
МЕХАНИКА МАШИН

УДК 62-523;612.13;532.5

**СТАБИЛИЗАЦИЯ ЖЕСТКОГО РОТОРА В КОНИЧЕСКИХ
МАГНИТНЫХ ПОДШИПНИКАХ**© 2020 г. **Е. Е. Овсянникова**^{1,*}, **А. М. Гуськов**^{1,2}¹*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия*²*Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, г. Москва, Россия***e-mail: eeovsyan@gmail.com*

Поступила в редакцию 23.07.2018 г.

Принята к публикации 25.10.2019 г.

Статья посвящена исследованию вопроса управляемой динамики ротора осевого насоса в конических активных магнитных подшипниках. Подшипники такого типа позволяют миниатюризировать габариты конструкции подвеса ротора, что является важным фактором при проектировании аппаратов вспомогательного кровообращения. В подобных устройствах немаловажную роль играет вопрос управления положением ротора. Суть работы заключается в подборе управляющих коэффициентов пропорционально-интегрально-дифференциального управления для стабилизации ротора.

Ключевые слова: конические подшипники, динамика жесткого ротора, стабилизация вращения ротора, пропорционально-интегрально-дифференциальное управление, механическая поддержка кровообращения

DOI: 10.31857/S0235711920010101

Введение. Главной альтернативой трансплантации сердца является применение аппаратов вспомогательного кровообращения различного типа. Такие аппараты существуют примерно с 60-х годов XX века [1–6]. За 70 лет конструкция аппаратов претерпела значительные изменения: от искусственных желудочков сердца мембранного типа до аксиальных насосов [7]. Исследования показали, что наилучшие результаты демонстрируют аппараты аксиального типа с ротором, находящимся в потоке крови [8]. Такие устройства имеют массу преимуществ, но существуют недостатки, как относящиеся к устройству – быстрый износ, ненадежность, необходимость в частом техническом обслуживании, что отражается на здоровье пациента, так и некие конструктивные особенности, которые приводят к непосредственному риску для здоровья пациентов – тромбоз, снижение гемолиза и т.д. [9–11].

Появилось новое направление развития осевых насосов, в которых поддержка ротора осуществляется путем применения активных магнитных подшипников, обеспечивающих бесконтактный подвес ротора, что продлевает срок службы таких аппаратов, и дает возможность управлять ротором и регулировать его положение [12].

Полный подвес ротора на магнитных подшипниках можно реализовать с помощью двух радиальных и одного осевого подшипников или двух конических подшипников. Конструкция, состоящая из ротора, расположенного на конических активных магнитных подшипниках, имеет меньшие габариты, что является несомненным преимуществом при проектировании насосов вспомогательного кровообращения, так как

Таблица 1. Исходные данные

№	Наименование	Обозначение	Значение
1	Диаметр ротора, м	D	15.6×10^{-3}
2	Длина, м	l	24×10^{-3}
3	Масса ротора, кг	m	12.42×10^{-3}
4	Погрешность позиционирования ротора, мм	ε	≤ 0.2
5	Заданная частота вращения ротора, об./мин	Ω	8000
6	Расстояние от центра масс ротора до подшипников, м	a	9×10^{-3}
		b	9×10^{-3}
7	Расстояние от центра масс ротора до сенсоров, м	c	10×10^{-3}
		d	10×10^{-3}

Таблица 2. Геометрические характеристики конического АМП

№	Наименование	Обозначение	Значение
1	Средний диаметр подшипника, м	d_0	18×10^{-3}
2	Внешний диаметр подшипника, м	d_1	16×10^{-3}
3	Внутренний диаметр подшипника, м	d_2	20×10^{-3}
4	Угол конусности, °	γ	14
5	Величина зазора, м	δ	0.2×10^{-3}
6	Длина подшипника, м	l	7×10^{-3}
7	Количество полюсов	n	8

позволяет осуществлять операции по их установке пациентам с меньшими размерами, например, детям.

В статье рассмотрен вопрос позиционирования ротора в конических активных магнитных подшипниках (АМП) с точностью до 0.2 мм при различных скоростях вращения ротора от 5000 до 12000 об./мин. Задача управления решается применением ПИД-управления с учетом влияния гидродинамических моментов, действующих на ротор со стороны потока крови, а также внешних воздействий на человека.

Цель исследования. В статье решается задача стабилизации ротора насоса аппарата вспомогательного кровообращения. Погрешность позиционирования ротора не должна превышать величину конструктивного зазора 0.2 мм. Разработана математическая модель ротора в конических АМП с ПИД-управлением. Исследована динамика ротора и реакция системы управления в рабочем диапазоне угловых скоростей от 5000 до 12000 об./мин.

1. Постановка задачи. Исходные данные. В табл. 1, 2 представлены исходные данные для расчета динамики ротора и геометрические характеристики конического АМП.

2. Расчетная схема. Симметричный однородный жесткий ротор массой m вращается вдоль продольной оси с постоянной угловой скоростью Ω в двух конических активных магнитных подшипниках АМП1 и АМП2. Схема приведена на рис. 1.

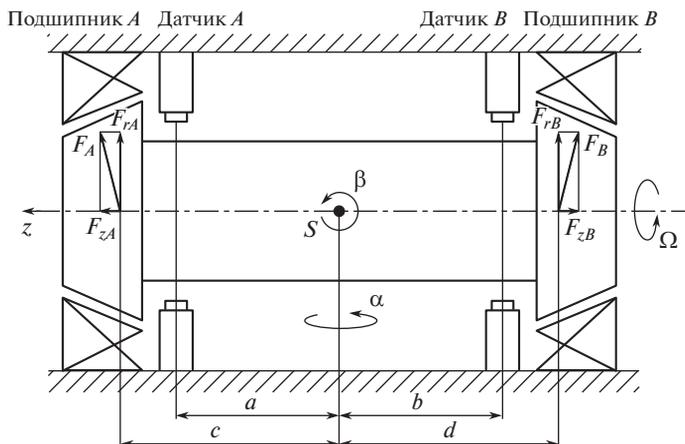


Рис. 1. Расчетная схема ротора в конических АМП.

Положение центра масс ротора описывается вектором обобщенных координат $\mathbf{q} = \{\beta, x_S, \alpha, y_S, z_S\}^T$, где α, β – углы вращения против часовой стрелки вокруг осей x и y соответственно, x_S, y_S, z_S – координаты центра масс ротора.

3. Математическая модель ротора. Уравнение движения в матричной форме

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_e. \quad (1)$$

Здесь \mathbf{M} – симметричная положительно-определенная матрица инерции; \mathbf{G} – кососимметричная матрица гироскопических моментов (2); \mathbf{F} – вектор обобщенных реакций подвеса; \mathbf{F}_e – вектор обобщенных внешних воздействий.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} I_{x0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{y0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \Omega I_{z0} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

4. Конические активные магнитные подшипники. Обобщенные электромагнитные реакции подвеса \mathbf{F} создаются управляющими магнитными силами подшипников [13]

$$\mathbf{F}_{\text{AMB}}(\mathbf{i}, \mathbf{q}_b) = \{F_{Ax}, F_{Ay}, F_{Bx}, F_{By}, F_z\}^T,$$

которые приложены к ротору в точках управления АМП1 (А) и АМП2 (В). Векторы \mathbf{F} и \mathbf{F}_{AMB} связаны соотношениями

$$\mathbf{F} = \mathbf{V}_q \mathbf{F}_{\text{AMB}}(\mathbf{i}, \mathbf{q}_b), \quad (3)$$

где \mathbf{V}_q – матрица преобразований, устанавливающая связь между обобщенными координатами центра масс $\mathbf{q} = [\beta, x_S, \alpha, y_S, z_S]^T$ и смещениями ротора внутри магнитных подшипников $\mathbf{q}_b = [x_{bA}, y_{bA}, x_{bB}, y_{bB}, z_b]^T$, где ζ – вектор косинусов, γ – угол конусности конического подшипника. Геометрия конического подшипника представлена на рис. 2.

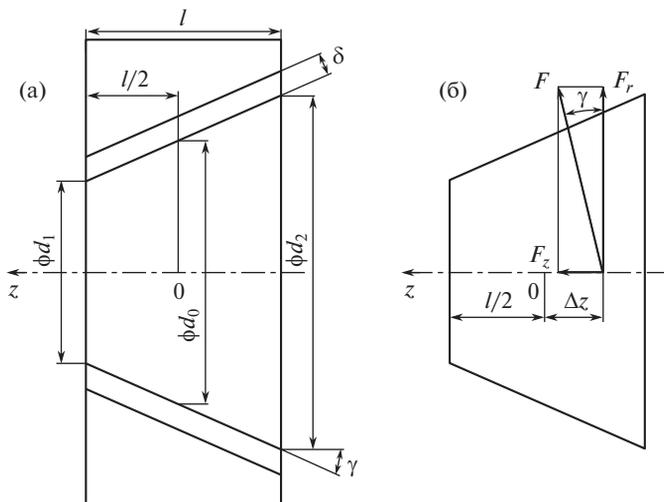


Рис. 2. Конический АМП: (а) – геометрия; (б) – схема сил.

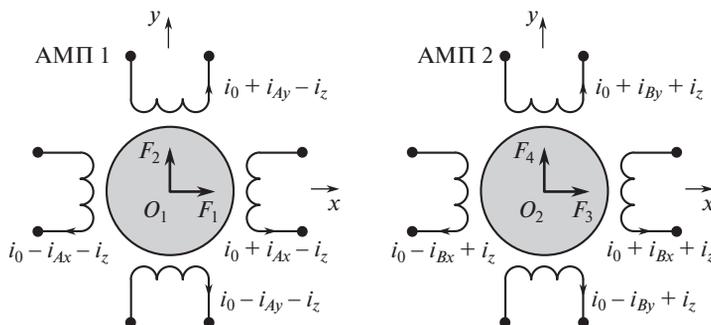


Рис. 3. Конический АМП: схема токов.

Обмотки электромагнитов питаются постоянными токами смещения i_0 , с которыми суммируются токи $\mathbf{i} = \{i_{Ax}, i_{Ay}, i_{Bx}, i_{By}\}^T$, управляющие радиальным перемещением ротора, и ток i_z , управляющий осевым перемещением. Управляющие токи $\mathbf{i} = \{i_{Ax}, i_{Ay}, i_{Bx}, i_{By}\}^T$ в противоположных электромагнитах противоположны по знаку и равны по значению, управляющие токи i_z имеют разные знаки в обмотках АМП1 и АМП2 (рис. 3).

Тяговое усилие \mathbf{F} электромагнита направлено по нормали к поверхности ротора и имеет радиальную $F_r = F \cos(\gamma)$ и осевую составляющие $F_z = F \sin(\gamma)$.

Линия действия равнодействующей \mathbf{F} пересекает продольную ось ротора не в центре O подшипника, а в точке C , смещенной от точки O в сторону основания конуса на

$$\text{расстояние } \Delta_z = \left(\frac{d_0}{2} + \frac{l^2}{6d_0 \cos^2(\gamma)} \right) \text{tg}(\gamma).$$

Выражения для сил в подшипниках по осям x и y

$$\begin{aligned}
 F_{Ax} &= F_{Ax1} - F_{Ax2} = k_A \left[\left(\frac{i_0 + i_{Ax} - i_z}{\delta \cos(\gamma) - x_{bA} - z_{bA} \operatorname{tg}(\gamma)} \right)^2 - \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{i_0 - i_{Ax} - i_z}{\delta \cos(\gamma) + x_{bA} - z_{bA} \operatorname{tg}(\gamma)} \right)^2 \right], \\
 F_{Ay} &= F_{Ay1} - F_{Ay2} = k_A \left[\left(\frac{i_0 + i_{Ay} - i_z}{\delta \cos(\gamma) - y_{bA} - z_{bA} \operatorname{tg}(\gamma)} \right)^2 - \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{i_0 - i_{Ay} - i_z}{\delta \cos(\gamma) + y_{bA} - z_{bA} \operatorname{tg}(\gamma)} \right)^2 \right], \\
 F_{Bx} &= F_{Bx1} - F_{Bx2} = k_B \left[\left(\frac{i_0 + i_{Bx} + i_z}{\delta \cos(\gamma) - x_{bB} + z_{bB} \operatorname{tg}(-\gamma)} \right)^2 - \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{i_0 - i_{Bx} + i_z}{\delta \cos(\gamma) + x_{bB} + z_{bB} \operatorname{tg}(-\gamma)} \right)^2 \right], \\
 F_{By} &= F_{By1} - F_{By2} = k_B \left[\left(\frac{i_0 + i_{By} + i_z}{\delta \cos(\gamma) - y_{bB} + z_{bB} \operatorname{tg}(-\gamma)} \right)^2 - \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{i_0 - i_{By} + i_z}{\delta \cos(\gamma) + y_{bB} + z_{bB} \operatorname{tg}(-\gamma)} \right)^2 \right].
 \end{aligned} \tag{4}$$

В формуле (4) i_0 – ток смещения, i_{Ax} , i_{Ay} , i_{Bx} , i_{By} – токи управления, подаваемые на подшипники по осям x и y , δ – зазор в подшипнике, k_A , k_B – конструктивные параметры подшипников.

Управляющая осевая сила F_z зависит от суммы токов в электромагнитах каждого из подшипников – от тока i_z и не зависит от токов i_{Ax} , i_{Ay} , i_{Bx} , i_{By} . Выражение для осевой силы

$$F_z = c_z \left[\left(\frac{i_0 + i_z}{\delta \sin(\gamma) - z_b} \right)^2 - \left(\frac{i_0 - i_z}{\delta \sin(\gamma) + z_b} \right)^2 \right],$$

где $c_z = \frac{2L \sin^2(\gamma)}{\delta^2} \sum_{k=1}^4 i_{k0}^2$ – управляющий коэффициент; L – индуктивность подшипника.

Уравнение движение записано в координатах центра масс \mathbf{q} . Связь между векторами \mathbf{q} и \mathbf{q}_b имеет вид

$$\mathbf{q}_b = \mathbf{B}_q^T \mathbf{q}. \tag{5}$$

Путем объединения уравнений модели ротора (1), выражения (3) и сил в подшипниках и подставляя (5), получим следующее дифференциальное уравнение относительно координат \mathbf{q}

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{G}\dot{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{B}_q^T \mathbf{F}_{\text{AMB}}(t) + \mathbf{F}_e.$$

5. Учет внешнего воздействия. Ротор воспринимает нагрузку \mathbf{F}_e в виде внешних нагрузок по осям x , y и z , представленных гармоническими функциями, и момента от воздействия гидродинамической силы в потоке жидкости. Момент представим в виде вектора-столбца [14]

$$\mathbf{M} = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} = C\mu\pi r^2 l \begin{Bmatrix} -\dot{\alpha} - \Omega\beta \\ -\dot{\beta} + \Omega\alpha \\ -\Omega \end{Bmatrix} = \dots =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -C\mu\pi r^2 l & 0 & 0 \\ -C\mu\pi r^2 l & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} + \begin{bmatrix} -C\mu\pi r^2 / \Omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C\mu\pi r^2 / \Omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{q} = \mathbf{M}_V \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{M}_L \mathbf{q},$$

где μ – вязкость крови, $\mu = (3-4) \times 10^{-3}$ Па с при 37°C , C – коэффициент сопротивления среды, $C = 0.91-0.85$, r – радиус ротора, l – длина ротора, Ω – частота вращения ротора.

Влияние внешних воздействий на человека учтено в виде вибраций, выраженных гармоническими функциями, действующими по осям x , y и z

$$\mathbf{F}_{\text{ext}}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ A_1 \cos(\omega t) \\ 0 \\ A_2 \cos(\omega t) \\ A_3 \cos(\omega t) \end{bmatrix},$$

где ω – частота внешнего воздействия, A_1, A_2, A_3 – амплитуды колебаний транспорта на примере пассажирского вагона. $A_1, A_2, A_3 \approx 0.1-5$ мм при частоте колебаний $1.5-4$ Гц [15].

6. Синтез управления с позиций обратной задачи динамики. ПИД-регулятор. Наиболее распространенный тип регуляторов ПИД-регулятор. Он прост в эксплуатации, что частично объясняет его популярность. По некоторым источникам, более 90% реальных промышленных задач решались с применением ПИД регуляторов [16].

ПИД-регулятор не имеет возможности адаптивной самонастройки, поэтому его параметры задаются на все время работы. В то же время, в реальных системах объект управления меняет свои характеристики в ходе эксплуатации, а характеристики среды могут меняться с течением времени, но ПИД-управление обладает достаточной устойчивостью к такого рода изменениям параметров. Возможно отклонение регулятора от оптимального режима работы, однако выдвинутые критерии качества работы системы удовлетворяются.

В данной статье ПИД-управление реализовано для каждого подшипникового узла, что обеспечивает децентрализованное управление и позволяет добиться достаточной точности позиционирования ротора. При данном типе управления данные с подшипников и сенсоров поступают по разным каналам. Автономное управление обеспечивает каждый сигнал с сенсора отвечающим ему управлением на подшипнике, используя коэффициенты усиления. Четыре выходных сигнала совмещаются в один выходной вектор \mathbf{q}

$$\mathbf{i}(t) = - \left(\mathbf{P}\mathbf{q}(t) + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{I} \int_{t_0}^{t_1} \mathbf{q}(t) dt \right),$$

$$\mathbf{P} = \text{diag}(P_A, P_B, P_A, P_B, P_z), \quad \mathbf{D} = \text{diag}(D_A, D_B, D_A, D_B, D_z),$$

$$\mathbf{I} = \text{diag}(I_A, I_B, I_A, I_B, I_z).$$

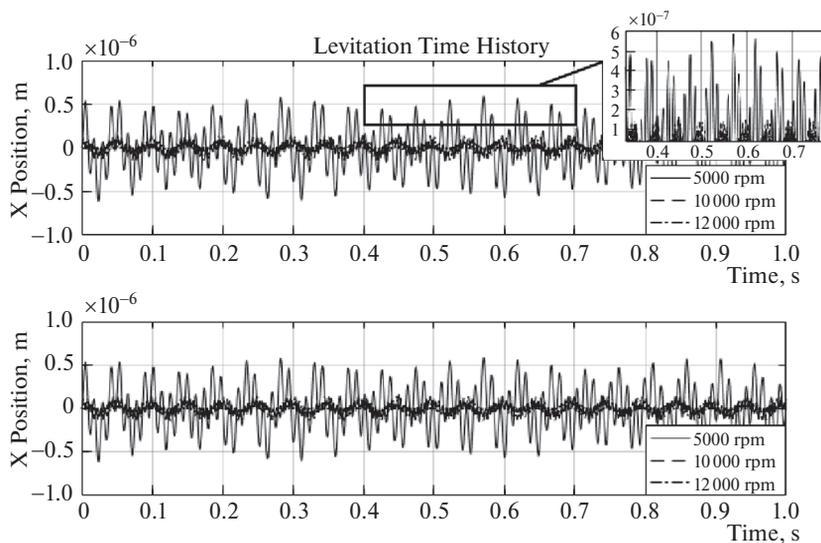


Рис. 4. Перемещения центров сечений А и В ротор при скоростях 5000, 10000 и 12000 об./мин.

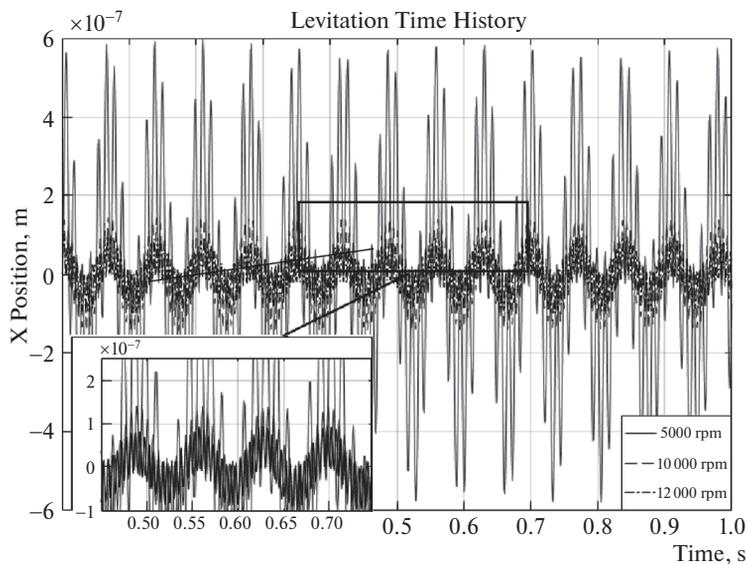


Рис. 5. Перемещения центра ротора в осевом направлении при варьировании скоростей вращения.

Матрицы **P**, **D**, **I** содержат оценочные значения коэффициентов усиления, определяющиеся массой ротора и коэффициентами управления.

Для ПИД-управления было проведено сравнение перемещений центра ротора в подшипниках и токов при различных скоростях (рис. 4, 5).

Полученные результаты были сведены в табл. 3. Из нее можно заключить, что ПИД-управление позволяет стабилизировать положение ротора при различных типах

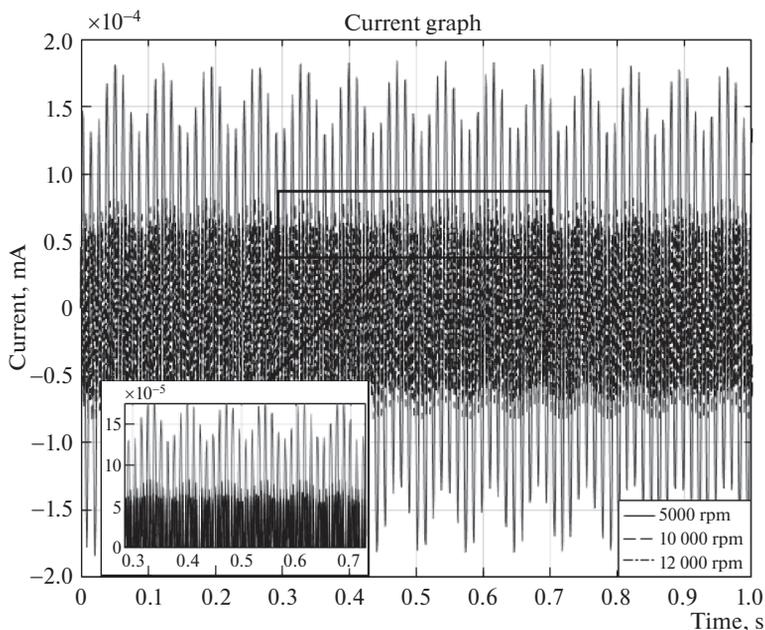


Рис. 6. Изменения токов в осевом направлении от внешней гармонической нагрузки.

воздействий. Все значения находятся в пределах заданной допустимой величины зазора.

Синтез управления для конических подшипников отличается от синтеза управления для радиальных подшипников тем, что в радиальных подшипниках управление ведется только радиальными токами, а в конических подшипниках появляется возможность управлять токами в осевом направлении.

На рис. 6 представлены результаты синтеза осевых управляющих токов при вариации скоростей вращения. Видно, что изменения тока соответствуют изменению внешней осевой силы, действующей на подшипник, что позволяет удерживать ротор в осевом направлении и обеспечивать полную стабилизацию подвеса. Значения управляющих токов находятся в пределах допустимых значений [17]. Амплитудные значения токов составили от 0.06 мА до 0.2 мА соответственно.

Таблица 3. Сравнение перемещений центра ротора при различных скоростях вращения

Скорость вращения ротора Ω , об./мин	Значение радиального перемещения по осям x , y , м	Значение перемещения по оси z , м
5000	5.89×10^{-7}	5.99×10^{-7}
10000	1.42×10^{-7}	1.44×10^{-7}
12000	9.69×10^{-8}	9.97×10^{-8}

Заключение и выводы. Создана математическая модель жесткого ротора, находящегося в потоке крови, на конических активных магнитных подшипниках. Выполнено моделирование динамики и приведены результаты экспериментов. Особое внимание в статье уделено вопросу управления позиционированием и стабилизации ротора с учетом особенностей конических подшипников. По заданным условиям погрешность позиционирования не должна была превышать 0.2 мм. Задача стабилизации решалась для диапазона скоростей вращения ротора от 5000 до 12000 об./мин.

Был осуществлен подбор управляющих коэффициентов с позиций обратной задачи динамики. Для обеспечения полного подвеса ротора были промоделированы варианты с различными жесткостями подшипников.

Величины осевых управляющих токов составили от 0.06 до 5 мА в зависимости от позиционной жесткости подшипников.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 15-29-01085 офи_м).

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fox C.S. et al. Total Artificial Hearts-Past, Current, and Future // J. Card. Surg. 2015. V. 30. № 11. P. 856.
2. Birks E.J.J. Left ventricular assist devices // Heart. 2010. V. 96. № 1. P. 63.
3. Timms D. A review of clinical ventricular assist devices // Med. Eng. Phys. Institute of Physics and Engineering in Medicine, 2011. V. 33. № 9. P. 1041.
4. Secretariat M.A. Left Ventricular Assist Devices // Health Technol. Assess. (Rockv). 2004. V. 4. № 3. P. 2542.
5. Fynn-Thompson F., Almond C. Pediatric ventricular assist devices. // Pediatr. Cardiol. 2007. V. 28. № 2. P. 149.
6. Stiller B., Adachi I., Fraser C.D. Pediatric ventricular assist devices // Pediatr. Crit. Care Med. 2013. V. 14. № 5. Suppl 1. P. 20.
7. Itkin G.P. Mechanical Circulatory Support: Problems, Solutions and New Directions // Russ. J. Transplantology Artif. Organs. 2014. V. XVI. № 3. P. 76.
8. Bogdanova Y., Guskov A. Synergetic synthesis of control laws for left ventricular assist device rotor on magnetic suspension // Stability and Oscillations of Nonlinear Control Systems (Pyatnitskiy's Conference), 2016 International Conference. 2016. P. 1.
9. Agarwal S., High K.M. Newer-generation ventricular assist devices // Best Pract. Res. Clin. Anaesthesiol. Elsevier Ltd, 2012. V. 26. № 2. P. 117.
10. Rüschen D. et al. Minimizing left ventricular stroke work with iterative learning flow profile control of rotary blood pumps // Biomed. Signal Process. Control. Elsevier Ltd, 2017. V. 31. P. 444.
11. Lim H.S., Howell N., Ranasinghe A. The Physiology of Continuous-Flow Left Ventricular Assist Devices // J. Card. Fail. Elsevier Inc. 2017. V. 23. № 2. P. 169.
12. Богданова Ю.В., Гуськов А.М. Управление ротором искусственного желудочка сердца на магнитных подшипниках: синергетический закон и ПИД-регулятор // Сб. трудов XXVIII Международной инновационно-ориентированной конференции молодых ученых и студентов "МИКМУС-2015". 2015. С. 270.

13. *Schweitzer G., Maslen E.H.* Magnetic Bearings: Theory, Design and Application to Rotating Machinery. 2009. 535 p.
14. *Ovsyannikova E.E., Gousskov A.M.* Stabilizing Vibration of the Active Magnetic Bearings Rotor for Artificial Ventricle Assist Device in the Blood Stream with Linear-Quadratic Optimization // Sci. Educ. Bauman MSTU. 2016. V. 16. № 9. P. 45.
15. *Фролов К.В.* Защита от вибраций и ударов. Москва: Машиностроение, 1981. 456 с.
16. *Бесекерский В.А., Попов Е.П.* Теория систем автоматического регулирования. Москва: Наука, 1975. 768 с.
17. ГОСТ 12.1.038-82 Система стандартов безопасности труда (ССБТ). Электробезопасность. Предельно допустимые значения напряжений прикосновения и токов (с Изменением № 1). 2014Д. С. 6.