# \_\_\_ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ \_ НЕОРГАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УЛК 541.123.3

# ОСОБЕННОСТИ ТРАНСФОРМАЦИИ ФАЗОВОЙ ДИАГРАММЫ ТРЕХКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ СО СТЕХИОМЕТРИЧЕСКИМИ СОЕДИНЕНИЯМИ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ЕЕ СОСТОЯНИЯ

© 2021 г. В. А. Шестаков<sup>а, \*</sup>, В. И. Косяков<sup>а</sup>

<sup>a</sup>Институт неорганической химии им. А.В. Николаева СО РАН, пр-т Академика Лаврентьева, 3, Новосибирск, 630090 Россия \*e-mail: vsh@niic.nsc.ru
Поступила в редакцию 19.08.2020 г.

Поступила в редакцию 19.08.2020 г. После доработки 09.09.2020 г. Принята к публикации 12.09.2020 г.

Изучены закономерности изменения вида субсолидусной фазовой диаграммы при изменении температуры или давления в трехкомпонентной системе со стехиометрическими соединениями на основании топологического подхода. Введено понятие сопряженных фазовых диаграмм в p-T-пространстве. Определены пять типов фазовых реакций, приводящих к таким диаграммам. Установлены топологические особенности сопряженных диаграмм. Полученные закономерности могут быть использованы для перечисления сопряженных фазовых диаграмм в субсолидусной области, которая имеет особое значение для решения прикладных задач материаловедения.

*Ключевые слова:* трехкомпонентные системы, фазовые диаграммы, топология фазовых диаграмм, фазы постоянного состава

**DOI:** 10.31857/S0044457X21030168

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Образование минералов, получение материалов и композиций, химическая деградация твердотельных устройств - это процессы, протекающие в гетерогенных многокомпонентных системах. Поэтому исследование таких процессов, на раннем этапе представленное, например, работами [1-3], активно продолжается и в настоящее время. Прогресс в исследовании и использовании этих процессов для создания новых технологий в существенной степени основан на результатах теоретических и экспериментальных исследований фазовых диаграмм многокомпонентных систем. Изучению общих закономерностей таких диаграмм посвящено множество работ. К настоящему времени достаточно хорошо развита теория дифференциации многокомпонентных систем, т.е. разбиения исходного фазового комплекса на составляющие с учетом особенностей взаимодействия компонентов в элементах огранения и числа компонентов в системе [4, 5]. С использованием теории графов изучена топология фазовых диаграмм многокомпонентных систем, позволившая разработать их классификацию и оптимизировать процесс экспериментального исследования [6–10]. Для прогнозирования и построения фазовых диаграмм многокомпонентных систем на основе принципа совместимости элементов строения диаграмм, частных составляющих (n-компонентных) и общей ((n+1)-компонентной) систем с учетом требования правила фаз Гиббса разработан и успешно используется метод трансляции [11-13]. При решении различных научных и прикладных задач, например для выбора оптимальных составов образцов с целью синтеза соединений или композиций, активно проводятся экспериментальные исследования и 3D-моделирование фазовых диаграмм или их фрагментов [14-19].

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Фазовые диаграммы конденсированных трехкомпонентных систем являются геометрическими конструкциями в пространстве состояний. Обычно это 0-мерные (p, T = const), 1-мерные (p или T = const) и двумерные  $(p, T \neq \text{const})$  пространства. Чаще всего в статьях, монографиях, справочниках и базах данных представляют конкретные диаграммы тройных систем или их фрагменты. Подобное представление тройных систем имеет размерность от 2 до 4 в объединенном  $(p, T, x_1, x_2)$  пространстве состава и параметров состояния. Отметим, что координаты p, T,  $x_1$ ,  $x_2$  являются независимыми переменными.

В литературе (см., например, работы [20–25]) описано множество реальных и виртуальных диа-

грамм трехкомпонентных систем. Ограничимся рассмотрением простейших диаграмм с твердыми фазами постоянного состава и непрерывным жидким раствором. Предполагается, что область гомогенности этих твердых фаз невелика (менее 0.1 ат. %), поэтому мы их рассматриваем как стехиометрические. Их удобно разделить на две части: диаграммы плавкости и субсолидусные диаграммы. Они отделены друг от друга дискретной поверхностью солидуса, состоящей из треугольных граней, расположенных в параллельных плоскостях. Рассмотрим изобарную фазовую диаграмму тройной системы, состоящей из конденсированных фаз. Ее поверхность ликвидуса изоморфна графу многогранника с трехвалентными вершинами [6], а проблему построения множества схем поверхности ликвидуса в системах с заданным количеством бинарных и тройных соединений легко свести к генерации множества графов с заданным числом таких вершин [7]. Менее подробно изучено строение субсолидусных диаграмм тройных систем. Если в рассматриваемых системах содержатся только фазы постоянного состава, то такие диаграммы при p, T = const являются разбиениями концентрационного треугольника с заданными количествами бинарных и тройных соединений на элементарные треугольники [8, 9]. Пусть состояние тройной системы указано точкой на p-T-диаграмме системы, а ее строение описывается определенным графом триангуляции. Под триангуляцией фазовой диаграммы будем понимать разбиение концентрационного треугольника на элементарные треугольники, вершины которых помечены индексами компонентов, бинарных и тройных соединений. Будем считать две триангуляции одинаковыми, если они построены из одного и того же набора помеченных треугольников. Пусть состояние равновесной субсолидусной системы изменяется вдоль заданной p-T-траектории. Изменение  $\delta p$  и  $\delta T$  вдоль траектории не влияет на топологию триангуляции до тех пор, пока траектория не пересечет моновариантную линию на p-T-диаграмме. Точка пересечения показывает состояние системы в момент протекания в ней фазовой реакции, приводящей к появлению диаграммы с другой топологией (сопряженной диаграммы). Таким образом, последовательное протекание фазовых реакций при изменении состояния системы А-В-С приводит к "многоэтажному" строению фазовых диаграмм вдоль заданной траектории в p, T-пространстве. Триангуляция треугольника АВС неизменна внутри этажа, но изменяется при переходе на следующий этаж диаграммы. Поэтому для построения субсолидусного фрагмента диаграммы необходимо задать изобарно-изотермические сечения во всех областях p-T-диаграммы. Альтернативным представлением является описание одного изобарно-изотермического сечения и

список фазовых реакций вдоль всех моновариантных линий фазовой диаграммы. В настоящей работе рассмотрено построение таких фрагментов и определены закономерности, необходимые для перечисления сопряженных фазовых диаграмм в субсолидусной области, которая имеет особое значение для решения прикладных задач.

### Построение сопряженных фазовых диаграмм

Возможные схемы реакций с участием фаз постоянного состава при монотонном изменении Т или р в тройной системе показаны на рис. 1. Отметим, что фазовые реакции протекают при постоянных интенсивных параметрах, но при изменении T (или p) массы одних фаз уменьшаются, а других — увеличиваются. Состояние системы до, во время и после инвариантного равновесия отмечено цифрами I, II и III. Эвтектоидная реакция между фазами α, β и γ приводит к образованию фазы δ. При этом образуются три новые коноды и появляются три новые грани фазового комплекса. При дальнейшем изменении состояния комплекс αβγδ не изменяется. При перитектической реакции происходит замена ребра αβ на ребро γδ. Последняя реакция иллюстрирует распад комплекса  $\alpha\beta\gamma\delta$  на комплекс  $\alpha\beta\gamma$ .

Рассмотрим изобарно-изотермическую субсолидусную фазовую диаграмму системы, включающую M бинарных и N тройных соединений. Топологическую схему диаграммы удобно представить в виде концентрационного треугольника  $K_1K_2K_3$ , разделенного на элементарные треугольники. В их вершинах расположены компоненты и соединения. Такая триангуляция содержит v = 3 + M + N вершин, e = 2M + 3N + 3 ребер и f = M + 2N + 2 граней (не считая внешнюю грань) [8]. Пример триангуляции с v = 6, e = 11, f = 6 из работы [9], обозначенный как  $D_0$ , показан на рис. 2а. Система содержит бинарное  $(c_1)$  и два тройных  $(t_1$  и  $t_2$ ) соединения.

Перечислим варианты появления сопряженной фазовой диаграммы:

- а) в системе появляется новое двойное соединение (пример реакция  $c_1 + k_1 = c_2$ , рис. 26);
- б) в системе исчезает двойное соединение (пример реакция  $c_1 = k_1 + k_2$ , рис. 2в);
- в) в системе появляется новое тройное соединение (пример реакция  $c_1 + k_1 + t_2 = t_3$ , рис. 2г);
- г) в системе одно равновесие заменяется другим (пример реакция  $c_1 + t_2 = t_1 + k_1$ , рис. 2д);
- д) в системе исчезает тройное соединение (пример реакция  $t_1 = c_1 + k_2 + k_3$ , рис. 2e).

Очевидно, что число диаграмм, сопряженных с исходной диаграммой по реакции типа  $\alpha + \beta = \gamma$  с возникновением бинарного соединения, всегда равно числу внешних ребер треугольника M+3.

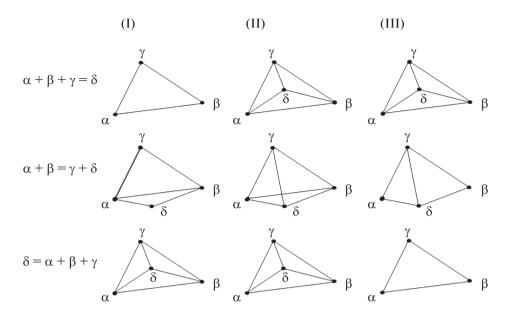
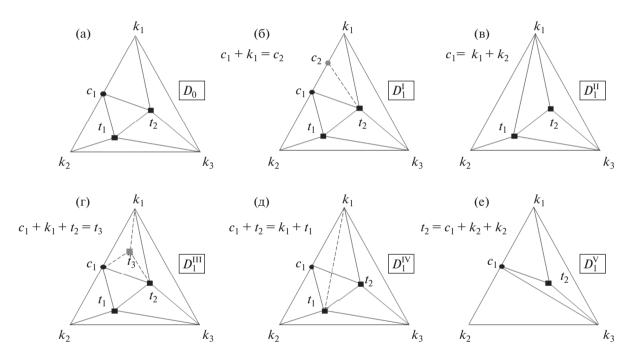


Рис. 1. Граф-схемы инвариантных реакций с фазами постоянного состава.



**Рис. 2.** Фазовая диаграмма системы в исходном состоянии (a) и сопряженные диаграммы, которые получаются после фазовой реакции в этой системе (б-е).

Число диаграмм, сопряженных по реакции типа  $\alpha = \beta + \gamma c$  исчезновением бинарного соединения, равно М. Количество диаграмм, сопряженных по реакции  $\alpha = \beta + \gamma + \delta$  с исчезновением тройного соединения, равно N. Количество диаграмм, сопряженных по реакции  $\alpha + \beta + \gamma = \delta$  с возникновением тройного соединения, равно числу граней в разбиении исходного концентрационного треугольника — M + 2N + 1. Более сложная ситуация

возникает при сопряжении по перитектической реакции  $\alpha + \beta = \gamma + \delta$  (рис. 1д). Она возможна, если в триангуляции два смежных треугольника образуют выпуклый четырехугольник. Число таких четырехугольников равно количеству возможных в системе перитектических реакций. Например, для диаграммы  $D_0$  число сопряженных диаграмм равно 16, так как число подобных выпуклых че-

тырехугольников здесь равно трем  $(c_1k_1t_2t_1, c_1k_2t_1t_2, c_1t_1k_3t_2)$ .

Трехкомпонентная изобарная система изображена в виде призмы, в основании которой лежит концентрационный треугольник, разделенный на элементарные треугольники. Каждой точке температурной оси соответствует изобарно-изотермическая диаграмма. Диаграммы с одной и той же топологией расположены вдоль некоторого интервала этой оси. На соседнем интервале расположены диаграммы с сопряженной топологией. В рассмотренном выше примере существует 16 вариантов двухэтажных конструкций на основе диаграммы  $D_0$ .

Основными топологическими характеристиками диаграммы  $D_0$ , используемыми для построения смежных триангуляций, являются величины M и N. В соответствии с рассмотренными выше вариантами появления сопряженных диаграмм они позволяют определить (без учета изоморфизма) количество возможных сопряженных диаграмм разного типа для вариантов (a), (б), (в), (д):

$$n_{\rm a} = M + 3, \tag{1}$$

$$n_6 = M, (2)$$

$$n_{\rm B} = f = M + 2N + 1,$$
 (3)

$$n_{\pi} = N, \tag{4}$$

где  $n_{\rm a}$  соответствует общему количеству бинарных подсистем в ограняющих системах,  $n_{\rm f}$  и  $n_{\rm g}$  — числу двойных и тройных соединений,  $n_{\rm g}$  — числу граней в этой диаграмме.

Аналогичные особенности наблюдаются в изотермических системах при росте давления, а также в системах, построенных вдоль монотонной кривой  $\psi(p,T)=0$ . Совокупность таких построений несложно применить для построения p-T-диаграмм трехкомпонентных систем.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные примеры показывают большое разнообразие геометрических конструкций, отображающих строение фазовых диаграмм в пространстве термодинамических переменных и мольных долей компонентов. Ранее были рассмотрены изобарно-изотермические диаграммы в заданном концентрационном пространстве и диаграммы плавкости в T—x-пространстве [9, 10]. В сочетании с результатами настоящей работы эти данные позволяют решать задачу перечисления диаграмм в области от температур плавления компонентов до сосуществования только твердых фаз. Естественно, что количество изученных диаграмм невелико по сравнению с числом возможных вариантов. Тем не менее важно уметь строить эти диаграммы и располагать возможностью оценки их количества. Следует отметить, что при увеличении числа компонентов в системе увеличивается роль топологической информации. Чем больше такой информации, тем меньше число возможных вариантов. Поэтому знание закономерностей строения многоэтажных фазовых диаграмм облегчает задачу их экспериментального исследования.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Курнаков Н.С.* Введение в физико-химический анализ. М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1940. 563 с.
- 2. *Палатник Л.С., Ландау А.И*. Фазовые равновесия в многокомпонентных системах. Харьков: Изд-во XГУ, 1961. 405 с.
- 3. *Радищев В.П.* Многокомпонентные системы. М.: ИОНХ АН СССР, 1963. 502 с.
- 4. *Трунин А.С.* Комплексная методология многокомпонентных систем. Самара: Самарск. гос. техн. ун-т, 1997. 308 с.
- Гасаналиев А.М., Ахмедова П.А., Гаматаева Б.Ю. // Вестн. Нижегородского ун-та им. Н.И. Лобачевского. 2014. № 1. С. 130.
- 6. Косяков В.И., Шестаков В.А. // ДАН. 2008. Т. 421. № 5. С. 646. [Kosyakov V.I., Shestakov V.A. // Dokl. Phys. Chem. 2008. V. 421. № 2. P. 220.]
- 7. *Косяков В.И., Шестаков В.А., Грачёв Е.В.* // Журн. неорган. химии. 2010. Т. 55. № 4. С. 662. [*Kosyakov V.I., Shestakov V.A., Grachev E.V.* // Russ. J. Inorg. Chem. 2010. V. 55. № 4. P. 611. https://doi.org/10.1134/S0036023610040194]
- 8. Косяков В.И., Шестаков В.А., Грачёв Е.В. // ДАН. 2012. Т. 443. № 2. С. 191. [Kosyakov V.I., Shestakov V.A., Grachev E.V. // Dokl. Phys. Chem. 2012. V. 443. № 1. P. 53. https://doi.org/10.1134/S0012501612030025]
- Kosyakov V.I., Shestakov V.A., Grachev E.V. // MATCH Commun. Math. Comput. Chem. 2013. V. 69. № 3. P. 795.
- 10. *Косяков В.И., Шестаков В.А., Грачёв Е.В.* // Журн. неорган. химии. 2010. Т. 55. № 5. С. 835. [*Kosyakov V.I., Shestakov V.A., Grachev E.V.* // Russ. J. Inorg. Chem. 2010. V. 55. № 5. Р. 780. https://doi.org/10.1134/S0036023610050190]
- Солиев Л. Прогнозирование строения диаграмм фазовых равновесий многокомпонентных водносолевых систем методом трансляции. М., 1987. 28 с. Деп. ВИНИТИ АН СССР 20.12.87 г. № 8990-В87.
- 12. *Солиев Л.* // Журн. неорган. химии. 2019. Т. 64. № 7. С. 741. [*Soliev L.* // Russ. J. Inorg. Chem. 2019. V. 64. № 7. P. 894. https://doi.org/10.1134/S0036023618070033]
- 13. *Солиев Л.* // Журн. неорган. химии. 2020. Т. 65. № 2. С. 212.
- Lutsyk V., Vorobjeva V., Parfenova M. // Adv. Mater. Res. 2013. V. 704. P. 55. https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.704.55

- 15. Луцык В.И., Воробьева В.П. // Журн. неорган. химии. 2016. Т. 61. № 2. С. 200. [Lutsyk V.I., Vorob'eva V.P. // Russ. J. Inorg. Chem. 2016. V. 61. № 2. Р. 158. https://doi.org/10.1134/S0036023616020121]
- 16. *Луцык В.И.*, *Зеленая А.Э.* // Журн. неорган. химии. 2018. Т. 63. № 7. С. 925. [*Lutsyk V.I.*, *Zelenaya A.E.* // Russ. J. Inorg. Chem. 2018. V. 63. № 7. P. 966. https://doi.org/10.1134/S0036023618070148]
- 17. Бурчаков А.В., Егорова Е.М., Кондратюк И.М., Мощенский Ю.В. // Журн. неорган. химии. 2018. Т. 63. № 7. С. 909. [Burchakov A.V., Egorova E.M., Kondratyuk I.M., Moshchenskii Yu.V. // Russ. J. Inorg. Chem. 2018. V. 63. № 7. P. 950. https://doi.org/10.1134/S0036023618070033]
- 18. Бурчаков А.В., Дворянова Е.М., Кондратюк И.М., Мощенский Ю.В. // Журн. неорган. химии. 2017. Т. 62. № 5. С. 564. [Burchakov A.V., Dvoryanova E.M., Kondratyuk I.M., Moshchenskii Yu.V. // Russ. J. Inorg. Chem. 2017. V. 62. № 5. P. 563. https://doi.org/10.1134/S0036023617050047]

- Jinwu K., Baicheng L. // J. Alloys Compd. 2016. V. 673. P. 309. https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2016.02.200
- 20. *Hillert M.* Phase equilibria, phase diagrams and phase transformation. Their thermodynamic basis. Cambridge University Press, 1998. 538 p.
- 21. Халдояниди К.А. Фазовые диаграммы гетерогенных систем с трансформациями. Новосибирск: ИНХ СО РАН, 2004. 382 с.
- 22. Луцык В.И. Анализ поверхности ликвидуса тройных систем. М.: Наука, 1987. 150 с.
- 23. Воскресенская Н.К., Евсеева Н.Н., Беруль С.И., Верещетина И.П. Справочник по плавкости солевых систем. М.—Л.: Изд-во АН СССР, 1961.
- 24. *Земсков В.С., Киселева Н.Н., Киселев Н.Н. и др. //* Неорган. материалы. 1995. Т. 31. № 9. С. 1198.
- Диаграммы плавкости солевых систем. Тройные системы / Под ред. Посыпайко В.И. и Алексеевой Е.А. М.: Химия, 1977. 328 с.