

УДК 530.145

МЕХАНИЧЕСКИЙ КОНТРОЛЬ СПЕКТРА ЦЕПОЧКИ РЕЗОНАТОРОВ И ОРГАНИЗАЦИЯ УДАЛЕННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ КВАНТОВЫМИ ТОЧКАМИ

© 2021 г. А. В. Цуканов^{а, *}, И. Ю. Катеев^{а, **}^аФизико-технологический институт им. К.А. Валиева Российской АН, Нахимовский проспект, 34, Москва, 117218 Россия

*E-mail: tsukanov@ftian.ru

**E-mail: ikateyev@mail.ru

Поступила в редакцию 26.03.2021 г.

После доработки 30.03.2021 г.

Принята к публикации 01.04.2021 г.

Рассматриваются вопросы управления спектральными и динамическими свойствами структуры, образованной одномерным массивом (цепочкой) взаимодействующих микрорезонаторов. Вместо использования традиционных подходов, основанных на изменении их показателя преломления, здесь применяется способ, который базируется на обратимом варьировании длины одного из резонаторов Брэгга. Как показали расчеты, этот алгоритм дает возможность эффективно контролировать спектр цепочки, а также регулировать ее взаимодействие с квантовыми точками, интегрированными в некоторые из резонаторов. Получены зависимости спектра цепочки от параметров резонаторов, а также зависимости заселенностей квантовых точек от времени. Подтверждена принципиальная возможность когерентного переноса возбуждения между точками через фотонное состояние цепочки. На основании полученных результатов можно сделать вывод, что предлагаемый подход может быть реализован экспериментально при условии дальнейшего совершенствования технологии изготовления высококачественных полупроводниковых оптических структур и повышения точности позиционирования в них квантовых точек.

Ключевые слова: квантовая точка, зарядовый кубит, резонатор Брэгга, фотонная молекула

DOI: 10.31857/S0544126921050082

1. ВВЕДЕНИЕ

Полупроводниковые эпитаксиальные слоистые гетероструктуры уже много лет привлекают к себе повышенное внимание. Скачкообразные изменения энергии дна зоны проводимости на границах раздела слоев, сформированных из разных полупроводников, приводят к образованию квантовых ям и барьеров. На основе такой структуры был предложен новый тип твердотельного квантового лазера, названного каскадным, где излучательные переходы происходят между электронными уровнями в квантовых ямах [1]. В 1973 г. Есаки и Цу [2] рассмотрели простую модель туннелирования электронов через резонансно-туннельный диод – структуру, образованную двумя барьерами и квантовой ямой, – и показали, что ее вольт-амперная характеристика имеет участок с отрицательной дифференциальной проводимостью, что позволяет детектировать или генерировать электромагнитное поле в терагерцевом диапазоне частот [3].

Слоистые гетероструктуры широко используются и для создания оптических микрорезонаторов (МР) [4]. Простейший оптический МР – это резонатор Фабри–Перо из двух плоскопараллельных полупроводниковых пластин (зеркал), между которыми и происходит концентрация фотонов, имеющих частоту, совпадающую с одной из собственных частот МР [5]. Одним из способов создания резонатора Фабри–Перо с высокой добротностью является использование массивных пластин и/или пластин с высоким показателем преломления. Другой подход связан с заменой обеих пластин на зеркала сложной формы, каждое из которых само по себе представляет собой периодическую структуру, состоящую из полупроводниковых слоев определенной толщины с разными показателями преломления. Деструктивная интерференция электромагнитных волн в таких зеркалах эффективно препятствует уходу света и повышает добротность МР. Оптические микрорезонаторы с зеркалами данного типа носят название резонаторов Брэгга (РБ) [6]. Извест-

но, что оптический спектр периодической структуры представляет собой набор разрешенных и запрещенных зон, ширина которых определяется разницей показателей преломления соседних полупроводниковых слоев — оптическим контрастом [7]. Если один или несколько слоев имеют толщину, отличную от остальных (дефектные слои), то в них может происходить концентрация электромагнитного поля, а в запрещенной зоне оптического спектра могут формироваться дефектные моды. Квантовая точка (КТ), расположенная в таком дефектном слое, будет эффективно взаимодействовать с дефектной модой, если частота ω_c последней близка к частоте ω_0 переходов электрона между основным и возбужденным состояниями КТ в зоне проводимости. Эта частота обычно находится в диапазоне 0.03–0.1 эВ для GaAs/InAs КТ. Из-за низкого контраста гетероэпитаксиальных РБ, состоящих из слоев GaAs/InAs, ширина оптической запрещенной зоны крайне незначительна. Это может затруднить оптическое управление электронными переходами в КТ, частота которых близка к частоте МР, соответствующей центру запрещенной зоны. В работах [8–10] развита технология изготовления РБ, где высокий контраст обеспечивался изготовлением периодической структуры прямоугольных отверстий в кремниевой пластине путем травления. В нашей работе мы предлагаем использовать аналогичную структуру РБ на основе GaAs.

Организовать связь между двумя удаленными КТ можно, если заменить одиночный МР так называемой фотонной молекулой (ФМ), состоящей из нескольких идентичных РБ (см. подробные обзорные статьи [11, 12]). Перекрывание электромагнитных полей соседних МР приводит к гибридизации собственных мод и образованию разрешенных фотонных состояний в запрещенной зоне оптического спектра ФМ. Одиночная КТ, помещенная в пучность одной из мод ФМ, будет эффективно взаимодействовать со второй КТ, расположенной в другой пучности той же моды, за счет когерентного обмена квантом возбуждения. Для этого необходимо, чтобы частоты электронных переходов в обеих КТ были близки к частоте данной моды. Однако из-за технологических погрешностей при изготовлении КТ условие частотного резонанса может нарушаться. Поэтому важно обеспечить возможность плавной обратимой настройки оптического спектра как для одиночного РБ, так и для всей ФМ. В первом случае мы предлагаем использовать подвижную пластину, расположенную справа от РБ. Изменение величины зазора между пластиной и крайними слоями РБ оказывает влияние на его собственную частоту. Модификация спектра ФМ будет осуществляться изменением размера крайнего МР, то есть толщины внешнего дефектного GaAs слоя в структуре.

В данной работе с помощью численного решения уравнений Максвелла было проведено моделирование спектра и распределения электрического поля в одиночном высокодобротном РБ путем расчета коэффициента пропускания, а также исследована возможность механического контроля собственных частот в МР. Установлено, что для РБ, где дефектный слой (МР) находится ближе к краю структуры, подстройка оказывается эффективной. Также приводятся результаты исследования влияния механической подстройки на оптический спектр ФМ, состоящий из большого числа одинаковых БР, свидетельствующие о том, что наиболее сильное влияние подстройка оказывает на частоты центральных мод ФМ. Рассчитан спектроскопический отклик ФМ, содержащей КТ, на внешнее лазерное излучение и продемонстрирован механический контроль взаимодействия КТ и ФМ. Найдены параметры, при которых вероятность переноса возбуждения между двумя удаленными КТ, расположенными в пучностях мод ФМ, будет максимальной.

2. МЕХАНИЧЕСКАЯ НАСТРОЙКА ОПТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ОДИНОЧНОГО РЕЗОНАТОРА МОБИЛЬНОЙ ПЛАСТИНОЙ

Рассмотрим одномерный РБ, сформированный последовательностью вытравленных прямоугольных отверстий в пластине GaAs толщиной d_1 . Оставшиеся после травления слои GaAs (показатель преломления $n = 3.4$, число слоев M) имеют толщину d_2 , а толщина дефектных слоев GaAs равна d_c . На рис. 1 изображена структура РБ с одним дефектным слоем, слева и справа от которого расположены брэгговские зеркала. Справа на расстоянии s от РБ находится мобильная GaAs-пластина. Моделирование спектра РБ производилось с помощью расчета коэффициента пропускания T плоской электромагнитной волны через структуру путем численного решения уравнений Максвелла. Мы подобрали геометрические параметры РБ так, чтобы центр запрещенной оптической зоны располагался вблизи частоты $\omega_0 = 0.1$ эВ, которая соответствует длине волны $\lambda_0 = 12$ мкм. Этому условию удовлетворяет структура со следующими параметрами: $d_1 = \lambda_0/4 = 3$ мкм и $d_2 = \lambda_0/(4n) = 0.88$ мкм.

Начнем с исследования влияния пластины на оптический спектр РБ, состоящий из трех слоев GaAs ($M = 3$). Центральный слой толщиной $d_c = \lambda_0/(2n) = 1.76$ мкм является дефектным, толщина боковых слоев равна $d_2 = 0.88$ мкм, а расстояние между соседними слоями составляет $d_1 = 3$ мкм. На графике зависимости коэффициента пропускания T от частоты ω налетающих на РБ фотонов виден пик, соответствующей дефектной моде, которая находится в центре запре-

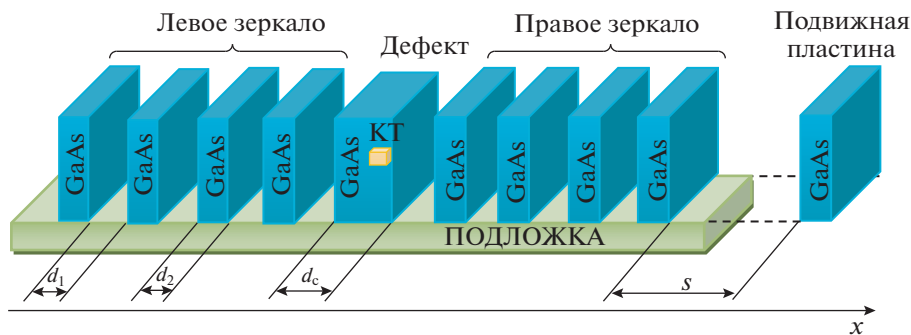


Рис. 1. Схематическое изображение периодической РБ-структуры из $M = 9$ слоев GaAs. Толщина слоев $d_2 = 0.88$ мкм, расстояние между слоями $d_1 = 3$ мкм. В центре РБ находится дефектный слой GaAs толщиной $d_c = 1.76$ мкм, содержащий КТ. Справа на расстоянии s расположена подвижная GaAs-пластина, перемещение которой влияет на оптический спектр РБ.

щенной зоны (рис. 2а). Ее излучательная добротность $Q = 2\omega_c/\Delta\omega$ ($\Delta\omega$ — ширина спектрального пика на полувысоте) приблизительно равна 10^2 . Увеличение числа слоев GaAs до $M = 7$ приводит к существенному росту добротности дефектной моды до $Q \sim 10^4$, а зависимость ее частоты ω_c от величины зазора s носит периодический характер (рис. 2б). Сначала при увеличении s частота ω_c смещается в сторону меньших частот, а начиная с $s \approx 5$ мкм и до $s \approx 7$ мкм собственная частота растет. Затем величина ω_c опять падает и т.д. При этом сама частота ω_c меняется на 1.3×10^{-5} эВ. Гораздо заметнее зазор влияет на излучательную добротность моды, которая меняется в несколько раз.

При дальнейшем росте числа слоев периодическое поведение зависимости $\omega_c(s)$ сохраняется, однако диапазон подстройки частоты дефектной моды пластиной резко сужается: например, при $M = 11$ величина ω_c меняется всего лишь на $8 \times 10^{-5}\%$. Зависимость добротности от числа слоев является экспоненциально возрастающей функцией (см. вставку на рис. 3), поскольку чем больше величина M , тем эффективнее зеркала препятствуют диссипации электромагнитной энергии. Однако в реальных брэгговских структурах рост добротности при большом числе слоев прекращается из-за ухода фотонов через боковые поверхности РБ [13]. При этом максимальное значение электрического поля E_0 в пучности моды практически не зависит от M . Это обусловлено тем, что поле концентрируется в основном в дефектной пластине, а в зеркалах оно мало. Для РБ с поперечными размерами 20×20 мкм² и при условии, что в системе находится один фотон, величина E_0 составляет примерно 10 В/см. В этом случае скорость обмена фотоном между МР и КТ с характерным размером $a = 10$ нм, помещенной в пучность моды, равна $\Omega = eE_0a = 10^{-5}$ эВ (e — заряд электрона). Как

будет показано ниже, такая величина Ω позволяет осуществить взаимодействие двух удаленных КТ. Отметим одну интересную особенность. Независимо от числа слоев при $s_0 \approx \lambda_0/2 = 6$ мкм наблюдается минимум добротности (аномальное уширение спектральной линии — рис. 3), который обусловлен гибридизацией дефектной моды и моды, связанной с концентрацией электромагнитного поля в зазоре между РБ и пластиной. Следовательно, можно ожидать, что эффект циклического падения добротности будет проявляться вблизи значений $s_m \approx \lambda_0(m+1)/2$, где m — целое число.

Таким образом, в РБ, где одиночный дефектный слой находится в центре структуры, подстройка частоты дефектной моды подвижной пластиной оказывается малоэффективной. Расчет показал, что чем больше слоев имеет РБ, тем уже диапазон изменения величины ω_c . Это обусловлено тем, что структуры с большим количеством слоев обладают высокой добротностью, поэтому поле дефектной моды в зазоре между РБ и пластиной невелико, а, значит, мало и его взаимодействие с пластиной. Один из путей увеличения этого взаимодействия — использовать структуру, у которой дефектный слой находится не в центре РБ, а располагается ближе к правому краю. Мы исследовали РБ с $M = 11$, где дефектным слоем является четвертый слой GaAs справа. Действительно, в этом случае область антипересечения на зависимости коэффициента пропускания от частоты и величины зазора увеличивается, что свидетельствует о росте взаимодействия дефектной моды с модой зазора. Это приводит к увеличению диапазона настройки частоты ω_c до 0.011%. Отрицательным эффектом является падение добротности дефектной моды почти на два порядка по сравнению со структурой с центральным дефектным слоем. Эффективность настройки частоты дефектной моды можно повысить еще больше, если в структуре присутствуют сразу два

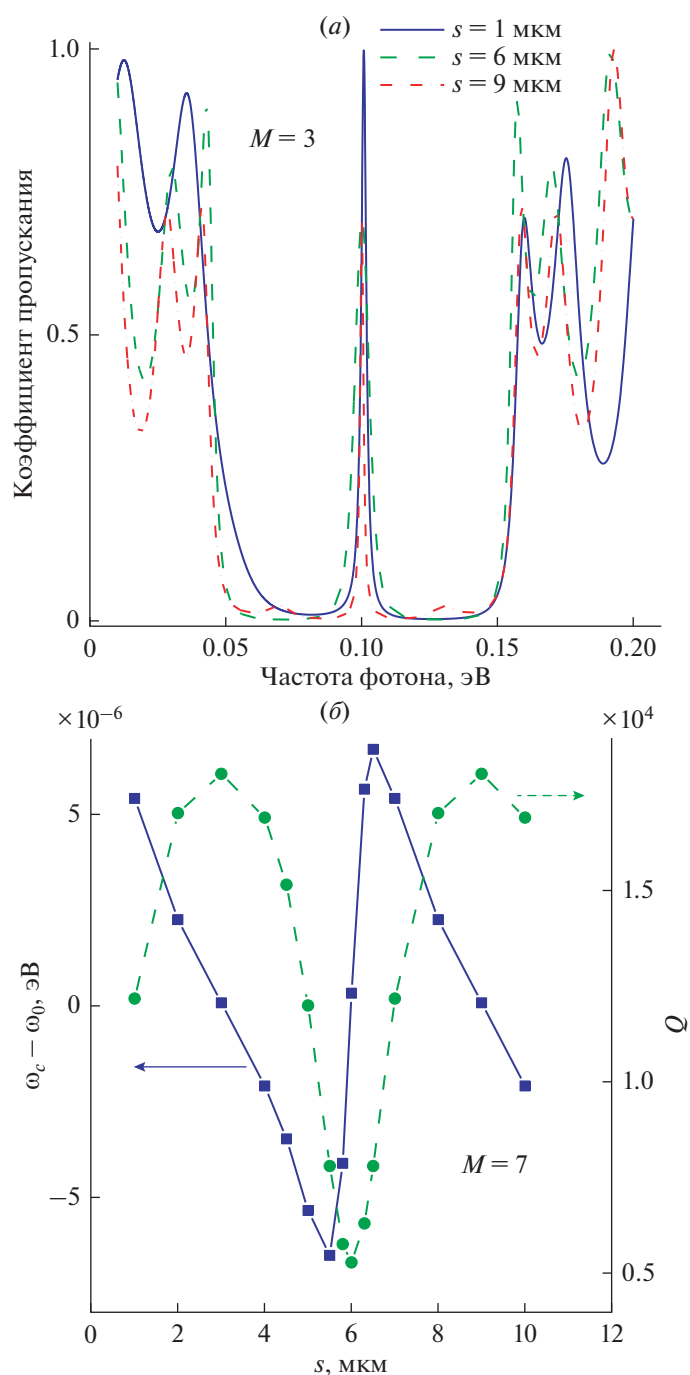


Рис. 2. Оптический спектр РБ с центральным дефектом для некоторых величин зазора s при $M = 3$ (а) и зависимость частоты дефектной моды и ее добротности от величины зазора s для РБ с центральным дефектом при $M = 7$ (б).

дефектных слоя GaAs. Первый из них, как и в предыдущем случае, располагается в центре РБ, а второй является краевым слоем той же толщины $d_c = \lambda_0 / (2n) = 1.76$ мкм. Тогда в оптическом спектре структуры возникают нижняя и верхняя гибридные дефектные моды (рис. 4а) с частотами $\omega_{c,-}$ и $\omega_{c,+}$, разность которых определяется расстоянием между дефектными слоями.

Наличие пластины позволяет контролировать эти частоты, поскольку изменение величины зазора опосредованно влияет на центральный дефект за счет взаимодействия моды последнего с модой краевого дефекта. Действительно, для РБ с $M = 15$, у которого краевой слой является третьим справа, значения $\omega_{c,-}$ и $\omega_{c,+}$ меняются на 3.2×10^{-5} эВ (0.032%) и 3.8×10^{-5} эВ (0.038%) соответственно, что в не-

сколько раз превосходит интервал изменения частоты моды РБ с одним краевым дефектным слоем. Вблизи $s = s_0$ происходит гибридизация трех мод – моды центрального дефекта, моды краевого дефекта и моды зазора, но в отличие от РБ с одним дефектом здесь при $\omega = 0.1$ эВ наблюдается светлая полоса (ср. рис. 3 и рис. 4б). Распределение электрического поля в структуре (рис. 5) позволяет связать эту полосу с модой центрального дефекта. При других величинах зазора экстремумы поля видны вблизи обоих дефектных слоев, причем поля верхней и нижней мод имеют противоположную пространственную симметрию относительно правого дефекта.

3. ФОТОННАЯ МОЛЕКУЛА С МЕХАНИЧЕСКОЙ НАСТРОЙКОЙ СПЕКТРА

В данном разделе мы исследуем возможность механической настройки собственных частот ФМ, образованной несколькими РБ с $M = 9$ слоями GaAs с одним центральным дефектом, оптические свойства которых были изучены выше. Излучательная добротность одиночного РБ составляет $Q = 1.3 \times 10^5$. Структура ФМ имеет $N = 21$ дефектных слоя толщиной d_c , между которыми находится четыре слоя (зеркало) толщиной d_2 , а расстояние между всеми слоями GaAs равно d_1 . Толщина последнего (крайнего правого) дефектного слоя d_{cN} может варьироваться, что приводит к изменению собственных частот ФМ. Зависимость ее спектра от отношения $\xi = (d_{cN} - d_c)/d_c$ изображена на рис. 6а, где светлые линии, отвечающие большим значениям коэффициента пропускания, соответствуют модам ФМ с частотами ω_p (p – номер моды). При $\xi = 0$ количество мод равно числу РБ, зависимость $\omega_p(\xi)$ является убывающей для любых p , однако диапазон изменения частоты центральных мод значительно больше, чем крайних (рис. 6б). Еще одна особенность состоит в том, что резкое изменение спектра ФМ происходит только при малых отклонениях величины d_{cN} от d_c . Действительно, для моды с номером $p = 7$ в интервале $\xi = 0.00057 - 0.0017$ разность частот $\omega_{p0} - \omega_p$ (ω_{p0} – частоты мод ФМ при $d_{cN} \equiv d_c$) возрастает почти вдвое, а затем, начиная с $\xi \approx 0.0057$, она меняется лишь на несколько процентов. Это обусловлено тем, что при $\xi > 0.001$ происходит распад ФМ из $N = 21$ РБ на систему, состоящую из одиночного резонатора и ФМ, содержащую $N = 20$ РБ. Следовательно, дальнейший рост разности $d_{cN} - d_c$ приведет лишь к уменьшению частоты ω_1 моды с номером $p = 1$, связанной с одиночным МР, но будет слабо влиять на спектр ФМ.

Распределения электрического поля (рис. 7) также свидетельствуют о данной трансформации. Например, распределение поля для моды с $p = 2$,

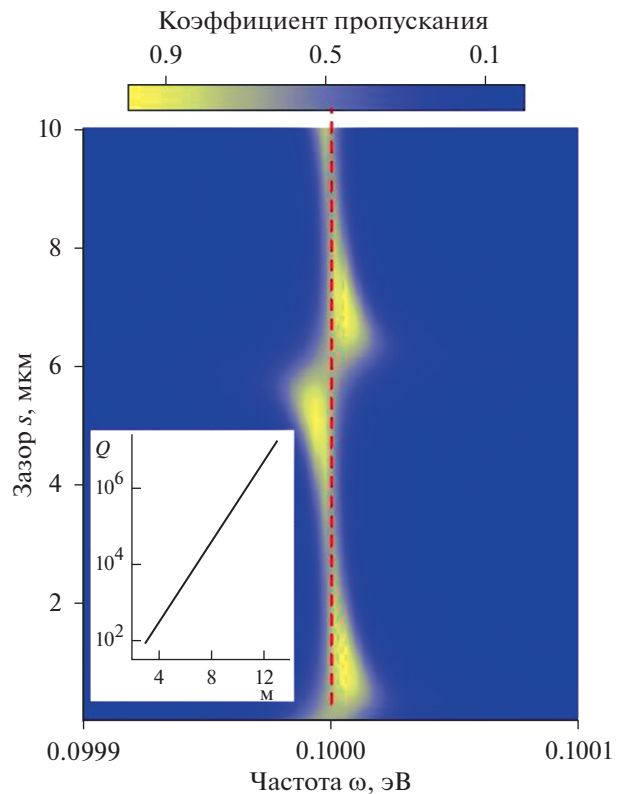


Рис. 3. Зависимость коэффициента пропускания от частоты ω налетающих фотонов и величины зазора s для РБ с центральным дефектом при $M = 7$. Пунктирной линией отмечена частота $\omega_0 = 0.1$ эВ. На вставке изображена зависимость добротности Q от числа M GaAs-слоев в РБ.

вычисленное при $\xi = 0.057$, аналогично координатной зависимости поля первой моды ФМ из $N = 20$ РБ при $\xi = 0$. Однако, использование подстройки приводит к тому, что электрическое поле перестает быть симметричным относительно центра ФМ из-за нарушения симметрии пространственной структуры ФМ. Особенно хорошо это видно для центральной моды с $p = 11$. С ростом ξ поле в крайнем правом РБ становится близким к нулю для всех мод, кроме первой, которая теперь будет принадлежать не ФМ, а одиночному правому МР. Важно отметить, что при $\xi = 0$ максимальное значение электрического поля E_0 внутри ФМ практически одинаково для всех мод. Для $N = 21$ оно составляет около 3 В/см, что в несколько раз меньше, чем в случае одиночного БР (см. п. 2). Расчеты показывают, что с ростом N максимальное значение электрического поля E_0 убывает как $1/\sqrt{N}$, и следовательно, по такому же закону падает энергия взаимодействия Ω ФМ и КТ, что может привести к замедлению переноса возбуждения между двумя КТ, помещенными в ФМ (см. ниже). Сравнение полученных в этом разделе результатов с интервалом изменения ча-

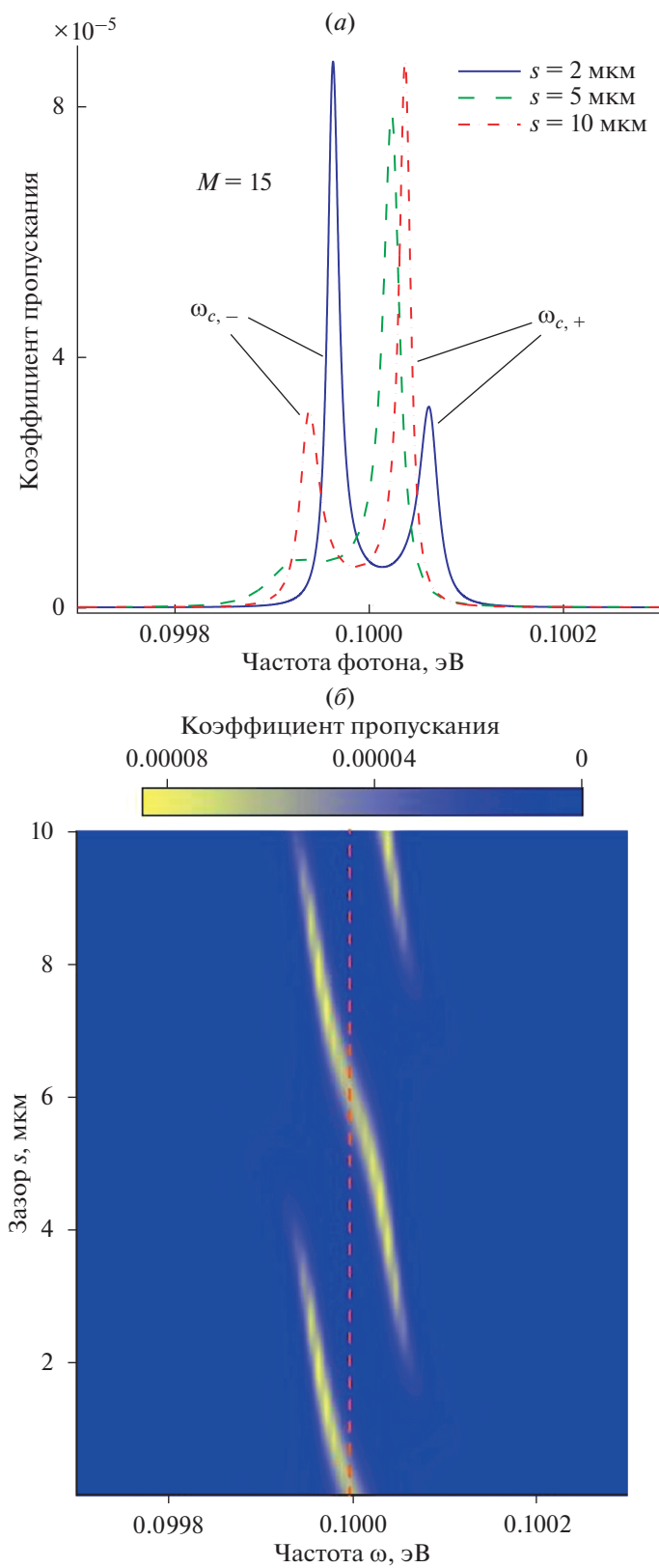


Рис. 4. Оптический спектр РБ с двумя дефектами для некоторых величин зазора s (а) и зависимость коэффициента пропускания от частоты ω налетающих фотонов и величины зазора s (б) при $M = 15$.

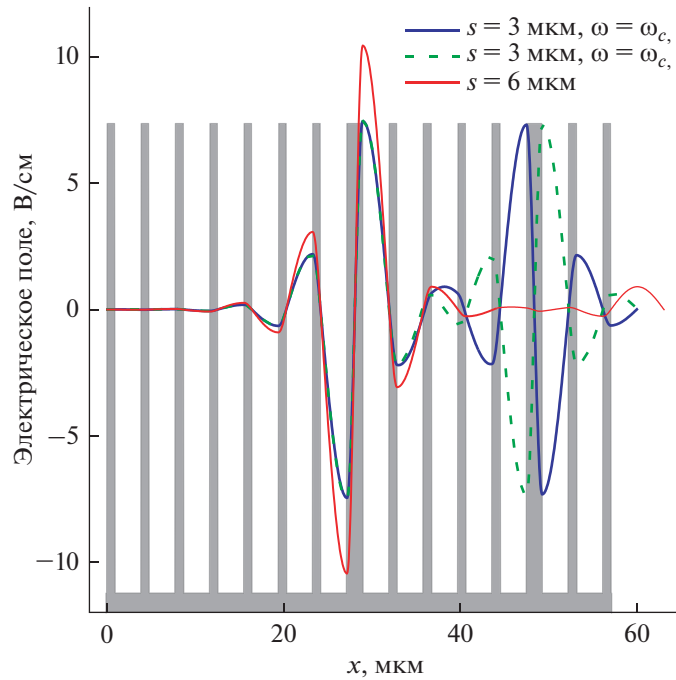


Рис. 5. Распределение электрического поля в РБ с двумя дефектами при $M = 15$. Серым цветом схематично показана структура РБ в отсутствие пластины.

стоты одиночного РБ за счет перемещения пластины (см. п. 2) позволяет сделать вывод, что эффективность механической подстройки в обоих случаях примерно одинакова.

4. МОДЕЛЬ ЦЕПОЧКИ МИКРОРЕЗОНАТОРОВ С КВАНТОВЫМИ ТОЧКАМИ, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕЙ С ЛАЗЕРНЫМ ПОЛЕМ

Альтернативным способом изучения оптических свойств наноструктуры, изготовленной на основе взаимодействующих микрорезонаторов, является спектроскопический анализ излучения, прошедшего через нее. В отличие от классических полей мощность лазера выбирается так, чтобы поддерживать субфотонный (квантовый) режим накачки. Такой выбор внешнего источника дает возможность не только получить спектр самой структуры, но и выявить особенности, связан-

ные с присутствием внутри нее оптически активных квантовых систем. Рассмотрим следующую модель линейной цепочки из N микрорезонаторов, содержащей две квантовых точки. Каждая из КТ имеет по два электронных состояния, $|g_n\rangle$ (основное) и $|e_n\rangle$ (возбужденное), с энергиями $\epsilon_{g,n}$ и $\epsilon_{e,n}$. Частота перехода в КТ с номером $n = 1, 2$ равна $\omega_{a,n} = \epsilon_{e,n} - \epsilon_{g,n}$. Гамильтониан изолированных КТ выглядит следующим образом:

$$H_a = (\omega_{a,1} - i\gamma_1)|e_1\rangle\langle e_1| + (\omega_{a,2} - i\gamma_2)|e_2\rangle\langle e_2|. \quad (1)$$

Здесь γ_n – скорость безызлучательного распада возбужденного состояния КТ, обусловленного ее взаимодействием с фоновым резервуаром.

Гамильтониан электромагнитного поля цепочки с учетом фотонного туннелирования между соседними МР и диссипации в моды континуума имеет вид

$$H_c = \sum_{k=1}^N (\omega_k - i\kappa_k) a_k^\dagger a_k + \sum_{k=1}^{N-1} J_{k,k+1} (a_k^\dagger a_{k+1} + a_{k+1}^\dagger a_k), \quad (2)$$

где ω_k – частота моды k -ого МР, κ_k – скорость распада моды k -ого МР, $J_{k,k+1}$ – скорость фотонного туннелирования между соседними МР, a_k – оператор уничтожения фотона в k -ом МР. Пусть КТ 1

и КТ 2 расположены в МР с индексами m_1 и m_2 , соответственно. Тогда их взаимодействие с данными МР описывается гамильтонианом Джайнса–Каммингса

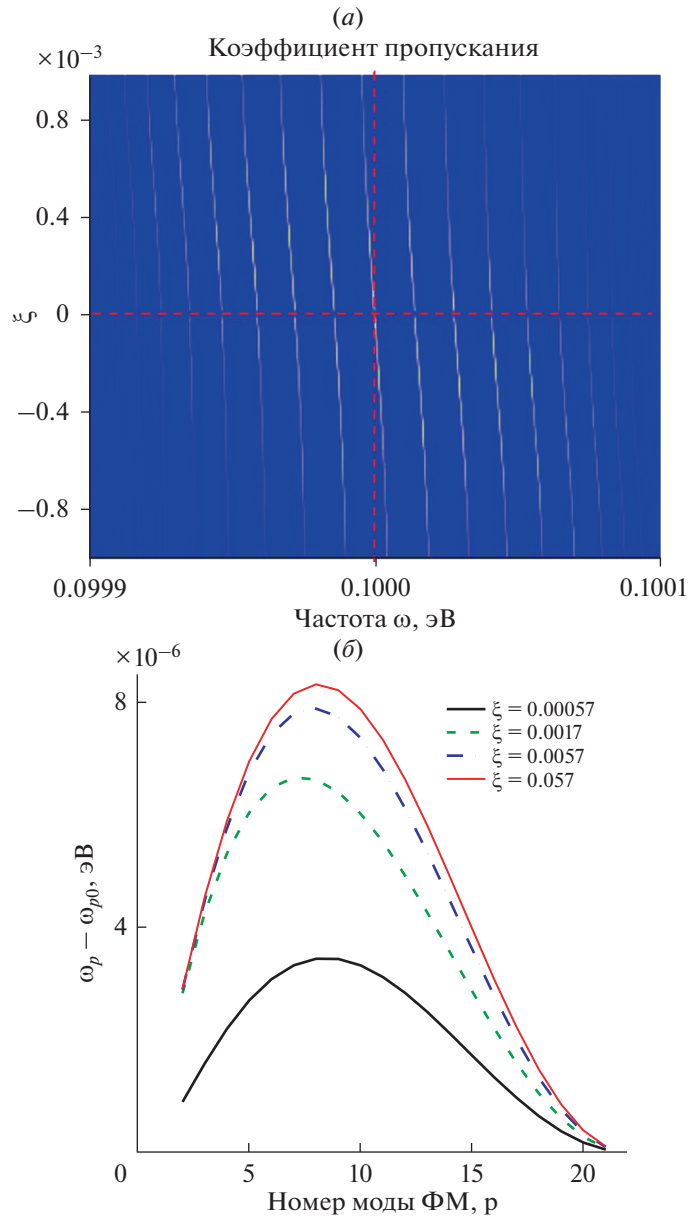


Рис. 6. Зависимость коэффициента пропускания от частоты ω налетающих фотонов и отношения $\xi = (d_{cN} - d_c)/d_c$ (a) и зависимость частоты p -ой моды от ее номера при различных значениях ξ (б) для ФМ из $N = 21$ РБ .

$$H_{\text{int}} = \Omega_1 (a_{m1}^\dagger |g_1\rangle \langle e_1| + a_{m1} |e_1\rangle \langle g_1|) + \Omega_2 (a_{m2}^\dagger |g_2\rangle \langle e_2| + a_{m2} |e_2\rangle \langle g_2|), \tag{3}$$

где Ω_n – скорость обмена фотоном между n -ой КТ и МР, в котором она расположена. Напомним, что формула (3) получена в приближении вращающейся волны, которое предполагает выполнение условия $\Omega_n \ll \omega_k, \omega_{a,n}$. Наконец, приход фотонов в структуру со скоростью Ω_L из источника (лазера) с частотой ω_L , сфокусированного на по-

верхности первого МР, учитывается путем добавления гамильтониана

$$H_L = 2\Omega_L (a_1^\dagger + a_1) \cos(\omega_L t). \tag{4}$$

Выберем базисные векторы системы следующим образом:

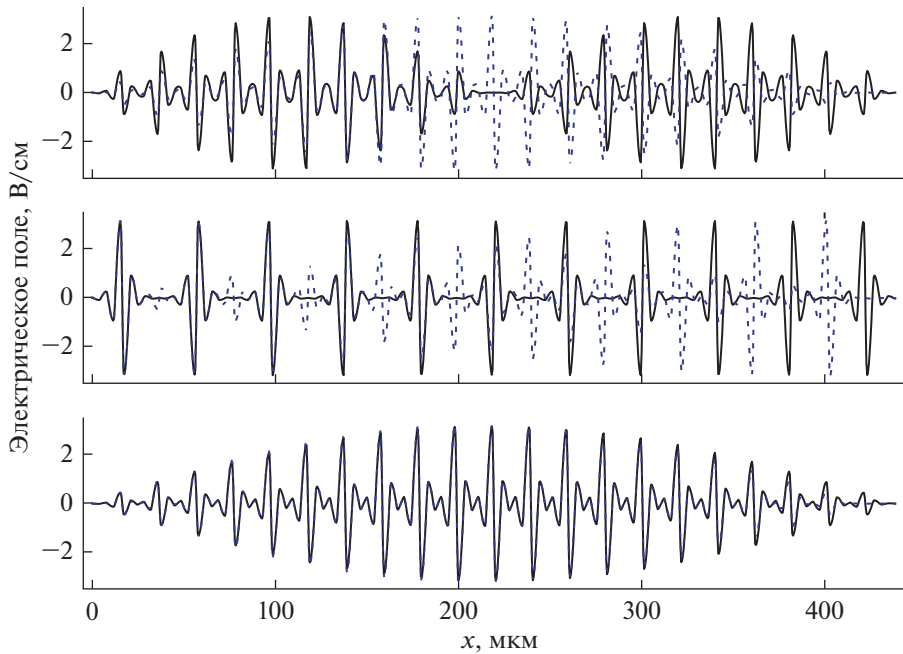


Рис. 7. Распределение электрического поля в ФМ из $N = 21$ РБ. Вверху – для моды с номером $p = 2$, в середине – для моды с номером $p = 11$ и внизу – для моды с номером $p = 21$. Сплошная линия: $\xi = 0$, штриховая линия: $\xi = 0.057$.

$$\begin{aligned} |0\rangle &= |g_1, g_2; 0, \dots, 0\rangle, \quad |1\rangle = |e_1, g_2; 0, \dots, 0\rangle, \quad |2\rangle = |g_1, e_2; 0, \dots, 0\rangle, \\ |3\rangle &= |g_1, g_2; 1, \dots, 0\rangle, \dots, \quad |N+2\rangle = |g_1, g_2; 0, \dots, 1\rangle, \end{aligned} \quad (5)$$

в соответствии с условием, предполагающем наличие в системе не более одного кванта энергии. Тогда ее вектор состояния $|\Psi\rangle = \sum_{k=0}^{N+2} c_k |k\rangle$ записывается как суперпозиция базисных векторов с коэффициентами c_k (амплитудами вероятностей), зависящими от времени и подлежащими определению. Полный гамильтониан представляется в виде суммы выражений (1), (2), (3) и (4):

$$H = H_c + H_a + H_{\text{int}} + H_L. \quad (6)$$

Эволюция системы с гамильтонианом (6) удовлетворяет уравнению Шредингера

$$i\partial_t |\Psi\rangle = H |\Psi\rangle. \quad (7)$$

Выбор начального условия обусловлен задачей, подлежащей решению. Удобно перейти в систему отсчета, связанную с лазером, при помощи унитарного преобразования

$$U(t) = \exp \left[-i\omega_L t \left(|e_1\rangle\langle e_1| + |e_2\rangle\langle e_2| + \sum_{k=1}^N a_k^\dagger a_k \right) \right].$$

При этом частоты МР и КТ заменяются их отстройками $\delta_k = \omega_k - \omega_L$ и $\delta_{a,n} = \omega_{a,n} - \omega_L$ от частоты лазера: $\omega_k \rightarrow \delta_k$, $\omega_{a,n} \rightarrow \delta_{a,n}$. Выпишем матрицу гамильтониана (6) в узельном базисе, в котором вектору $|k\rangle$ из набора (5) соответствует столбец из $N+3$ позиций с 1 на $k+1$ -ой позиции и 0 на всех остальных позициях. Тогда уравнение (7) будет эквивалентно системе уравнений на коэффициенты c_k , формирующие вектор $\mathbf{c} = (c_0, c_1, \dots, c_{N+2})^T$:

$$i\partial_t \mathbf{c} = \tilde{H} \mathbf{c}. \quad (8)$$

Матрица гамильтониана \tilde{H} в уравнении (8) имеет блочную структуру,

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} \tilde{H}_a & \tilde{H}_{\text{int}+L} \\ \tilde{H}_{\text{int}+L}^T & \tilde{H}_c \end{pmatrix}, \quad (9)$$

с матрицами-компонентами

$$\tilde{H}_a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \delta_{a,1} - i\gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \delta_{a,2} - i\gamma_2 \end{pmatrix}, \quad \tilde{H}_{\text{int}+L} = \begin{pmatrix} \Omega_L & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots \\ 0 & \dots & \Omega_1 & \dots & 0 & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \Omega_2 & \dots \end{pmatrix},$$

$$\tilde{H}_c = \begin{pmatrix} \delta_1 - i\kappa_1 & J_{1,2} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ J_{1,2} & \delta_2 - i\kappa_2 & J_{2,3} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & J_{N-1,N} & \delta_N - i\kappa_N \end{pmatrix}.$$

Матрица $\tilde{H}_{\text{int}+L}$ содержит всего три ненулевых элемента: $\tilde{H}_{\text{int}+L}(1,1) = \Omega_L$, $\tilde{H}_{\text{int}+L}(2, m_1) = \Omega_1$ и $\tilde{H}_{\text{int}+L}(3, m_2) = \Omega_2$. Матрица \tilde{H}_c имеет трехдиагональную структуру с главной диагональю, составленной из отстроек частот МР, и диагоналей, смещенных вверх и вниз на одну позицию от главной диагонали и содержащих скорости фотонного туннелирования. Как видно, гамильтониан в новой системе отсчета не зависит от времени, что позволяет использовать для решения системы уравнений (8) метод диагонализации.

5. СПЕКТРОСКОПИЧЕСКИЙ ОТКЛИК ЦЕПОЧКИ МР С ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНОЙ КРАЙНЕГО МР

С помощью системы уравнений (8) можно исследовать спектроскопический отклик структуры в субфотонном режиме, при котором среднее число фотонов в структуре меньше единицы,

$$\sum_{k=1}^N \langle a_k^\dagger a_k \rangle = \sum_{k=1}^N |c_{k+2}|^2 \leq 1.$$

Для этого необходимо вычислить фотонную заселенность $P_N = |c_{N+2}|^2$ крайнего правого МР, ассоциируемую с коэффициентом прохождения фотонов (пропускной способностью цепочки). В качестве начального состояния выбирается вакуумное состояние $|\Psi(0)\rangle = |0\rangle$ системы. Зависимость величины P_N от параметров системы позволит выявить особенности ее спектра. В данной работе нас, прежде всего, интересует вопрос о возможности регулировки частот цепочки относительно частот КТ путем механического изменения длины L_N (и, соответственно, частоты $\omega_N = \pi c/L_N$) крайнего МР. Все расчеты будут выполнены для следующего набора параметров (их величины выражены в единицах частоты ω_1 первого МР): $J_{k, k+1} = J = 10^{-3}$, $\Omega_{1(2)} = \Omega = 2 \times 10^{-5}$, $\Omega_L = 2 \times 10^{-6}$, $\omega_{a,1(2)} = 1$, $\omega_{k=1-N} = 1$, $\kappa_{k=1-N} = \kappa = 2 \times 10^{-5}$, $\gamma_{1(2)} = \gamma = 10^{-7}$, $m_1 = 1$, $m_2 = N$. Этот набор соответствует экспериментально исследованным оптическим структурам [11, 12]. Варьируя частоту лазера ω_L и частоту моды ω_N крайнего МР на

интервале $[1 - 2J, 1 + 2J]$, получаем графики заселенности P_N в установившемся режиме (при $t = 10^7 \gg 1/\kappa$) для $N = 21$ и $N = 41$ (рис. 8). Плотность мод увеличивается в краевых областях спектра, в соответствии с результатами расчетов, проведенных в п. 3. Несмотря на умеренную добротность, практически все моды просматриваются при строгом резонансе частот ($\omega_k = \omega_L = \omega_a$). Вместе с тем, интенсивность отклика снижается для крайних мод, поскольку, в соответствии с данными, полученными выше, амплитуды этих мод достигают максимальных значений в центральной части структуры, а в МР 1 и МР N они невысокие. Это препятствует эффективной лазерной накачке на входе и уменьшает вероятность детектирования прошедших фотонов на выходе. Напротив, высокое разрешение мод в центральной части спектра говорит о хорошей восприимчивости структуры к внешнему полю в данном частотном диапазоне, что, как было установлено ранее, связано с концентрацией поля в крайних МР. Вывод из резонанса с частотами цепочки частоты МР N сопровождается падением уровня сигнала от всех мод.

Чтобы оценить влияние КТ, находящихся в крайних МР, на спектр цепочки, построим профиль функции $P_N(\omega_L)$ для случая строгого резонанса всех частот (горизонтальная точечная линия на рис. 8). Два таких графика для цепочек из $N = 21$ и $N = 41$ МР показаны на рис. 9. Можно отметить, что при одинаковой мощности входного сигнала интенсивность на выходе будет меньше для структуры из большего количества МР. Это обусловлено делокализацией оптической энергии по всем модам и МР. Парциальные ширины мод не меняются при двукратном увеличении плотности спектра. Влияние КТ обнаруживается лишь на графике отклика для $N = 21$, где просматривается расщепление центрального пика, свидетельствующее о формировании пларитонного дублета Джейнса–Каммингса. Расщепление присутствует в условиях резонансного режима и исчезает в дальнейшем при увеличении отстройки частоты моды крайнего МР. Наблюдение данной особенности, отражающей взаимодействие электронной и фотонной подсистем и подтверждающей возможность оптическо-

го контроля динамики КТ, для цепочек из большого числа МР требует улучшения их качества и повышения добротности $Q = 1/\kappa$.

Данные, представленные на рис. 8, иллюстрируют принцип частотного (механического) контроля спектра цепочки МР. Каким образом он может быть применен для управления когерентной динамикой электронов и для организации нелокальной связи между удаленными КТ, мы покажем в следующем разделе.

6. ОРГАНИЗАЦИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ УДАЛЕННЫМИ КТ ПОСРЕДСТВОМ ФОТОННОГО ОБМЕНА

Одной из важных практических задач, с которыми сталкиваются разработчики квантовых чипов на основе полупроводниковых МР с КТ-кубитами, является необходимость управления физическими процессами, реализующими квантовые операции. Это предполагает существование механизма, обеспечивающего адресное воздействие на выбранный кубит. Примером устройства, регулирующего связь между КТ-кубитом и чипом, служит электрический затвор. Он представляет собой металлический электрод, который расположен на поверхности чипа вблизи данной КТ. Плавное (адиабатическое) изменение потенциала затвора приводит к сдвигу энергий уровней (а, следовательно, и частоты) КТ. Так осуществляется независимая селективная настройка кубита(ов) в резонанс с внешним полем, в то время как прочие (незадействованные на данном этапе алгоритма) кубиты остаются выведенными из резонанса с транспортной сетью из МР. К недостаткам этого подхода относится необходимость изготовления индивидуальной контролирующей и измерительной инфраструктуры для каждого кубита. Кроме того, неконтролируемое влияние (cross-talks) отдельных узлов управления друг на друга и на кубиты приводит к ошибкам вычислений. Поэтому очень желательно разработать более аккуратный и простой способ внешнего непрямого воздействия на кубиты.

Для решения этой задачи предлагается регулировать не частоты КТ-кубитов, а частоты самой сети (цепочки) МР. Результаты спектроскопического моделирования указывают на возможность внешнего контроля внутренней динамики цепочки за счет изменения ее резонансных частот при варьировании частоты (длины) одного из МР. В зависимости от величины отстройки δ_N данного (в нашей работе – крайнего) МР можно выделить три режима, отвечающих разным типам квантовой эволюции. Предположим, что при нулевой отстройке δ_N частоты обеих КТ находятся в резонансе с центральной модой цепочки. С формальной точки зрения эта система эквивалентна

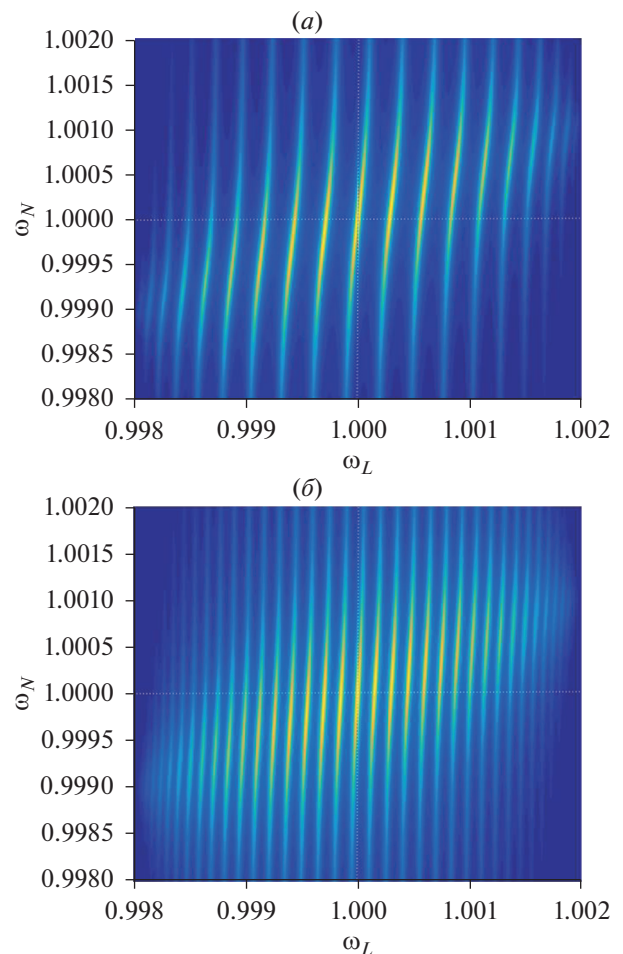


Рис. 8. Спектроскопический отклик цепочки (среднее число фотонов P_N в МР с индексом N) при варьировании частоты ω_N из (а) $N = 21$ МР и (б) $N = 41$ МР.

двум взаимодействующим осцилляторам. Если выполняется условие $|\delta_N| \leq \Omega$, то резонансный характер взаимодействия в целом сохраняется. Начальное состояние системы, в котором КТ 1 находится в возбужденном состоянии, лазер выключен ($\Omega_L = 0$), а фотоны отсутствуют, есть $\Psi(0) = |1\rangle$. В данном разделе мы положили $\kappa = 10^{-6}$ для получения высокой вероятности переноса. Зависимость заселенности $P_{trans} = |c_2|^2$ возбужденного состояния КТ 2 от времени имеет вид затухающей периодической функции (осцилляции Раби). Промежуточный режим при $|\delta_N| \approx \Omega$ демонстрирует более сложную динамику, когда осцилляции Раби подвергаются модуляции вследствие появления дополнительного эффективного осциллятора с частотой порядка отстройки δ_N . На рис. 10 приведены зависимости вероятностей переноса электронного возбуждения из КТ 1, находящейся в МР 1, в КТ 2, расположенную в МР N , от времени, для каждого из этих режимов.

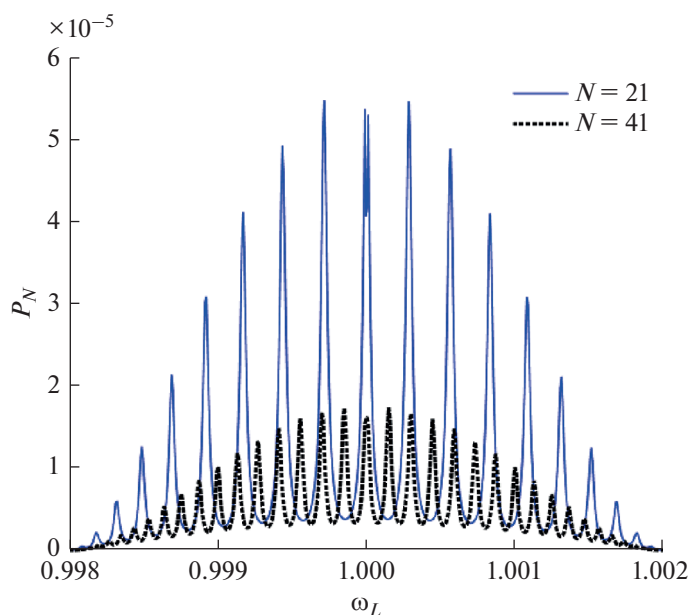


Рис. 9. Зависимости заселенности P_N от частоты лазера для двух симметричных цепочек МР с КТ при соблюдении условий строгого резонанса подсистем.

Если частоты моды и КТ различаются настолько, что выполняется неравенство $|\delta_N| \gg \Omega$, то система переходит в дисперсионный режим. Его особенность состоит в практически полной локализации заселенности в подпространстве КТ, в то время как заселенность моды не превышает 1%. Это дает возможность ослабить влияние диссипации фотонов на электронную динамику. Как и в резонансном режиме, вероятность переноса описывается периодической функцией, однако его скорость оказывается существенно ниже и пропорциональна $\Omega^2/|\delta_N|$. Такое замедление может

привести к уменьшению вероятности переноса из-за диссипативных эффектов, связанных с фотонами (рис. 11 иллюстрирует эту тенденцию).

Наконец, когда отстройка крайнего МР приближается к величине энергии фотонного туннелирования ($|\delta_N| \geq J$), связь между ним и цепочкой нарушается, и заселенность его моды резко падает до нуля. При этом эффективная длина (количество туннельно-связанных МР) цепочки уменьшается на 1, что приводит к перестройке ее спектра. Если N нечетное, то при $|\delta_N| = 0$ частота центральной моды с номером $(N+1)/2$ цепочки соответствует ча-

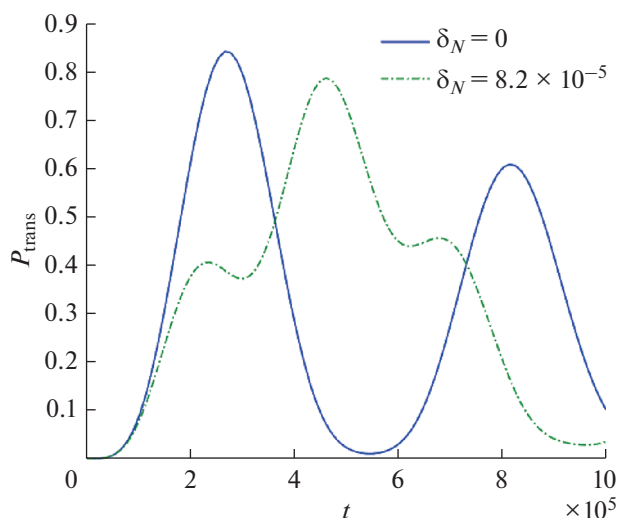


Рис. 10. Вероятности переноса электронного возбуждения из КТ 1 в КТ 2 в резонансном и промежуточном режимах через центральную моду цепочки ($N = 11$).

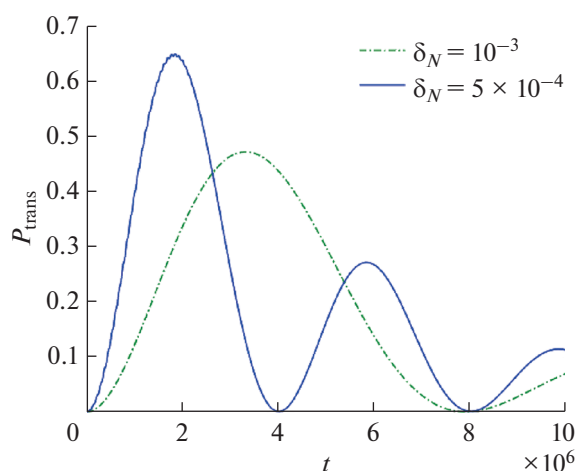


Рис. 11. Вероятности переноса возбуждения из КТ 1 в КТ 2 в дисперсионном режиме.

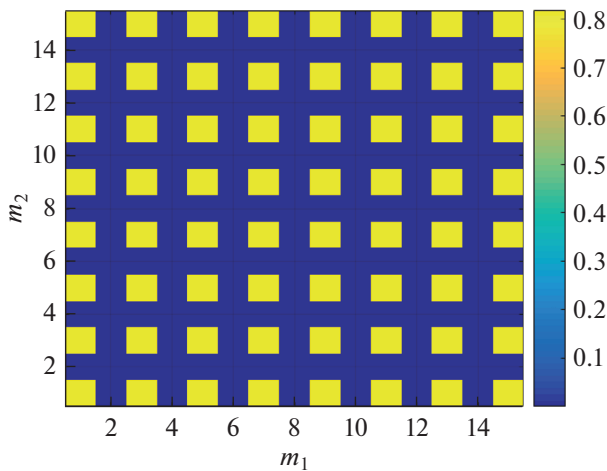


Рис. 12. Зависимости вероятностей переноса возбуждения между двумя КТ через центральную моду цепочки из $N = 15$ МР в зависимости от номеров МР, в которых находятся КТ. Случай $m_1 = m_2$ соответствует расположению обеих КТ в одном и том же МР (без учета кулоновского взаимодействия электронов).

стоте изолированных МР, а поле имеет одинаковую амплитуду в нечетных МР и равно нулю в четных МР. В этом случае результаты указывают на возможность полного переноса фотона между нечетными МР в симметричной цепочке (рис. 12). Вывод частоты моды крайнего МР из резонанса с частотой соседнего МР меняет четность (симметрию) спектра цепочки. Для цепочки из четного числа МР центральная мода отсутствует, и частоты КТ оказываются выведенными из резонанса с ча-

стотами других мод цепочки. В последнем случае перенос оказывается заблокированным.

Мы завершаем наше рассмотрение анализом графика максимальной вероятности переноса от частоты крайнего резонатора для четырех цепочек с количеством МР $N = 11, 21, 31$ и 41 (рис. 13). Резонансный режим соотносится с центральным пиком и характеризуется квадратичным по отстройке δ_N спадом вероятности переноса. Участки кривых с набором локальных максимумов представляют промежуточный режим переноса. Сравнивая их с зависимостями P_{trans} от времени, можно заметить, что переход от центрального максимума к первому слева или справа на рис. 13 сопровождается ростом второго максимума по сравнению с первым на рис. 10. Интервалы, на которых зависимость $P_{\text{max}}(\omega_N)$ монотонно убывает, отражают переход в дисперсионный режим. Спад связан с усилением электрон-фононной релаксации. С другой стороны, уменьшение вероятности переноса с ростом количества МР обусловлено перераспределением излучения между модами цепочки, число которых также растет (сравни с рис. 9). Резюмируя, мы можем сформулировать критерии надежного переноса кванта возбуждения между КТ по цепочке, содержащей МР с переменной частотой (длиной). Вероятность переноса будет расти с увеличением энергии электрон-фотонного взаимодействия $\Omega_{1(2)}$, с уменьшением скоростей фотонного (κ) и электронного (γ) распада, при настройке частот КТ в резонанс с частотами мод цепочки, имеющих пучности в тех МР, где размещены КТ. Кроме того, необходимо обеспе-

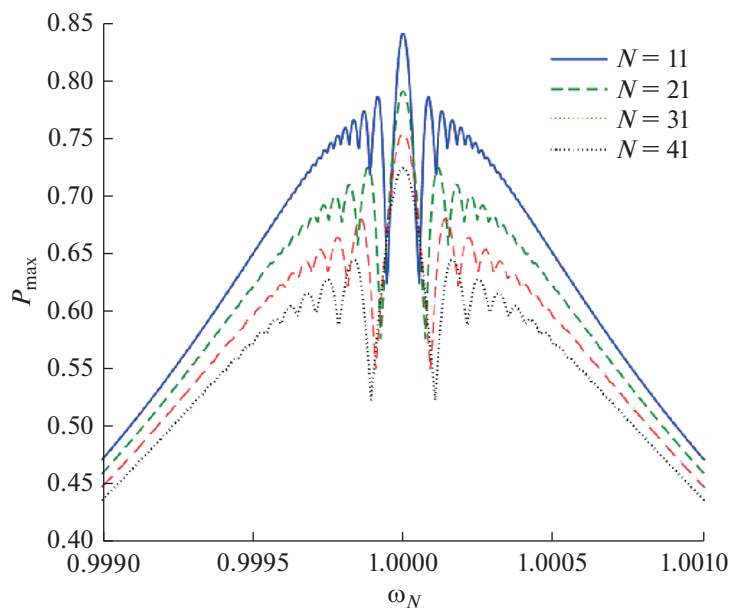


Рис. 13. Зависимость максимальной вероятности переноса возбуждения между КТ, расположенных в крайних МР, от частоты крайнего правого МР и от количества МР в цепочке.

чить высокую пропускную способность фотонной сети, поддерживая однородность ее компонент и структурную симметрию.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенный в работе способ контроля собственных частот МР и оптических систем, образованных ими, имеет важное практическое значение. Мы исследовали возможность механической настройки оптического спектра многослойного полупроводникового РБ с дефектными слоями и ФМ, состоящей из большого числа таких РБ. Моделирование спектра производилось с помощью численного расчета коэффициента пропускания электромагнитной волны через структуру. Мы исследовали РБ, у которого одна из дефектных мод имеет частоту 0.1 эВ, что соответствует разности энергий между основным и возбужденным состояниями электрона в зоне проводимости GaAs/InAs КТ. Оказалось, что эффективность настройки существенно зависит от внутренней структуры РБ. Если дефектный слой является центральным, то изменение частоты моды, связанной с дефектом, незначительно. Это обусловлено двумя факторами. Во-первых, частота моды является периодической функцией величины зазора между пластиной и РБ. Во-вторых, из-за того, что дефектный слой находится в глубине структуры, добротность моды весьма высока, благодаря чему взаимодействие ее электромагнитного поля с пластиной слабое. Несимметричные структуры с одним или двумя дефектами, у которых один из дефектных слоев смещен ближе к краю, позволяют увеличить диапазон частотной настройки РБ. Были рассчитаны собственные частоты и распределение электрического поля мод ФМ, образованной $N = 21$ РБ, с переменной длиной крайнего МР в цепочке. Показано, что увеличение длины МР приводит к распаду системы на ФМ из $N = 21$ РБ и одиночный РБ, что влечет за собой перераспределение электромагнитного поля в структуре. Поскольку плотность мод ФМ увеличивается в краевых областях оптического спектра, наиболее сильное влияние подстройка оказывает на частоты центральных мод.

Квантовый подход, использующий узелное представление гамильтониана ФМ и двух КТ для анализа спектра в однофотонном приближении, позволяет изучить их взаимодействие. Как следует из полученных результатов, вероятность переноса электронного возбуждения между удаленными КТ зависит от положения КТ в структуре, количества МР, отстроек частот подсистем и скоростей распада. Рост числа МР приводит к уменьшению парциальных амплитуд однофотонного поля в каждом из МР, а значит, и к замедлению когерентного обмена квантом между КТ и МР. Варьируя частоту крайнего МР, содержа-

щего одну из КТ, путем механического увеличения его длины, можно включить или заблокировать перенос кванта энергии между КТ, а также выбрать режим переноса (резонансный, промежуточный, дисперсионный). Анализ когерентной динамики электрон-фотонной системы указывает на необходимость подавления фотонного распада состояния МР с добротностью более 10^6 и минимизации влияния фононов и электрических шумов на электронное состояние КТ. Эти задачи могут быть частично решены в ходе совершенствования техники изготовления МР и повышения точности позиционирования КТ.

Работа выполнена в рамках Государственного задания ФТИАН им. К.А. Валиева РАН Минобрнауки РФ по теме № 0066-2019-0005 “Фундаментальные исследования в области квантовых вычислений и прикладные разработки твердотельной элементной базы квантовых компьютеров 2019”.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Казаринов А.Ф., Сурис Р.А.* К теории электрических и электромагнитных свойств полупроводников со сверхрешеткой // ФТП. 1972. Т. 6. С. 148.
2. *Esaki L., Tsu R.* Tunneling in a finite superlattice // Appl. Phys. Lett. 1973. V. 22. P. 562.
3. *Sollner T.C.L.G., Tannenwald P.E., Peck D.D., Goodhue W.D.* Quantum well oscillations // Appl. Phys. Lett. 1984. V. 45. P. 1319.
4. *Matsko A.B.* (ed.). Practical Applications of Microresonators in Optics and Photonics. CRC Press, 2009. 553 p.
5. *Городецкий М.Л.* Оптические микрорезонаторы с гигантской добротностью. Физматлит, 2011. 416 с.
6. *Stanley R.P., Houdre R., Oesterle U., Gailhanou M., Ilegems M.* Ultrahigh finesse microcavity with distributed Bragg reflectors // Appl. Phys. Lett. 1994. V. 65. P. 1883.
7. *Yariv A., Yeh P.* Photonics. Optical Electronics in Modern Communications. Oxford University Press, 2007. 836 p.
8. *Толмачев В.А., Границына Л.С., Власова Е.Н., Волчек Б.З., Нащекин А.В., Ременюк А.Д., Астрова Е.В.* Одномерный фотонный кристалл, полученный с помощью вертикального анизотропного травления // ФТП. 2002. Т. 36. С. 996.
9. *Tolmachev V.A., Perova T.S., Astrova E.V., Volchek B.Z., Vij J.K.* Vertically etched silicon as 1D photonic crystal // Phys. Stat. Solidi (a). 2003. V. 197. P. 544.
10. *Tolmachev V.A., Astrova E.V., Pilyugina Yu.A., Perova T.S., Moore R.A., Vij J.K.* 1D photonic crystal fabricated by wet etching of silicon // Optical Materials. 2005. V. 28. P. 831.
11. *Цуканов А.В.* Квантовые точки в фотонных молекулах и квантовая информатика. Часть I // Микроэлектроника. 2013. Т. 42. С. 403.
12. *Цуканов А.В.* Квантовые точки в фотонных молекулах и квантовая информатика. Часть II // Микроэлектроника. 2014. Т. 43. С. 163.
13. *Deng C.-S., Peng H.-G., Gao Y.-S., Zhong J.-X.* Ultrahigh-Q photonic crystal nanobeam cavities with H-shaped holes // Physica E. 2014. V. 63. P. 8.