## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ МЕХАНИКА, ДИАГНОСТИКА, ИСПЫТАНИЯ

УДК 517.958: 539.3

## К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ ОСТАТОЧНОГО РЕСУРСА КОНСТРУКЦИЙ С ПОВРЕЖДЕНИЯМИ, ПОДВЕРГАЕМЫХ В ЭКСПЛУАТАЦИИ УДАРНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЯМ

© 2020 г. В. А. Петушков

Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, Россия e-mail: pva\_imash@bk.ru

Поступила в редакцию 04.06.2018 г. Принята к публикации 25.12.2019 г.

Разработана методология математического моделирования предельных состояний машин и конструкций, подвергаемых квазистатическому эксплуатационному и ударному нагружению, с учетом возникновения больших (конечных) деформаций и деградации свойств материалов. В основе используемых математических моделей лежат известные результаты экспериментального изучения и современные представления мезомеханики о структуре, повреждаемости и нелинейных процессах вязкопластического деформирования и разрушения поликристаллических металлов в условиях высоких температур и скоростей нагружения. Представлены результаты моделирования предварительно нагруженной полосы с надрезом, расположенным в зоне соединения разнородных материалов, подвергаемой ударному воздействию. Подобные биметаллические соединения являются типичными для конструкций многих отраслей техники и требуют особого внимания в процессе эксплуатации. Показано влияние параметров квазистатического нагружения и деградации свойств материалов на волновые процессы деформирования и формирование важных для оценки ресурса предельных состояний.

*Ключевые слова:* мезомеханика, повреждаемость, ударные воздействия, трехмерные нелинейные процессы деформирования и разрушения, математическое моделирование, биметаллическое соединение, предельные состояния, оценка ресурса

**DOI:** 10.31857/S023571192002011X

Современная концепция прогнозирования безопасности и ресурса ответственных машин и конструкций, разрушение которых может привести к катастрофическим последствиям, предполагает наличие в их наиболее нагруженных зонах дефектов (трещин) с максимальными размерами, не обнаруживаемыми существующими методами контроля.

Такие дефекты могут возникать при изготовлении или со временем в результате эксплуатации. Потенциальными зонами для инициирования трещин являются локальные особенности в геометрии и структуре материалов, включая концентраторы напряжений, границы разнородных соединений и др., их распространение происходит вследствие циклического деформирования или зависящего от времени нагружения. Все последующие диагностика и оценки остаточного ресурса сводятся, таким образом, к прогнозированию роста трещин в этих зонах вплоть до катастрофического разрушения.

Динамические нагрузки: переходные, ударные или взрывные, обычно имеют уровни в десятки раз большие, чем любые другие в эксплуатации. Они являются причиной

не контролируемого роста трещин в условиях ускоренного накопления и локализации повреждений, возникновения больших (конечных) деформаций, приводящих к бифуркации процессов деформирования и потере несущей способности. Последующие вибрации становятся важными только при повторяющихся в процессе эксплуатации подобных воздействиях [1, 2].

Процессы зарождения, роста и слияния повреждений в виде микропор, трещин и др. определяются скоростями и уровнями нелинейных деформаций и степенью объемности возникающих напряженных состояний [2]. Их изучение особенно актуально для оценки несущей способности и остаточного ресурса сосудов и трубопроводов под давлением в энергетике и химических производствах, газотурбинных двигателей и объектов аэрокосмической техники, транспорта и др., которые вместе с высокими эксплуатационными нагрузками могут подвергаться разнообразным динамическим воздействиям. С этой целью используются экспериментальные методы, включая методы неразрушающего контроля и испытания материалов. Однако их возможности оказываются весьма ограниченными из-за объемного характера и быстротечности указанных процессов. Более того, выполнение подобных исследований на натурных изделиях в целом ряде случаев невозможно из-за последствий разрушения или по экономическим соображениям.

Поэтому для изучения (и предсказания) поведения конструкций в экстремальных условиях нагружения наряду с экспериментальными методами широкое применение получили методы математического моделирования (вычислительный эксперимент), ориентированные на использование современных компьютерных технологий (рис. 1).

В этом случае появляется возможность анализа предельных состояний в конструкциях, которые подвергаются действию интенсивных физических полей различной природы для всех наиболее вероятных сценариев нагружения и разрушения, что особенно это актуально для задач нелинейной динамики конструкций со сложными во времени пространственными процессами деформирования [3] и др.

В настоящей статье, следуя рис. 1, приведены основные положения и результаты моделирования трехмерной неоднородной, предварительно нагруженной полосы с надрезом, расположенным в зоне соединения разнородных материалов, и подвергаемой ударному воздействию. Рассматриваемая задача актуальна для многих отраслей машиностроения, поскольку подобные соединения являются типичными в конструкциях и требуют особого внимания в процессе эксплуатации.

С учетом кинетики повреждаемости (деградации свойств) материалов среды изучено влияние начальных нагруженности и повреждений на ударные нелинейные процессы деформирования и разрушения, протекающие в полосе при конечных деформациях в условиях их стеснения. Полученные результаты направлены на обоснование и совершенствование существующих методов оценки ресурса и его продления.

Постановка задачи нелинейного деформирования и разрушения. Процессы неупругого деформирования и разрушения конструкционных поликристаллических металлов взаимосвязаны и протекают одновременно на различных уровнях их структуры [2, 5]. Многочисленные экспериментальные данные по температурному и скоростному деформированию таких материалов в большинстве случаев выявляют их высокую чувствительность, как к изменению температурных режимов, так и скоростей деформирования.

Квазистатические процессы деформирования большинства конструкций, находящихся в эксплуатации, обычно протекают при скоростях, не превышающих  $10^{-4}-10^{-3}$  с $^{-1}$ , с характерным временем нагружения, измеряемым часами. Тогда как динамические воздействия ограничиваются диапазоном скоростей деформирования от  $\dot{\epsilon} = 10^{-1}$  до  $10^4$  с $^{-1}$ . Этот диапазон представляет основной интерес при изучении предельных со-

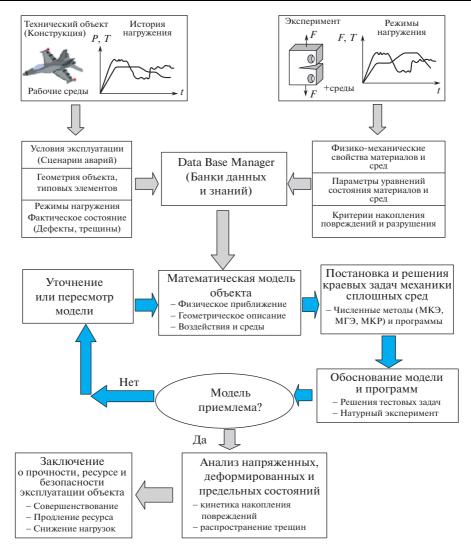


Рис. 1. Моделирование предельных состояний и прогнозирование ресурса.

стояний, оценке несущей способности и прогнозировании остаточного ресурса конструкций.

С подобными скоростями происходят процессы деформирования при землетрясениях и взрывах, или, например, в телах при скоростях соударения от 50 до 500 м/с, характерных для транспортных средств. Заметим, что продольное растяжение одномерного стержня со скоростью деформации  $10^0 \, \mathrm{c}^{-1}$  означает 100% изменение его длины в секунду.

Вязкостные эффекты деформирования с выраженными волновыми процессами деформирования и разрушения становятся существенными для скоростей от  $10\ c^{-1}$ , что соответствует скоростям соударения, не превышающим  $1000\ \text{м/c}$ . Характерное время нагружения и отклика конструкций в этом случае измеряется милли- или микросекундами.

При скоростях деформирования  $10^4$  с $^{-1}$  и выше в деформируемых средах образуются ударные волны. Уровни напряжений на фронтах таких волн могут превосходить на порядок и более прочность материала, оказывается существенным переход от нормальных изотермических условий нагружения к адиабатическим.

Распространение волн в повреждаемой нелинейно-деформируемой среде сопровождается сложной картиной взаимодействия с отраженными волнами. Возникающие при этом напряженно-деформированные состояния и разрушение являются результатом повторяющихся процессов нагружения и разгрузки, образования и развития повреждений, обусловленных большими (конечными) деформациям, и деградации свойств материала.

Для моделирования таких процессов требуется математическое описание движения во времени деформируемой среды и связанного с ним состояния материала с учетом сложных траекторий нагружения и изменения свойств вследствие высоких температур и накопления повреждений. Математическая модель, объединяющая в себе описание диссипативных процессов нелинейного деформирования, повреждаемости и разрушения, должна удовлетворять основным принципам кинематики и термодинамики деформируемых сред и может быть представлена в следующем виде.

Пусть находящаяся в эксплуатации повреждаемая нелинейно-деформируемая поликристаллическая среда (конструкция, элемент конструкции) объема V занимает в момент времени  $t_r$  область  $\Omega \subset R^3$ , ограниченную поверхностью  $S = S_\sigma \cup S_u$ ,  $S_\sigma \cap S_u = \emptyset$ , где  $S_\sigma$  и  $S_u$  части поверхности с заданными усилиями и смещениями соответственно, и  $t_r \in (0, \tau^*]$ , где  $\tau^*$  — прогнозируемый срок службы конструкции или ее ресурс.

Для учета больших (конечных) деформаций область  $\Omega$  будем рассматривать в качестве начальной конфигурации  $k^0(\Omega)$  и на момент импульсного воздействия отнесем ее к декартовой системе координат  $X^i$ . Тогда любое движение (деформирование) среды относительно исходной конфигурации  $k^0(\Omega)$  в любой произвольный момент времени  $t > t_r$  определяется следующим непрерывным погружением  $x^i = \varphi(X^i, t)$ ,

$$X^i \in k^0(\Omega), \quad k^0 : \Omega \Rightarrow R^3, \quad t \subset D_t = (t_r, \tau'),$$
 (1)

где  $x^i = x^i(X^k,t)$  — лагранжевы координаты рассматриваемой точки в деформированной среде и  $\tau$  — длительность ударного воздействия в субсекундном измерении. Здесь и далее используются соглашения, принятые в тензорном исчислении.

Поле деформаций среды задается вектором смещений ее частиц  $u^i = u^i(X^k,t)$  и определяется в векторной форме как

$$u = x - X. (2)$$

Мерой деформации является градиент F

$$F = \frac{\partial \Phi}{\partial X}(X, t), \quad F^{T} = \frac{\partial X}{\partial x}(x, t), \quad J = \det(F) > 0, \tag{3}$$

или с учетом (2)

$$F_{ij} = \delta_{ij} + \frac{\partial u_i}{\partial X_j},\tag{3a}$$

где  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера. Тензор конечных деформаций Грина определяется соотношением

$$E = \frac{1}{2}(F^T F - I),\tag{4}$$

или, принимая во внимание (3), запишем его компоненты  $\varepsilon_{ij}$  в общепринятом виде

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i u_j + \nabla_j u_i + \nabla_i u_r \nabla_j u^r). \tag{4a}$$

Пространственный градиент скорости деформирования определяется соотношением

$$L_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \dot{F}_{ik} F_{kj}^{-1} = D_{ij} + W_{ij},$$

где  $v_i = \dot{x}_i(X^k, t)$  — скорость движения деформируемой среды;  $D_{ij}$  и  $W_{ij}$  соответствующие градиенты скорости растяжения и вращения, причем

$$D_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i v_j + \nabla_j v_i), \quad W_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i v_j - \nabla_j v_i). \tag{5}$$

Следовательно, тензор скорости (4) можно представить в виде

$$\dot{E} = \frac{1}{2}(\dot{F}^T F + F^T \dot{F}) = F^T D F.$$
 (6)

Локальные напряжения, возникающие при деформировании среды, определяются вторым симметричным тензором Пиола—Кирхгофа

$$T_{ij} = JF_{ik}^{-1}\sigma_{kl}F_{jl}^{-1} = F_{ik}^{-1}\tau_{kl}F_{jl}^{-1},$$
(7)

где  $\sigma_{ij}$  — истинные напряжения Коши,  $\tau_{kl} = J\sigma_{kl}$  — тензор напряжений Кирхгофа, при этом тензор T относится к начальной конфигурации  $k^0$  среды, а тензоры  $\sigma$  и  $\tau$  к текущей —  $k^t$ . Под скоростями напряжений далее будем понимать выражение с учетом (7), (5)

$$\tau_{jk} = \dot{\tau}_{jk} - \tau_{jr} W_{rk} - \tau_{kr} W_{rj}, \tag{7a}$$

где  $\dot{\tau}_{jk}$  — полная производная напряжений по времени.

Уравнения, описывающие вязкопластическое деформирование среды, могут быть представлены в виде

$$\rho(x^{i},t)J = \rho_{0}(X^{i}),$$

$$\tau_{jk,k} + \rho_{0}b_{j} = \rho_{0}\dot{v}_{j},$$

$$\rho_{0}c\dot{\theta} = -\nabla q + \kappa\tau : \dot{E} + \rho_{0}h,$$

$$\rho\dot{\eta} + \nabla\frac{q}{\theta} - \rho\frac{r}{\theta} \ge 0; \quad \Omega \times D_{t},$$
(8)

где  $\rho$  — плотность среды; b — вектор массовых сил;  $\theta$  — температура;  $c_v$  — удельная теплоемкость; h — плотность внутренних источников тепла; q — вектор теплопередачи;  $\kappa$  — числовой коэффициент;  $\eta$  — энтропия системы. Направление процесса обмена энергией, в том числе с окружающей средой, определяется вторым законом термодинамики — неравенством Клаузиса—Дюгема (8).

Для адиабатических процессов доля к механической работы, обусловленной нелинейным деформированием и переходящей в тепло, составляет примерно 0.85. Ско-

рость изменения абсолютной температуры  $\dot{\theta}$  в каждой точке деформируемой среды в этом случае определяется выражением

$$\dot{\theta} = \kappa \tau_{ii} \dot{\varepsilon}_{ij} / \rho c_{v}. \tag{9}$$

При скоростях нелинейного деформирования порядка  $10^4~{\rm c}^{-1}$  и более уровни возникающих температур могут превышать  $600^{\circ}{\rm K}$  и оказывают существенное влияние на разупрочнение среды.

Уравнения (8) должны быть дополнены краевыми условиями для рассматриваемой конструкции или ее отдельного элемента и соотношениями, определяющими поведение нелинейно деформируемой среды с переменной структурой.

В качестве начальных условий краевой задачи принимаются деформированная после предшествующего квазистатического нагружения конфигурация  $\Omega_r$  и распределение скоростей  $v_i(X^i,t)$  и смещений / или напряжений  $\tau_{jk}(X^i,t)$  на ней в начальный момент времени  $t_r=t_0=0$ 

$$u_i(X^i,t_0)=\hat{u}_i(X^i)$$
 и  $v_i(X^i,t_0)=v_i(X^i);$  или  $\tau_{jk}(X^i,0)=\tau_{jk}^0(X^i)$  и  $v_i(X^i,t_0)=v_i(X^i),$   $X^i\in\Omega_r.$ 

Граничные условия Неймана и Дирихле для усилий и перемещений, соответственно, запишем

$$p_{j} = \tau_{jk} n_{k} = p_{j}^{b}(X^{i}, t) \quad \text{на} \quad S_{\sigma} \times D_{t};$$

$$u_{j} = u_{j}^{b}(X^{i}, t) \quad \text{на} \quad S_{u} \times D_{t},$$
(11)

где  $S_{\sigma} \cup S_u = S \subset \Omega_r$ ;  $n_j$  — компонента вектора внешней нормали к поверхности S в точке  $X^i$ . При наличии в области  $\Omega_r$  внутренних известной формы границ  $\Gamma$ , обусловленных жестким соединением разнородных материалов или составных тел, условия (5) дополняются следующим

$$v_n^1 = v_n^2, \quad \dot{p}_i^1 = \dot{p}_i^2 \quad \text{Ha} \quad \Gamma \times D_t,$$
 (11a)

где цифрами 1, 2 обозначены тела (материалы), находящиеся по обе стороны от границы  $\Gamma$ , а  $j=n, au_1, au_2$  — нормальное и касательные к ней направления.

**Математическая модель деформируемой среды.** Вязкое разрушение конструкционных металлов происходит в основном за счет зарождения, роста и слияния пор (рис. 2) и всегда сопровождается большими (конечными) пластическими деформациями.

Связанные с ними структурные изменения, выявляемые микроскопией уже на мезоуровне, зависят как от условий нагружения конструкции при прохождении в ней ударной волны, так и возникающих в ней напряженных и деформированных состояний (НДС).

В зависимости от объемности НДС рост микропор может происходить в условиях разряжения (кавитации) (рис. 2а) и/или сдвига с их удлинением (рис. 2б). Характеристикой объемности является показатель η, определяемый как

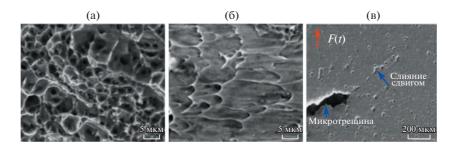
$$\eta = \sigma_m/\sigma_e$$

где

$$\sigma_m = (1/3)\sigma_{jk}\delta_{jk} = -p,\tag{12}$$

- среднее напряжение, а

$$\sigma_e = \left(\frac{3}{2}S_{jk}S_{jk}\right)^{1/2} \tag{13}$$



**Рис. 2.** Фрактография поверхностей излома образца: (a) — чашечки сферических пор; (б) — сдвиговые ямочные углубления; (в) — слияние микропор с образованием трещины.

— эквивалентное напряжение Мизеса. p и  $S_{jk} = \sigma_{jk} - \frac{1}{3}\sigma_{ll}\delta_{jk}$  — гидростатическое давление и девиатор тензора напряжений Коши соответственно.

Относительный объем выявляемых микропор часто принимается в качестве меры повреждаемости и используется для описания вязкого разрушения конструкционных металлов и деградации их свойств. Она определяется в каждый момент времени деформирования t в виде скалярно-значимой функции  $\xi = \xi(x^i,t)$  как  $\xi = v_d/v$ , где v-1 элементарный объем среды в точке  $x^i$ , а  $v_d-1$  часть его, заполненная микропорами,  $\xi \in [0,1]$ .

В этом случае связь между поврежденным и неповрежденным состояниями деформируемой среды, например для тензора  $\tau_{ii}$ , определяется соотношением [6]

$$\tau_{ij} = \tau_{ij}(1-\xi). \tag{14}$$

Кинетика и скорость деградации свойств материала, его разрушения определяются скоростью повреждаемости  $\xi(x^i,t)$ , которая включает в себя скорости зарождения  $\xi_n$  и роста  $\xi_g$  микропор, т.е.

$$\dot{\xi} = \dot{\xi}_n + \dot{\xi}_g. \tag{15}$$

Уровни накапливаемых повреждений в любой точке  $x^i$  материала вычисляются интегрированием этого уравнения по времени.

Образование новых микроповреждений (микропор) носит случайный характер, и повреждаемость за время  $\Delta t$  может быть определена, например, как [7]

$$\xi(t + \Delta t) = 8\pi N^{t} R_{n}^{3} \Delta t + \xi(t) \exp(3\Delta t (p - p_{g})/4\lambda),$$

$$N^{t} \Big|_{p > p_{0}} = N_{0}^{t} \exp((p - p_{n})/p_{1}); \quad N^{t} \Big|_{p \le p_{0}} = 0,$$
(16)

где p определено вышеж  $p_n$ ,  $p_g$  — пороговое давление зарождения и роста микропор, соответственнож  $R_n$  — параметр распределения размеров вновь образованных микропорж  $\lambda$  — вязкость материалаж  $p_1$  и  $N_0^t$  — параметр материалаж  $N^t$  — скоростная функция числа зарождающихся микропор. При этом начальный (исходный) уровень поврежденности материалов  $\xi_0$  определяется существующими методами диагностики и испытаниями, в том числе так называемых образцов — свидетелей или темплетов для конструкций, находящихся в эксплуатации [8, 9].

Фактом вязкого кавитационного, по аналогии с жидкостью [10], разрушения, иначе исчерпания ресурса конструкции или ее элемента, является достижение предельного уровня повреждаемости  $\xi_F$ , который для большинства поликристаллических металлов находится в диапазоне от 0.18 до 0.30 [7].

При малых значениях показателя  $\eta$  объемности НДС разрушение конструкции может происходить из-за локализации деформации, накопления и слияния сдвигом микроповреждений. Слияние микропор, приводящее к образованию трещины (рис. 2в) является следствием локальной потери устойчивости вязкопластического течения, которой способствует термическое разупрочнение материала [11, 12].

В этих случаях кавитационный процесс роста пор резко ограничивается локализацией пластических деформаций в узких полосах сдвига, образующихся из-за потери устойчивости (бифуркации) процесса деформирования под действием отраженных волн напряжения, термического разупрочнения металлов, наличия несовершенств и т.п. Размеры и направление полос локализации в конструкции зависят от параметров материала, ее геометрии и граничных условий, распределения нагрузки и скорости нагружения.

Моделирование подобных процессов сопряжено с вычислительными трудностями, связанными с устойчивостью и неоднозначностью получаемых решений. В общем случае необходимо учитывать нелокальные характеристики структуры материала. Однако для вязко-деформируемых сред таких проблем обычно не возникает, поскольку в них уже неявно присутствует масштаб характерного размера структуры, определяемый вязкостью и ограничивающий локализацию в динамических и квазистатических задачах [14].

В качестве критерия разрушения обычно используется соотношение между уровнем накапливаемых во времени вязкопластических деформаций  $\varepsilon_e^{vp}$  и предельной при разрушении деформации  $\varepsilon_F$ , устанавливаемой экспериментально [11]

$$\xi_{sh} = \varepsilon_e^{vp} / \varepsilon_F \ge 1, \tag{17}$$

где 
$$\varepsilon_e^{vp} = \left(\frac{2}{3}e_{jk}^{vp}e_{jk}^{vp}\right)^{1/2} -$$
 эквивалентная пластическая деформация;  $\varepsilon_e^{vp} = \int_t \dot{\varepsilon}_e^{vp} dt$ .

Определяющие соотношения для рассматриваемой нелинейно-деформируемой поликристаллической среды могут быть получены на основе термодинамических принципов с использованием законов сохранения энергии (8). Следуя требованиям к модели, в качестве основных параметров состояния среды примем эквивалентную вязкопластическую деформацию  $\varepsilon_e^{vp}$ , повреждаемость  $\xi$ , температуру  $\theta$  и микронапряжения  $\rho_{jk}$  для учета сложных траекторий деформирования и эффекта Баушингера. Приведем эти соотношения в окончательном виде. Их вывод, а также вычислительные аспекты моделирования подробно представлены [4].

Конечные деформации (6), зависящие от скорости деформирования, включают в себя упругие и вязко-нелинейные составляющие. Для установления их связи с напряжениями используем мультипликативное разложение градиента скорости конечных деформаций F между конфигурациями  $k^0$  и  $k^1$  в следующем виде

$$F = F_e F_{vp} F_d, (18)$$

где вместе с упругой  $F_e$  и вязкопластической  $F_{vp}$  включена дополнительная составляющая  $F_d$ , учитывающая изменение конфигурации вследствие повреждаемости. Суммарный якобиан деформации J в (3), характеризующий объемную деформацию, определяется в этом случае с учетом допущения, что сжимаемость приходится только на долю повреждаемости.

Из разложения (18) следует искомое представление для тензора скоростей конечных деформаций

$$\dot{E} = \dot{E}^e + \dot{E}^{vpd} = \dot{E}^e + \dot{E}^{vp} + \dot{E}^d, \tag{19}$$

где  $\dot{E}^e$ ,  $\dot{E}^{vp}$  и  $\dot{E}^d$  — соответственно упругие, вязкопластические и вязко-повреждаемые составляющие скорости деформации.

Процессы развития повреждений являются термодинамически необратимыми. Однако деформации непосредственно из-за повреждений могут частично или полностью восстанавливаться при разгрузке. Поэтому  $\dot{E}^d$  полагаем состоящей из упруго-повреждаемой (обратимой) и вязкопластически повреждаемой (необратимой) скоростей деформации. Поскольку мерой скорости изменения объема является след  $\varepsilon_{ii}$  тензора

 $\dot{E}$  и  $\dot{J}=\dot{J}^d=rac{\partial J^d}{\partial F_d}\dot{F}_d=J\epsilon^d$  , где точка обозначает производную по времени в текущем состоянии, деформации за счет повреждаемости могут быть представлены в виде

$$\varepsilon^d = 1/J - 1. \tag{20}$$

Определяющие соотношения, устанавливающие связь между скоростями напряжений и деформаций, запишем в виде обобщенного закона Гука

$$\tau = C : (\dot{E} - \dot{E}^{vpd}) - \alpha \dot{\theta} I, \tag{21}$$

где тензор упругости  $C=2\mu I+\left(K-\frac{2}{3}\mu\right)I\otimes I=C(\xi,\theta)$ , является функцией температуры и накопленных повреждений,  $\alpha$  — коэффициент температурного расширения, I — единичный тензор.

Компоненты тензора упругой деформации  $\dot{\epsilon}^e_{jk}$  могут быть представлены в виде шаровой и сдвиговой составляющих

$$\dot{\varepsilon}_{jk}^{e} = \dot{e}_{jk}^{e} + \dot{\varepsilon}\delta_{jk} = \frac{1}{2\mu}\dot{S}_{jk} + \frac{1}{3K}\dot{\sigma}_{m},\tag{22}$$

где напряжения  $\dot{S}_{jk}$  и  $\dot{\sigma}_m$  определяются (12), (13). Выражения для объемного модуля K и модуля сдвига  $\mu$  с учетом повреждаемости, температуры и разупрочнения, приведены в [4].

При ударных воздействиях объемная деформация  $\dot{\epsilon}$  может быть очень большой и сопровождаться резким повышением температуры, в то время как сдвиговые деформации  $\dot{e}^e_{jk}$  остаются малыми, ограниченными началом пластического течения. В этом случае зависимость среднего напряжения от объемных деформаций и температуры оказывается нелинейной и может быть представлена в виде следующего уравнения состояния

$$p = \rho_0 \gamma_0 c_v \theta_n (1 + \varepsilon^d)^{\gamma_0 + 1}, \tag{23}$$

где  $\theta_n = \theta_{n0} \exp[2a\varepsilon^d/(1+\varepsilon^d)][1+\varepsilon^d]^{2(\gamma_0-a-1/3)}$  и  $\theta_{n0}$  выделяемая "адиабатическая" и начальная температура;  $\gamma_0$  — коэффициент Грюнейзена, a — параметр материала.

Компоненты тензора вязкопластических деформаций  $\dot{E}^{vp}$  определяются как в [14]

$$\dot{\mathbf{\epsilon}}_{ij}^{vp} = \dot{\Lambda} \frac{\partial f}{\partial \tau_{ii}},\tag{24}$$

где  $\Lambda$  — множитель Лагранжа, f — поверхность вязкопластической текучести с учетом повреждаемости  $\xi$ 

$$f = \left(\frac{3}{2}J_2\right)^{1/2} - k(\varepsilon_e^{vp}, \theta, \xi)[1 + (\lambda \dot{\varepsilon}_e^p)^{1/m}][1 - (\theta/\theta_m)^n] + nI_1^2 \xi^2 \le 0,$$
 (24a)

 $\lambda$  — вязкость материала;  $\Bbbk(\varepsilon_i^p,\theta,\xi)=\sigma_y^s(\varepsilon_e^p,\theta,\xi)+\sigma_y^r(\varepsilon_e^p,\theta,\xi)$  — изотропное упрочнение (или разупрочнение) материала;  $\sigma_y^s=\sigma_y(\theta)(1-\xi)$  — статический вязкопластический предел текучести;  $\sigma^r-m$  и n параметры материала;  $\theta_m$  — температура плавления материала;  $I_1=\tau_{ii},\ J_2=\frac{1}{2}\,\hat{S}_{jk}\hat{S}_{jk},\ \hat{S}_{jk}=S_{jk}-\rho_{jk};\ \rho_{jk}$  — тензор микронапряжений, определяющий положение поверхности текучести во времени.

Условия нагружения и разгрузки нелинейно-деформируемой среды (условия Куна—Такера) могут быть записаны в виде

$$\dot{\Lambda} \ge 0, \quad f \le 0 \Leftrightarrow \dot{\Lambda}f = 0.$$
 (25)

Обращаясь к схеме на рис. 1 отметим, что ключевой проблемой моделирования рассматриваемых сред, остается разработка простых методов идентификации параметров используемых моделей и уравнений их эволюции.

Пренебрегая инерционными силами и вязкостью материала, приведенные уравнения (8)—(11) и (21)—(24) могут быть использованы и для изучения квазистатических процессов деформирования и разрушения конструкций под действием эксплуатационных нагрузок, предшествующих ударным воздействиям или последующих за ними.

В этом случае для любой переменной физического поля  $g(x^i,t)$  справедливы соотношения

$$\dot{g}(x^{i},t) = \partial g/\partial t = dg/dt$$
 и  $\Delta g = \dot{g}\Delta t$ , (26)

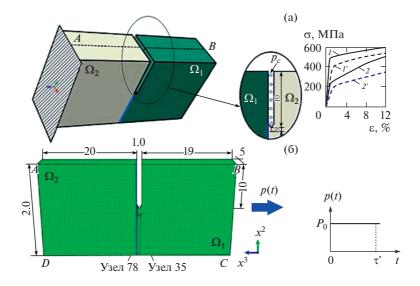
а для прогнозирования остаточного ресурса должны быть использованы соответствующие модели формирования и накопления повреждений, которые определяются режимами эксплуатации и учитываются подобно (14)—(17). Полагая процессы высокоскоростного деформирования адиабатическими, решение нелинейной краевой задачи, записанной в локальной форме (8)—(11), (21)—(25) можно получить МКЭ с использованием явной разностной аппроксимации на временном слое  $D_t = (t_r, \tau)$  [4].

В МКЭ, как обобщении метода Галеркина, вместо исходной краевой задачи (8)— (11) ставится в соответствие задача отыскания минимума функционала

$$u^0 = \inf_{u \in V} \Pi(u), \quad \forall t \in D_t,$$

где  $V = \{u = (u_i, q) : u_i \in W_2^1(D)^3, q = L^2(D)^3; u|_{S_u} = u^*\}$  и  $u^0$  — искомое решение; функционал  $\Pi(u)$  — слабая форма представленных уравнений с краевыми условиями (8)—(10) на границе  $S_u$ ;  $u_i$  — вектор перемещений деформируемой среды с неоднородными граничными условиями.

**Результаты моделирования.** Следуя рис. 1, выполним трехмерный анализ высокоскоростных процессов нелинейного деформирования и разрушения пластины в виде биметаллического соединения с надрезом (трещиной) вблизи его границы под действием давления и внезапно приложенной ударной нагрузки (рис. 3). Подобные соединения конструктивно часто оказываются щелевыми, в них происходит более ин-



**Рис. 3.** Биметаллическая полоса с надрезом: (а) — геометрия, условия закрепления и диаграммы деформирования материалов для температур 20 и 320°С; (б) — расчетная схема МКЭ и ударная нагрузка.

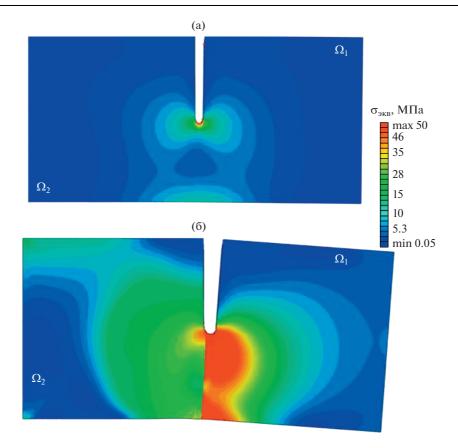
тенсивная деградация свойств соединяемых материалов вследствие коррозии и водородного охрупчивания и велика вероятность образования трещин и разрушения.

Предлагаемые ниже результаты моделирования являются продолжением [15], где были подробно изучены особенности распространения нелинейных волн напряжения, формирования НДС и их кинетики с учетом влияния неоднородности свойств материалов и концентрации напряжений в подобных соединениях.

В рассматриваемом соединении используются конструкционные стали 15ХГН2МА и 0Х18Н10Т, которые заполняют соответственно области  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  (рис. 3). Их свойства с соотношением модулей Юнга  $E_1/E_2=1.05$ , коэффициентов Пуассона  $\nu_1/\nu_2=0.91$ , статических пределов текучести  $\sigma_{02}^1/\sigma_{02}^2=1.95$ , коэффициентов линейного расширения  $\alpha_1/\alpha_2=0.69$ , начальных плотностей  $\rho_1/\rho_2=1.0$  приняты аналогичными [15]. Диаграммы деформирования материалов для возможного диапазона изменения температур также приведены на рис. 3а.

Выбранные стали широко применяются, например, в конструкциях реакторов ЯЭУ, другие их параметры, необходимые в соотношениях (23), (24), должны определяться из серии специально поставленных экспериментов [16]. Ниже мы воспользуемся значениями, приведенными в литературе для аналогичных по свойствам и применению зарубежных сталей [7, 16].

Разнородное соединение выполнено в виде полосы с надрезом вблизи границы соединения  $\Gamma$ , рис. 3, с условиями контактного разрыва (11а). Комбинированное нагружение соединения включает в себя распределенное давление интенсивностью  $p_c$  внутри надреза и ударное воздействие  $p(t) = p_0 H(t)$ , где  $p_0 = 500$  МПа, и H(t) — функция Хевисайда, по боковой кромке. Противоположная грань пластины полагается полностью закрепленной и с учетом симметрии рассматривается только 1/2 пластины относительно ее срединной плоскости ABCD.

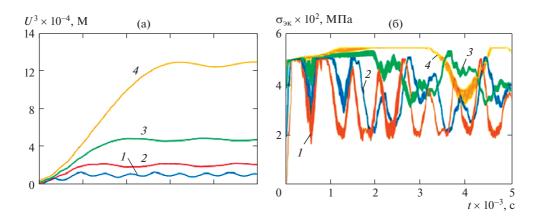


**Рис. 4.** Распределение эквивалентных напряжений в щелевом соединении с исходной поврежденностью материалов 0.04 под действием: (а) — только постоянного давления  $p_c = 32$  МПа; (б) — постоянного давления  $p_c = 32$  МПа и ударного нагружения в момент времени t = 500 мкс.

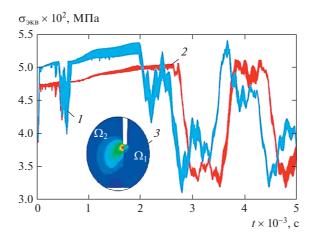
В моделировании для описания геометрии и решения задачи использован МКЭ с объемными элементами и построением более подробной сетки в окрестности надреза, рис. 3б, а также явная схема интегрирования по времени с соблюдением известного условия Куранта. Как следует из ранее выполненного сравнительного анализа с МГЭ [15] при решении аналогичной задачи, такого приближения оказывается достаточным для соблюдения требуемых в моделировании точности и вычислительной устойчивости метода.

Вначале получено решение трехмерной задачи о предварительном нагружении поверхности надреза рассматриваемого соединения давлением  $p_c$  величиной от 16 до 50 МПа. Результаты этого решения используются далее в качестве начальных условий (10) для изучения динамического отклика соединения в условиях возникновения конечных деформации (геометрическая нелинейность) и наличия повреждений, исходный уровень которых был принят равным 4%.

На рис. 4 приведены распределения зон эквивалентных напряжений при наличии только давления  $p_c = 24$  МПа на берегах надреза (рис. 4a) и комбинированного нагружения (рис. 4б). Следствием ударного воздействия, как следует из рис. 4, является



**Рис. 5.** Динамический отклик шелевого соединения без давления — I; при наличии давления в надрезе  $p_c = 16 \text{ M}\Pi \text{a} - 2$ ; 32 М $\Pi \text{a} - 3$ ; 48 М $\Pi \text{a} - 4$ : (a) — максимальное раскрытие берегов надреза; (б) — изменение напряжений в вершине надреза во времени.



**Рис. 6.** Изменение эквивалентных напряжений в вершине надреза по времени при отсутствии -1 и наличии начальных микроповреждений -2, характер распределения микронапряжений в окрестности надреза для момента времени t=500 мкс -3.

не только резкое возрастание уровней напряжений, но и заметное искажение геометрии полосы.

Роль статической составляющей в комбинированном нагружении особенно четко проявляется в изменении во времени максимального раскрытия надреза, рис. 5а, обычно используемого в качестве параметра разрушения, и распределения напряжений в наиболее нагруженной точке в его вершине, рис. 5б. Происходит резкое возрастание уровней смещения берегов надреза (трещины), меняются волновые картины распространения волн напряжений в его вершине.

При значениях давления  $p_c \ge 48~\mathrm{M\Pi a}$  происходит потеря несущей способности биметаллического соединения.

Наличие начальных повреждений ведет к изменению исходных свойств материалов, используемых в модели, изменяются и функции, входящие в уравнения течения (24). Как следует из рис. 6, предел текучести материала подобласти  $\Omega_1$  изменяется от 500 МПа до 475 МПа, оказывается существенным влияние начальных микроповреждений на уровни и характер распространения волн напряжения в динамическом процессе деформирования щелевого соединения. На рис. 6 приведена представляющая интерес картина 3 — формирования зон поврежденности в окрестности надреза в результате ударного воздействия.

В направлении этих зон формируется поверхность разрушения, как это следует из известных результатов динамического испытания компактных образцов с надрезом [16]. При этом распределение поврежденности в материалах щелевого соединения находится в полном соответствии с распределением пластических деформаций в нем. Максимальные уровни повреждений достигаются на четверть толщины пластины от ее внешней боковой поверхности там же, где реализуются максимальные пластические деформации. К моменту времени  $t = 5.0 \times 10^{-3}$  с они не превышают 10%.

Заключение. Как следует из представленных результатов, для обоснованного прогнозирования остаточного ресурса конструкций, находящихся в эксплуатации и подвергаемых ударному нагружению, необходимо располагать подробной информацией об их фактическом состоянии, уровне предшествующих нагружению накопленных повреждений и их влиянии на процессы высокоскоростного деформирования и разрушения во времени. Не менее важным оказывается учет влияния на эти процессы параметров эксплуатационного квазистатического нагружения, на фоне которого происходят указанные процессы. В этом случае можно успешно использовать принцип допускаемой повреждаемости или эксплуатации по фактическому состоянию, гарантирующий надежное функционирование машин и конструкций на протяжении всего срока их службы при наличии дефекта, трещины или другой формы повреждения.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Lifetime-Oriented Structural Design Concepts, eds. Stangenberg F., Breitenbücher R., Bruhns O.T. Berlin, Springer-Verlag, 2009, 721 p.
- 2. *Ashby M.F., Jones D.R.H.* Engineering Materials 2. An Introduction to Microstructures, Processing and Design. Oxford, Elsevier, 2006, 451 p.
- 3. *Petushkov V.* Numerical simulation of high-velocity dynamics of the nonlinear deformation and failure of damaged medium // Math. Models and Comp. Simulations. 2010. V. 2. № 1. P. 76.
- 4. *Петушков В.А., Надарейшвили А.И*. Математическое моделирование деформирования и разрушения объемных тел при высокоскоростном ударном взаимодействии // Математическое моделирование. 2004. Т. 16. № 5. С. 17.
- 5. *Романов А.Н.* Структура и прочность конструкционных материалов. В. 4. М.: МЦНТИ. 1988. 155 с.
- 6. *Работнов Ю.Н.* Механизм длительного разрушения // Вопросы прочности материалов и конструкций. М.: Изд-во АН СССР, 1959. С. 5.
- 7. Curran D.R., Seaman L., Shockey D.A. Dynamic failure of solids // Phys. Reports 1987. V. 147. P. 253.
- 8. *Alves M.* Measurement of ductile material damage // Mechanics of Structures and Machines. 2001. 29. P. 451.
- 9. *Лебедев А.А., Чаусов Н.Г.* Новые методы оценки деградации механических свойств металла конструкций в процессе наработки. К.: Ин-т пробл. прочности им. Г.С. Писаренко НАНУ, 2004. 133 с.
- 10. Петушков В. А. Локальные течения повреждаемой деформируемой среды при ударных взаимодействиях с кавитирующей жидкостью // Изв. РАН. МЖГ. 2007. № 3. С. 121.
- 11. Aifantis E. The Physics of Plastic Deformation // Int. J. Plasticity. 1987. V. 3. P. 211.

- 12. Brunig A., Chyra O., Albrecht D. et al. A ductile damage criterion at various stress triaxialities // International Journal of Plasticity 24 (2008) 1731.
- 13. Петушков В.А. Вязкопластическое течение и локализация деформаций в повреждаемой среде при ударных воздействиях // Журн. СФУ. Сер. Матем. и физ. 2009. Т. 2. В. 3. С. 336.
- 14. *Dornowski W., Perzyna P.* Numerical investigation of macro crack propagation along a bimaterial interface in adiabatic dynamic processes as a problem of micromechanics// Engng. Trans. 2006. 54. 4. P. 289.
- 15. *Петушков В.А.* Изучение переходных процессов в нелинейно-деформируемых средах на основе интегральных представлений и метода дискретных областей // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.- мат. науки, 2017. Т. 21. № 1. С. 137.
- 16. Celentano D.J., Chaboche J.L. 2007. Experimental and numerical characterization of damage evolution in steels // Int. J. Plasticity, 23. 1739.