

УДК 532.52

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫМ ПОТОКОМ НА ВХОДЕ В ТРУБУ С ЦЕЛЬЮ ЛАМИНАРИЗАЦИИ ТЕЧЕНИЯ

© 2023 г. В. Г. Лущик<sup>a,\*</sup>, М. С. Макарова<sup>a,\*\*</sup>, А. И. Решмин<sup>a,\*\*\*</sup>

<sup>a</sup> МГУ им. М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт механики, Москва, Россия

\*E-mail: vgl\_41@mail.ru

\*\*E-mail: april27\_86@mail.ru

\*\*\*E-mail: alexreshmin@rambler.ru

Поступила в редакцию 04.07.2022 г.

После доработки 25.10.2022 г.

Принята к публикации 26.10.2022 г.

Рассмотрены различные способы ламинаризации течения в трубе путем управления осредненными и турбулентными параметрами течения. Для численного моделирования течений с нарастанием и вырождением турбулентности предлагается использовать трехпараметрическую RANS-модель турбулентности, показавшую хорошие результаты при моделировании существующих экспериментов по ламинаризации. Расчеты для трех вариантов входных устройств с разными профилями скоростей и одинаковой мелкомасштабной турбулентностью на входе показывают возможность достижения ламинаризации течения в трубах при числах Рейнольдса  $Re > 10000$ . Из трех рассмотренных вариантов входных устройств наиболее эффективным является вариант с организацией коаксиального течения с меньшей скоростью в центральной области и большей в пристеночной области. В такой конфигурации ламинаризация происходит вплоть до числа Рейнольдса  $Re^* = 16000$ . Показано, что в этом случае уменьшение интенсивности турбулентности и ее масштаба приводит к еще большему значению  $Re^*$ .

*Ключевые слова:* RANS-модель турбулентности, труба, ламинаризация, входное устройство

**DOI:** 10.31857/S0568528122600473, **EDN:** AINMZA

Увеличение энергозатрат на транспортировку по трубам газов и жидкостей и увеличение в связи с этим эксплуатационных расходов, как отмечено в [1], связано с ростом потерь давления из-за трения при турбулентном режиме течения. При переходе от турбулентного к ламинарному режиму течения (ламинаризации течения), можно значительно снизить потери на трение. Например, для течения в круглой трубе при числе Рейнольдса 25000 потери можно уменьшить на порядок.

В [1] приведен ряд методов, используемых для ламинаризации турбулентного течения в круглых трубах. Разрабатываются методы, связанные с механическим перемещением стенок в определенном сечении канала [2] или воздействием на параметры потока в определенном сечении канала и изменением структуры течения или профиля скорости. Приведены экспериментальные результаты, демонстрирующие полную ламинаризацию развитого турбулентного течения за счет воздействия на поток установленных в потоке роторов, изменяющих структуру потока, а также путем впрыска жидкости в поток как со стенок трубы перпендикулярно течению, так и вдоль стенок [3].

Для обеспечения вырождения турбулентности в трубе применяют формирующие устройства, соответствующим образом изменяющие профиль средней скорости на выходе. В [1] для ламинаризации потока используются конструкции, включающие перегородки с отверстиями, размещенными в потоке, и специальные сопла, усложняющие поток на определенном участке. Для формирования нужного профиля скорости на входе в участок ламинаризации турбулентного потока применялись два способа. Первый способ состоял в установке в центральную часть трубы цилиндрической вставки, начало которой закрывалось перфорированной решеткой, которая создавала гидравлическое сопротивление. Спутный поток проходил через кольцевой промежуток

между вставкой и трубой. Скорость центрального потока, проходящего через круглую вставку с решеткой, была меньше, чем протекающего в периферийной части трубы спутного потока. Второй способ также заключался в формировании в трубе осесимметричного течения с большей скоростью у стенки трубы. Для этого формирующий спутный поток воздух с большей скоростью подавался в область у стенки трубы.

В [1] первым способом экспериментально достигнута ламинаризация течения при  $Re = 3800$ , вторым способом – при  $Re = 6000$ . Увеличенное число Рейнольдса ламинаризации при втором способе формирования потока можно объяснить тем, что уровень турбулентности в центре потока был меньше, чем при первом способе, когда повышенный уровень турбулентности в центральной части потока создавался перфорированной решеткой.

Для уменьшения интенсивности турбулентности используются различные методы. В [4, 5] для управления турбулентным течением использовались сетки и хонейкомбы. Результаты исследований, показали, что при использовании сеток и хонейкомбов можно лишь снизить на некоторую величину уровень турбулентности, но достичь ламинаризации течения не удастся. Хонейкомбы из полированных металлических труб диаметром 1 мм и толщиной стенки 0.05 мм с длиной, зависящей от радиуса, использовались для формирования заданного начального профиля скорости с низким уровнем интенсивности и масштаба турбулентности при исследованиях турбулентного перехода в затопленных и спутных струях [6–8] и в трубе [9]. Современные технологии расширяют возможности использования хонейкомбов. В [10] профиль скорости в потоке формируется с помощью хонейкомбов с переменным радиусом длины каналов, изготовленных на 3D-принтере.

Существуют и другие способы формирования нужных профилей скорости в струях и каналах. В работах [11, 12] использовалось устройство для формирования ламинарных затопленных струй, позволяющее создать плавный профиль скорости с интенсивностью турбулентности менее 1% при числах Рейнольдса более 10000 на начальном участке струи с диаметром 0.12 м. Низкий уровень турбулентности и необходимый профиль скорости формировались независимо. Для создания профиля скорости использовался короткий диффузор с большой степенью расширения и сетчатой перегородкой в выходном сечении [13].

Анализ полученных в [1] экспериментальных результатов показывает, что для достижения большего числа Рейнольдса ламинаризации необходимо формировать течение не только с низким уровнем турбулентности, но и с оптимальным профилем скорости. Этот вывод можно считать подтвержденным авторами [1] в более поздней работе [10], где для формирования наиболее оптимального входного М-образного профиля использовались напечатанные на 3D-принтере профилированные хонейкомбы с малыми ячейками, генерирующими мелкомасштабную турбулентность с низким уровнем интенсивности. Максимально достижимое число Рейнольдса полной ламинаризации, которое было получено при этом, составляло около 10000.

В обзоре [14] приведены результаты экспериментальных работ, в которых переход к турбулентному режиму течения в трубах на достаточно большой длине при низком уровне турбулентности на входе происходил при числах Рейнольдса до  $Re = 10^5$ .

Что касается расчетов процесса ламинаризации течения в рассмотренных работах, то их либо нет, либо они не столь убедительны, как экспериментальные результаты. В [3] методы внесения возмущений разрабатываются с помощью прямого численного моделирования (DNS) течения в трубе, а затем реализуются и тестируются в экспериментах. DNS моделирует течение в трубе длиной пять диаметров, в осевом направлении применяются периодические граничные условия. Первоначально ламинарный поток возмущается, и поведение решения контролируется при различных уровнях возмущения, чтобы определить уровень, после которого возникает турбулентность. Проследить процесс ламинаризации на такой малой длине и при задании периодических граничных условий невозможно. В [15] введено определение неравновесной турбулентности. Это турбулентность, характеристики которой не определяются профилем средней скорости на рассматриваемом участке. При таком определении примерами неравновесных турбулентных течений являются течения за сеткой с постоянной скоростью, а также течения за входными устройствами, например, сотами или хонейкомбами, формирующими профиль скорости и характеристики турбулентности независимо. В работах [15, 16] экспериментально и численно исследованы течения с неоднородными профилями скорости (трапециевидными, М- и Λ-образными) и мелкомасштабной входной турбулентностью. Параметры потока определялись входными формирующими устройствами в виде профилированных хонейкомбов, с размером ячейки значительно меньше толщины слоя с заметным градиентом скорости. Особенность таких течений состоит в том, что в них на значительном протяжении интенсивность

процессов турбулентного переноса определяется энергией и масштабом турбулентности, создаваемыми входными устройствами, формирующими профиль скорости. Во всех типах этих течений было установлено, что на участке роста энергии турбулентности коэффициенты турбулентного переноса были значительно ниже, чем на последующем участке развитой турбулентности.

Для расчета представленных в [15, 16] турбулентных неравновесных течений использовалась RANS модель турбулентности, уравнения переноса в которой записываются для трех параметров [17]: энергии турбулентности  $E = 0.5 \sum \langle u_i'^2 \rangle$ , напряжения сдвига  $\tau = -\langle u'v' \rangle$  и параметра  $\omega = E/L^2$ , включающего масштаб турбулентности  $L$ . В уравнениях переноса все константы определены из анализа трех, измеренных с высокой достоверностью, эталонных течений: течения за решеткой при нулевом градиенте скорости, течения за решеткой при постоянном градиенте скорости и установившегося турбулентного течения в трубе [17]. Численная оптимизация при решении уравнений для турбулентного течения в трубе проводилась только для трех констант, причем оптимизация проводилась в заранее определенном и довольно узком диапазоне изменения этих констант, который связан с разбросом экспериментальных данных для течений за решеткой. При расчетах других течений, отличных от эталонных (см., например, в [16]), значения констант в уравнениях переноса не изменялись и какие-либо эмпирические функции, зависящие от условий задачи, не вводились.

Данная модель турбулентности прошла всестороннюю проверку в широком классе задач пограничного слоя. Проведенные расчеты течения в кольцевых, плоских и круглых каналах при различных числах Рейнольдса [18–20], перехода к турбулентности в пограничном слое при большом уровне внешних возмущений [21] во всех случаях показали удовлетворительное согласование результатов расчетов и экспериментов. Хорошее совпадение продемонстрировали и результаты сравнительного анализа течения вязкой жидкости в плоском канале со вдувом и отсосом газа через противоположные стенки, полученные с использованием данной модели турбулентности и DNS [22].

Расчеты турбулентного течения в круглом диффузоре с малым углом раскрытия также показали хорошее согласие с результатами термоанемометрических измерений профилей скорости и напряжений Рейнольдса [23]. В [24] с помощью этой модели были проведены расчеты критического числа Рейнольдса перехода к турбулентности в трубе при постоянных параметрах в начальном сечении. Показано, что критическое число Рейнольдса зависит не только от интенсивности турбулентности на входе, но и от масштаба турбулентности. Критическое число Рейнольдса может возрастать с увеличением интенсивности входной турбулентности, если при этом уменьшается масштаб входной турбулентности. Этим объясняется эффект ламинаризации турбулентного течения после включения роторов, помещенных внутри трубы [3], который показался исследователям, получившим его, неожиданным.

Главным итогом проверки модели в указанном классе задач можно считать подтверждение ее работоспособности и универсальности, поскольку все расчеты проводились без изменения констант, входящих в уравнения для характеристик, определенных в самой первой работе [17].

Целью настоящей работы является расчет с использованием трехпараметрической RANS-модели сдвиговой турбулентности [17] течений, в которых получены экспериментальные данные [1] по ламинаризации турбулентного течения в трубе, анализ полученных результатов и численное исследование для трех вариантов входных условий, отличающихся формой профиля скорости и низким уровнем интенсивности турбулентности, обеспечивающими ламинаризацию при больших числах Рейнольдса.

## 1. МЕТОДИКА РАСЧЕТА НЕРАВНОВЕСНОГО ТЕЧЕНИЯ В ТРУБЕ

Расчет турбулентного неравновесного течения в трубе проводится с использованием уравнений неразрывности и движения. Задача решается в приближении узкого канала, где для определения продольного градиента давления используется условие постоянства расхода в трубе

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \rho v) = 0, \quad \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{dp}{dx} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \left( \eta \frac{\partial u}{\partial r} + \rho \tau \right) \right] \quad (1)$$

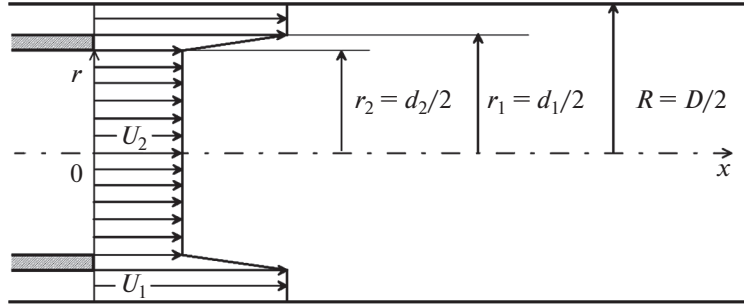


Рис. 1. Расчетная схема.

Турбулентное трение  $\rho\tau = -\rho\langle u'v' \rangle$  в уравнении движения, как и в [15, 16], определяется с использованием трехпараметрической RANS модели турбулентности [17]

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial E}{\partial x} + \rho v \frac{\partial E}{\partial r} &= -(c\rho\sqrt{EL} + c_1\eta) \frac{E}{L^2} + \rho\tau \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r D_E \frac{\partial E}{\partial r} \right), \\ \rho u \frac{\partial \tau}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \tau}{\partial r} &= -(3c\rho\sqrt{EL} + 9c_1\eta) \frac{\tau}{L^2} + c_2\rho E \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r D_\tau \frac{\partial \tau}{\partial r} \right) - D_\tau \frac{\tau}{r^2}, \\ \rho u \frac{\partial \omega}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \omega}{\partial r} &= -(2c\rho\sqrt{EL} + 1.4c_1\eta f_\omega) \frac{\omega}{L^2} + \left[ \frac{\tau}{E} - 2c_3 \operatorname{sign} \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right) \right] \rho\omega \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) \\ D_\phi &= a_\phi \sqrt{EL} + \alpha_\phi \eta \quad (\phi = E, \tau, \omega, q_r), \quad L = \sqrt{E/\omega}, \quad f_\omega = 1 - \frac{1}{2c_1} \left( \frac{L}{E} \frac{\partial E}{\partial r} \right)^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Константы:  $c = 0.3$ ;  $c_1 = 5\pi/4$ ;  $c_2 = 0.2$ ;  $c_3 = 0.04$ ;  $a_E = a_\omega = 0.06$ ;  $a_\tau = 3a_E = 0.18$ ;  $\alpha_E = \alpha_\tau = 1$ ;  $\alpha_\omega = 1.4$ .

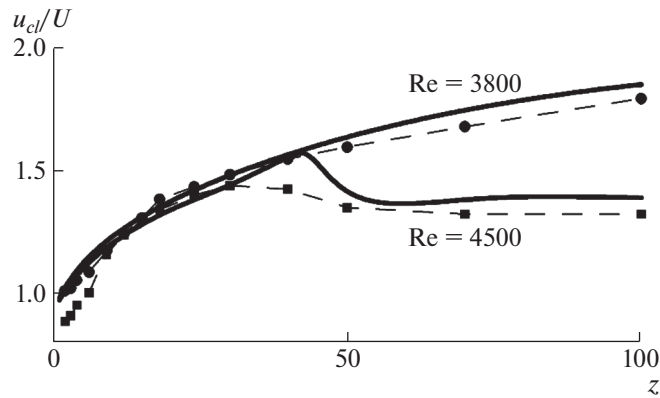
Условия на стенке, на оси трубы и на входе записываются в виде:

$$\begin{aligned} u = 0, \quad v = 0, \quad E = \frac{\partial E}{\partial r} = \tau = 0 \quad (r = D/2) \\ \frac{\partial u}{\partial r} = v = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial r} = \frac{\partial \omega}{\partial r} = \tau = 0 \quad (r = 0) \\ p = \text{const}, \quad u = u(r), \quad E = E(r), \quad L = L(r), \quad \tau = \tau(r) \end{aligned} \quad (3)$$

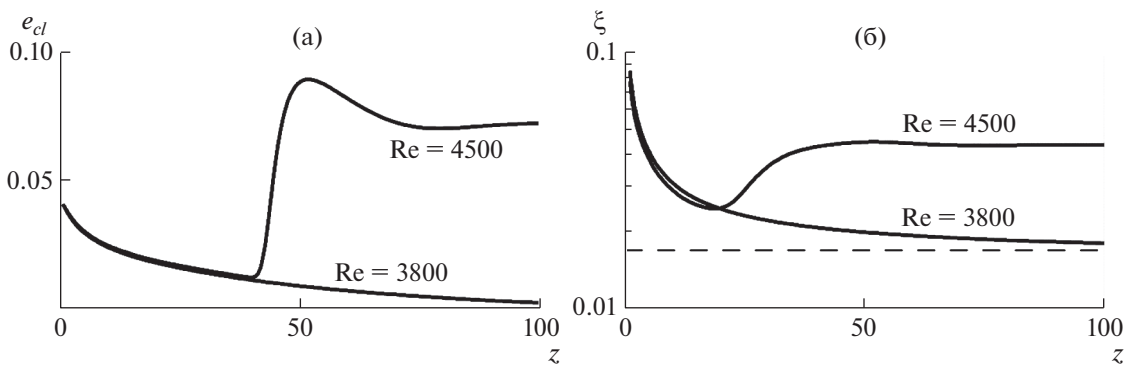
Уравнения (1)–(2) решались численно маршевым методом на основе конечно-разностной аппроксимации. Использовалась расчетная сетка с неравномерным по радиусу трубы шагом, сгущающимся вблизи стенки. Шаг по продольной координате выбирался автоматически в зависимости от заданной точности расчета.

На рис. 1 представлена расчетная схема течения. Приведенный профиль входной скорости соответствует тому, который использовался в [1] при проведении экспериментов. Внутри трубы с диаметром  $D = 2R = 30$  мм создаются два коаксиальных потока, разделенные кольцевой вставкой с диаметрами  $d_1 = 2r_1 = 28$  мм и  $d_2 = 2r_2 = 26$  мм. Пристеночный поток “1” со скоростью  $U_1$  выходит из кольцевого промежутка шириной 1 мм между вставкой и стенкой трубы. Центральный поток “2” со скоростью  $U_2$  выходит из кольцевой вставки. Отношение скоростей принято равным  $U_1/U_2 = 1.67$ , так что отношение их расходов –  $Q_1/Q_2 \approx 0.3$ .

Расчет течения (как и участок ламинаризации) начинается после кольцевой вставки (см. рис. 1). Начальные характеристики турбулентности точно не известны и могут быть заданы лишь приближенно. В центральном потоке интенсивность турбулентности определяется условиями прохождения через отверстия решетки диаметром  $d_3 = 3.3$  мм, после которых она будет достаточно высокой. Однако на длине цилиндрической вставки  $L = 200$  мм ( $L/d_2 \approx 7$ ), в начале расчетного участка, интенсивность турбулентности существенно снизится. В центральном потоке в качестве начальных условий (индекс “0”) задавалось значение интенсивности турбулентности  $e_{02} = \sqrt{E_{02}}/U_2 = 0.05$  ( $\sqrt{E_{02}}/U = 0.044$ ). Начальное значение масштаба турбулентности  $L_{02}$  в цен-



**Рис. 2.** Изменение по длине участка ламинаризации  $z = x/D$  относительной скорости потока на оси трубы  $u_{cl}/U$  для двух чисел Рейнольдса:  $Re = 3800$  и  $Re = 4500$ ; точки – эксперимент [1], линии – расчет.



**Рис. 3.** Расчетное изменение по длине  $z = x/D$  интенсивности турбулентности на оси трубы  $e_{cl} = \sqrt{E_{cl}}/U$  (а) и коэффициента сопротивления  $\xi$  (б) для двух чисел Рейнольдса:  $Re = 3800$  и  $Re = 4500$ ; штриховая линия –  $\xi = 64/Re$  для ламинарного режима течения при  $Re = 3800$ .

тральном потоке задавалось близким к диаметру отверстий решетки, так что относительный масштаб  $l_{02} = L_{02}/R = 0.2$ .

Числа Рейнольдса турбулентности центрального потока  $Re_{t02} = \sqrt{E_{02}} \cdot L_{02}/\nu = (e_{02}/l_{02}) \cdot Re/2$  для  $Re = 3800$  составило  $Re_t = 17$ , для  $Re = 4500$  –  $Re = 20$ .

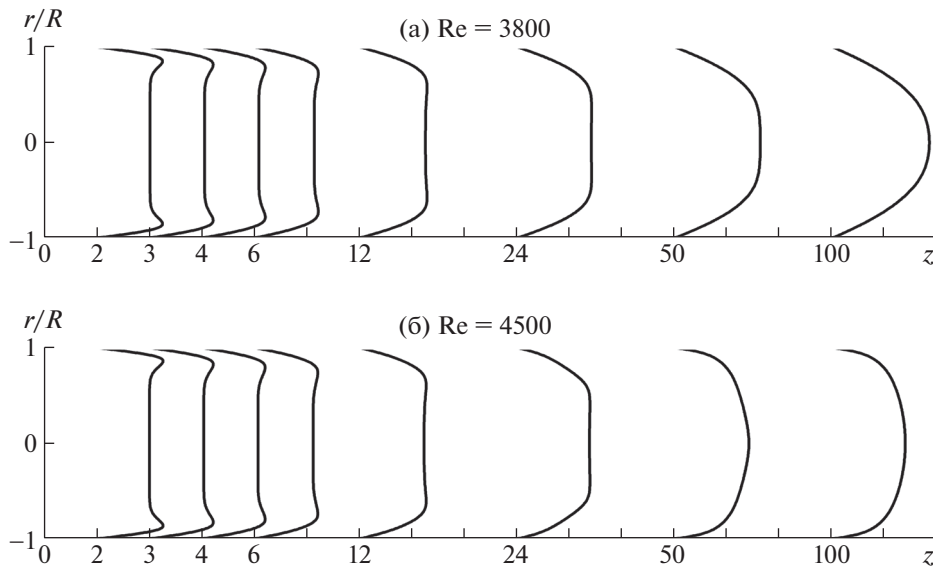
При задании начальных параметров турбулентности для периферийного потока учитывалось следующее. В зазоре между вставкой и стенкой трубы шириной 1 мм поток близок к ламинарному, и возмущения в нем можно считать минимальными. Однако при обтекании кромки вставки, толщина которой 1 мм, происходит турбулизация потока с масштабом, примерно равным толщине кромки. Для периферийного потока в расчетах принимались следующие начальные значения интенсивности  $e_{01} = \sqrt{E_{01}}/U_1 = 0.007$  ( $\sqrt{E_{01}}/U = 0.01$ ) и масштаба турбулентности  $l_{01} = L_{01}/R = 0.07$ .

Начальные значения напряжения сдвига в потоках определялись по формуле Прандтля  $\tau = -\beta\sqrt{EL}(\partial u/\partial r)$ , где согласно [16]  $\beta = 0.23$ . Профиль скорости на входе в периферийную и центральную зоны принимался однородным и линейно менялся на кромке вставки (см. рис. 1).

Расчеты выполнены при числах Рейнольдса  $Re = DU/\nu$ , приведенных в [1]. Здесь  $D$ ,  $U$ ,  $\nu$  – диаметр трубы, среднерасходная скорость потока и кинематическая вязкость воздуха.

Результаты расчетов для  $Re = 3800$  и  $Re = 4500$  для первого способа ламинаризации [1] показаны на рис. 2–7.

При  $Re = 3800$ , как и в эксперименте [1], ламинаризация достигается на длине  $z = x/D = 100$ , что подтверждает величина  $u_{cl}/U = 1.8$ , близкая к значению  $u_{cl}/U = 2$  при ламинарном режиме те-



**Рис. 4.** Расчетные профили скорости  $u/U$  для чисел Рейнольдса  $Re = 3800$  (а) и  $Re = 4500$  (б) в сечениях по длине трубы:  $z = 2, 3, 4, 6, 12, 24, 50, 100$ .

чения (рис. 2). При этом на оси трубы интенсивность турбулентности  $e_{cl} = \sqrt{E_{cl}}/U$  стремится к нулю (рис. 3а), а коэффициент сопротивления  $\xi = (8\rho U^2)(\rho v du/dr)_w$  (рис. 3б) приближается к величине  $\xi = 64/Re$ , соответствующей ламинарному течению. При тех же условиях на входе для  $Re = 4500$  на длине  $z = 100$ , как и в эксперименте [1], ламинаризация не происходила (см. рис. 2–3).

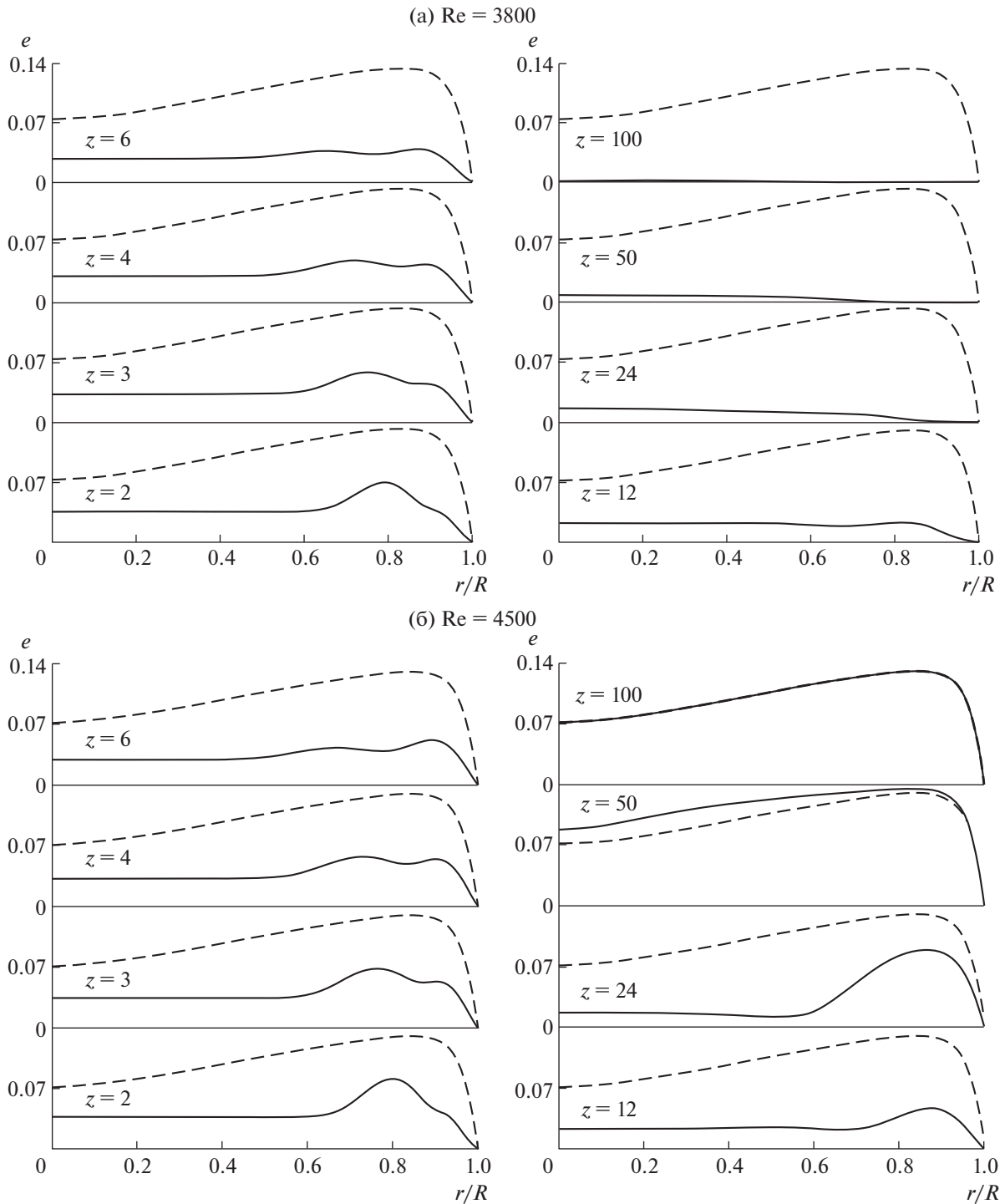
Следует отметить, что термин “достижение ламинаризации”, использованный в статье, подразумевает стремление относительной скорости  $u_{cl}/U$  и интенсивности турбулентности  $e_{cl}/U$  на оси трубы к величинам  $u_{cl}/U \rightarrow 2$  и  $e_{cl}/U \rightarrow 0$  соответственно, а коэффициента сопротивления  $\xi$  к величине  $\xi \rightarrow 64/Re$ .

На рис. 4 показано, что профиль скорости  $u/U$  при  $z = 100$  близок к профилю Пуазейля в случае ламинаризации течения ( $Re = 3800$ ) и к профилю скорости для развитого турбулентного течения для случая, когда ламинаризация не наступает ( $Re = 4500$ ).

Из рис. 5 видно, что в случае достижения ламинаризации ( $Re = 3800$ ), как и в эксперименте [1], резкое понижение интенсивности турбулентности  $e = \sqrt{E}/U$  наблюдается в области у стенки трубы. Это, согласно [1], означает вырождение турбулентности в области вблизи стенки, где в отсутствие ламинаризации генерация турбулентности максимальна.

На рис. 6 показано изменение по длине  $z = x/D$  максимума генерации турбулентности  $P_m = -(\rho \tau du/dr)_m$  (рис. 6а) и его координата  $r_m/R$  (рис. 6б) для чисел Рейнольдса, соответствующих достижению и отсутствию ламинаризации. Полученные результаты показывают, что при ламинаризации ( $Re = 3800$ ) происходит подавление генерации, и ее максимум от стенки смещается к оси трубы. Если ламинаризация не достигается ( $Re = 4500$ ), то максимум генерации растет с выходом на установившийся турбулентный режим при  $z = 100$  и положение максимума  $r_m/R$  остается вблизи стенки. Полученные результаты свидетельствуют о том, что в основе механизма ламинаризации лежит ослабление генерации пристеночной турбулентности.

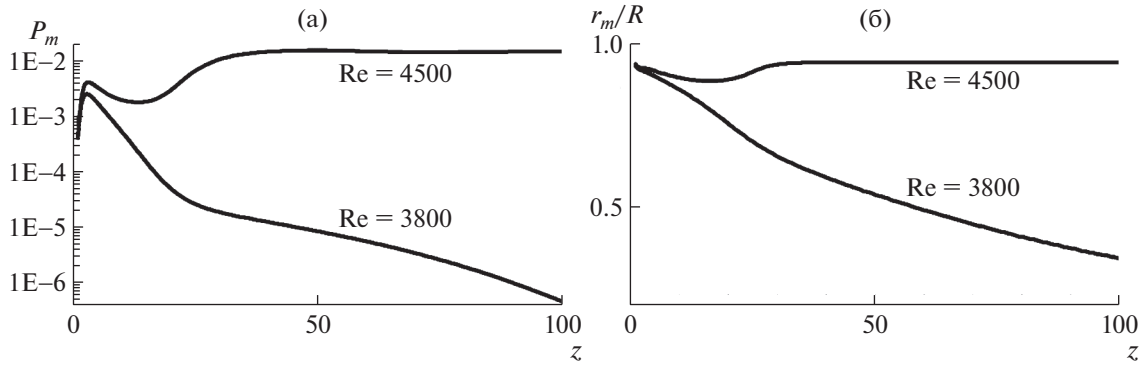
Результаты расчетов, представленные на рис. 2–6, соответствуют экспериментальным данным [1] лишь качественно, что объясняется недостатком информации о входных характеристиках турбулентности. Тем не менее эти результаты подтверждают возможность достижения ламинаризации, если поток замедлен в центральной области и ускорен в пристеночной области трубы. “Заданное число Рейнольдса  $Re = 3800$ , при котором наступает ламинаризация, соответствует полученному в эксперименте [1] при входных значениях масштаба и интенсивности турбулентности, оценка которых в расчете, за неимением экспериментальных данных, проведена приближенно”.



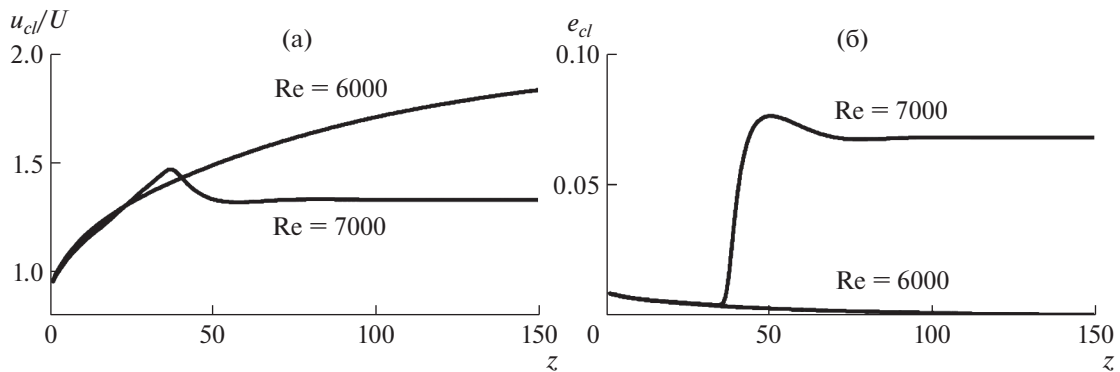
**Рис. 5.** Расчетные профили интенсивности турбулентности  $e = \sqrt{E}/U$  для чисел Рейнольдса  $Re = 3800$  (а) и  $Re = 4500$  (б) в сечениях по длине трубы:  $z = 2, 3, 4, 6, 12, 24, 50, 100$ . Штриховые линии – профили  $e$  для установившегося турбулентного режима.

Невысокое значение рассчитанного числа Рейнольдса, при котором достигается ламинаризация, объясняется высокой начальной интенсивностью турбулентности в центральном потоке, обусловленной наличием решетки с отверстиями, замедляющей поток в центральной части трубы.

В работе [1] отмечена существенная зависимость возможности ламинаризации от конструкции входного устройства. Так, при изменении диаметра отверстий в решетке кольцевой вставки



**Рис. 6.** Расчетное изменение максимальной величины генерации турбулентности  $P_m = -(\rho\tau \partial u/\partial r)_m$  (а) и координаты максимума генерации  $r_m/R$  (б) по длине  $z = x/D$  для двух чисел Рейнольдса:  $Re = 3800$  и  $Re = 4500$ .



**Рис. 7.** Расчетное изменение по длине участка ламинаризации  $z = x/D$  относительной скорости потока  $u_{cl}/U$  (а) и интенсивности турбулентности  $e_{cl} = \sqrt{E_{cl}}/U$  (б) на оси трубы для двух чисел Рейнольдса:  $Re = 6000$  и  $Re = 7000$ .

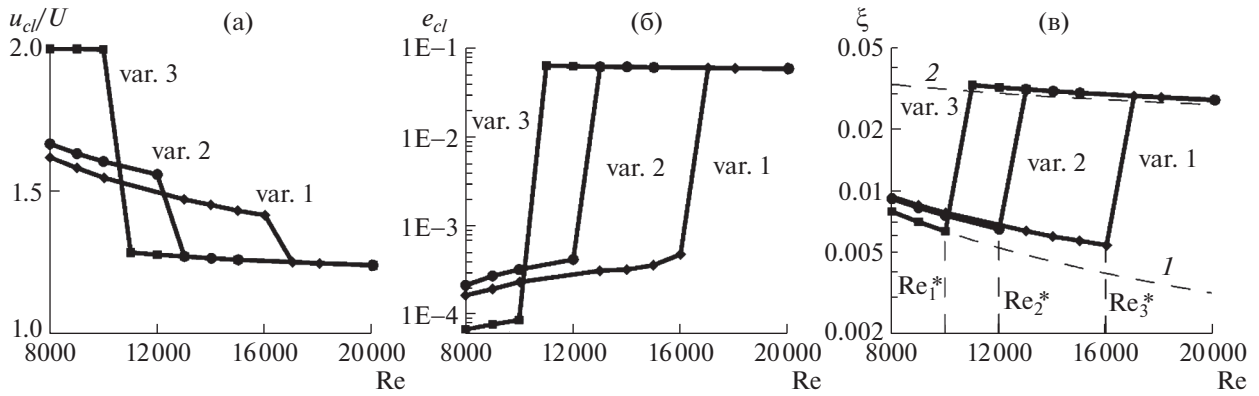
с  $d_3 = 3.3$  мм до  $d_3 \leq 2.8$  мм или  $d_3 \geq 4$  мм ламинаризация при числе Рейнольдса  $Re = 3800$  достигнута не была. При изменении диаметра отверстий решетки меняется ее пористость, а следовательно отношение скоростей спутных потоков  $U_1/U_2$  возрастает при уменьшении  $d_3$  и уменьшается при возрастании  $d_3$ . Изменяются также интенсивность  $e_{02} = \sqrt{E_{02}}/U$  и масштаб  $L_{02}/R$  турбулентности в центральной зоне на входе.

Численное исследование было проведено для двух вариантов течения, качественно соответствующих указанным выше экспериментам с уменьшенным и увеличенным диаметром отверстий решетки кольцевой вставки. В первом варианте было принято  $U_1/U_2 = 2.3$ ,  $e_{02} = \sqrt{E_{02}}/U = 0.045$ ,  $L_{02}/R = 0.18$ . Во втором варианте  $U_1/U_2 = 1.2$ ,  $e_{02} = \sqrt{E_{02}}/U = 0.07$ ,  $L_{02}/R = 0.3$ . Характеристики турбулентности на входе в пристеночном потоке при этом в обоих вариантах оставались неизменными. В обоих вариантах при числе Рейнольдса  $Re = 3800$  ламинаризации в расчете достигнуто не было.

При втором способе формирования течения уменьшение входной интенсивности турбулентности в центральной области ввиду отсутствия турбулизирующей поток решетки позволило увеличить число Рейнольдса, при котором достигалась ламинаризация течения, до  $Re = 6000$ .

Численное исследование проводилось при числах Рейнольдса:  $Re = 6000$  и  $Re = 7000$  для следующих условий на входе:  $U_1/U_2 = 1.67$ ,  $e_{02} = \sqrt{E_{02}}/U = 0.01$ ,  $l_{02} = L_{02}/R = 0.2$ ,  $e_{01} = \sqrt{E_{01}}/U = 0.01$ ,  $l_{01} = L_{01}/R = 0.1$ . Числа Рейнольдса турбулентности центрального потока составили  $Re_t = 6$  для  $Re = 6000$  и  $Re_t = 7$  для  $Re = 7000$ . Отметим, что число Рейнольдса турбулентности  $Re_t$  при дости-





**Рис. 8.** Зависимости от числа Рейнольдса  $Re = DU/\nu$  величин скорости  $u_{cl}/U$  (а), интенсивности турбулентности  $e_{cl} = \sqrt{E_{cl}}/U$  (б) на оси трубы и коэффициента сопротивления  $\xi$  (в) для трех вариантов входных устройств (линии, точки). Линия 1 –  $\xi = 64/Re$ , линия 2 –  $\xi = 0.316/Re^{1/4}$ .

жении ламинаризации с ростом числа Рейнольдса от  $Re = 3800$  до  $6000$  уменьшается с  $Re_t = 20$  до  $Re_t = 7$ .

Изменение вдоль оси трубы относительной скорости  $u_{cl}/U$  и интенсивности турбулентности  $e_{cl} = \sqrt{E_{cl}}/U$  на участке ламинаризации  $z = x/D$  представлено на рис. 7. В расчетах ламинаризация течения достигнута только при числе  $Re = 6000$ .

## 2. ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ПРОФИЛЯ ВХОДНОЙ СКОРОСТИ НА ДОСТИЖЕНИЕ ЛАМИНАРИЗАЦИИ ПРИ НИЗКОМ УРОВНЕ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ВХОДЕ

Анализ экспериментальных результатов, полученных в [1], позволяет сделать вывод, что для повышения чисел Рейнольдса, при которых достигается ламинаризация, необходимо не только снизить уровень входной турбулентности, но и сформировать на входе поток с оптимальным профилем скорости. В связи с этим предлагается численное исследование влияния формы профиля входной скорости на возможность достижения ламинаризации потока при низкой интенсивности турбулентности на входе.

Организация течения с заданным профилем скорости была продемонстрирована в работе [9] при использовании профилированных хонейкомбов из тонкостенных трубок малого диаметра, создающих турбулентность с малой интенсивностью и малым масштабом порядка диаметра трубок.

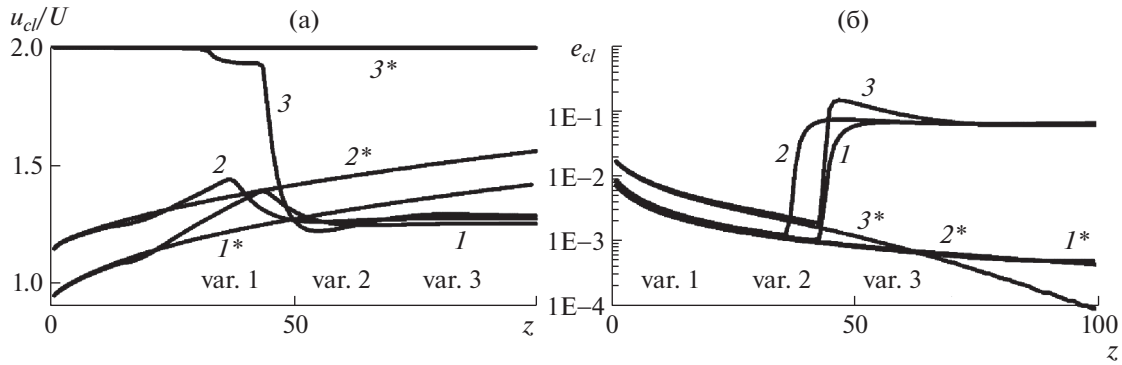
Численное исследование проведено для трех различных вариантов входных профилей скорости, форма которых представлена в таблице

- – вариант 1 – М-образный профиль, аналогичный рассмотренному в [1, 15, 16], при  $r_1/R = 0.9$ ,  $r_2/R = 0.87$ ,  $U_1/U_2 = 1.5$ ;
- – вариант 2 –  $\Lambda$ -образный профиль, аналогичный рассмотренному в [15, 16], при  $r_1/R = 0.9$ ,  $r_2/R = 0.87$ ,  $U_1/U_2 = 0.6$ ;
- – вариант 3 – параболический профиль, рассмотрен в работе [9].

Во всех расчетах задавались следующие входные характеристики турбулентности: интенсивность турбулентности  $e_0 = \sqrt{E_0}/u = 0.01$ , где  $u$  – местная скорость, средний масштаб турбулентности  $L_0/R = 0.05$ .

Параболический профиль скорости (вариант 3), реализованный в [9] с использованием хонейкомба, интересен тем, что при достижении ламинаризации профиль скорости будет стремиться к своей первоначальной форме. Расчет показал, что значение коэффициента сопротивления  $\xi$  для данного варианта на всей длине меньше, чем для других рассмотренных вариантов начальных профилей и близко к значению  $\xi = 64/Re$  для ламинарного потока.

Достижение ламинаризации при проведении расчетов, как и в [1], определялось по изменению относительной скорости  $u_{cl}/U$  (рис. 8а) и интенсивности турбулентности  $e_{cl} = \sqrt{E_{cl}}/U$  (рис. 8б) на



**Рис. 9.** Изменение по длине участка ламинаризации  $z = x/D$  относительной скорости потока  $u_{cl}/U$  (а) и интенсивности турбулентности  $e_{cl} = \sqrt{E_{cl}}/U$  (б) на оси трубы для трех вариантов входных устройств.

оси трубы, и коэффициента сопротивления  $\xi$  (рис. 8в). Расчеты проведены с изменением числа Рейнольдса с шагом  $\Delta Re = 1000$ .

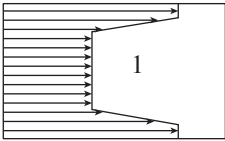
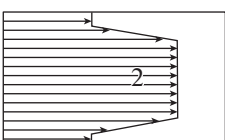
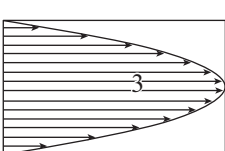
Из рис. 8 видно, что ламинаризация наступает при числах Рейнольдса в диапазоне  $Re = (16-17) \times 10^3$  для варианта 1,  $Re = (12-13) \times 10^3$  для варианта 2, и  $Re = (10-11) \times 10^3$  для варианта 3.

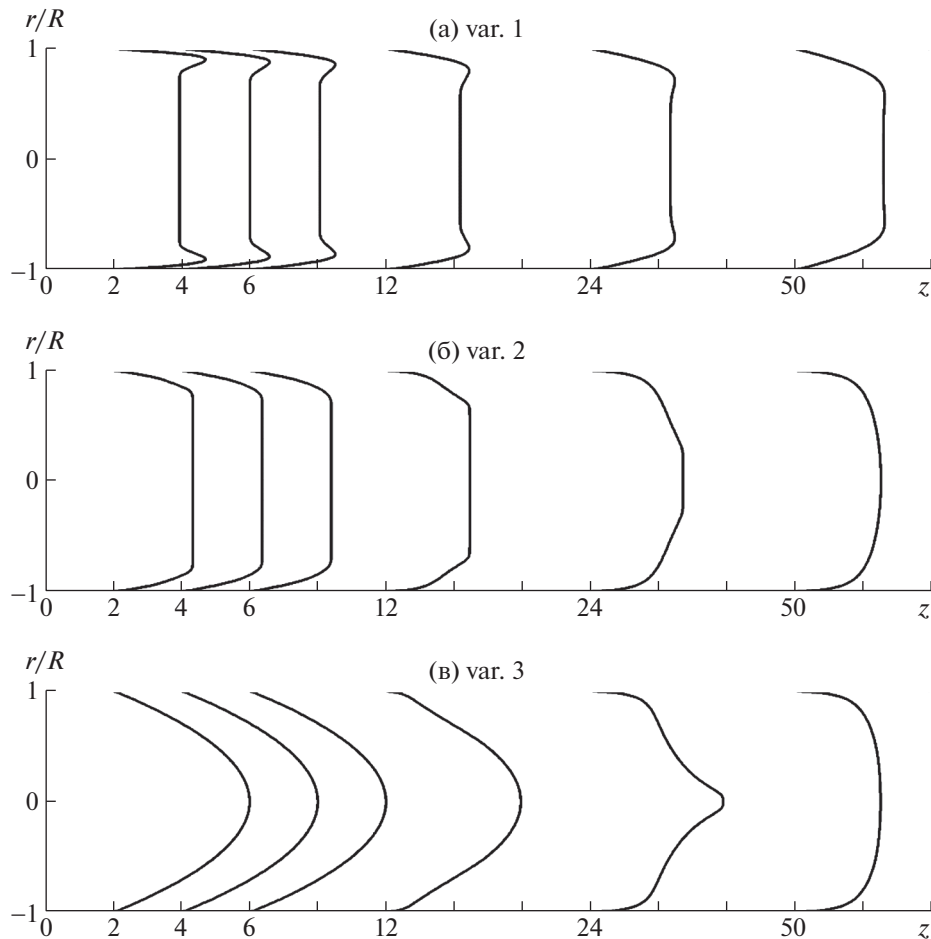
На рис. 9 представлено изменение по длине  $z = x/D$  относительной скорости  $u_{cl}/U$  (а) и интенсивности турбулентности  $e_{cl} = \sqrt{E_{cl}}/U$  (б) на оси трубы для вариантов входных профилей скорости для чисел Рейнольдса, указанных в табл. 1.

Что касается расчетов при больших значениях чисел Рейнольдса (см. рис. 9), то такие расчеты проводились и на длинах больше 100 калибров трубы. На рис. 9 представлены параметры течения в области турбулизации течения, которая имеет место при  $z \approx 50$ . При  $z > 80$  при турбулизации течения параметры практически не изменяются. В случае ламинаризации, при  $z > 100$  параметры течения меняются монотонно. Профиль скорости потока стремится к параболическому, а энергия турбулентности стремится к нулю.

Для понимания влияния рассматриваемых профилей входной скорости на развитие турбулентности проведены расчеты профилей скорости и турбулентных характеристик для ряда сече-

**Таблица 1**

Вариант входного устройства	Число Рейнольдса		Обозначения на рис. 9, 13
	$Re_1^*$	16000	1*
	$Re_1$	17000	1
	$Re_2^*$	12000	2*
	$Re_2$	13000	2
	$Re_3^*$	10000	3*
	$Re_3$	11000	3



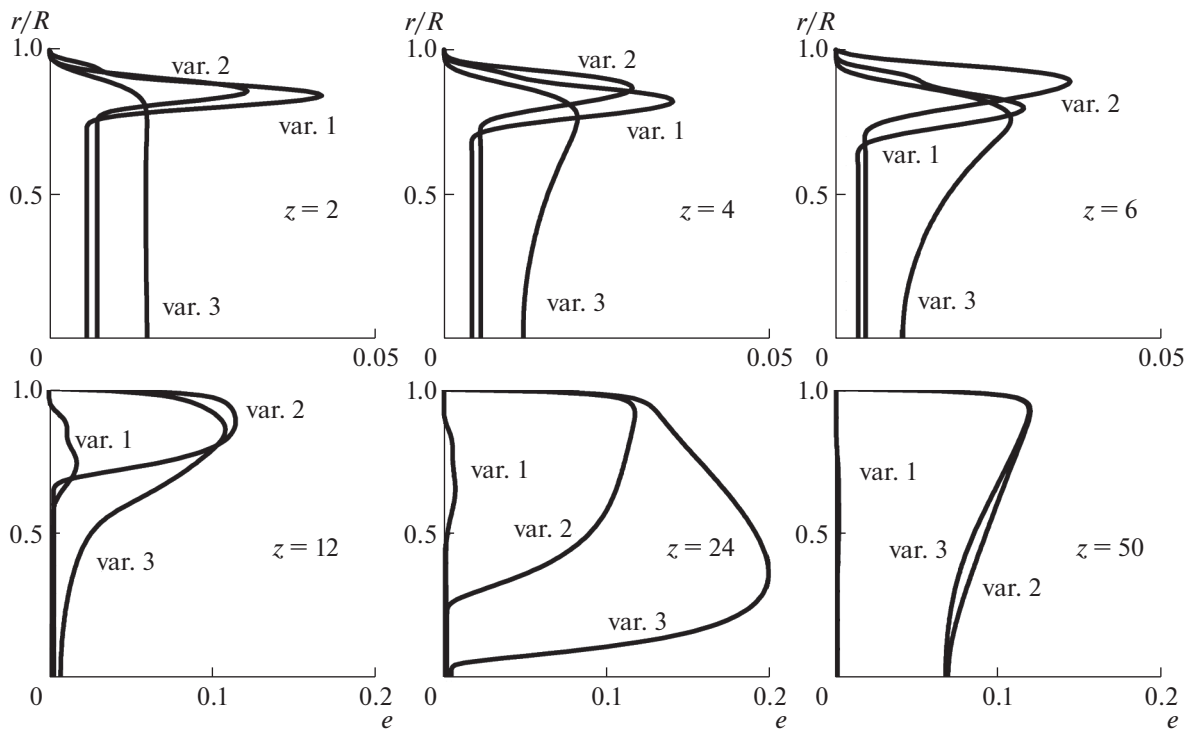
**Рис. 10.** Профили скорости  $u/U$  в сечениях по длине трубы:  $z = 2, 4, 6, 12, 24, 50$  при числе Рейнольдса  $Re = 14\,000$  для трех вариантов входных устройств: var. 1 (а), var. 2 (б) и var. 3 (в).

ний по длине трубы при  $Re = 14000$ . На рис. 10 показана относительная скорость  $\bar{u} = u/U$ , на рис. 11 – интенсивность турбулентности  $e = \sqrt{E}/U$  и на рис. 12 – напряжение сдвига  $\bar{\tau} = \tau/U^2$ .

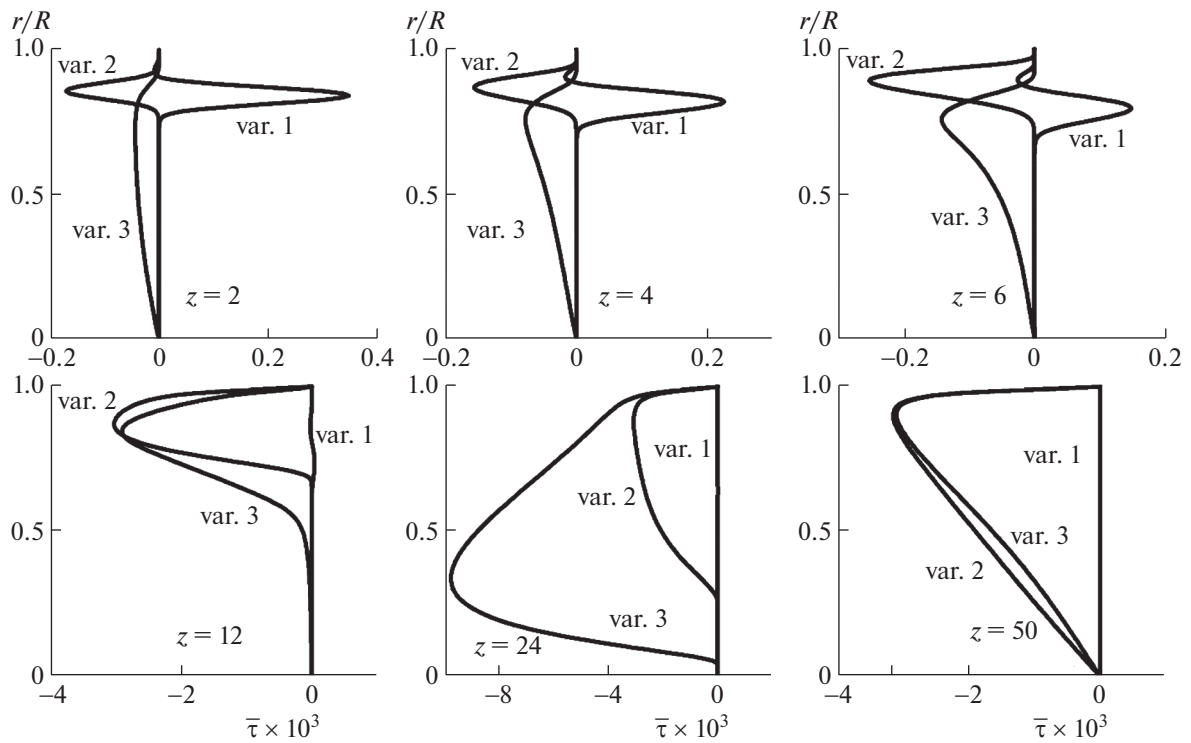
Профили скорости при  $z \leq 12$  близки к входным, и существенная перестройка профилей скорости начинается с  $z \approx 24$  и заканчивается при  $z \geq 50$  (рис. 10). При этом для вариантов входных устройств 2 и 3 профили скорости практически соответствуют развитому турбулентному течению при числе Рейнольдса  $Re = 14000$ , а для варианта 1 профиль скорости стремится к параболическому и достигает его при  $z > 100$ .

Изменение профилей интенсивности турбулентности  $e = \sqrt{E}/U$  (рис. 11) более существенно, чем профилей скорости особенно при  $z \geq 12$ . При  $z \geq 12$  для варианта 1 величина  $e$  значительно уменьшается и при  $z \geq 50$  близка к нулю. Для вариантов 2 и 3 величина  $e$  при  $z \approx 24$  значительно возрастает по всему сечению трубы и при  $z \geq 50$  близка к значениям  $e$  для развитого турбулентного течения.

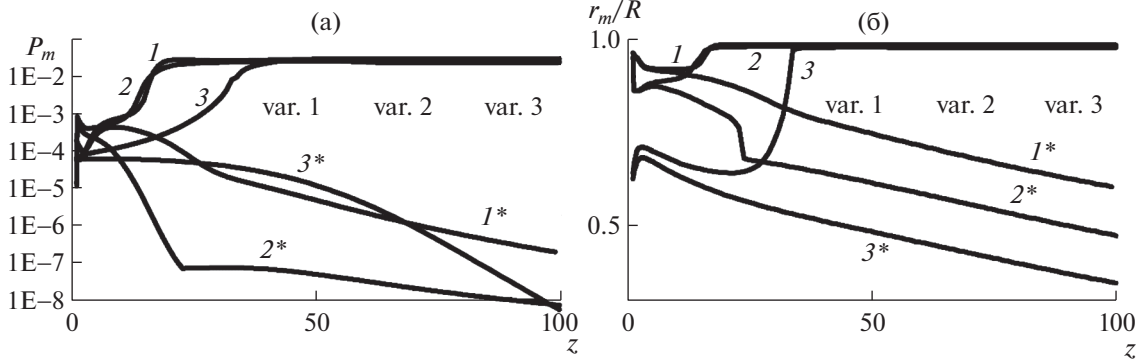
Представляет интерес полученное в расчетах изменение напряжения сдвига  $\tau = -\langle u'v' \rangle$ , входящее, наряду с производной продольной скорости  $\partial u/\partial r$ , в определение генерации энергии турбулентности  $P = -(\rho\tau \partial u/\partial r)$ . На рис. 12 представлены профили безразмерной величины напряжения сдвига  $\bar{\tau} = \tau/U^2$  в ряде сечений по длине трубы для трех вариантов начальных профилей скорости. Для течения с М-образным входным профилем скорости (вар. 1), имеющим пик скорости в пристеночной области, величина  $\bar{\tau}$  при  $z < 12$  положительна в отличие от отрицательных величин  $\bar{\tau}$  для двух других вариантов входных скоростей. При  $z \geq 12$  величина  $\bar{\tau}$  близка к нулю, в



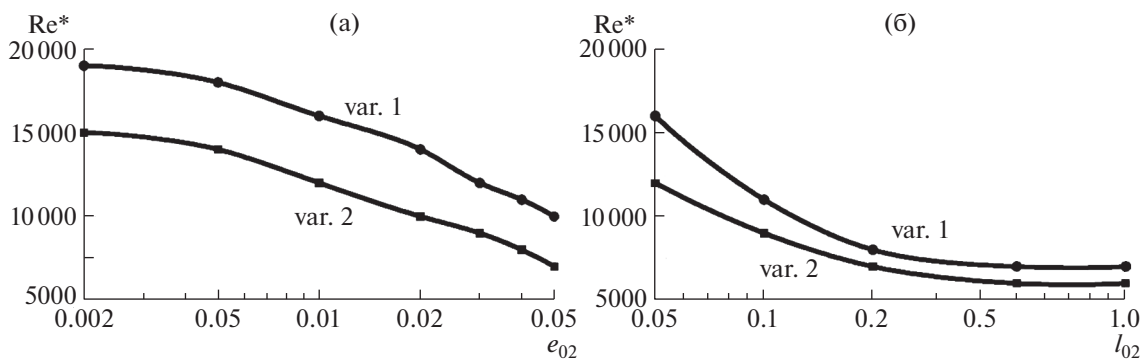
**Рис. 11.** Профили интенсивности турбулентности  $e = \sqrt{E}/U$  в сечениях по длине трубы:  $z = 2, 4, 6, 12, 24, 50$  при числе Рейнольдса  $Re = 14000$  для трех вариантов входных устройств.



**Рис. 12.** Профили напряжения сдвига  $\bar{\tau} = \tau/U^2$  в сечениях по длине трубы:  $z = 2, 4, 6, 12, 24, 50$  при числе Рейнольдса  $Re = 14000$  для трех вариантов входных устройств.



**Рис. 13.** Изменение максимальной величины генерации турбулентности  $P_m = -(\rho t \partial u / \partial r)_m$  (а) и координаты максимума генерации  $r_m/R$  (б) по длине  $z = x/D$  для трех вариантов входных устройств.



**Рис. 14.** Зависимость числа Рейнольдса ламинаризации  $Re^*$  от интенсивности турбулентности  $e_{02} = \sqrt{E_{02}}/U_2$  ( $e_{01} = 0.01, l_{01} = l_{02} = 0.05$ ) (а) и относительного масштаба турбулентности  $l_{02} = L_{02}/R$  ( $l_{01} = 0.005, e_{01} = e_{02} = 0.01$ ) (б) в центральном потоке для двух вариантов входных устройств (линии, точки).

то время как для вариантов 2, 3 при  $z \approx 24$  она существенно возрастает (по модулю) по всему сечению трубы и при  $z \geq 50$  близка к величине  $\bar{\tau}$  для развитого турбулентного течения.

Расчетные профили величины генерации турбулентности  $P = -(\rho t \partial u / \partial r)$  в ряде сечений по длине трубы для рассматриваемых вариантов входных профилей скорости показали, что генерация турбулентности для вариантов 1 и 2 максимальна в пристеночной области, где градиенты скорости велики. При  $z \geq 12$  генерация турбулентности для варианта 1 близка к нулю, в то время как для вариантов 2 и 3 при  $z \approx 24$  она существенно возрастает и при  $z \geq 50$  близка к величине для развитого турбулентного течения с максимумом вблизи стенки. Отметим, что эволюция профиля генерации турбулентности соответствует характеру изменения профиля интенсивности турбулентности (см. рис. 11).

На рис. 13 представлено изменение по длине максимума генерации турбулентности  $P_m = -(\rho t \partial u / \partial r)_m$  и его координаты  $r_m/R$ . Полученные результаты расчета, как и результаты эксперимента [1] (см. рис. 6), показывают, что при ламинаризации течения генерация подавляется, при этом ее максимум смещается от пристеночной области к оси трубы. Если ламинаризация не происходит, то по мере установления режима развитой турбулентности максимум генерации возрастает, и  $r_m/R$  остается в пристеночной области.

Начальные характеристики турбулентности в трех рассмотренных вариантах были приняты одинаковыми ( $e_0 = \sqrt{E_0}/u = 0.01, l_0 = L_0/R = 0.05$ ). Для вариантов 1 и 2 с формированием в начальном сечении двухзонного течения исследовано также влияние входных величин интенсивности турбулентности  $e_{02} = \sqrt{E_{02}}/U_2$  ( $l_{02} = L_{02}/R = 0.05$ ) и масштаба турбулентности  $l_{02} = L_{02}/R$  ( $e_{02} = \sqrt{E_{02}}/U_2 = 0.01$ ) в центральной зоне на число Рейнольдса, при котором происходит ламинаризации течения. Эти результаты показаны на рис. 14.

Уменьшение начального значения интенсивности турбулентности  $e_{02}$  в центральной зоне значительно увеличивает число Рейнольдса ламинаризации  $Re^*$  (рис. 14а). Для вар. 1 с большей скоростью потока вблизи стенки это повышение заметно больше, чем для вар. 2. Влияние на величину  $Re^*$  начального масштаба турбулентности  $l_{02}$  (рис. 14б) существенно для масштабов  $l_{02} < 0.2$ , а при  $l_{02} > 0.2$  начальный масштаб турбулентности практически не влияет на  $Re^*$ . Это свидетельствует о чувствительности результатов расчета к входному значению величины относительного масштаба турбулентности.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С использованием трехпараметрической RANS-модели турбулентности проведено численное исследование развития турбулентного течения в круглой трубе при различных входных параметрах с целью определения возможности вырождения турбулентности в потоке и достижения ламинаризации течения в круглой трубе.

При заданных значениях масштаба и интенсивности турбулентности, оценка которых в расчете, за неимением экспериментальных данных, проведена приближенно, получено удовлетворительное соответствие результатов расчетов течений с замедленным потоком в центральной и ускоренным — в пристеночной области трубы, сформированных с помощью специальных входных устройств [1], с результатами экспериментов по основным параметрам течения и числам Рейнольдса ламинаризации.

Проведено численное исследование течений с тремя вариантами неоднородных входных профилей скорости и заданной на входе мелкомасштабной турбулентностью с интенсивностью, определенной по местной скорости  $u$ ,  $e_0 = \sqrt{E_0}/u = 0.01$  и масштабом  $L_0/R = 0.05$ . Расчеты показали, что ламинаризация течения может быть достигнута при числах Рейнольдса больше 10000.

Исследованы три варианта течений с неоднородными профилями входной скорости. Наибольшее число Рейнольдса ламинаризации получено в варианте 1, экспериментально исследованном в работе [1]. В этом варианте входной поток замедлен в центральной и ускорен в пристеночной области трубы. Достигнутое число Рейнольдса ламинаризации —  $Re^* = 16000$ . Для варианта 2, где ускоренный поток в центральной области, а замедленный — в пристеночной области трубы, число Рейнольдса ламинаризации оказалось меньше  $Re^* = 12000$ . Для варианта 3 с входным параболическим профилем скорости число Рейнольдса ламинаризации оказалось наименьшим:  $Re^* = 10000$ .

Показано, что для повышения числа Рейнольдса ламинаризации необходимо уменьшить интенсивность и масштаб турбулентности в начальном сечении. Так, для варианта 1 формирующего устройства уменьшение начальной интенсивности турбулентности с  $e_0 = 1\%$  до  $e_0 = 0.5\%$  при масштабе турбулентности  $l_0 = 0.05$  величина  $Re^*$  увеличивается с 16000 до 18000.

Результаты проведенного численного исследования показывают, что независимое управление профилем скорости и характеристиками турбулентности в начальном сечении потока позволяет найти эффективное решение практических и исследовательских задач, в том числе связанных с ламинаризацией течения в трубах. Для реализации такого управления необходимо направить усилия на разработку достаточно простых и технологичных способов формирования потоков с оптимальным профилем скорости и мелкомасштабной турбулентностью с низкой интенсивностью.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 20-19-00404).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kühnen J., Scarselli D., Schaner M., Hof B. Relaminarization by steady modification of the streamwise velocity profile in a pipe // Flow Turbulence Combust. 2018. № 100. P. 919–943.
2. Scarselli D., Kühnen J., Hof B. Relaminarising pipe flow by wall movement // J. Fluid Mech. 2019. Vol. 867. P. 934–948.
3. Kühnen J., Song B., Scarselli D., Budanur N.B., Riedl M., Willis A.P., Avila M., Hof B. Destabilizing turbulence in pipe flow // Nat. Phys. 2018. V. 14. P. 386–390.

4. *Laws E.M., Livesey J.L.* Flow through screens // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1978. V. 10. №1. P. 247–266.
5. *Lumley J.L., McMahon J.F.* Reducing water tunnel turbulence by means of a honeycomb // *J. Fluids Eng.* 1967. V. 89. № 4. P. 764–770.
6. *Навознов О.И., Павельев А.А.* О переходе к турбулентности в спутных струях // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1969. № 6. С. 131–136. = *Navoznov O.I., Pavel'ev A.A.* Transition to turbulence in coflowing jets // *Fluid Dyn.* 1969. V. 4. P. 84–88.
7. *Навознов О.И., Павельев А.А., Яценко А.В.* О переходе к турбулентности в затопленных и спутных струях // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1972. № 4. С. 148–154. = *Navoznov O.I., Paveliev A.A., Yatsenko A.V.* The transition to turbulence in submerged jets and wakes // *Fluid Dyn.* 1972. V. 7. № 4. P. 672–678.
8. *Навознов О.И., Павельев А.А.* Влияние начальных условий на течение осесимметричных спутных струй // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1980. № 4. С. 18–24. = *Navoznov O.I., Pavel'ev A.A.* Influence of the initial conditions on axisymmetric jets in a parallel flow // *Fluid Dyn.* 1980. V. 15. P. 488–493.
9. *Коляда В.В., Павельев А.А.* Влияние профиля скорости на входе в круглую трубу на переход к турбулентности // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1986. № 4. С. 166–169. = *Kolyada V.V., Pavel'ev A.A.* Effect of the velocity profile at the inlet to a circular pipe on the transition to turbulence // *Fluid Dyn.* 1986. V. 21. P. 650–653.
10. *Kühnen J., Scarselli D., Hof B.* Relaminarization of Pipe Flow by Means of 3D-Printed Shaped Honeycombs // *J. Fluids Eng.* 2019. V. 141. № 11. 111105.
11. *Зайко Ю.С., Решмин А.И., Тепловодский С.Х., Чичерина А.Д.* Исследование затопленных струй с увеличенной длиной начального ламинарного участка // *Изв. РАН. МЖГ.* 2018. № 1, С. 97–106. = *Zaiko Y.S., Reshmin A.I., Teplovodskii S.K., Chicherina A.D.* Investigation of Submerged Jets with an Extended Initial Laminar Region // *Fluid Dyn.* 2018. V. 53. P. 95–104.
12. *Zaiko Y.S., Teplovodskii S.K., Chicherina A.D., Vedenev V.V., Reshmin A.I.* Formation of free round jets with long laminar regions at large Reynolds numbers // *Phys. Fluids.* 2018. V. 30. No 4. 043603.
13. *Решмин А.И., Трифонов В.В., Тепловодский С.Х.* Круглый короткий диффузор с большой степенью расширения и проницаемой перегородкой // *Изв. РАН. МЖГ.* 2012. № 5. С. 32–39. = *Reshmin A.I., Teplovodskii S.K., Trifonov V.V.* Short round diffuser with a high area ratio and a permeable partition // *Fluid Dyn.* 2012. V. 47. P. 583–589.
14. *Eckhardt B.* Introduction. Turbulence transition in pipe flow: 125th anniversary of the publication of Reynolds' paper // *Phil. Trans. R. Soc. A.* 2009. V. 367. P. 449–455.
15. *Лущик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е.* Управление турбулентными пограничными слоями: результаты экспериментов и расчетные модели. Сб. *Механика и научно-технический прогресс.* Т. 2. *Механика жидкости и газа,* М.: Наука, 1987. С. 67–89. = *Lushchik V.G., Pavel'ev A.A., Yakubenko A.E.* Turbulent boundary layer control: experimental data and theoretical models. *Mechanical engineering and applied mechanics.* 2 (Fluid mech.). 1987. P. 61–82.
16. *Лущик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е.* Турбулентные течения. Модели и численные исследования (обзор) // *Изв. РАН. МЖГ.* 1994. № 4. С. 4–27. = *Lushchik V.G., Pavel'ev A.A., Yakubenko A.E.* Turbulent flows. Models and numerical investigation. A review // *Fluid Dyn.* 1994. V. 29. № 4. P. 440–457.
17. *Лущик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е.* Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1978. № 3. С. 13–25. = *Lushchik V.G., Pavel'ev A.A., Yakubenko A.E.* Three-parameter model of shear turbulence // *Fluid Dynamics.* 1978. V. 13. № 3. P. 350–360.)
18. *Леонтьев А.И., Лущик В.Г., Макарова М.С.* Численное исследование течения в трубе с отсосом газа через проницаемые стенки // *Изв. РАН. МЖГ.* 2014. № 3. С. 74–81. = *Leont'ev A.I., Lushchik V.G., Makarova M.S.* Numerical investigation of tube flow with suction through permeable walls // *Fluid Dyn.* 2014. V. 49. P. 362–368.
19. *Лущик В.Г., Макарова М.С., Решмин А.И.* Ламинаризация потока при течении с теплообменом в плоском канале с конфузуром // *Изв. РАН. МЖГ.* 2019. № 1. С. 68–77. = *Lushchik V.G., Makarova M.S., Reshmin A.I.* Laminarization of Flow with Heat Transfer in a Plane Channel with a Confuser // *Fluid Dyn.* 2019. V. 54. P. 67–76.
20. *Makarova M.S., Lushchik V.G.* Numerical simulation of turbulent flow and heat transfer in tube under injection of gas through permeable walls // *J. Phys. Conf. Ser.* 2017. V. 891. № 012066.
21. *Люзнов Г.Л., Лущик В.Г., Макарова М.С., Якубенко А.Е.* Влияние турбулентности набегающего потока на течение и теплообмен в пограничном слое на пластине // *Изв. РАН. МЖГ.* 2012. № 5. С. 40–42. = *Lioznov G.L., Lushchik V.G., Makarova M.S., Yakubenko A.E.* Freestream turbulence effect on flow and heat transfer in the flat-plate boundary layer. *Fluid Dyn.* 2012. V. 47. P. 590–592.

22. *Никитин Н.В., Павельев А.А.* Турбулентные течения в канале с проницаемыми стенками. Результаты прямого численного моделирования и трехпараметрической модели Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 6. С. 18–26. = *Nikitin N.V., Pavel'ev A.A.* Turbulent flow in a channel with permeable walls. Direct numerical simulation and results of three-parameter model // Fluid Dyn. 1998. Vol. 33. P. 826–832.
23. *Reshmin A.I., Trifonov V.V., Teplovodskii S.K.*, 2014. Turbulent Flow in a Conical Diffuser With a Small Divergence Angle at Reynolds Numbers Less Than 2000, in: Volume 1C, Symposia: Fundamental Issues and Perspectives in Fluid Mechanics; Industrial and Environmental Applications of Fluid Mechanics; Issues and Perspectives in Automotive Flows; Gas-Solid Flows: Dedicated to the Memory of Professor Clayton T. Crowe; American Society of Mechanical Engineers.
24. *Павельев А.А., Решмин А.И.* Переход к турбулентности на начальном участке круглой трубы // Изв. РАН. МЖГ. 2001. № 4. С. 113–121. = *Pavel'yev A.A., Reshmin A.I.* Turbulent transition in the inlet region of a circular pipe // Fluid Dyn. 2001. V. 36. P. 626–633.