## ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НЕОРГАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

УДК 541.123.7

# МОНОВАРИАНТНЫЕ РАВНОВЕСИЯ В МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СИСТЕМАХ

© 2020 г. Л. Солиев<sup>а, \*</sup>

<sup>а</sup> Таджикский государственный педагогический университет им. С. Айни, пр-т Рудаки, 121, Душанбе, 734003 Таджикистан \*e-mail: soliev.lutfullo@yandex.com

Поступила в редакцию 05.08.2019 г. После доработки 25.09.2019 г. Принята к публикации 27.09.2019 г.

Исследовано строение фазового комплекса шестикомпонентной системы Na,K,Mg,Ca $SO_4$ ,Cl-H<sub>2</sub>O при 50°C в области кристаллизации сильвина (KCl) и методом трансляции показаны варианты формирования моновариантных кривых при переходе системы из *n*-компонентного в (n + 1)-компонентное состояние.

*Ключевые слова:* фазовый комплекс, растворимость, диаграмма, геометрические образы, моновариантные кривые, нонвариантные точки

DOI: 10.31857/S0044457X2002018X

### введение

Знание закономерностей фазовых равновесий и строения фазовых комплексов многокомпонентных систем имеет не только научное, но и практическое значение. Оно необходимо для создания оптимальных условий переработки полиминерального природного и сложного технического (отходы производства) сырья. Экспериментальное установление этих закономерностей сопряжено со многими трудностями, главные из которых — это отсутствие реальных многомерных геометрических фигур [1] для отображения обнаруженных закономерностей и надежных методов идентификации равновесных твердых фаз из-за их многообразия, а также значительные материальные и временные затраты при экспериментировании. Разработан ряд методов [2], направленных на решение этих проблем, однако они имеют ограниченное применение. В частности, исследование многокомпонентной системы Na,K,Mg,CalSO4,Cl-H2O методом минимизации энергии Гиббса [3-10], по мнению самих авторов, дает удовлетворительные результаты для систем не более четырехкомпонентного состава. При увеличении компонентности системы до 5 и более точность расчетов снижается. Кроме того, по полученным этим методом результатам нельзя построить диаграмму замкнутого фазового комплекса исследованной системы.

## объекты и методы

Предположение Н.С. Курнакова о том, что "... всякую диаграмму многокомпонентной системы можно рассматривать как образованную из диаграммы системы с меньшим числом компонентов, усложненной введением новых компонентов или иных условий равновесия, причем характерные элементы более простой диаграммы не исчезают, а только принимают иной геометрический образ..." [11, 12], позволило разработать в дополнение к двум основным принципам физико-химического анализа [1] третий – принцип совместимости геометрических образов n- и (n + 1)компонентных систем в одной диаграмме [13, 14]. На базе этого принципа нами был разработан метод трансляции [15] для прогнозирования фазовых равновесий в многокомпонентных системах с последующим построением диаграмм их фазовых комплексов.

Опыт применения метода трансляции для исследования фрагментов шестикомпонентной системы Na,K,Mg,Ca||SO<sub>4</sub>,Cl-H<sub>2</sub>O [16] свидетельствует о различной природе формирования геометрических образов, в частности моновариантных кривых исследованных систем. В работе [17] нами были рассмотрены условия формирования нонвариантных равновесий в пятикомпонентной системе NaCl-KCl-MgCl<sub>2</sub>-CaCl<sub>2</sub>-H<sub>2</sub>O при 25°C, где показано, что увеличение компонентности системы сопровождается появлением дополни-

Нонвариантная точка	Равновесные твердые фазы	Нонвариантная точка	Равновесные твердые фазы
Система NaCl-KCl-MgCl <sub>2</sub> -CaCl <sub>2</sub> -H <sub>2</sub> O		$E_{44}^{5}$	$Ap + \Gamma_3 + C_H + C_H$
$E_2^5$	$\Gamma a + \Gamma \phi + Kp + Cи$	$E_{45}^{5}$	$A_H + \Gamma a + \Gamma \phi + C_H$
Система Na,K,Mg  SO <sub>4</sub> ,Cl–H <sub>2</sub> O		$E_{47}^{5}$	$A_H + \Gamma_a + \Gamma_3 + C_H$
$E_{18}^{5}$	$Ap + \Gamma_3 + Лео + Си$	Система K,Mg,CallSO <sub>4</sub> ,Cl-H <sub>2</sub> O	
$E_{20}^{5}$	Га + Каи + Кр + Си	$E_{60}^{5}$	Ар + Лео + Си + Сн
$E_{24}^{5}$	Ac + $\Gamma_3$ + Лео + Си	$E_{62}^{5}$	$A_H + \Pi_{\Gamma} + \Pi c + C_H$
$E_{31}^{5}$	Ас + Каи + Лео + Си	$E_{63}^{5}$	$\Pi_{\Gamma} + \Pi c + C_{H} + C_{H}$
$E_{35}^{5}$	Га + Гз + Каи + Си	$E_{64}^{5}$	$A_H + \Gamma \phi + Kp + C_H$
$E_{39}^{5}$	$Ac + \Gamma_3 + Kau + Cu$	$E_{69}^{5}$	Лео + $\Pi_{\Gamma}$ + Cи + Cн
Система Na,K,Ca  SO <sub>4</sub> ,Cl-H <sub>2</sub> O		$E_{72}^{5}$	Kau + Лео + $\Pi_{\Gamma}$ + Си
$E_{42}^{5}$	$A_H + \Gamma_3 + \Pi c + C_И$	$E_{73}^{5}$	Ан + Каи + Кр + Си
$E_{43}^{5}$	$\Gamma_3 + \Pi c + C_H + C_H$	$E_{77}^{5}$	$A_H + Ka_H + \Pi_{\Gamma} + C_H$

**Таблица 1.** Равновесные твердые фазы пятерных нонвариантных точек системы Na,K,Mg,Ca||SO<sub>4</sub>,Cl-H<sub>2</sub>O при 50°C в области кристаллизации сильвина (KCl)

тельных вариантов формирования нонвариантных равновесий. В результате этого нонвариантная точка, положение которой на диаграмме химической системы должно соответствовать неизменности содержания компонентов в растворе, приобретает определенный размер за счет концентрации (содержания) последующего добавленного компонента. Такая видоизмененная нонвариантная точка нами условно названа "квазиточкой".

#### РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрены возможные варианты формирования моновариантных равновесий в области кристаллизации сильвина (KCl) шестикомпонентной системы Na,K,Mg,Ca||SO<sub>4</sub>,Cl-H<sub>2</sub>O при 50°C методом трансляции. Данная шестикомпонентная система состоит из шести пятикомпонентных систем, в четырех из которых сильвин является равновесной фазой и поэтому участвует в формировании ее геометрических образов на всех уровнях компонентности.

В табл. 1 приведены пятерные нонвариантные точки системы Na,K,Mg,Ca SO<sub>4</sub>,Cl-H<sub>2</sub>O при 50°C с характерными для них равновесными твердыми фазами, где одной из них обязательно является сильвин.

В табл. 1 порядковые номера нонвариантных точек для удобства изложения материала сохранены, как в [18]. Данные о фазовых равновесиях в нонвариантных точках пятикомпонентных систем заимствованы из работ [19–25], где они частично установлены методом растворимости и дополнены методом трансляции. Приняты следующие условные обозначения равновесных твердых фаз: Си – сильвин (KCl), Га – галит (NaCl), Гф – гидрофилит (KCl  $\cdot$  CaCl<sub>2</sub>), Ap – арканит (K<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>), Kp – карналлит (KCl  $\cdot$  MgCl<sub>2</sub>  $\cdot$  6H<sub>2</sub>O), Гз – глазерит (3K<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>  $\cdot$  Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>), Лео – леонит (K<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>  $\cdot$  MgSO<sub>4</sub>  $\cdot$  4H<sub>2</sub>O), Каи – каинит (KCl  $\times$ MgSO<sub>4</sub>  $\cdot$  3H<sub>2</sub>O), Ac – астраханит (Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>  $\times$ MgSO<sub>4</sub>  $\cdot$  4H<sub>2</sub>O), AH – ангидрит (CaSO<sub>4</sub>), Пс – пентасоль (K<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>  $\cdot$  5CaSO<sub>4</sub>  $\cdot$  H<sub>2</sub>O), Сн – сингенит (K<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>  $\cdot$  MgSO<sub>4</sub>  $\cdot$  2CaSO<sub>4</sub>  $\cdot$  2H<sub>2</sub>O).

При добавлении к любой из приведенных в табл. 1 пятикомпонентных (*n*-компонентных) систем недостающего шестого компонента и превращении ее в шестикомпонентную ((n + 1)-компонентную) геометрические образы пятикомпонентных систем увеличивают свою размерность на единицу и трансформируются. Например, нонвариантные точки, размерность (вариантность) которых равна 0, превращаются в моновариантные кривые, вариантность которых равна единице. Моновариантные кривые, образованные при трансляции пятерных точек на уровень шестикомпонентного состава и отличающиеся друг от друга на одну фазу, согласно требованиям правила фаз Гиббса [1], пересекаются с образованием шестерных нонвариантных точек. Эти пересечения могут быть двухсторонними и более зависимыми от компонентности системы [16].

Как показывают результаты применения метода трансляции [15] для прогнозирования и построения фазовых комплексов пяти- и шестикомпонентных систем [16], формирование нонвариантных точек в (n + 1)-компонентной системе реализуется не только при пересечении моновариантных кривых, образованных в результате трансляции нонвариантных точек *n*-компо-

нентных систем, но и при пересечении таковых с моновариантными кривыми, проходящими между нонвариантными точками (n + 1)-компонентного состава системы. Ниже приведены математические выражения для различных вариантов пересечения моновариантных кривых, образованных при трансляции пятерных точек, где одной из равновесных твердых фаз является сильвин (KCl):

$E_{42}^5 + E_{62}^5$	$\cdots \succ E_3^6 = \mathbf{A}_H + \mathbf{\Gamma}_3 + \mathbf{\Pi}_\Gamma + \mathbf{\Pi}_C + \mathbf{C}_H;$
$E_2^5 + E_{45}^5 + E_{64}^5$	4····· $\mathbf{E}_4^6 = \mathbf{A}_H + \Gamma \mathbf{a} + \Gamma \mathbf{\phi} + \mathbf{K}\mathbf{p} + \mathbf{C}\mathbf{u};$
$E_{47}^5 + \Pi \Gamma$	$E_{10}^{6} = A_{H} + \Gamma a + \Gamma 3 + \Pi \Gamma + C_{H};$
$E_{20}^5 + E_{73}^5$	$E_{15}^{6} = A_{H} + \Gamma a + Ka_{H} + Kp + Cu;$
$E_{77}^{5} + \Gamma a$	$E_{18}^{6} = A_{H} + \Gamma a + Ka_{H} + \Pi r + C_{H};$
$E_{72}^5 + E_{72}^5$	$E_{29}^{6} = Ac + Kau + Лео + Пг + Си;$
$E_{39}^5 + \Pi \Gamma$	$E_{32}^{6} = Ac + \Gamma_3 + Kau + \Pi \Gamma + Cu;$
$E_{35}^5 + \Pi \Gamma$	····· $\mathbf{E}_{44}^6 = \Pi \mathbf{\Gamma} + \mathbf{\Gamma} \mathbf{a} + \mathbf{\Gamma} 3 + \mathbf{K} \mathbf{a} \mathbf{u} + \mathbf{C} \mathbf{u};$
$E_{43}^5 + E_{63}^5$	$E_{47}^6 = \Gamma_3 + \Pi c + \Pi r + C и + C н;$
$E_{69}^{5} + \Gamma_{3}$	····· $E_{32}^6 = \Gamma_3 + Лео + Пг + Си + Сн.$

Вышеприведенные выражения графически можно отобразить в виде совмещенной диаграммы фазового комплекса системы Na,K,Mg,Ca||SO<sub>4</sub>,Cl-H<sub>2</sub>O при 50°C на уровнях пяти-шестикомпонентного составов в области кристаллизации сильвина (KCl), представленной на рис. 1.

Как видно из рис. 1, между нонвариантными точками проходят разные по форме линии: между пятерными нонвариантными точками — тонкие линии, между пятерными и шестерными нонвариантными точками — пунктирные линии со стрелками, а между шестерными нонвариантными точками — полужирные линии. Линии, проходящие между пятерными нонвариантными точками, являются моновариантными кривыми уровня пятикомпонентного состава исследуемой системы. Пунктирные линии — это моновариантные кривые уровня шестикомпонентного состава, образованные в результате трансляции соответствующих пятерных нонвариантных точек на уровень шестикомпонентного состава, стрелка указывает направления трансляции. Полужирные линии также отображают моновариантные кривые уровня шестикомпонентного состава и проходят между шестерными нонвариантными точками.

Моновариантные кривые, отображенные на рис. 1, отличаются не только формой, но и фазовым составом характерных им равновесных твердых фаз. Моновариантные кривые, проходящие между пятерными нонвариантными точками, характеризуются следующими равновесными твердыми фазами:

$$\begin{split} E_2^5 &\longrightarrow E_{20}^5 = \mathrm{Cu} + \mathrm{Fa} + \mathrm{Kp}; \quad E_2^5 &\longrightarrow E_{45}^5 = \mathrm{Cu} + \mathrm{Fa} + \mathrm{Fd}; \\ E_2^5 &\longrightarrow E_{64}^5 = \mathrm{Cu} + \mathrm{Fd} + \mathrm{Kp}; \quad E_{18}^5 &\longrightarrow E_{24}^5 = \mathrm{Cu} + \mathrm{Fa} + \mathrm{Fd}; \\ E_{18}^5 &\longrightarrow E_{44}^5 = \mathrm{Cu} + \mathrm{Ap} + \mathrm{Fa}; \quad E_{18}^5 &\longrightarrow E_{60}^5 = \mathrm{Cu} + \mathrm{Ap} + \mathrm{Jeo}; \\ E_{20}^5 &\longrightarrow E_{35}^5 = \mathrm{Cu} + \mathrm{Fa} + \mathrm{Kau}; \quad E_{20}^5 &\longrightarrow E_{73}^5 = \mathrm{Cu} + \mathrm{Kau} + \mathrm{Kp}; \\ E_{24}^5 &\longrightarrow E_{31}^5 = \mathrm{Cu} + \mathrm{Ac} + \mathrm{Jeo}; \quad E_{24}^5 &\longrightarrow E_{39}^5 = \mathrm{Cu} + \mathrm{Ap} + \mathrm{Fa}; \\ E_{31}^5 &\longrightarrow E_{39}^5 = \mathrm{Cu} + \mathrm{Ac} + \mathrm{Kau}; \quad E_{31}^5 &\longrightarrow E_{72}^5 = \mathrm{Cu} + \mathrm{Kau} + \mathrm{Jeo}; \end{split}$$



**Рис. 1.** Совмещенная диаграмма фазового комплекса системы Na,K,Mg,Ca||SO<sub>4</sub>,Cl–H<sub>2</sub>O при 50°C в области кристаллизации сильвина (KCl) на уровнях пяти-шестикомпонентного составов.

$$\begin{split} E_{35}^{5} & - E_{39}^{5} = \mathrm{Cu} + \mathrm{\Gamma}_{3} + \mathrm{Kau}; \quad E_{35}^{5} - E_{47}^{5} = \mathrm{Cu} + \mathrm{\Gamma}_{a} + \mathrm{\Gamma}_{3}; \\ E_{42}^{5} & - E_{43}^{5} = \mathrm{Cu} + \mathrm{\Gamma}_{3} + \mathrm{\Pi}_{c}; \quad E_{42}^{5} - E_{47}^{5} = \mathrm{Cu} + \mathrm{\Gamma}_{3} + \mathrm{AH}; \\ E_{42}^{5} & - E_{62}^{5} = \mathrm{Cu} + \mathrm{AH} + \mathrm{\Pi}_{c}; \quad E_{43}^{5} - E_{44}^{5} = \mathrm{Cu} + \mathrm{CH} + \mathrm{\Gamma}_{3}; \\ E_{43}^{5} & - E_{63}^{5} = \mathrm{Cu} + \mathrm{\Pi}_{c} + \mathrm{CH}; \quad E_{44}^{5} - E_{60}^{5} = \mathrm{Cu} + \mathrm{Ap} + \mathrm{CH}; \\ E_{45}^{5} & - E_{63}^{5} = \mathrm{Cu} + \mathrm{\Gamma}_{a} + \mathrm{AH}; \quad E_{45}^{5} - E_{64}^{5} = \mathrm{Cu} + \mathrm{\Gamma}_{p} + \mathrm{AH}; \\ E_{62}^{5} & - E_{63}^{5} = \mathrm{Cu} + \mathrm{\Gamma}_{a} + \mathrm{\Pi}_{c}; \quad E_{62}^{5} - E_{64}^{5} = \mathrm{Cu} + \mathrm{\Pi}_{r} + \mathrm{AH}; \\ E_{63}^{5} & - E_{69}^{5} = \mathrm{Cu} + \mathrm{CH} + \mathrm{\Pi}_{r}; \quad E_{64}^{5} - E_{73}^{5} = \mathrm{Cu} + \mathrm{Kp} + \mathrm{AH}; \\ E_{69}^{5} & - E_{72}^{5} = \mathrm{Cu} + \mathrm{Jeo} + \mathrm{\Pi}_{r}; \quad E_{72}^{5} - E_{77}^{5} = \mathrm{Cu} + \mathrm{Kau} + \mathrm{Ha}; \\ E_{69}^{5} & - E_{72}^{5} = \mathrm{Cu} + \mathrm{Kau} + \mathrm{AH}; \end{split}$$

Моновариантные кривые уровня шестикомпонентного состава, проходящие между шестерными нонвариантными точками и представленные на рис. 1 полужирными линиями, характеризуются следующим фазовым составом осадков:

$$\begin{split} E_{3}^{6} &\longrightarrow E_{10}^{6} = AH + \Gamma 3 + \Pi \Gamma + Cu; \\ E_{3}^{6} &\longrightarrow E_{47}^{6} = \Gamma 3 + \Pi \Gamma + \Pi c + Cu; \\ E_{4}^{6} &\longrightarrow E_{15}^{6} = AH + \Gamma a + Kp + Cu; \\ E_{10}^{6} &\longrightarrow E_{44}^{6} = \Pi r + \Gamma a + \Gamma 3 + Cu; \\ E_{10}^{6} &\longrightarrow E_{44}^{6} = \Pi r + \Gamma a + \Gamma 3 + Cu; \\ E_{23}^{6} &\longrightarrow E_{48}^{6} = \Gamma 3 + Jeo + CH + Cu; \\ E_{26}^{6} &\longrightarrow E_{48}^{6} = \Gamma 3 + Jeo + CH + Cu; \\ E_{26}^{6} &\longrightarrow E_{29}^{6} = Ac + Jeo + \Pi r + Cu; \\ E_{29}^{6} &\longrightarrow E_{32}^{6} = Ac + Kau + \Pi r + Cu; \\ E_{29}^{6} &\longrightarrow E_{32}^{6} = Ac + Kau + \Pi r + Cu; \\ E_{47}^{6} &\longrightarrow E_{48}^{6} = \Gamma 3 + \Pi r + Cu + CH. \end{split}$$

Формирование другого типа моновариантных кривых связано с трансформацией нонвариантных точек уровня пятикомпонентного состава (превращение их в моновариантные кривые) при трансляции. Они образуются на уровне шестикомпонентного состава при добавлении в составляющие исходные пятикомпонентные системы недостающего шестого компонента. Нами установлено, что пятерные нонвариантные точки, одной из равновесных твердых фаз которых является сильвин (KCl), при трансляции на уровень шестикомпонентного состава, трансформируются в моновариантные кривые и участвуют в образовании следующих шестерных нонвариантных точек:

$$\begin{split} E_{2}^{5} & \xrightarrow{\Gamma_{a}+\Gamma_{\Phi}+K_{p}+C_{u}} > E_{4}^{6} & E_{18}^{5} & \xrightarrow{A_{p}+\Gamma_{3}+Jeo+C_{u}} > E_{23}^{6} \\ E_{20}^{5} & \xrightarrow{\Gamma_{a}+Kau+Kp+Cu} > E_{15}^{6} & E_{24}^{5} & \xrightarrow{Ac+\Gamma_{3}+Jeo+Cu} > E_{26}^{6} \\ E_{31}^{5} & \xrightarrow{Ac+Kau+Jeo+Cu} > E_{29}^{6} & E_{35}^{5} & \xrightarrow{\Gamma_{a}+\Gamma_{3}+Kau+Cu} > E_{44}^{6} \\ E_{39}^{5} & \xrightarrow{Ac+\Gamma_{3}+Kau+Cu} > E_{32}^{6} & E_{42}^{5} & \xrightarrow{An+\Gamma_{3}+Ru+Cu} > E_{43}^{6} \\ E_{43}^{5} & \xrightarrow{\Gamma_{3}+\Pi_{c}+Cu+Cu} > E_{32}^{6} & E_{42}^{5} & \xrightarrow{An+\Gamma_{3}+Ru+Cu} > E_{3}^{6} \\ E_{43}^{5} & \xrightarrow{\Gamma_{3}+\Pi_{c}+Cu+Cu} > E_{47}^{6} & E_{44}^{5} & \xrightarrow{Ap+\Gamma_{3}+Cu+Cu} > E_{23}^{6} \\ E_{45}^{5} & \xrightarrow{An+\Gamma_{3}+Ru+Cu} > E_{4}^{6} & E_{47}^{5} & \xrightarrow{An+\Gamma_{3}+Cu+Cu} > E_{10}^{6} \\ E_{60}^{5} & \xrightarrow{Ap+Jeo+Cu+Cu} > E_{4}^{6} & E_{62}^{5} & \xrightarrow{An+\Pi_{r}+\Pi_{c}+Cu} > E_{3}^{6} \\ E_{63}^{5} & \xrightarrow{\Pi_{r}+\Pi_{c}+Cu+Cu} > E_{47}^{6} & E_{64}^{5} & \xrightarrow{An+\Gamma_{3}+Lu-Cu} > E_{4}^{6} \\ E_{69}^{5} & \xrightarrow{An+III} + III +$$

На основании результатов трансляции пятерных нонвариантных точек на уровень шестикомпонентного состава, их трансформации в моновариантные кривые и участия в образовании шестерных нонвариантных точек можно построить совмещенную диаграмму фазового комплекса изотермы 50°С системы Na,K,Mg,Ca||SO<sub>4</sub>,Cl-H<sub>2</sub>O в области кристаллизации сильвина на уровнях пяти-шестикомпонентного составов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Аносов В.Я., Озерова М.И., Фиалков Ю.Я.* Основы физико-химического анализа. М.: Наука, 1976. 503 с.
- 2. *Горощенко Я.Г., Солиев Л. //* Журн. неорган. химии. 1987. Т. 32. № 7. С. 1676.
- 3. Pitser K.S. // J. Phys. Chem. 1973. V. 77. № 2. P. 268.
- Pitser K.S., Mayarga G. // J. Phys. Chem. 1973. V. 77. № 19. P. 2300.
- 5. *Pitser K.S., Mayarga G.* // J. Solution Chem. 1974. V. 3. № 7. P. 359.
- Pitser K.S., Kim J. // J. Am. Chem. Soc. 1974. V. 96. № 18. P. 5701.
- 7. *Harviec C.F., Weare J.H.* // Geochem. Cosmochim. Acta. 1980. V. 44. № 7. P. 981.
- Wood J.R. // Geochem. Cosmochim. Acta. 1975. V. 39. № 8. P. 1147.
- 9. *Eugster H.P., Harvie C.F., Weare J.H.* // Geochem. Cosmochim. Acta. 1980. V. 44. № 9. P. 1335.
- 10. *Harvie C.F., Eguster H.P., Weare J.H.* // Geochem. Cosmochim. Acta. 1982. V. 46. № 9. P. 1603.
- 11. *Курнаков Н.С. //* Докл. АН СССР. 1939. Т. 25. № 5. 384 с.
- 12. Курнаков Н.С. Введение в физико-химический анализ. М.–Л.: Изд-во АН СССР, 1940. 562 с.
- Горощенко Я.Г. Физико-химической анализ гомогенных и гетерогенных систем. Киев: Наук. думка, 1978. 490 с.
- Горощенко Я.Г. Массцентрической метод изображения многокомпонентных систем. Киев: Наук. думка, 1982. 264 с.

- Солиев Л. Прогнозирование строения диаграмм фазовых равновесий многокомпонентных водносолевых систем методом трансляции. М., 1987. 28 с. Деп. ВИНИТИ АН СССР 20.12.87 г. № 8990-В87.
- Солиев Л. Прогнозирование фазовых равновесий в многокомпонентной системе морского типа методом трансляции (кн. 3). Душанбе: Изд-во Эр-Граф, 2019. 236 с.
- Soliev L. // Russ. J. Inorg. Chem. 2019. V. 64. № 7. Р. 894. [Солиев Л. // Журн. неорган. химии. 2019. Т. 64. № 7. С. 741.] https://doi.org/10.1134/S0036023619070167
- Солиев Л. // Докл. АН Республики Таджикистан. 2009. Т. 52. № 8. С. 613.
- 19. Шлезингер Н.А., Зоркин Ф.П., Петухова Е.В. // ДАН СССР. 1940. Т. 27. № 5. С. 467.
- 20. Янатьева О.К., Орлова В.Т. // Freiberger Forsch. 1959. V. A123. P. 119.
- Кашкаров О.Я., Пасевьева Л.М., Нурягдыев М. // Изв. АН Туркм. ССР, серия физ.-техн., хим. и геол. наук. 1975. № 4. С. 77.
- 22. Соловьева Е.Ф., Яковлева Н.Ф. // Тр. ВНИИТ, 1987. С. 107.
- 23. Справочник экспериментальных данных по растворимости многокомпонентных водно-солевых систем / Под ред. Пельша А.Д. Л.: Химия, 1975. Т. II. Кн. 1–2. 1063 с.
- 24. *Солиев Л.* // Журн. неорган. химии. 1985. Т. 30. № 9. С. 2398.
- 25. Справочник экспериментальных данных по растворимости многокомпонентных водно-солевых систем. СПб.: Химиздат, 2004. Т. II. Кн. 1–2. 1148 с.