точность расчетов в точке, удаленной от особых положений. Так, для всех точек, кроме одной, относительная погрешность расчетов при сравнении с данными эксперимента составила не более 7.1%, а в оставшейся точке имела значение 10.74%. На втором этапе было показано, что при приближении к особому положению указанная погрешность растет (в рассматриваемом эксперименте – до 40.04%). При этом установлена корреляция между увеличением погрешности и уменьшением жесткости механизма в направлении прикладываемой внешней нагрузки. После аппроксимации экспериментальных данных полиномами второй степени методом наименьших квадратов было получено значение коэффициента корреляции, равное – 0.969. При этом установлено, что расчетное значение критической силы оказывается больше экспериментального, что можно объяснить перераспределением нагрузки между кинематическими цепями, вызванным неравномерным изменением жесткости каждой отдельной цепи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Clavel R. Device for the Movement and Positioning of an Element in Space. USA Patent 4976582, 1990.
2. Briot S., Arakelian V., Glazunov V. Design and analysis of the properties of the Delta inverse robot // Proceedings of the X. International Conference on the Theory of Machines and Mechanisms. Liberec, Czech Republic, 2008. P. 113.
3. Глазунов В.А., Борисов В.А. Разработка механизмов параллельной структуры с четырьмя степенями свободы и четырьмя кинематическими цепями // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2017. № 5. С. 3.

4. *Stamper R.E.* A Three Degree of Freedom Parallel Manipulator with Only Translational Degrees of Freedom // Ph.D. Thesis. University of Maryland, College Park. Md. 1997.
5. *Carricato M.* Singularity-Free Fully-Isotropic Translational Parallel Manipulators. University of Bologna, 2001. 67 p.
6. *Ларюшкин П.А., Эрастова К.Г., Кобылкин К.А., Скворцов С.А.* Исследование особых положений механизма параллельной структуры семейства Delta с четырьмя степенями свободы // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. № 6. С. 34.
7. *Laryushkin P., Glazunov V., Erastova K.* On the Maximization of Joint Velocities and Generalized Reactions in the Workspace and Singularity Analysis of Parallel Mechanisms // Robotica. 2019. V. 37. № 4. P. 675.
8. *Ларюшкин П.А., Эрастова К.Г., Филиппов Г.С., Хейло С.В.* К расчету механизмов типа Delta с линейными приводами и различным числом степеней свободы // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. № 3. С. 19.
9. *Merlet J.-P.* Parallel Robots. 2-nd edition. Springer, 2006. P. 402.
10. *Gosselin C.M., Angeles J.* Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. IEEE Transactions on Robotics and Automatics. 1990. V. 6 (3). P. 281.
11. *Klimchik A., Pashkevich A., Chablat D.* Fundamentals of Manipulator Stiffness Modeling Using Matrix Structural Analysis // Mech. Mach. Theory. 2019. V. 133. № December. P. 365.