ПРОБЛЕМЫ МАШИНОСТРОЕНИЯ И НАДЕЖНОСТИ МАШИН 2020, № 5, с. 75–86

АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ В МАШИНОСТРОЕНИИ

УДК 681.5

МЕТОД ПОИСКА СУБОПТИМАЛЬНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕГО ДОПУСТИМЫЕ ПОТЕРИ В КАЧЕСТВЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

Д. С. Соловьев[1,*], И. А. Соловьева[2], Ю. В. Литовка[2], В. А. Нестеров[3]

[1] Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина, Тамбов, Россия
[2] Тамбовский государственный технический университет, Тамбов, Россия
[3] Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия
**e-mail: solovjevdenis@mail.ru*

Поступила в редакцию 17.03.2020 г.
Принята к публикации 29.05.2020 г.

Применение найденного управления для многомерных объектов может быть неоптимальным в условиях неопределенности значений входных координат и повлечь за собой недопустимые потери качества технологического процесса. Для решения проблемы предлагается метод поиска субоптимального управления, заключающийся в построении матрицы управления из значений входных координат, управляющих воздействий и критериев управления, расстояние между соседними значениями которых обеспечивает допустимые потери качества процесса. Для снижения объема просматриваемых элементов в матрице на этапе проектирования системы предлагается осуществить их предварительную кластеризацию. На этапе эксплуатации для измеренных значений входных координат осуществляется поиск кластера с ближайшим центром, среди элементов которого по наименьшему расстоянию выбирается вектор из матрицы управления. На примере гальванического хромирования шеек коленчатых валов показана эффективность разработанного метода.

Ключевые слова: субоптимальное управление, неопределенность, система управления, матрица управления, кластеризация, вычислительная сложность

DOI: 10.31857/S0235711920050144

Технический прогресс в машиностроении достигается за счет совершенствования конструкций машин и механизмов, а также производственных процессов их изготовления. Решению проблем совершенствования конструкций различных машин и механизмов посвящены работы [1–7]. Решению проблем совершенствования производственных процессов, направленных на повышение качества получаемой конструкции машины или механизма посредством поиска и реализации оптимального воздействия (управления) для различных технологических процессов их изготовления, посвящены работы [8–13]. Поиск оптимального управления технологическим процессом осуществляется по двум стратегиям. Согласно первой стратегии оптимальное управление находится в режиме реального времени (метод динамического программирования, принцип максимума Понтрягина) – во время протекания технологического процесса при изменении вектора входных координат определяется соответствующая экстремаль. К недостаткам метода динамического программирования, применяемого при решении задач такого класса, относятся значительный объем неиспользуемых вычислений, а также трудность подхода к многомерным объектам управления, поскольку при большой размерности задачи ее решение ограничивается памятью и быстродействием используемых вычислительных устройств [14–16]. Недостатком принципа максимума Понтрягина является невозможность его использования в задачах, для которых отсутствуют выпуклые свойства гамильтониана [17–19]. Согласно второй стратегии для заданных значений вектора входных координат осуществляется предварительный поиск оптимального управления с использованием адекватных математических моделей технологического процесса. Данная стратегия особенно часто применяется при управлении объектами, которые описываются дифференциальными уравнениями в частных производных [20–22], ввиду невозможности решения задач такого типа в режиме реального времени. В свою очередь, последующая реализация полученных результатов на объекте управления затрудняется неопределенностью, обусловленной произвольными значениями вектора входных координат. Применение найденного в последнем случае управления уже не будет оптимальным и может повлечь за собой недопустимые потери качества протекания технологического процесса. Назовем такое управление "субоптимальным". Поэтому актуальной задачей является разработка эффективного с точки зрения вычислительной сложности метода поиска субоптимального управления для произвольных значений вектора входных координат, использование которого обеспечит допустимые потери качества технологического процесса.

Материалы и методы. Пусть изменение поведения объекта управления на временном интервале $T = \{\tau\colon \tau_0 \le \tau \le \tau_1\}$ описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{d\tau} = f(\tau, x, u), \\ y = g(\tau, x, u), \end{cases}$$

с начальным условием

$$x(\tau_0) = x_0, \tag{1}$$

где x – вектор входных координат,

$$x = (x_1(\tau), x_2(\tau), \ldots, x_n(\tau), \ldots, x_N(\tau))^T, \tag{2}$$

где y – вектор выходных координат,

$$y = (y_1(\tau), y_2(\tau), \ldots, y_v(\tau), \ldots, y_V(\tau))^T, \tag{3}$$

u – вектор управляющих воздействий,

$$u = (u_1(\tau), u_2(\tau), \ldots, u_m(\tau), \ldots, u_M(\tau))^T, \tag{4}$$

где f, g – вектор-функции; x_0 – начальное значение вектора (2); N, M, V – количество компонентов векторов (2)–(4).

Тогда постановка всевозможных K задач поиска оптимальных управлений вида

$$J_k[y_k, u_k^*] \to \text{extr}, \quad (k = 1, 2, \ldots, K), \tag{5}$$

для неизвестных начальных условий (1) бессмысленна ввиду бесконечного множества найденных экстремалей (4), хранение которых в вычислительном устройстве системы управления не представляется возможным.

Сведем бесконечное множество значений входных координат (2) к конечному числу

$$x_l \in X, \quad (l = 1, 2, \ldots, L), \tag{6}$$

где L – количество значений; X – область изменения (2).

Для выбранных значений (6) L раз решим K задач поиска оптимального управления (5). Из полученных результатов (5), (6) сформируем матрицу управления Ψ_{LH} размерностью L строк и $H = (N + 2K)$ столбцов, каждая строка в которой имеет вид

$$\{x_l, u_l^*, J_l^*[y_l, u_l^*]\}, \tag{7}$$

где u_l^* – набор векторов оптимальных управляющих воздействий, размерностью K компонентов

$$u_l^* = \{u_{l1}^*, u_{l2}^*, \ldots, u_{lk}^*, \ldots, u_{lK}^*\},$$

$J_l^*[y_l, u_l^*]$ – набор векторов оптимальных значений критериев управления, размерностью K компонентов

$$J_l^*[y_l, u_l^*] = \{J_{l1}^*[y_{l1}, u_{l1}^*], J_{l2}^*[y_{l2}, u_{l2}^*], \ldots, J_{lk}^*[y_{lk}, u_{lk}^*], \ldots, J_{lK}^*[y_{lK}, u_{lK}^*]\}.$$

Сформированная матрица Ψ_{LH} сохраняется в вычислительном устройстве системы управления. Для вектора измеренных значений входных координат $x^{measured}$ на объекте управления отыскивается l-я строка в Ψ_{LH}, для которой выполняется равенство

$$x_l = x^{measured}. \tag{8}$$

Если l-я строка существует, то на исполнительное устройство системы управления подается k-е управление u_{lk}^* согласно выбранному критерию управления $J_{lk}^*[y_{lk}, u_{lk}^*]$.

Ввиду ограниченности размерности в строках матрицы управления условие (8), в общем случае, не будет выполняться для произвольного вектора входных координат объекта управления. В таком случае предлагается воспользоваться предположением: чем ближе между собой два вектора входных координат объекта управления, тем ближе между собой их наборы векторов оптимальных управляющих воздействий и критериев управления выходными координатами. Формализуем данное предположение если $\|x_l - x^{measured}\| \to 0$, то $\|u_l^* - u_{x^{measured}}^*\| \to 0$ и $\|J_l^*[y_l, u_l^*] - J_{x^{measured}}^*[y^{measured}, u_{x^{measured}}^*]\| \to 0$, где $u_{x^{measured}}^*$, $J_{x^{measured}}^*[y^{measured}, u_{x^{\mathrm{measured}}}^*]$ – набор векторов оптимальных управляющих воздействий и значений критериев управления для $x^{measured}$; $y^{measured}$ – вектор измеренных значений выходных координат.

Соответствующие потери в качестве протекания процесса на объекте управления определяются по формуле

$$\delta J_{x^{measured}}^*[y^{measured}, u_{x^{measured}}^*] = \frac{|J_l^*[y_l, u_l^*] - J_{x^{measured}}^*[y^{measured}, u_l^*]|}{J_l^*[y_l, u_l^*]} \times 100\%.$$

Тогда задачу поиска субоптимального управления с использованием матрицы Ψ_{LH} можно сформулировать следующим образом: найти для измеренного $x^{measured}$ на объекте управления такое x_l, которое обеспечивает

$$l^* = \underset{l=1,2,\ldots,L}{\arg\min}\, \rho_l(x_l, x^{measured}) \tag{9}$$

и соответствующее ему $u_{l^*}^*$, для которого выполняется ограничение на потери качества протекания процесса

$$\delta J_{x^{measured}}^*[y^{measured}, u_{l^*}^*] \le \delta J^s = (\delta J_1^s, \delta J_2^s, \ldots, \delta J_K^s), \tag{10}$$

где δJ^s – допустимые потери качества; ρ_l – расстояние между векторами.

С одной стороны, матрица Ψ_{LH} должна содержать большое количество строк для обеспечения требуемой точности управления. С другой стороны, ее размерность должна быть минимальной, что обосновывается, прежде всего, тем, что L раз решение K задач поиска оптимального управления (5) может быть связано со значительным объемом времени. Последнее обстоятельство для произвольного выбора L в (6) не гарантирует наличие в матрице управления строки l^* с компонентом $u_{l^*}^*$, для которой выполняется ограничение (10).

Сформулируем задачу построения матрицы управления. Пусть требуется найти наименьшую размерность L матрицы Ψ_{LH}, а также соответствующие ей значения (7) такие, что $\forall x^{measured}$ использование найденного $u_{l^*}^*$ обеспечит выполнение ограничения (10).

Для решения сформулированной задачи необходимо выполнить следующую последовательность действий:

1) построить таблицу W оптимальных значений критериев (5) с регулярным, достаточно большим шагом в координатах (6);

2) аппроксимировать каждый рассчитанный оптимальный критерий (5) сильно выпуклой (например, квадратичной) аналитической зависимостью [23–25]

$$J_k^a(x) = c_0 + \sum_{n=1}^{N} c_{1n} x_n(\tau) + \sum_{n=1}^{N} c_{2n} x_n^2(\tau) + \prod_{n=1}^{N} c_{3n} x_n(\tau), \tag{11}$$

где $c_0, c_{11}, \ldots, c_{1N}, c_{21} \ldots, c_{2N}, c_{31}, \ldots, c_{3N}$ – коэффициенты аппроксимации;

3) определить изолинии для каждой зависимости (11) с соответствующим шагом δJ^s и отыскать значение x_l при перемещении вдоль каждой из изолиний.

Выполнение описанных действий позволит наполнить матрицу управления такими $x_1, x_2, \ldots, x_l,\ x_{l+1}, \ldots, x_L$, расстояние между соседними значениями которых $\rho(x_l, x_{l+1})$ обеспечивает выполнение ограничения (10). В связи с чем ограничение (10) будет также выполняться и $\forall x^{measured}$, находящегося на минимальном расстоянии от x_{l^*}.

Таким образом, сформулированная задача условной минимизации (9) с ограничением (10) сведется к задаче безусловной минимизации.

Поиск подходящей l^*-й строки в построенной матрице Ψ_{LH} методом полного перебора приведет к снижению эффективности работы системы управления, поэтому рассмотрим эффективный по вычислительной сложности метод поиска субоптимального управления.

Пусть для вектора $x^{measured}$ определено $2N$ границ изменения значений каждого компонента

$$\begin{cases} x_1^{\min} = \min(x_1(\tau)) \le x_1^{measured}(\tau) \le x_1^{\max} = \max(x_1(\tau)), \\ \ldots \\ x_n^{\min} = \min(x_n(\tau)) \le x_n^{measured}(\tau) \le x_n^{\max} = \max(x_n(\tau)), \\ \ldots \\ x_N^{\min} = \min(x_N(\tau)) \le x_N^{measured}(\tau) \le x_N^{\max} = \max(x_N(\tau)), \end{cases} \tag{12}$$

где min, max – индексы, соответствующие минимальному и максимальному значению компонента.

Для облегчения поиска информации в матрице управления введем нормализованный вектор $\overline{x}_l$, соответствующий вектору x_l, компоненты которого рассчитываются согласно (12) как

$$\overline{x}_l = \left(\overline{x}_{l1} = \frac{\left|x_{l1}(\tau) - x_1^{\min}\right|}{\left|x_1^{\max} - x_1^{\min}\right|}, \ldots, \overline{x}_{ln} = \frac{\left|x_{ln}(\tau) - x_n^{\min}\right|}{\left|x_n^{\max} - x_n^{\min}\right|}, \ldots, \overline{x}_{lN} = \frac{\left|x_{lN}(\tau) - x_N^{\min}\right|}{\left|x_N^{\max} - x_N^{\min}\right|} \right). \tag{13}$$

Нормализуя компоненты измеренного вектора $x^{measured}$, используя формулы, аналогичные (13), получим вектор $\overline{x}^{measured}$. Значения компонентов нормализованных векторов $\overline{x}_l$ и $\overline{x}^{measured}$ находятся в диапазоне [0; 1].

Тогда расстояние ρ_l в (9) для $\overline{x}_l$ и $\overline{x}^{measured}$ можно формализовать согласно различным метрикам с использованием весовых коэффициентов $\nu_1, \ldots, \nu_n, \ldots, \nu_N$, определяющих важность каждой компоненты с точки зрения ее влияния на соответствующий критерий управления

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^{N} \nu_n = 1, \\ \nu_1, \ldots, \nu_n, \ldots, \nu_N > 0. \end{cases}$$

Для уменьшения объема просматриваемых вариантов подходящих $\overline{x}_l$ в Ψ_{LH} предлагается следующая последовательность действий:

1) разбить $\overline{x}_l$ в Ψ_{LH} на Q кластеров согласно выбранному методу кластеризации A – A: $\overline{x}_l \to q$, с нахождением центров $\overline{x}_q$ (q = 1, 2, ..., Q) $\sum_{p_q} \rho\left(\overline{x}_l, \overline{x}_q\right) \to \min$, где p_q – количество элементов, содержащихся в q кластере;

2) определить среди всех кластеров Q такой кластер q^*, для которого расстояние между его центром и $\overline{x}^{measured}$ минимально

$$q^* = \arg\min_{q=1,2,\ldots,Q} \rho_q(\overline{x}_q, \overline{x}^{measured}), \tag{14}$$

3) отыскать решение задачи (9) среди всех $\overline{x}_l$, которые входят в q^*-й кластер

$$l^* = \arg\min_{l \in q^*} \rho_l(\overline{x}_l, \overline{x}^{measured}). \tag{15}$$

На рис. 1 приводится структурная схема системы субоптимального управления.

Задачи наполнения матрицы Ψ_{LH} значениями x_1, x_2, ..., x_l, x_{l+1}, ..., x_L, расстояние $\rho\left(x_l, x_{l+1}\right)$ между которыми обеспечивает допустимые потери качества протекания процесса, их последующей нормализации и кластеризации решаются только один раз при проектировании системы субоптимального управления. А решение задач поиска кластера q^*, отыскания в нем $\overline{x}_{l^*}$, ближайшего к $\overline{x}^{measured}$, с соответствующим ему $u_{l^*}^*$ и последующей оценкой $\delta J^*_{x^{measured}}$ позволяет значительно уменьшить количество просматриваемых значений в Ψ_{LH} и осуществляется в процессе эксплуатации системы субоптимального управления.

Экспериментальная часть. Для увеличения износостойкости шеек коленчатых валов применяют гальваническое хромирование их поверхности [26]. Рассмотрим построение системы субоптимального управления гальваническим процессом хромирования коленчатых валов.

Вектор входных координат x содержит количество компонентов N = 3, в качестве которых выступают: 1) $x_1(\tau) = S_с$ – площадь поверхности шеек коленчатого вала, дм^2;

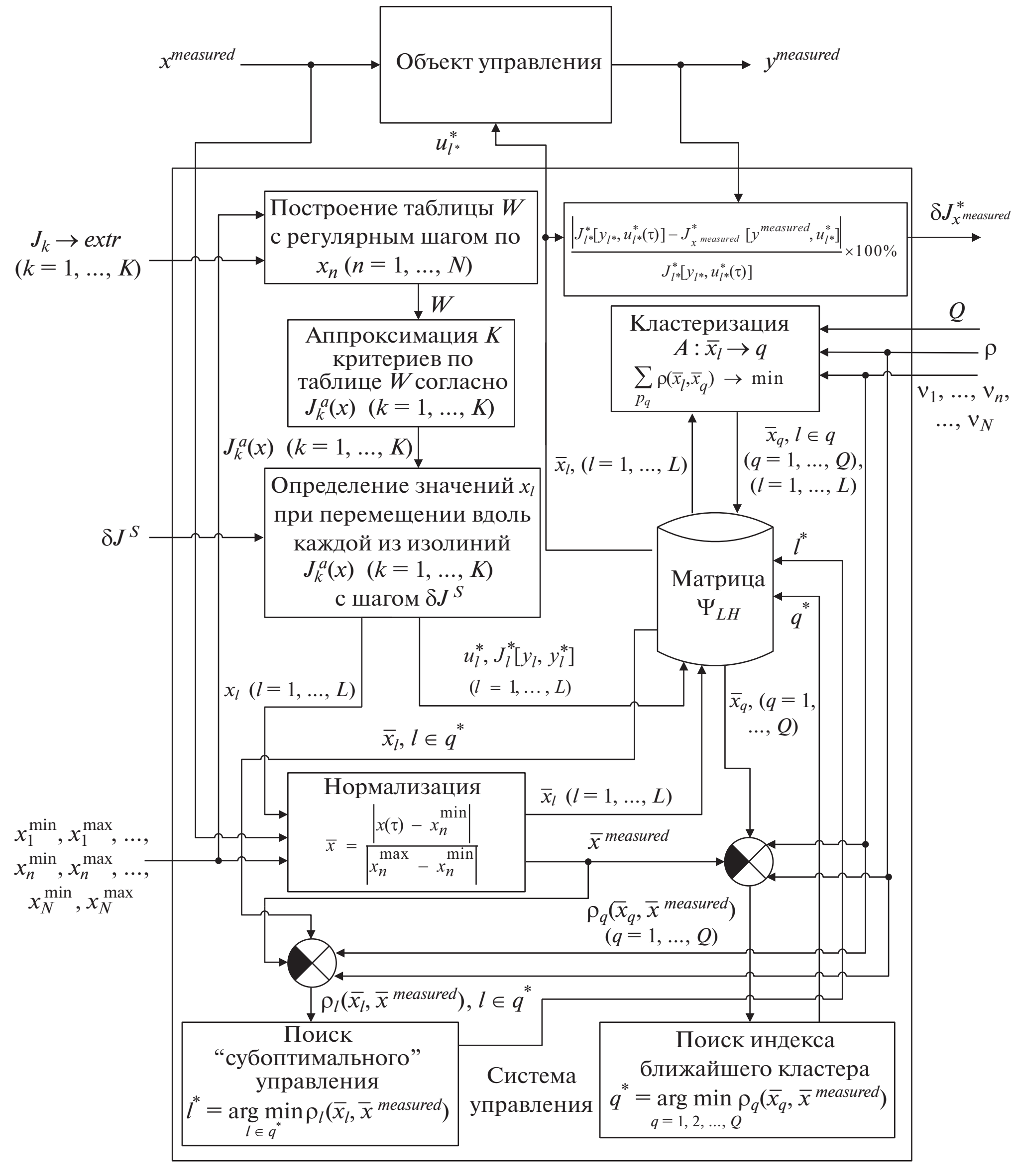


Рис. 1. Структурная схема системы субоптимального управления.

2) $x_2(\tau) = L_{\text{el}}$ – уровень электролита в ванне, дм; 3) $x_3(\tau) = C_{\text{CrO}_3}$ – концентрация хромового ангидрида в электролите, г/л.

Изменение площади поверхности покрываемой детали (коленчатого вала) обуславливается количеством шатунных шеек, определяемых в зависимости от числа цилиндров, и происходит согласно функции Хевисайда только в начальный момент времени и остается постоянной в течение процесса. Изменение уровня электролита и концентрации хромового ангидрида происходит не только из-за испарения растворителя (воды) и потребления компонентов при электрохимических и химических реакциях во время протекания процесса, но и за счет выноса электролита на поверхностях обработанных деталей и его разбавления водой, находящейся на поверхности поступающих на обработку деталей.

Определение $\overline{x}_1^{measured}$ осуществляется путем ее деления на элементарные плоскости и фигуры, площади которых рассчитываются отдельно, а затем суммируются, или с использованием встроенного механизма расчета площади детали по ее чертежу при использовании компьютерных систем трехмерного моделирования. Определение $x_2^{measured}$ осуществляется с использованием погружного датчика. Определение $x_3^{measured}$ осуществляется с использованием ареометра, термометра и таблицы концентрации хромового ангидрида.

Для изменения каждого компонента вектора x определено $2N$ границ

1) $x_1^{\min} = 12.5 \le x_1(\tau) \le x_1^{\max} = 21.5$ дм^2; 2) $x_2^{\min} = 4 \le x_2(\tau) \le x_2^{\max} = 5$ дм; 3) $x_3^{\min} =$ $= 200 \le x_3(\tau) \le x_3^{\max} = 250$ г/л.

Износостойкость гальванического хромового покрытия определяется его толщиной. Вектор выходных координат y содержит количество компонентов $V = 1$, в качестве которого выступает $y_1(\tau) = \delta\left(x_{S_c}, y_{S_c}, z_{S_c}, \tau\right)$ – толщина хромового покрытия в точке с координатами $\left(x_{S_c}, y_{S_c}, z_{S_c}\right)$ на поверхности детали в момент τ, мкм.

Определение $y_1^{measured}$ осуществляется с использованием электромагнитного толщиномера покрытий согласно [27].

Оценка распределения толщины гальванического покрытия на поверхности детали осуществляется согласно критерию равномерности.

Постановка $K = 1$ задачи поиска оптимального управления имеет вид

$$J_1[y,u] = \frac{1}{S_c}\int\limits_{S_c} \frac{\delta_{\min}(\tau)}{\delta\left(x_{S_c}, y_{S_c}, z_{S_c}, \tau\right)} dS_c \to \max,$$

где J_1 – критерий равномерности распределения толщины гальванического покрытия на поверхности детали; $\delta_{\min}(\tau)$ – минимальное значение толщины покрытия, мкм.

В качестве управляющих воздействий выбирается реверсирование тока, механизм воздействия на равномерность покрытия заключается в том, что: 1) при обратном (отрицательном) импульсе идет анодное стравливание металла на больших градиентах тока, т.е. именно там, где произошло большое наращивание при прямом токе; 2) интенсифицируется разрушение концентрационной катодной поляризации, что способствует обновлению раствора в прикатодном слое.

Вектор управляющих воздействий u содержит количество компонентов $M = 4$, в качестве которых выступают: 1) $u_1(\tau) = I_c$ – сила тока для катодного полупериода, А; 2) $u_2(\tau) = \tau_c$ – длительность катодного полупериода, с; 3) $u_3(\tau) = I_a$ – сила тока для анодного полупериода, А; 4) $u_4(\tau) = \tau_a$ – длительность анодного полупериода, с.

В работе [28] для решения задачи оптимального управления гальваническим процессом с реверсом тока описывается математическая модель, базирующаяся на уравнениях теоретической электрохимии и математической физики, которая связывает критерий равномерности покрытия и выбранные управляющие воздействия.

Допустимые потери в качестве управления $\delta J_1^s = 10\%$.

Кластеризация осуществляется по методу *k-means* [29] с использованием расстояния Евклида $\rho_l(\overline{x}_l, \overline{x}^{measured}) = \sqrt{\sum_{n=1}^{N} \nu_n(\overline{x}_{ln} - \overline{x}_n^{measured})^2}$.

Весовые коэффициенты имеют значения: $\nu_1 = 0.65$; $\nu_2 = 0.25$; $\nu_3 = 0.1$.

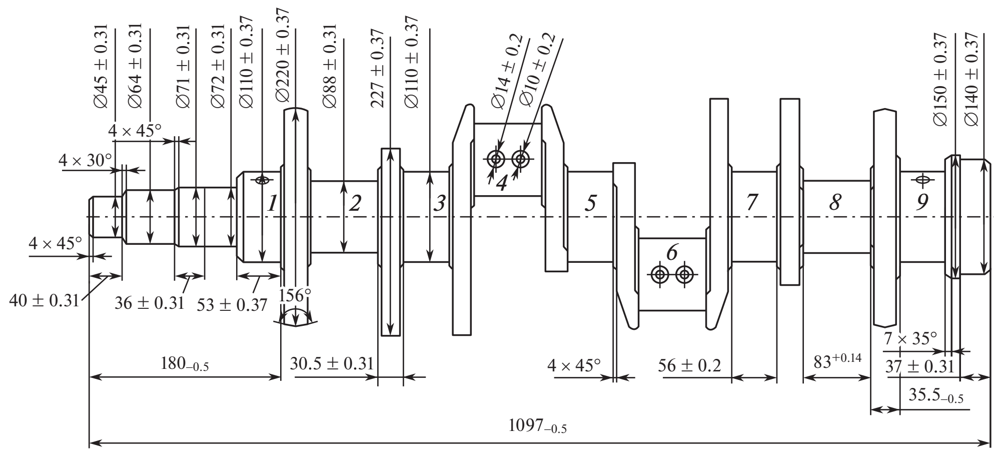


Рис. 2. Чертеж коленчатого вала.

Компоненты вектора $\overline{x}^{measured} = (0.2775;\ 0.2395;\ 0.637)$ соответствуют коленчатому валу ЯМЗ-238, чертеж которого представлен на рис. 2, с суммарной площадью 15 дм^2 поверхности шеек *1*–*9*, обрабатываемому в ванне с уровнем электролита 4.23 дм, имеющим концентрацию хромового ангидрида 232 г/л.

Результаты и их обсуждение. При построении матрицы Ψ_{LH} для нее найдены наименьшая размерность $L = 1331$ и элементы $x_1, x_2, ..., x_l, ..., x_L$, которые обеспечивают $\forall x^{measured}$ выполнение ограничения на потери качества протекания гальванического процесса не более δJ_1^s.

Известно, что вычислительная сложность алгоритма кластеризации по методу *k-means* составляет $O(N\,Q\,it\,L)$ и имеет линейное время.

На рис. 3 представлены зависимости итераций *it* и объема $N\,Q\,it\,L$ входных данных, определяющие вычислительную сложность алгоритма *k-means*, при изменении количества кластеров $2 \le Q \le 200$ ед. для кластеризации найденных элементов матрицы управления.

Максимальное значение вычислительной сложности алгоритма *k-means* для сформированной матрицы управления достигается при количестве кластеров $Q = 60$ и соответствующем ему объеме входных данных $N\,Q\,it\,L = 4048902$ ед.

Поскольку кластеризация выполняется только один раз при проектировании системы, то эффективность в плане быстродействия поиска субоптимального управления в процессе ее (системы) эксплуатации будет полностью обуславливаться вычислительной сложностью алгоритма решения задач (14)–(15), которая определяется согласно $O(N[Q + p_{q^*}])$. Здесь p_{q^*} является максимальным значением из p_q.

На рис. 4 представлены зависимости Np_{q^*} максимального количества элементов и соответствующего объема $N[Q + p_{q^*}]$ входных данных, определяющие вычислительную сложность алгоритма поиска субоптимального управления в процессе эксплуатации системы, при изменении количества кластеров $2 \le Q \le 200$ ед. при проектировании системы.

Минимальное значение вычислительной сложности алгоритма поиска субоптимального управления в процессе эксплуатации системы достигается при количестве

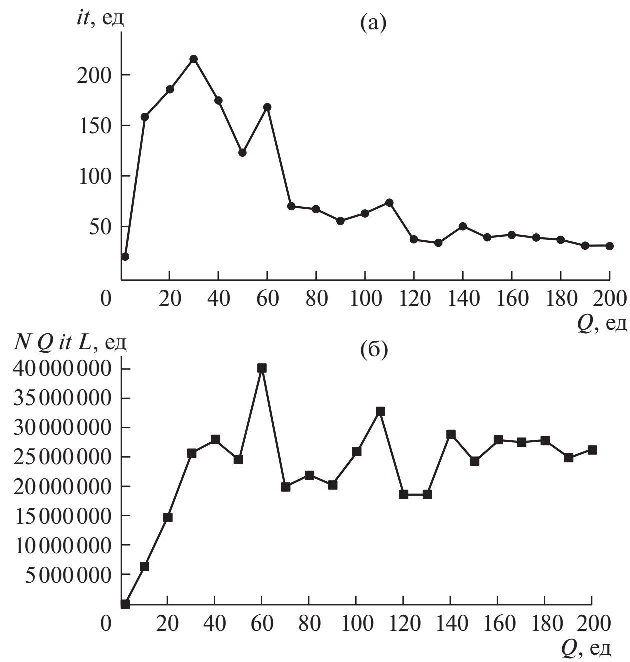


Рис. 3. Зависимости итераций *it* (а) и объема *N Q it L* входных данных (б), определяющие вычислительную сложность алгоритма *k-means* для кластеризации элементов матрицы управления.

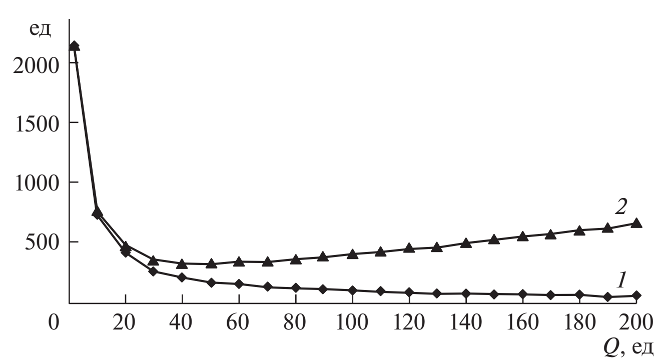
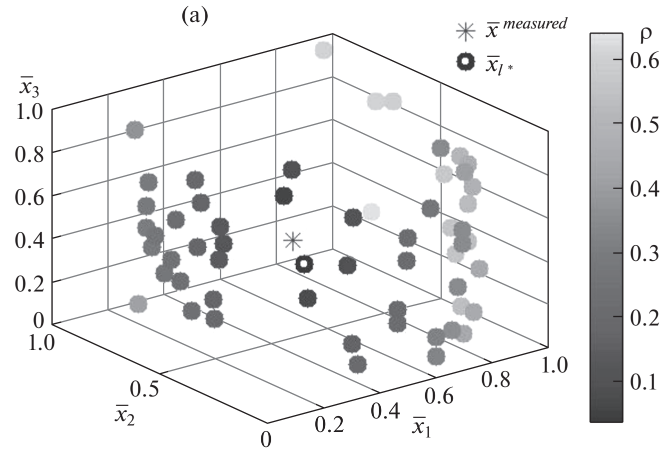


Рис. 4. Зависимости Np_{q*} (1) и объема $N[Q + p_{q*}]$ входных данных (2), определяющие вычислительную сложность алгоритма поиска субоптимального управления в процессе эксплуатации системы.

кластеров $Q = 50$, максимальном количестве элементов $p_{q*} = 57$ и соответствующем им объеме входных данных $N[Q + p_{q*}] = 321$ ед.

Известно, что вычислительная сложность алгоритма поиска значения в неотсортированном N-мерном массиве из L элементов методом полного перебора составляет $O(NL)$ и имеет линейное время. Тогда для метода полного перебора значение вычислительной сложности пропорционально объему входных данных $NL = 3993$ ед.



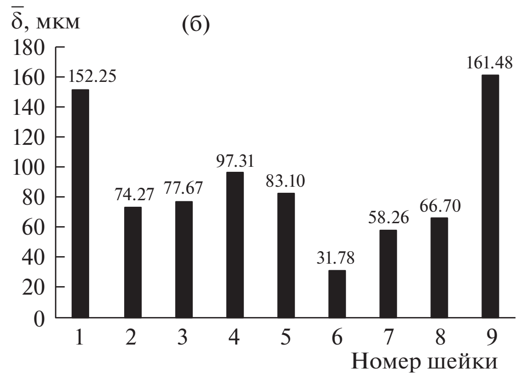


Рис. 5. Графическая интерпретация поиска $\overline{x}_{l*}$, ближайшего к $\overline{x}^{measured}$ (а) и средние значения толщины покрытия $\overline{\delta}$ на поверхности S_c шеек *1–9* (б).

Имеем следующее. Для решения задачи поиска субоптимального управления в матрице Ψ_{LH} с использованием однократной кластеризации при проектировании системы и последующим поиском среди элементов кластера с ближайшим центром в процессе эксплуатации системы для рассматриваемого примера позволяет уменьшить объем входных данных на 91.96% по сравнению с методом полного перебора, что при линейном времени работы последнего повлечет за собой существенное повышение эффективности в плане быстродействия. Фактическое же количество секунд работы алгоритма будет полностью обуславливаться архитектурой и основными характеристиками вычислительного устройства системы управления – становится меньше (больше) при переносе на более быстрое (медленное) вычислительное устройство.

При количестве кластеров $Q = 50$ максимальное количество элементов $p_{q*} = 57$ находится в $q* = 27$ кластере. Тогда результаты поиска $\overline{x}_{l*}$, ближайшего к $\overline{x}^{measured}$, имеют следующую графическую интерпретацию (рис. 5а).

Ближайшим к значению $\overline{x}^{measured}$ является $\overline{x}_{l*} = (0.285; 0.198; 0.546)$ с индексом $l* = 392$ в матрице Ψ_{LH} и расстоянием $\rho_{l*}(\overline{x}_{l*}, \overline{x}^{measured}) = 0.035989$. Для $\overline{x}_{l*}$ вектор оптимальных управляющих воздействий имеет значение $u^*_{l^*} = (1802.3; 300; 1802.3; 25)$, применение которого для $\bar{x}^{measured}$ дает средние значения толщины покрытия $\overline{\delta}$ на поверхности S_c шеек *1–9* (рис. 5б) и обеспечивает потерю в критерии равномерности $\delta J^*_{x^{measured}} = 8.63\%$.

Заключение. Использование алгоритмов с уменьшенной вычислительной сложностью для поиска субоптимального управления позволит снизить стоимость конечного управляющего устройства, а также увеличить эффективность существующего устройства за счет перераспределения освободившихся ресурсов под другие задачи, тем самым снижая его (устройства) энергопотребление или повышая производительность, что в конечном итоге позволит совершенствовать соответствующий технологический процесс изготовления конструкций машин и механизмов.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ганиев Р.Ф.* О современном состоянии и перспективах развития ИМАШ РАН. Проблемы механики машин и прорывных технологий // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2014. № 3. С. 11.
2. *Ганиев Р.Ф., Глазунов В.А.* Манипуляционные механизмы параллельной структуры и их приложения в современной технике // Доклады Академии наук. 2014. Т. 459. № 4. С. 428.
3. *Ганиев Р.Ф., Ревизников Д.Л., Сухарев Т.Ю., Украинский Л.Е.* Оптимизация пространственного расположения рабочих элементов в установках колебательного типа // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2018. № 1. С. 3.
4. *Ганиев Р.Ф., Ревизников Д.Л., Сухарев Т.Ю., Украинский Л.Е.* Профилирование поверхностей рабочих элементов перемешивающих устройств // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2019. № 3. С. 3.
5. *Антонов А.В., Глазунов В.А., Алешин А.К., Рашоян Г.В., Лактионова М.М.* Кинематический анализ механизма параллельной структуры для работы в агрессивных средах // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2018. № 2. С. 3.
6. *Fomin A., Ivanov W., Glazunov V.* Design and analysis of a mechanism for spherical surface processing // Mechanisms and Machine Science. 2020. V. 78. P. 39.
7. *Rashoyan G.V., Aleshin A.K., Antonov A.V., Gavrilina L.V., Glazunov V.A., Skvortsov S.A., Shalyukhin K.A.* Analysis and synthesis of parallel structure mechanism without singularities // Journal of Physics: Conference Series. 2019. № 1260(11). P. 112023.
8. *Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербаков П.С.* Разреженная обратная связь в линейных системах управления // Автоматика и телемеханика. 2014. № 12. С. 13.
9. *Поляк Б.Т., Тремба А.А., Хлебников М.В., Щербаков П.С., Смирнов Г.В.* Большие отклонения в линейных системах при ненулевых начальных условиях // Автоматика и телемеханика. 2015. № 6. С. 18.
10. *Поляк Б.Т., Смирнов Г.В.* Переходные процессы в матричных дискретных линейных системах // Автоматика и телемеханика. 2019. № 9. С. 112.
11. *Горобцов А.С., Статников Р.Б., Солоденков С.В.* Задача оптимизации виброизоляции машин с учетом разброса значений параметров // Машиностроение и инженерное образование. 2006. № 4 (9). С. 2.
12. *Статников Р.Б., Матусов И.Б.* О недопустимых, допустимых и оптимальных решениях в задачах проектирования // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2012. № 4. С. 10.
13. *Statnikov R.B., Gavriushin S.S., Dang M., Statnikov A.* Multicriteria design of composite pressure vessels // International Journal of Multicriteria Decision Making. 2014. Т. 4. № 3. С. 252.
14. *Ghavihaa N., Bohlinb M., Wallina F., Dahlquista E.* Optimal Control of an EMU Using Dynamic Programming // Energy Procedia. 2015. V. 75. P. 1913.

15. *Пантелеев А.В., Родионова Д.А.* Применение итерационного динамического программирования в задачах синтеза оптимального управления с полной обратной связью // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. 2016. № 224 (2). С. 5.

16. *Босов А.В., Стефанович А.И.* Управление выходом стохастической дифференциальной системы по квадратичному критерию. II. Численное решение уравнений динамического программирования // Информатика и ее применения. 2019. Т. 13. № 1. С. 9.

17. *Гамкрелидзе Р.В.* Двойственная формулировка принципа максимума Понтрягина в оптимальном управлении // Труды Математического института имени В.А. Стеклова. 2015. Т. 291. С. 69.

18. *Никольский М.С., Беляевских Е.А.* Принцип максимума Л.С. Понтрягина для некоторых задач оптимального управления пучками траекторий // Вестник Санкт-Петербургского университета. Прикладная математика. Информатика. Процессы управления. 2018. Т. 14. № 1. С. 59.

19. *Сумин М.И.* Регуляризованные принцип Лагранжа и принцип максимума Понтрягина в оптимальном управлении и обратных задачах // Труды института математики и механики УрО РАН. 2019. Т. 25. № 1. С. 279.

20. *Щеглов Б.А.* Частное решение осесимметричной задачи теории пластичности // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2013. № 1. С. 28.

21. *Баничук Н.В., Иванова С.Ю., Макеев Е.В., Синицын А.В.* Оптимальное подавление колебаний движущегося упругого полотна // Прикладная математика и механика. 2018. Т. 82. № 2. С. 261.

22. *Дутов А.В., Литовка Ю.В., Нестеров В.А., Соловьев Д.С., Соловьева И.А., Сыпало К.И.* Поиск оптимального управления токовыми режимами в гальванических процессах со многими анодами при разнообразии номенклатуры обрабатываемых изделий // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. 2019. № 1. С. 78.

23. *Дивеев А.И., Шмалько Е.Ю.* Синтез системы управления на основе аппроксимации множества оптимальных траекторий методом сетевого оператора // Надежность и качество сложных систем. 2014. № 4 (8). С. 3.

24. *Ибрагимов Д.Н.* Аппроксимация множества допустимых управлений в задаче быстродействия линейной дискретной системой // Труды МАИ. 2016. № 87. С. 20.

25. *Dashkovskiy S., Kichmarenko O., Sapozhnikova K.* Approximation of Solutions to the Optimal Control Problems for Systems with Maximum // Journal of Mathematical Sciences. 2019. V. 243. Iss. 2. P. 192.

26. *Албагачиев А.Ю.* Эффективные покрытия деталей машин // Упрочняющие технологии и покрытия. 2012. № 8 (92). С. 18.

27. ГОСТ 9.302-88 Единая система защиты от коррозии и старения. Покрытия металлические и неметаллические неорганические. Методы контроля. М.: ИПК Издательство стандартов, 1990. 40 с.

28. *Соловьев Д.С., Потлов А.Ю., Литовка Ю.В.* Снижение неравномерности распределения толщины гальванического покрытия с использованием отключаемых анодных секций при реверсировании тока // Теоретические основы химической технологии. 2019. Т. 53. № 1. С. 102.

29. *Fahad Sk.* A Modified K-Means Algorithm for Big Data Clustering // International Journal of Computer Science Engineering and Technology. 2016. V. 6. P. 129.