

УДК 532.5: 536.25: 541.18

## ВЛИЯНИЕ ТЕРМОФОРЕЗА ЧАСТИЦ НА КОНВЕКЦИЮ МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ В УЗКИХ КАНАЛАХ ПРИ ПОДОГРЕВЕ СНИЗУ

© 2023 г. А. Ф. Глухов<sup>а,\*</sup>, А. С. Сидоров<sup>а</sup>

<sup>а</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет Пермь, Россия

\*e-mail: [glua@mail.ru](mailto:glua@mail.ru)

Поступила в редакцию 22.06.2022 г.

После доработки 27.09.2022 г.

Принята к публикации 11.10.2022 г.

Анализируется влияние положительной термодиффузии коллоидных частиц при конвекции магнитных жидкостей в связанных вертикальных каналах квадратного сечения  $3.2 \times 3.2 \text{ мм}^2$  высотой 50 мм при подогреве снизу. Ниже критического числа Рэлея в покоящейся жидкости термофорез частиц по вертикали генерирует неустойчивую стратификацию плотности, что приводит к быстрому (~1 мин) всплескам концентрационной конвекции, возникающим периодически (~4 ч). Выше критического числа Рэлея при развитой конвекции термофорез частиц по горизонтали генерирует концентрационные неоднородности вблизи стенок каналов и провоцирует неустойчивость конвективного течения, приводящую к периодической (~1 ч) смене направления конвективного потока. Обсуждается причина наблюдаемой в опытах колебательной неустойчивости механического равновесия при положительном знаке коэффициента  $\text{Core}$ .

*Ключевые слова:* магнитная жидкость, тепловая конвекция, термофорез, коэффициент  $\text{Core}$

**DOI:** 10.31857/S0568528122600412, **EDN:** AICJBC

Эксперименты по изучению конвекции магнитных жидкостей (МЖ) в узких вертикальных связанных каналах при подогреве снизу обнаружили эффекты, для объяснения которых необходимо учитывать перераспределение коллоидных частиц относительно жидкой основы за счет седиментации и термодиффузии. Анализ экспериментов [1] показал, что положительная термодиффузия частиц играет ключевую роль в периодической смене направления конвективного потока. Коэффициент  $\text{Core}$ , оцененный обработкой экспериментальных термограмм, совпал по порядку величины и знаку с прямыми измерениями других авторов [2]. Теоретически влияние седиментации и термодиффузии частиц на конвекцию коллоида в полостях другой формы изучали и другие исследователи [3, 4]. Наиболее близка нашей работе статья [5], где рассматривалась задача о конвекции коллоида в узкой вертикальной ячейке Хеле-Шоу. Авторы изучают конвекцию коллоида на фоне вертикального установившегося распределения концентрации частиц, возникающего в ячейке под влиянием термодиффузии и седиментации. Мы в своем анализе, напротив, рассматриваем конвекцию в каналах на фоне изначально однородной концентрации частиц. При размерах наших каналов время установления распределения Больцмана, например, чрезвычайно большое, оно значительно больше периода тех процессов, которые мы изучаем и даже существенно больше самых длинных многосуточных экспериментов.

В настоящей работе описаны периодические кратковременные конвективные всплески, возникающие на фоне механического равновесия в подкритической области под влиянием положительной термодиффузии частиц по вертикали в подогреваемых снизу каналах. Предложен и оценен механизм, объясняющий это явление.

Дано объяснение наблюдаемой в экспериментах колебательной неустойчивости МЖ в каналах при положительном коэффициенте термодиффузии.

Описан новый подход для объяснения периодической смены направления конвекции, основанный на анализе неустойчивости течения под влиянием термофореза частиц по горизонтали на фоне развитой конвекции. Измеряя декремент температуры теряющего устойчивость тече-

ния, в эксперименте удалось определить (оценить) положительный коэффициент  $So$  для наших образцов магнитной жидкости.

## 1. КОНВЕКТИВНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ

В экспериментах использовалась установка в виде двух вертикальных параллельных каналов квадратного сечения размером  $2d = 3.2$  мм и высотой  $h = 50$  мм. Каналы вырезаны вдоль латунной пластины  $70 \times 6.2 \times 21$  мм<sup>3</sup>, расстояние по горизонтали между центрами каналов 6 мм. Каналы сверху и внизу соединялись друг с другом перемычками того же профиля, т.е. образовывался замкнутый гидравлический контур. Вертикальный градиент температуры создавался при помощи электрического нагревателя внизу и обдуваемого радиатора в верхней части пластины. Терморегулятор “Термодат 16ЕЗ” измерял дифференциальной медь-константановой термопарой заданную вертикальную разность температур  $\Delta T$  и поддерживал ее с точностью  $\pm 0.2$  К. На стенках каналов и в жидкости, находящейся в равновесии, возникало линейное по высоте распределение температуры с градиентом  $A = \Delta T/h$ . При достижении критических условий подогрева возникало конвективное течение: в одном канале восходящий теплый поток с температурой в центре, равной  $\theta$ , а в другом — нисходящее холодное течение с температурой в центре, равной  $-\theta$ , здесь  $\theta$  — отклонение температуры по горизонтали на оси канала от температуры стенки.

Интенсивность течения определяется разностью температур  $2\theta$  между центрами каналов, которая измерялась при помощи медь-константановой термопары из проводов диаметром 0.1 мм. Спаи дифференциальной термопары были установлены на высоте  $h/2$  на осях каналов, а ее сигнал измерялся цифровым прибором “Термодат 29БМ1” с разрешением 0.01°C. Приборы подключались к USB порту компьютера, показания термопарных датчиков снимались программой TermodatNet и сохранялись в виде термограмм.

Эксперименты проводились с магнетитовыми магнитными жидкостями, стабилизированными олеиновой кислотой. В качестве жидкой основы использовался либо керосин, либо ундекан. Приведем параметры одного из образцов МЖ, применявшихся в экспериментах. Плотность жидкости  $\rho = \rho_u + C(\rho_m - \rho_u)$  связана с объемной концентрацией частиц  $C$ , плотностью ундекана  $\rho_u = 0.74$  г/см<sup>3</sup> и магнетита  $\rho_m = 5.2$  г/см<sup>3</sup>. Коэффициент плотности определялся как

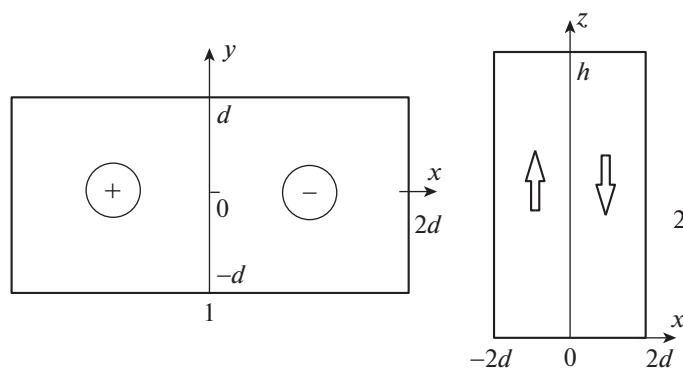
$$\beta_c = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dC} = \frac{(\rho_m - \rho_u)}{\rho} = 3.1$$

Числовое значение  $\beta_c$  получено для МЖ на основе ундекана  $\rho = 1.46$  г/см<sup>3</sup> и  $C_0 = 0.16$ . Другие свойства этого образца: радиус частиц  $r = 6$  нм, теплопроводность жидкости  $0.25$  Вт · м<sup>-1</sup> · К<sup>-1</sup>, температурный коэффициент плотности  $\beta_t = 1.0 \times 10^{-3}$  К<sup>-1</sup>, температуропроводность  $\chi = 1.1 \times 10^{-7}$  м<sup>2</sup> · с<sup>-1</sup>, вязкость  $\nu = 5.8 \times 10^{-6}$  м<sup>2</sup> · с<sup>-1</sup>. Частица покрыта защитной оболочкой толщиной 2 нм и плотностью  $\rho_z = 0.9$  г/см<sup>3</sup>. Скорость седиментации частиц с учетом защитной оболочки найдена по формуле Стокса  $v_s = 3.2 \times 10^{-11}$  м/с, а коэффициент диффузии при вязкости  $\eta = 0.0085$  Па · с оценен формулой Эйнштейна  $D = 3.2 \times 10^{-12}$  м<sup>2</sup> · с<sup>-1</sup>.

Приведем также безразмерные параметры образца МЖ для использования в численных расчетах термодиффузионный параметр  $\varepsilon = S_t C_0 (1 - C_0) \beta_c / \beta_t = 83$ , где  $S_t = 0.2$  К<sup>-1</sup> — коэффициент  $So$ , числа Шмидта  $S = \nu/D = 1.8 \times 10^6$  и Прандтля  $P = \nu/\chi = 53$ .

Чтобы понять поведение такой сложной среды, как магнитная жидкость, полезно рассмотреть ее конвективную устойчивость в однородном по концентрации состоянии при  $C = C_0$ . Рассмотрим конвективную неустойчивость равновесия однородной жидкости в каналах, взяв за основу уравнения и исследования [6]. Сечение каналов показано на фрагменте 1 рис. 1. Каналы бесконечно длинные, подогреваются снизу и в равновесии задан вертикальный линейный профиль  $T_0 = -A \cdot z + \text{const}$ , здесь  $A$  — градиент температуры. Возмущения температуры  $T$  и скорости  $v$  для однородной жидкости являются монотонными  $\sim \exp(-\lambda t)$  и справедливо условие замкнутости потока  $v_1 = -v_2$ , т.е. жидкость поднимается в одном канале и опускается в другом. Линейные уравнения для безразмерных амплитуд возмущений равновесия таковы:

$$\begin{aligned} \Delta V + Ra \cdot T &= 0 \\ \Delta T + V &= 0 \end{aligned} \quad (1.1)$$



**Рис. 1.** Связанные каналы квадратного сечения: 1 – горизонтальное сечение каналов, (+) – течение вверх, (–) – течение вниз; 2 – вертикальный срез каналов конечной высоты.

Символом  $\Delta$  обозначен плоский лапласиан в сечении каналов. Число Рэлея определено через параметры жидкости следующим образом:

$$Ra = \frac{g\beta_t}{\nu\chi} Ad^4 \quad (1.2)$$

в качестве единиц выбраны: размер –  $d$ ; время –  $d^2/\nu$ ; скорость –  $d/\nu$  и температура  $Ad$ . Граничные условия  $V = T = 0$ , при  $x = \pm 2$  и  $y = \pm 1$ , т.е. стенки каналов высокотеплопроводные, что для обсуждаемых экспериментов с каналами, вырезанными в латуни, выполняется очень хорошо.

Решение уравнений (1.1) имеет вид гармонических профилей скорости и температуры в сечении каналов. Наиболее опасные возмущения для устойчивости равновесия таковы

$$V(x, y) = V_0 \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{2}\right), \quad T(x, y) = \Theta \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{2}\right) \quad (1.3)$$

Подставляя (1.3) в (1.1), получаем критическое число Рэлея – порог конвекции

$$Ra_0 = \frac{g\beta_t}{\nu\chi} \frac{\Delta T_0}{h} d^4 = \frac{\pi^4}{4} = 24.35 \quad (1.4)$$

Течения с более сложным профилем скорости и температуры не рассматриваются, т.к. соответствующие критические числа Рэлея на порядки превышают  $Ra_0$ .

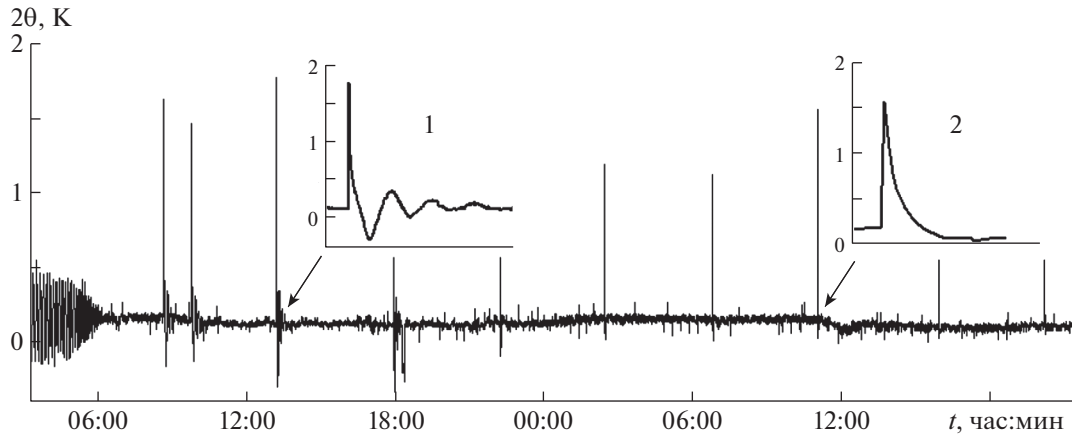
Так называемый конвективный параметр для описанного выше образца магнитной жидкости на основе ундекана с концентрацией  $C_0 = 0.16$  равен  $g\beta_t \nu^{-1} \chi^{-1} = 1.5 \times 10^{10} \text{ K}^{-1} \cdot \text{м}^{-3}$ , критическая разность температур измерена в опытах и равна  $\Delta T_0 = 9.0 \text{ K}$ , что соответствует критическому числу Рэлея в эксперименте  $Ra_e = 18$ . Другие образцы с другой концентрацией частиц давали в эксперименте приблизительно такое же критическое число Рэлея.

Монотонное возбуждение конвекции МЖ в экспериментах можно было наблюдать только после весьма тщательного перемешивания жидкости. Обычно в опытах наблюдалась колебательная неустойчивость равновесия. Это означает, что к моменту начала эксперимента в каналах имеется начальная устойчивая стратификация плотности.

Наличие коллоидных частиц в МЖ качественно меняет картину устойчивости механического равновесия и картину конвективных течений. В частности, конвективное течение МЖ наблюдалось даже в области ниже критического числа Рэлея (1.4), где однокомпонентная жидкость должна находиться в состоянии механического равновесия.

## 2. ПОДКРИТИЧЕСКИЕ КОНВЕКТИВНЫЕ ВСПЛЕСКИ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОЛЛОИДНЫХ ЧАСТИЦ ПО ВЫСОТЕ КАНАЛОВ

На рис. 2 показана термограмма  $2\theta(t)$ , полученная в подкритической области при  $\Delta T = 7.0 \text{ K}$  в экспериментах с магнитной жидкостью  $C_0 = 0.12$  на основе керосина. В этом образце скорость седиментации частиц  $v_s = 4.1 \times 10^{-11} \text{ м/с}$ , коэффициент диффузии  $D = 4.2 \times 10^{-12} \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ , число



**Рис. 2.** Периодические всплески концентрационной конвекции ниже порога тепловой конвекции ( $Ra < Ra_0$ ) в магнитной жидкости  $C_0 = 0.12$ ; на фрагментах всплески крупно, 1 – интервал 25 мин, 2 – интервал 5 – мин.

Прандтля  $P = 42$ , число Шмидта  $S = 9 \times 10^5$  и конвективный параметр  $g\beta_r v^{-1} \chi^{-1} = 2.3 \times 10^{10} \text{ K}^{-1} \cdot \text{M}^{-3}$ . Критическая разность температур у этого образца  $\Delta T_o = 7.7 \text{ K}$ . На термограмме видно, что конвекция прекратилась через затухающие колебания, так, что после 06:00 жидкость находится ниже порога конвекции в состоянии механического равновесия, но под влиянием вертикального температурного градиента, направленного вниз. На графике видно, как периодически самопроизвольно и кратковременно равновесие нарушается и вспыхивает конвективное течение. Такие кратковременные всплески конвекции наблюдались более суток, а их период был стабильным и равным  $\tau = (2.7 \pm 0.1) \times 10^2 \text{ мин}$ .

Для объяснения наблюдаемого явления рассмотрим распределение коллоидных частиц по высоте каналов, возникающее благодаря седиментации и термодиффузии. В условиях отсутствия конвекции в вертикальных каналах коллоидные частицы движутся под действием силы тяжести, силы Архимеда и силы Сорэ, которую можно формально ввести как причину термофореза частиц  $\mathbf{F}_s = -6\pi\eta r S_r DA$ .

Скорость частицы устанавливается в результате баланса этих сил и силы трения Стокса и складывается из термодиффузионного дрейфа  $v_t$  и скорости седиментации  $v_s$ :

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_t + \mathbf{v}_s = -S_r DA + \frac{2r^2(\rho_m - \rho_u)\mathbf{g}}{9\eta}.$$

Эксперименты [1, 2] показывают, что для МЖ, стабилизированных поверхностно-активным веществом, коэффициент Сорэ  $S_r$ , является положительным, поэтому при подогреве снизу мы имеем дрейф частиц вверх за счет термофореза, а седиментация двигает частицы вниз. Итоговое направление потока определяется тем, какой из процессов сильнее. Уравнение, определяющее кинетику числовой плотности частиц  $n$ , остается таким же, как и при действии только седиментации [7] без термофореза

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} + v \frac{\partial n}{\partial z}, \quad D \frac{dn}{dz} + v \cdot n = 0, \quad z = 0, h; \quad t > 0 \quad (2.1)$$

Стационарное решение (2.1) выглядит как обычное распределение Больцмана

$$n = n_0 \frac{hl^{-1}}{1 - \exp(-hl^{-1})} \exp\left(-\frac{z}{l}\right) \quad (2.2)$$

однако теперь характерная длина  $l = -D/v$  зависит не только от скорости Стокса, но и от скорости термодиффузионного дрейфа частиц, содержит коэффициент Сорэ и может быть отрицательной:

$$l = \frac{D}{S_r DA + 2r^2 g(\rho_m - \rho_u)(9\eta)^{-1}} \quad (2.3)$$

При отсутствии нагрева ( $A = 0$ ) мы получаем из (2.3) обычную седиментационную длину  $l_s$ . В нашем случае для керосинового образца МЖ с концентрацией  $C_0 = 0.12$  эта длина равна  $l_s = 12$  см.

В случае слабой седиментации из (2.2) получается термодиффузионный профиль

$$n = n_0 \frac{S_l A h}{1 - \exp(-S_l A h)} \exp(-S_l A z) \quad (2.4)$$

и можно ввести понятие термодиффузионной длины  $l_t = (S_l A)^{-1}$ .

Формула (2.4) годится для любого образца в условиях невесомости и пригодна для нашего образца при величине нагрева чуть ниже, чем порог устойчивости равновесия (1.4). Действительно, при нагреве каналов снизу с градиентом  $A = -1.5$  К/см и коэффициенте Соре  $S_l = 0.2$  К<sup>-1</sup> эта длина равна  $l_t = -3.2$  см, т.е. скорость термодиффузионного дрейфа частиц вверх в четыре раза больше скорости седиментации, и мы должны наблюдать накопление частиц в верхней части каналов. При этом в нашем случае стационарное распределение частиц (2.4) характеризуется пятикратной разницей концентрации между верхом и низом каналов, что соответствует неустойчивой стратификации плотности с концентрационным числом Рэлея  $Ra_c \sim 3 \times 10^7$

$$Ra_c = \frac{g\beta_c}{\nu D} \nabla C \cdot d^4 \quad (2.5)$$

Для возникновения концентрационной конвекции в каналах достаточно превысить критическое концентрационное число Рэлея  $Ra_{c0} = \pi^4/4 = 24$  (использована аналогия с тепловой конвекцией). Сравнивая последние два числа, легко согласиться, что стационарное распределение частиц (2.4) при положительной термодиффузии не может быть достигнуто, т.к. является неустойчивым для концентрационной конвекции и “обрушится” задолго до установления стационарного профиля.

Описанное явление было впервые замечено в численных экспериментах [8], где при изучении конвекции бинарной смеси в каналах ниже порога возбуждения конвекции (1.4) наблюдались так называемые “пикообразные выбросы”. В расчетах использовался термодиффузионный параметр бинарной смеси  $\epsilon$  на порядок меньше, чем у раствора сульфата натрия в воде, однако в лабораторных опытах с этим раствором также удалось зафиксировать кратковременные всплески конвекции ниже порога неустойчивости равновесия.

Механизм явления следующий, величина температурного градиента близка к критическому значению и термофорез по вертикали способствует переходу через эту критическую точку, так как увеличивает уже имеющийся градиент плотности, направленный вверх. Жидкость начинает конвективное течение, концентрационный градиент за счет концентрационной конвекции инвертируется-опрокидывается в устойчивое положение, более концентрированные элементы оказываются внизу. Система вновь попадает в устойчивую подкритическую область, и процесс повторяется.

Критический перепад температуры для обсуждаемого образца  $\Delta T_0 = 7.7$  К, т.е. система на рис. 2 находится в 10% от кризиса. Чтобы равновесие потеряло устойчивость, термофорез должен увеличить градиент плотности, направленный вверх на эти же 10%. Концентрационное число Рэлея должно увеличиться на  $\Delta Ra_c = 0.1\pi^4/4 \sim 2$ . Проверим это следующей оценкой – термодиффузионный поток частиц вверх увеличивает  $C$  в верхней части каналов и уменьшает в нижней. За время  $\tau$  верхняя половина канала увеличит концентрацию на  $\Delta C \sim 2C_0 v_t \tau / h \sim 10^{-5}$  и эта добавка будет сосредоточена в слое толщиной  $\sim v_t \tau$  в самом верху канала. В нижней части канала в таком же слое  $\sim v_t \tau$  концентрация уменьшится на величину  $\Delta C$ . Концентрационная конвекция определяется неоднородностями концентрации поэтому, чтобы оценить эффективный концентрационный градиент  $B_e$ , запишем линейную зависимость концентрации с высотой  $C = C_0(1 + B_e z)$ . Далее определим среднюю неоднородность концентрации в канале для такого мысленного линейного распределения  $\delta C_1 = C_0 B_e h / 2$ . Аналогично найдем реальную неоднородность, используя оценки  $\Delta C$  и их локализацию  $\delta C_2 = 2\Delta C v_t \tau / h = 4C_0 (v_t \tau / h)^2$ . Приравнявая неоднородности  $\delta C_1 = \delta C_2$ , можно оценить эффективный градиент величиной  $B_e = 8(v_t \tau)^2 / h^3 \sim 4 \times 10^{-7}$  м<sup>-1</sup>. В итоге получаем ожидаемый прирост концентрационного числа Рэлея  $\Delta Ra_c \sim 3$ . В оценках использован конвективный параметр МЖ для концентрационной конвекции  $g\beta_c \nu^{-1} D^{-1} = 1.4 \times 10^{18}$  м<sup>-3</sup>.

### 3. КОЛЕБАТЕЛЬНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ РАВНОВЕСИЯ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ В ДЛИННЫХ КАНАЛАХ

В экспериментах механическое равновесие почти всегда нарушалось через колебательные возмущения, что говорит о том, что в каналах к моменту начала конвекции имелся вертикальный концентрационный градиент с устойчивой стратификацией плотности. Соответствующее концентрационное число Рэлея определяется формулой (2.5).

В магнитной жидкости число Прандтля много меньше, чем число Шмидта. Для такого предельного случая в каналах тепловое критическое число Рэлея и частоту колебаний можно записать по аналогии с выражением, полученным в [6] для конвекции бинарной смеси в вертикальном слое. При  $S \gg P$  для каналов получаем нейтральную кривую колебательной неустойчивости и частоту колебаний

$$Ra = Ra_o + Ra_c \frac{P}{S} \quad (3.1)$$

$$\omega^2 = \frac{\pi^4 \chi^2 \beta_c \nabla C}{4d^4 \beta_t A}$$

Начальные градиенты концентрации образуются случайным образом за счет седиментации или оседания уже имеющихся, наведенных конвекцией неоднородностей. Время жизни (диффузионного рассасывания) такого неравновесного распределения частиц сравнимо со временем образования распределения Больцмана  $\tau_D \sim h^2/D/\pi^2$  и в нашем случае это время порядка года. Имеющийся к началу любого опыта случайный концентрационный градиент можно оценить через частоту переходного процесса  $f$ , происходящего при перепаде температур  $\Delta T$

$$\nabla C = f^2 \frac{16d^4 \beta_t \Delta T}{\pi^2 \chi^2 \beta_c h} \quad (3.2)$$

В результате случайные, полученные в опытах критические перепады температур и случайные частоты переходного процесса укладываются на вполне регулярную зависимость рис. 3. По оси абсцисс отложена величина  $(\mu - 1)/\mu$ , где  $\mu = Ra/Ra_o = \Delta T/\Delta T_o$  относительное число Рэлея, при котором наступила колебательная неустойчивость. Сплошная линия на рис. 3 соответствует теоретической формуле

$$f^2 = \frac{\pi^2 \chi^2 (\mu - 1)}{16d^4 \mu} \quad (3.3)$$

которую можно получить из (3.1) и (3.2), используя концентрационное число Рэлея (2.5) и критическое число Рэлея (1.2), взятое при критической разности температур  $\Delta T_o$ .

Чтобы дать представление о величине концентрационных градиентов и о соответствующих числах Рэлея  $Ra_c$ , оценим их для наибольшей частоты  $f^2 = 4.3 \times 10^{-4} \text{ с}^{-2}$ , наблюдавшейся при  $\Delta T = 9.8 \text{ К}$  в керосиновой МЖ с критическим перепадом  $\Delta T_o = 5.9 \text{ К}$ . Используя (3.2), находим градиент концентрации  $\sim 2 \times 10^{-2} \text{ м}^{-1}$  и число Рэлея  $Ra_c \sim 2 \times 10^5$ . Наличие концентрационных градиентов увеличивает тепловое число Рэлея для наступления кризиса механического равновесия (3.1) на величину  $Ra_c P/S$ , поэтому критический перепад температуры, при котором возникла колебательная неустойчивость равновесия, также меняется в меру этих градиентов. Для обсуждаемой точки  $Ra_c P/S \sim 10$ , что соответствует  $\mu = 1.4$ , т.е. критическая  $\Delta T$  должна была вырасти на 40%, а в опыте получилось 60%.

Случайные градиенты концентрации в наших экспериментах на порядки меньше равновесного градиента в распределении Больцмана  $\sim 1 \text{ м}^{-1}$ , но их достаточно, чтобы обеспечить колебательное возбуждение конвекции МЖ в каналах.

Отметим, что частота переходных колебаний не зависит от диффузионных и термодиффузионных свойств МЖ, а определяется шириной каналов  $d$  и температуропроводностью жидкости  $\chi$  (3.3), т.е. обсуждаемые колебания имеют качественно иную природу, чем периодические процессы, описанные ниже.

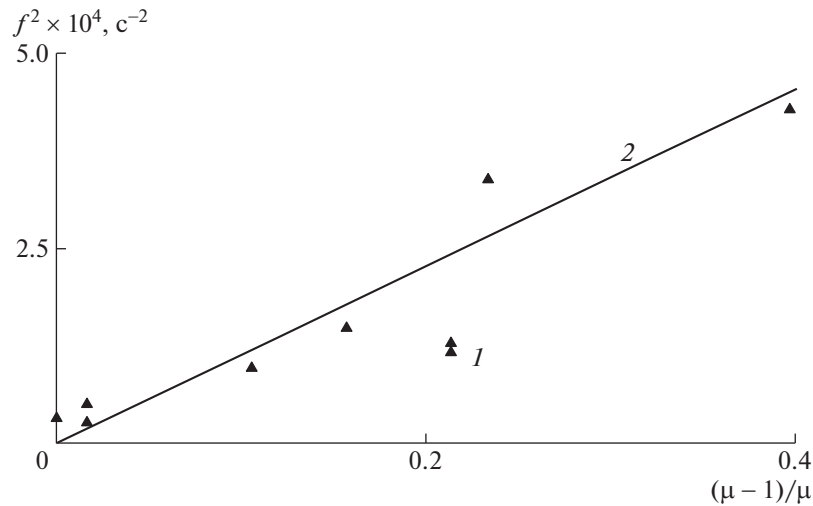


Рис. 3. Частота переходного процесса при колебательной неустойчивости МЖ в зависимости от относительного числа Рейля  $\mu$ ; 1 – эксперимент ( $C_0 = 0.12$ ,  $\Delta T_0 = 5.9$  К); 2 – теория, формула (3.3).

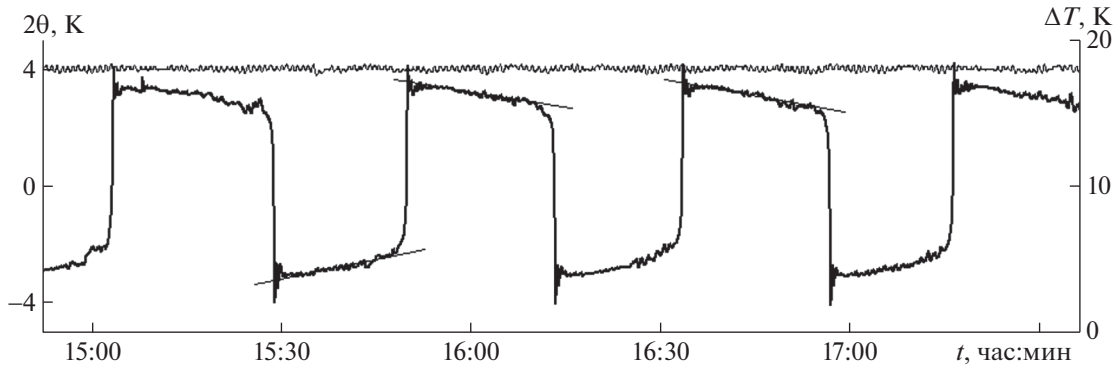


Рис. 4. Периодическая смена направления конвекции магнитной жидкости в каналах: левая ось – конвективная разность температур между каналами  $2\theta$ , К; правая ось – заданная вертикальная разность температур  $\Delta T$ , К.

#### 4. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛАХ КОНЕЧНОЙ ВЫСОТЫ

Еще одна особенность конвективного течения коллоида показана на рис. 4, где приведена термограмма  $2\theta(t)$ , полученная в надкритической области при  $\Delta T = 18$  К в экспериментах с ундекановой МЖ концентрацией  $C_0 = 0.16$ . Свойства этого образца были подробно описаны в разделе 1. В отличие от однокомпонентной жидкости, где мы в опытах наблюдаем стационарное конвективное течение, в коллоидной жидкости мы видим периодическую смену направления конвекции. Причина этого явления также связана с термофорезом, но с термофорезом частиц нормально стенкам каналов, за счет горизонтальных температурных градиентов, наведенных конвекцией.

В линейной теории возмущения равновесия (1.3) в бесконечно высоких каналах неограниченно растут со временем экспоненциальным образом. В экспериментах это не так, в однокомпонентной жидкости рост возмущений всегда завершается стационарным течением. Реальные лабораторные каналы хотя и достаточно длинные, но имеют конечную высоту  $h$  (фрагмент 2 рис. 1). На стыках каналов вверху и внизу следует согласовать температуру горячего поднимающегося потока и холодного опускного течения. В результате линейный температурный профиль вблизи стыков каналов искажается, движущая подъемная сила замедляет свой рост и возникает стационарное течение.

В каналах 1 (левый) и 2 (правый) безразмерной высотой  $H = h/d$ , на стыках следует задать условие непрерывности температуры  $\Theta_1(0) = \Theta_2(0)$  и  $\Theta_1(H) = \Theta_2(H)$ . При этом профили скорости и температуры в сечении каналов остаются прежними (1.3), а вертикальный профиль температуры выглядит иначе [9]

$$T(x, y, z) = -\frac{z}{H} + \Theta_{1,2}(z) \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi y}{2}\right) \quad (4.1)$$

Вид распределений температуры  $\Theta_{1,2}(z)$  по вертикали, а также зависимость скорости течения  $V$  от числа Рэлея для однокомпонентной жидкости получены в названной работе и совпали с экспериментально наблюдаемыми вертикальными распределениями температуры и измерениями скорости конвекции.

Вблизи стыков профиль температуры искривляется, соединяясь с распределением температуры для противоположного канала. При этом для вертикальных распределений выполняется условие симметрии  $\Theta_1(z) = -\Theta_2(H - z)$ .

Критическое число Рэлея  $Ra_o$  теперь зависит от высоты каналов  $H$   $Ra_o = \pi^4(1 - \text{th}(\pi H/2\sqrt{2})/(\pi H/2\sqrt{2}))^{-1}/4$ . При  $H = 31.2$  критическое число  $Ra_o = 23.7$ . Для малых надкритичностей при  $\mu - 1 \ll 1$  ( $\mu = Ra/Ra_o = \Delta T/\Delta T_o$ ) из [9] получаются формулы зависимости скорости и температуры в центре каналов от числа Рэлея

$$\begin{aligned} V_o &= \pm \frac{9\pi^4 H}{256P} \left(\frac{\mu - 1}{\mu}\right) \\ \Theta_{1,2}\left(\frac{H}{2}\right) &= \pm \frac{9\pi^2}{128} \left(\frac{\mu - 1}{\mu}\right) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Характерная особенность распределения температуры  $\Theta(z)$ , состоит в том, что, при небольших надкритичностях (в нашем случае до  $\mu = 1.2$ ) температура  $\Theta$  однородна вдоль большей части длины каналов и совпадает с (4.2). Знак задает направление конвективного течения, которое в опытах с однокомпонентными жидкостями реализуется случайным образом.

На большей части сечения каналов скорость конвекции  $v$  значительно превышает скорость термодиффузионного дрейфа  $v_t$ . Только вблизи стенок каналов скорости  $v_t$  могут сравниться со скоростью конвекции  $v$ . Эксперименты с МЖ в каналах проводятся с предварительно перемешанной жидкостью  $C = C_o = \text{const}$ . Термодиффузионные потоки появляются сразу вслед за установлением температурного профиля (4.1), (4.2) и можно отследить их начальную динамику.

Характерная особенность наблюдавшихся колебаний видна на рис. 4. На каждом из полупериодов имеется почти линейный во времени процесс уменьшения интенсивности течения, прежде чем произойдет резкий быстрый переход на противоположную конвективную ветвь. Коллоидные частицы участвуют в двух движениях, они перемещаются вертикально вверх вдоль канала вместе с жидкой частицей и одновременно дрейфуют горизонтально в более медленные и более холодные слои благодаря положительной термодиффузии. В канале с течением вниз картина обратная, частицы дрейфуют от горячей стенки в направлении холодной оси канала.

Найдем выражения для средней скорости конвекции и среднего градиента температуры вблизи боковых стенок каналов в размерном виде. Например, вблизи стенки с координатой  $x = 0$  можно записать скорость конвекции на расстоянии  $\delta$  от стенки и горизонтальный температурный градиент непосредственно около стенки

$$\begin{aligned} v(\delta, y) &= \frac{v_o \pi \delta}{2d} \cos\left(\frac{\pi y}{2d}\right) \\ \frac{dT}{dx}(y) &= \frac{\theta \pi}{2d} \cos\left(\frac{\pi y}{2d}\right) \end{aligned}$$

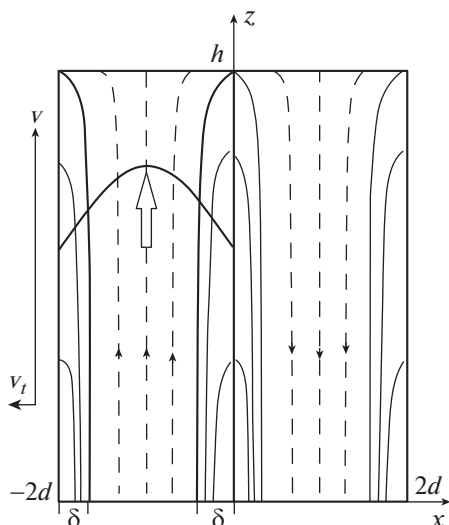
Усредняя распределения вдоль  $y$  на интервале от  $-d$  до  $d$ , выражаем скорость дрейфа частиц по горизонтали через средний температурный градиент вблизи стенки канала  $\theta/d$

$$v_t = \frac{S_t D \theta}{d}$$

Скорость конвекции по вертикали на расстоянии  $\delta$  от стенки

$$v(\delta) = \frac{v_o \delta}{d}$$





**Рис. 5.** Искривления траекторий коллоидных частиц в каналах из-за термофореза;  $\delta$  – пограничный слой – “ловушка” для частиц.

Обе последние формулы применимы около любой из восьми боковых стенок каналов. Расчетная траектория броуновской частицы, в отличие от траектории жидкой частицы, не является прямолинейной. Качественно картина искривления траекторий изображена на рис. 5. Коллоидная частица отклоняется в сторону стенки в канале с восходящим потоком ( $\theta > 0$ ,  $v_o > 0$ ), а в другом канале ( $\theta < 0$ ,  $v_o < 0$ ) треки частиц отклоняются в сторону центра. Искривления треков в центральной части канала весьма малы, т.к. скорость конвекции  $v$  и скорость дрейфа  $v_d$  отличаются на много порядков. Только вблизи стенки скорость конвекции становится сравнимой со скоростью термодиффузионного дрейфа.

Траектории коллоидных частиц, которые входят в канал достаточно близко к стенке, в конце своего пути утыкаются в стенку, т.е. частицы оказываются закрыты в тонком пограничном слое. Именно эти частицы делают жидкость в восходящем потоке в среднем более концентрированной и тяжелой. В канале с течением вниз пограничный слой обедняется частицами, и жидкость в среднем становится легче. Эта растущая со временем разность концентраций между каналами создает силу, которая постепенно компенсирует температурную подъемную силу, скорость конвекции уменьшается и это проявляется на термограммах рис. 4.

Приравнивая время подъема жидкой частицы вдоль канала  $h/v$  ( $\delta$ ) и время термодиффузионного дрейфа по горизонтали  $\delta/v_d$  до стенки получаем предельную, граничную траекторию твердой частицы (жирная линия на рис. 5), которая утыкается в стенку в самом веру канала при  $z = h$ . Этот граничный трек задает толщину пограничного слоя в начале канала

$$\delta = d \sqrt{\frac{2S_t D (\Delta T - \Delta T_o)}{\pi^2 \chi}}$$

При получении последней формулы использовался размерный вид скорости и температуры (4.2). Все частицы, входящие в нижнюю часть канала на расстоянии менее  $\delta$  от стенки, попадают в своеобразную ловушку – пристеночный пограничный слой и участвуют в торможении конвективного потока. Это позволяет рассчитать скорость роста концентрационной подъемной силы и сравнить расчетную скорость с наблюдаемым в эксперименте убыванием подъемной силы. Числовое значение толщины пограничного слоя  $\delta$  весьма мало, в нашем случае речь идет о сотых и тысячных долях миллиметра.

Частицы, входящие в канал на расстоянии от стенки большем, чем  $\delta$  практически не участвуют в торможении потока, т.к. их траектории искривляются слабо, частицы проходят мимо диффузного пограничного слоя и не участвуют в увеличении веса жидкости в канале. Так, при  $\mu = 1.15$  скорость конвекции обсуждаемого образца МЖ в центре канала составляет 1 мм/с, т.е. жидкая частица на оси канала за половину периода колебаний (рис. 4) совершает  $\sim 10$  полных оборотов по замкнутому контуру.

Рассчитаем скорость роста концентрации в канале за счет твердых частиц, попадающих в “ловушку” пограничного слоя через пристеночную полоску площадью  $8\delta d$ . Скорость жидкости в пределах этой узкой полосы меняется линейно от 0 до  $v(\delta)$ , т.е. в среднем равна  $v(\delta)/2$ . Тогда рост количества частиц в объеме пограничного слоя со временем таков  $\Delta N = n_o v(\delta) 4\delta dt$ . Разделим его на объем канала, чтобы найти прирост средней числовой плотности частиц  $\Delta n = \Delta N / (4hd^2)$  и прирост средней концентрации  $\Delta C$

$$\frac{\Delta C}{C_o} = \frac{\Delta n}{n_o} = \frac{v(\delta)\delta}{hd} t$$

Далее находим скорость роста средней концентрации в канале

$$\frac{d(\Delta C)}{dt} = C_o \frac{S_t D \theta}{d^2} \quad (4.3)$$

В соседнем канале процесс идет в обратном направлении, пограничный слой теряет частицы и скорость их убыли также может быть найдена по формуле (4.3). Фактически частицы перетекают из пограничного слоя канала с течением вниз в пограничный слой канала с течением вверх. Приравнявая скорости роста концентрационной силы Архимеда и скорость убыли температурной силы плавучести, получаем уравнение

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{\pi^2 \beta_c C_o S_t D}{4\beta_l d^2} \theta$$

Его решение выглядит так

$$\theta = \theta_o \exp\left(-\frac{t}{\tau_o}\right) \quad (4.4)$$

где  $\tau_o$  характерное время разделения частиц между каналами

$$\tau_o = \frac{4\beta_l d^2}{\pi^2 \beta_c C_o S_t D} \quad (4.5)$$

Выражение (4.5) совпадает с формулой, полученной в [1] из других соображений, но  $\tau_o$  теперь имеет совсем иной смысл. Фактически получен результат исследования устойчивости конвективного течения коллоида в каналах. Конвективное течение магнитной жидкости в вертикальных каналах неустойчиво. Возмущения скорости и температуры растут с инкрементом  $\lambda = 1/\tau_o$  и это связано с генерацией концентрационных неоднородностей между каналами за счет термофореза (4.3).

Рост возмущений заканчивается сменой направления конвективного течения. Конвективная система переходит в новое состояние, и оно вновь оказывается неустойчивым. Процесс повторяется периодически. Отметим, что сгенерированная конвекцией за половину периода средняя неоднородность концентрации между каналами  $\Delta C/C_o$  невелика и в нашем образце составляет  $\sim 10^{-4}$ .

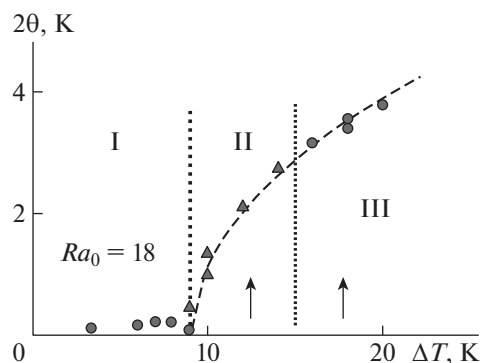
Для обсуждаемого образца магнитной жидкости при  $S_t = 0.2 \text{ K}^{-1}$  характерное время  $\tau_o = 3.3 \times 10^3 \text{ с}$ , поэтому при  $t < \tau_o$ , разложением в ряд можно из (4.4) получить линейное изменение показаний  $\theta$ , соответствующее эксперименту

$$\theta = \theta_o \left(1 - \frac{t}{\tau_o}\right)$$

Из последней формулы можно выразить коэффициент  $S_{ore}$ , через экспериментальную скорость изменения температурного сигнала

$$S_t = \left(\frac{d\theta}{dt}\right)_e \frac{4\beta_l d^2}{\pi^2 \beta_c C_o D \theta_o}$$

Скорость изменения температурного сигнала в пределах каждого полупериода (рис. 4) определялась методом наименьших квадратов при обработке термограмм, полученных в длительных многосуточных экспериментах. Для обсуждаемого образца коэффициент  $S_{ore}$  получился равным  $S_t = 0.2 \text{ K}^{-1}$  с неопределенностью  $\sim 10\%$ .



**Рис. 6.** Режимы конвекции магнитной жидкости ( $C_0 = 0.16$ ) в связанных каналах при подогреве снизу: I – механическое равновесие, наблюдаются короткие периодические конвективные всплески; II – колебательная неустойчивость равновесия, приводящая к периодической смене направления течения; III – колебательная неустойчивость равновесия, приводящая к стационарной конвекции.

## 5. РЕЖИМЫ КОНВЕКЦИИ КОЛЛОИДА, НАБЛЮДАВШИЕСЯ В ПОДОГРЕВАЕМЫХ СНИЗУ ВЕРТИКАЛЬНЫХ КАНАЛАХ

На рис. 6 показана диаграмма, на которой собраны все наблюдавшиеся режимы течения и неустойчивого механического равновесия для одного из образцов магнитной жидкости. По оси ординат отложена мера интенсивности конвективного течения – разность температур  $2\theta$  между центрами каналов, измеренная дифференциальной медь-константановой термопарой. По горизонтальной оси отложена заданная разность температур  $\Delta T$ , пропорциональная тепловому числу Рэлея (1.2). В области I, при  $Ra < Ra_0$  ( $\Delta T < \Delta T_0$ ), пока перепад температур для данного образца МЖ меньше критического значения  $\Delta T_0 = 9.0$  К в жидкости реализуется механическое равновесие, устойчивость которого может периодически нарушаться всплесками концентрационной конвекции (рис. 2). Это связано с тем, что термофорез частиц в этих условиях и для данного образца сильнее седиментации. Термофорез за счет приложенного и направленного вниз градиента температур направляет поток частиц вверх, создавая неустойчивую стратификацию плотности, “обрушение” которой мы можем наблюдать периодически.

В области II рис. 6 в зависимости от предыстории мы можем наблюдать механическое равновесие, устойчивость которого может нарушиться колебательным образом (рис. 3). В результате роста возмущений возникает конвективное течение (рис. 4), которое само является неустойчивым и периодически меняет направление конвективного потока. Причина неустойчивости течения также термофорез, но термофорез, направляющий поток частиц по нормали к стенкам из-за неоднородности температуры в сечении каналов.

В области III также возможно механическое равновесие, устойчивость которого нарушается колебательным образом. Процесс завершается замкнутым стационарным конвективным течением, когда жидкость в одном из каналов поднимается, а в другом опускается. Конвективное течение становится слишком быстрым, и генерация неоднородностей за счет термофореза больше не может нарушить устойчивость течения.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Термофорез коллоидных частиц является определяющим фактором в слабовнадкритической и в подкритической конвекции магнитной жидкости в узких связанных каналах при подогреве снизу.

В подкритической области при отсутствии конвекции положительная термодиффузия за счет приложенного вертикального температурного градиента генерирует неустойчивую по плотности стратификацию, которая периодически теряет устойчивость – “обрушается” и такие всплески концентрационной конвекции наблюдались в эксперименте.

Сгенерированные неоднородности, быстро (минуты) перераспределяются по вертикали вдоль каналов за счет концентрационной конвекции в устойчивую по плотности стратификацию. Конвекция прекращается, а диффузионная релаксация таких структур весьма медленная (годы). Поэтому экспериментаторы почти всегда имеют дело с возникновением конвекции на

фоне случайного неравновесного концентрационного градиента, а конвекция в эксперименте возникает колебательным образом, несмотря на положительный знак коэффициента  $Co_{re}$ .

В слаборадикальной области генерация неоднородностей происходит на фоне конвективного течения за счет горизонтального термодиффузионного дрейфа частиц нормально к стенкам каналов. Перераспределение частиц между каналами происходит за счет “ловушки” для частиц в виде узкого пограничного слоя у стенок. Разность концентрации между каналами растет, конвективное течение теряет устойчивость и направление течения меняется на противоположное. Процесс повторяется периодически. Измеряя декремент температурного сигнала в эксперименте и используя формулу для характерного времени разделения частиц между каналами, удалось оценить коэффициент  $Co_{re}$  магнитной жидкости, и он совпал по порядку величины с измерениями других авторов [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 20-01-00491).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глухов А.Ф., Сидоров А.С. О периодических конвективных процессах в магнитной жидкости в вертикальных каналах // Изв. РАН. МЖГ. 2019. № 4. С. 13–18.  
<https://doi.org/10.1134/S0568528119040066>
2. Sprenger L., Lange A., Odenbach S. Thermodiffusion in concentrated ferrofluids: A review and current experimental and numerical results on non-magnetic thermodiffusion // Physics of Fluids. 2013. 25 (12). P. 122002.  
<https://doi.org/10.1063/1.4848656>
3. Смородин Б.Л., Черепанов И.Н. Конвекция в коллоидной суспензии в замкнутой горизонтальной ячейке // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2015. Т. 147. Вып. 2. С. 363–371.  
<https://doi.org/10.7868/S0044451015020157>
4. Smorodin B.L., Cherepanov I.N. Convection of colloidal suspensions stratified by thermodiffusion and gravity // European Physical Journal. 2014. E. 37. 118.
5. Smorodin B.L., Cherepanov I.N., Ishutov S.N., Myznikova B. Convection of a colloidal suspension in a Hele-Shaw cell // European Physical Journal. 2017. E. 40 (2). P. 18.
6. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
7. Raikher Yu.L., Shliomis M.I. On the kinetics of establishment of the equilibrium concentration in a magnetic suspension // J. Magnetism Magnetic Materials. 1993. V. 12. № 1–3. P. 93–97.
8. Глухов А.Ф., Демин В.А. Тепловая конвекция бинарных смесей в вертикальных слоях и каналах при подогреве снизу // Вестник Пермского университета. Физика. 2009. № 1 (27). С. 16–25.
9. Глухов А.Ф., Зорин С.В., Путин Г.Ф., Петухова Е. С. Тепловая конвекция в связанных вертикальных каналах конечной высоты. Конвективные течения. Пермь: Пермский педагогический институт, 1985. С. 24–31.