

## МЕХАНИКА МАШИН

УДК 531.534

ПОСТРОЕНИЕ ПРОГРАММНЫХ ДВИЖЕНИЙ МЕХАНИЗМОВ  
ОТНОСИТЕЛЬНОГО МАНИПУЛИРОВАНИЯ  
С ТРЕМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ© 2019 г. Е. И. Воробьев<sup>1</sup>, А. В. Михеев<sup>1</sup>, К. О. Моргуненко<sup>2,\*</sup><sup>1</sup>Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, г. Москва, Россия<sup>2</sup>Российский технологический университет, г. Москва, Россия

\*e-mail: constantine-km@yandex.ru

Поступила в редакцию 05.06.2019 г.

Принята к публикации 08.08.2019 г.

В статье предложен метод координации движений модулей механизмов относительного манипулирования с тремя степенями свободы. Метод основан на использовании уравнений связей модулей и обобщенных координат всего механизма. Решены задачи построения совместного движения модулей реализующего программное движение точки выходного звена одного модуля в подвижной системе координат другого модуля.

*Ключевые слова:* двурукий робот, относительное манипулирование, построение движений, построение и координация движений

**DOI:** 10.1134/S0235711919060105

**Введение.** Особенностью механизмов относительного манипулирования является наличие двух выходных звеньев [1]. Функционирование механизмов относительного манипулирования аналогично действию двух рук человека [2].

Это позволяет получить в относительном движении выходных звеньев большее число степеней свободы, чем у составляющих модулей и реализовать более сложные операции, не реализуемые однорукими системами.

Механизм относительного манипулирования является основой технологических обрабатывающих систем, автооператоров станков и двуруких роботов. Структурный синтез механизмов относительного манипулирования рассматривается в работе [2]. Особенности построения движений двуруких роботов и алгоритм управления рассматривается в работе [3, 4].

**1. Обратные задачи относительного манипулирования.** Обратной задачей относительного манипулирования будем называть задачу определения обобщенных координат механизма относительного манипулирования, при которых реализуется заданное относительное положение выходных звеньев или их элементов. Такими элементами могут быть точка, плоскость, прямая или все твердое тело. Рассмотрим обратные задачи относительного манипулирования для механизмов с тремя степенями свободы, решение которых позволяет реализовать заданные относительные движения точки.

**1.1. Механизм  $V_3V_1-V_2$ .** Первый модуль  $V_3V_1$  содержит две вращательные кинематические пары, одна из которых параллельна оси  $Oz$  неподвижной системы координат, а ось второй пары в начальном положении параллельна оси  $Ox$  (рис. 1).

Второй модуль  $V_2$  содержит одну вращательную пару, ось которой параллельна оси  $Oy$ .

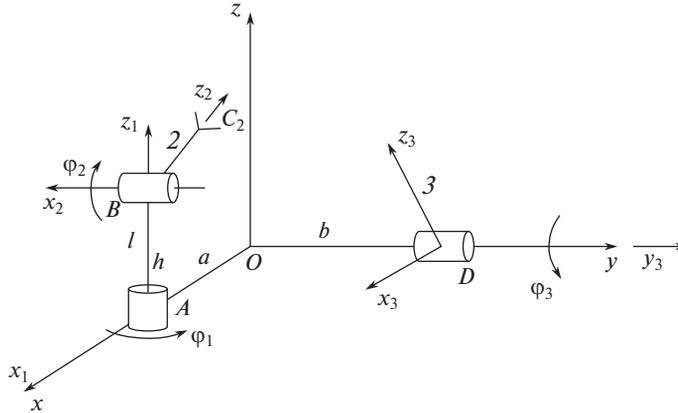


Рис. 1. Механизм  $B_3B_1-B_2$ .

Механизм имеет три степени свободы. Обобщенными координатами являются углы относительного поворота звеньев  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ . Механизм позволяет осуществить заданное относительное движение точки выходного звена одного модуля в системе координат выходного звена второго модуля.

Будем считать, что заданы координаты программного движения точки в системе координат модуля  $B_2$  и требуется осуществить совпадение точки выходного звена модуля  $B_3B_1$  с этой точкой путем совместного движения по обобщенным координатам обоих модулей  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ . Задача состоит в определении величин  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  при заданных координатах точки в системе модуля  $B_2$ .

Для решения задачи со звеньями механизма свяжем системы координат следующим образом: 1) со звеном 1 свяжем систему координат  $Ax_1, y_1, z_1$ , направив ось  $z_1$  по оси вращательной пары А; 2) со звеном 2 свяжем систему координат  $Bx_2, y_2, z_2$ , направив ось  $z_2$  по оси звена 2, а ось  $x_2$  по оси вращательной пары В; 3) со звеном 3 свяжем систему координат  $Dx_3, y_3, z_3$ , направив ось  $y_3$  по оси вращательной пары D. Эта система повернута вокруг оси  $Oy$  на угол  $\varphi_3$ .

Система координат  $Bx_2, y_2, z_2$ , может быть совмещена с системой  $Ox, y, z$  путем поворота вокруг оси  $x_2$  на угол  $\varphi_2$ , переносом по оси  $z_1$  на величину  $h$ , поворотом вокруг оси  $z_1$  на угол  $\varphi_1$  и переносом по оси  $x$  на величину  $a$ .

Матрицы поворотов третьего порядка систем, связанных со звеньями 1 и 2 имеют вид

$$L_{01} = \begin{bmatrix} \cos\varphi_1 & -\sin\varphi_1 & 0 \\ \sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad L_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varphi_2 & -\sin\varphi_2 \\ 0 & \sin\varphi_2 & \cos\varphi_2 \end{bmatrix}.$$

Координаты точки  $C_2$  звена 2 в неподвижные системы координат равны

$$x = l_2 \cos \varphi_2 \sin \varphi_1 + a; \quad y = l_2 \cos \varphi_2 \cos \varphi_1; \quad z = l_2 \sin \varphi_2 + h. \quad (1)$$

Для реализации заданного движения точка  $C_2$  звена 2 должны совпасть с заданной точкой  $C_3$  звена 3. Координаты точки  $C_3$  считаем заданными в подвижной системе координат второго модуля  $Dx_3, y_3, z_3$

$$[x_3] = [x_3, y_3, z_3]^T.$$

Найдем значения обобщенных координат  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$  обоих модулей, при которых точка  $C_2$  первого модуля совмещается с точкой  $C_3$  второго модуля с заданными координатами. В неподвижной системе координат для точки  $C_3$  получим

$$x = r_3 \sin \varphi_3; \quad y = y_3; \quad z = r_3 \cos \varphi_3, \quad (2)$$

где  $r_3 = (z_3^2 + x_3^2)^{0.5}$ .

Приравняем (1) и (2) получим систему уравнений для определения  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$

$$l_2 \cos \varphi_2 \sin \varphi_1 + a = r_3 \sin \varphi_3; \quad l_2 \cos \varphi_2 \cos \varphi_1 = y_3; \quad l_2 \sin \varphi_2 + h = r_3 \cos \varphi_3. \quad (3)$$

Возведя в квадрат и складывая уравнения, получим

$$r_3^2 + a^2 + h^2 - l_2^2 + y_3^2 - 2a \sin \varphi_3 - 2hr_3 \cos \varphi_3 = 0.$$

С помощью замены  $\sin \varphi_3$  и  $\cos \varphi_3$  через тангенс половинного угла  $\varphi_3$  из последнего уравнения получим квадратное уравнение для определения  $\operatorname{tg}\left(\frac{\varphi_3}{2}\right)$

$$a_1 \sin \varphi_3 + b_1 \cos \varphi_3 = c_1,$$

где  $a_1 = 2ar_3$ ;  $b_1 = 2hr_3$ ;  $c_1 = r_3^2 + a^2 + h^2 - l_2^2 + y_3^2$ , откуда

$$\varphi_3 = 2 \arctg \left( \frac{a_1}{(b_1 + c_1)^2} \right) \pm \sqrt{1 + \left( \frac{a_1}{(b_1 + c_1)^2} \right)^2}. \quad (4)$$

Из третьего уравнения системы (3) получим

$$\varphi_2 = \arcsin \left( \frac{r_3 \cos \varphi_3 - h}{l_2} \right). \quad (5)$$

Из второго уравнения системы (3) получим

$$\varphi_1 = \arccos \left( \frac{y_3}{l_2 \cos \varphi_2} \right). \quad (6)$$

Формулы (4), (5), (6) позволяют определить переменные управляющих функций и выбрать постоянные параметры механизма, позволяющие реализовать заданные условия движения.

**1.2. Механизм В<sub>1</sub>П<sub>3</sub>-В<sub>2</sub>.** Механизм содержит два модуля, один модуль содержит вращательную и поступательную пару, второй содержит одну вращательную пару.

Второй модуль содержит одну вращательную пару и совершает вращательное движение вокруг оси  $y$ . Со звеньями механизма 1 и 3 свяжем декартовы системы координат, как показано на рис. 2. Со звеном 2 свяжем систему координат  $C_2x_2y_2z_2$ , которая смещена относительно системы  $Ax_1y_1z_1$  на величину  $s_2$  по оси  $Oz_1$ , а оси  $Cx_2$  и  $Cy_2$  параллельны соответствующим осям  $Ax_1$  и  $Az_1$ .

Определению подлежат обобщенные координаты  $\varphi_1$ ,  $s_2$ ,  $\varphi_3$ . Параметры:  $a$ ,  $b$  – постоянные. Координаты точки  $C_2$  звена 2 в неподвижной системе координат равны

$$x = a; \quad y = s_2 \cos \varphi_1; \quad z = s_2 \sin \varphi_1.$$

Координаты точки  $C_3$ , с которой совпадает точка  $C_2$  в системе  $Dx_3, y_3, z_3$  считаем заданным

$$[x] = [x_3, y_3, z_3]^T.$$



Координаты точки  $C_2$  в неподвижной системе координат равны

$$x = a; \quad y = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \alpha; \quad z = l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \alpha,$$

где  $\alpha = \varphi_1 + \varphi_2$ .

Координаты точки контакта  $C_3$  в подвижной системе координат  $Dx_3, y_3, z_3$  считаем заданным

$$[x_3] = [x_3, y_3, z_3]^T.$$

Координаты точки  $C_3$  в неподвижной системе координат равны

$$x = r_3 \sin \varphi_3; \quad y = y_3; \quad z = r_3 \cos \varphi_3.$$

При совпадении точек  $C_2$  и  $C_3$  их координаты совпадают и в неподвижной системе координат, приравнявая координаты получим

$$a = r_3 \sin \varphi_3; \quad l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \alpha = y_3; \quad l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \alpha = r_3 \cos \varphi_3.$$

Возведя в квадрат и складывая эти уравнения получим

$$r_3^2 + y_3^2 = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2(\cos \varphi_1 \cos \alpha + \sin \varphi_1 \sin \alpha) = l_1^2 + l_2^2 + 2l_1l_2 \cos \varphi_2,$$

откуда

$$\varphi_1 = \arccos\left(\frac{y_3 - l_2 \cos \alpha}{l_1}\right), \quad \varphi_2 = \arccos\left(\frac{r_3^2 + y_3^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1l_2}\right), \quad \varphi_3 = \arcsin\left(\frac{a}{r_3}\right).$$

**1.4. Механизм В<sub>3</sub>П<sub>3</sub>-В<sub>2</sub>.** Механизм содержит два модуля: 1) один модуль содержит одну вращательную и одну поступательную кинематические пары; 2) второй модуль совершает вращательное движение (рис. 4).

Обобщенные координаты механизма  $\varphi_1, s_2, \varphi_3$ . Координаты точки контакта  $C_3$  в подвижной системе координат  $Dx_3, y_3, z_3$  считаем заданным

$$[x_3] = [x_3, y_3, z_3]^T.$$

Координаты точки  $C_2$  звена 2 в неподвижной системе равны

$$x = r_2 \cos \varphi_1; \quad y = r_2 \sin \varphi_1; \quad z = s_2. \quad (7)$$

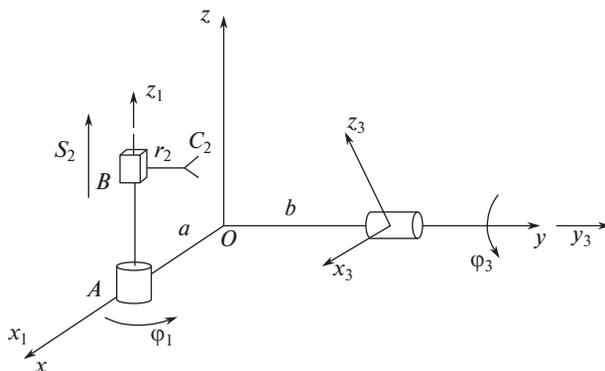


Рис. 4. Механизм В<sub>3</sub>П<sub>3</sub>-В<sub>2</sub>.

Координаты точки  $C_3$  звена 3 в неподвижной системе координат равны

$$x = r_3 \sin \varphi_3; \quad y = y_3; \quad z = r_3 \cos \varphi_3. \quad (8)$$

Приравнивая (7) и (8) получим

$$r_2 \cos \varphi_1 = r_3 \sin \varphi_3; \quad r_2 \sin \varphi_1 = y_3; \quad s_2 = r_3 \cos \varphi_3,$$

откуда

$$\varphi_1 = \arcsin \left( \frac{y_3}{r_2} \right), \quad \varphi_3 = \arcsin \left( \frac{r_2 \cos \varphi_1}{r_3} \right), \quad s_2 = r_3 \cos \varphi_3,$$

где  $r_3 = \sqrt{x_3^2 + z_3^2}$ .

**2. Осуществление перехода механизма из одного относительного положения в другое.** Имея начальное и конечное значения обобщенных координат модулей механизма относительного манипулирования, можно построить процесс перехода его из начального положения в конечное.

Используем для этого синусоидальный закон изменения обобщенного ускорения  $\ddot{q}$

$$\ddot{q}(t) = \frac{\dot{q}_{\max} \pi}{2\Delta q} \sin \left( \frac{\dot{q}_{\max} \pi t}{\Delta q} \right), \quad (9)$$

где  $\Delta q$  – разность между начальным и конечным значениями координат;  $\dot{q}_{\max}$  – максимальная обобщенная скорость.

Закон изменения обобщенной скорости находится путем интегрирования выражения (9)

$$\dot{q}(t) = \frac{\dot{q}_{\max}}{2} \left[ 1 - \cos \left( \frac{\dot{q}_{\max} \pi t}{\Delta q} \right) \right]. \quad (10)$$

Закон изменения обобщенных координат механизма находится путем интегрирования (10)

$$q(t) = \frac{1}{2} \left[ \dot{q}_{\max} t - \frac{\Delta q}{\pi} \sin \left( \frac{\dot{q}_{\max} \pi t}{\Delta q} \right) \right]. \quad (11)$$

Максимальную обобщенную скорость принимаем исходя из назначения механизма.

Максимальное обобщенное ускорение зависит от максимальной скорости и величины перемещения и определяется из (9)

$$\ddot{q}_{\max} = \frac{\dot{q}_{\max} \pi}{2\Delta q}. \quad (12)$$

Время перехода из начального положения в конечное можно получить из (11)

$$T = \frac{2\Delta q}{\dot{q}_{\max}}. \quad (13)$$

Полученные соотношения позволяют построить структуру системы управления по обобщенным координатам механизма рис. 5.

**Выводы.** 1) получены решения обратных задач относительного положения манипуляторов с двумя степенями свободы и модулей поступательного и вращательного движений; 2) решения позволяют реализовать заданные относительные движения выход-

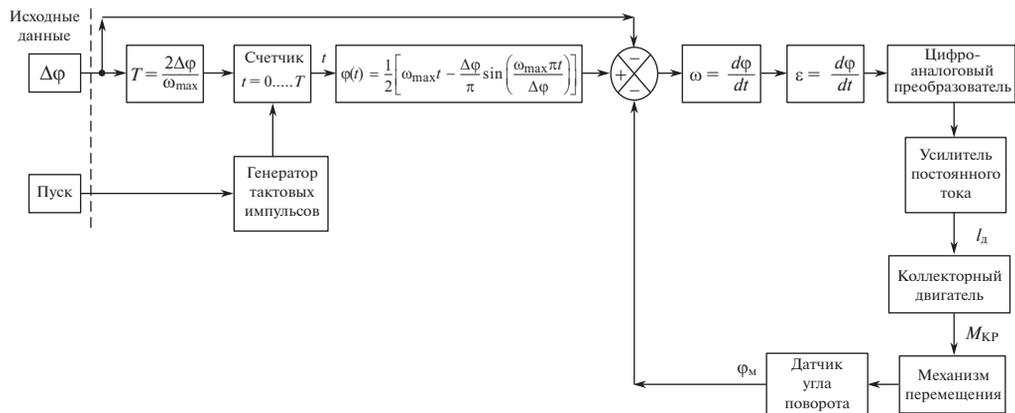


Рис. 5. Структурная схема управления.

ного звена манипулятора и подвижных деталей путем управления переменными параметрами систем; 3) полученные соотношения позволяют так же выбирать постоянные параметры автооператоров станков и двуруких роботов.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке фонда РФФИ 19-08-00775.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глазунов В.А., Ласточкин А.Б., Терехова А.Н., Ву Нгок Бик. Об особенностях устройств относительного манипулирования // Ж. Проблемы машиностроения и надежности машин. 2007. № 2. С. 77.
2. Глазунов В.А., Ласточкин А.Б., Шалюхин К.А., Данилин П.О. К анализу и классификации устройств относительного манипулирования // Ж. Проблемы машиностроения и надежности машин. 2009. № 4. С. 81.
3. Воробьев Е.И., Хатунцев Д.И. Двурукие роботы. Особенности построения алгоритмов управления движением // Ж. Автоматизация. Современные технологии. 2016. № 3. С. 19.
4. Воробьев Е.И. Осуществление заданного относительного движения двух твердых тел двуруким роботом // Ж. Известия РАН. Механика твердого тела. 2018. № 2. С. 122.