

УДК 533.6

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ

© 2022 г. В. Г. Лущик^{a,*}, М. С. Макарова^{a,**}

^a МГУ им. М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт механики, Москва, Россия

*E-mail: vgl_41@mail.ru

**E-mail: mariia.makarova@gmail.com

Поступила в редакцию 24.09.2021 г.

После доработки 15.12.2021 г.

Принята к публикации 21.12.2021 г.

На основе трехпараметрической дифференциальной модели турбулентности проведено численное моделирование турбулентного пограничного слоя с положительным градиентом давления. Исследование проведено как для умеренного, так и для сильного градиента давления, соответствующего предотрывному пограничному слою. Результаты расчетов средней скорости и интенсивности турбулентности свидетельствуют о существенном влиянии положительного градиента давления и согласуются с известными экспериментальными данными в широком диапазоне определяющих параметров.

Ключевые слова: положительный градиент давления, параметр градиента давления, параметр ускорения (торможения), число Рейнольдса, построенное по динамической скорости, отрыв

DOI: 10.31857/S0568528122030112

Турбулентные пограничные слои, развивающиеся в присутствии положительного градиента давления (ПГД), имеют место во многих прикладных задачах, например, при обтекании затупленных тел, в диффузорах и в ряде других устройств. Таким образом, понимание влияния ПГД на характеристики пограничного слоя имеет решающее значение для широкого круга инженерных приложений. По этой причине пограничные слои с ПГД были предметом многочисленных экспериментальных и численных исследований, начиная с середины двадцатого века. В [1] перечислены некоторые параметры, оказывающие влияние на характеристики потоков с ПГД. Однако существенным барьером для прогресса в понимании влияния градиента давления на пограничные слои является большое пространство параметров и неопределенность в отношении важности каждого из них. В результате чего, несмотря на большое количество исследований, прогресс в сокращении пространства параметров для целей прогнозирования и контроля пограничного слоя с ПГД, как отмечено в [1], был невелик. Цель параметрического исследования [1] состояла в том, чтобы экспериментально исследовать влияние трех известных параметров на турбулентные пограничные слои с ПГД:

1. Параметр градиента давления $\beta = (\delta^* dP/dx)/\tau_w$, где δ^* – толщина вытеснения, P – статическое давление, x – координата в направлении потока, τ_w – напряжение сдвига на стенке. Этот параметр был предложен Клаузером [2], согласно которому он представляет отношение силы градиента давления ($\delta^* \cdot dP/dx$) к “единственной другой существенной силе в слое”, трению на стенке τ_w . Это наиболее часто обсуждаемый в литературе параметр градиента давления.

2. Число Рейнольдса, построенное по динамической скорости $Re_\tau = \delta \cdot u^*/\nu$, где δ – толщина пограничного слоя, $u^* = \sqrt{\tau_w/\rho}$ – динамическая скорость, ρ – плотность, а ν – кинематическая вязкость газа. Этот параметр используется также для потоков с нулевым градиентом давления.

3. Параметр ускорения (торможения) $K = (\nu dU_1/dx)/U_1^2$, где U_1 – локальная внешняя скорость. Этот параметр характеризует равновесные пограничные слои. Для развивающегося пограничного слоя с ПГД из анализа известных литературных источников важность параметра K не ясна.

Как следует из работы [3], существуют также и другие параметры, одним из которых является фактор следа [4, 5]. Однако этот параметр основан на предпосылке, что существует универсальный логарифмический закон стенки, который не всегда имеет место.

Целью настоящей работы является численное моделирование турбулентного пограничного слоя с ПГД как для умеренного градиента давления, экспериментально исследованного в [1], так и для увеличенного, вплоть до предотрывного, градиента давления с расширением диапазона определяющих параметров β , K , Re_τ .

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Уравнения неразрывности и движения, описывающие течение несжимаемой жидкости в пограничном слое на плоской пластине, имеют вид

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{1.1}$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{dP}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\eta \frac{\partial u}{\partial y} + \rho \tau \right) \tag{1.2}$$

здесь x – направление вдоль пластины, y – координата, отсчитываемая по нормали к пластине, u и v – компоненты скорости вдоль осей x и y соответственно, P – давление, $\rho \tau = -\rho \langle u'v' \rangle$ – турбулентное трение, ρ – плотность, η – динамическая вязкость.

Для вычисления величины турбулентного трения, входящей в уравнение движения (1.2), используется трехпараметрическая модель турбулентности [6, 7], в которой уравнения переноса записываются для энергии турбулентности $E = 0.5 \sum \langle u_i'^2 \rangle$ величины напряжения сдвига $\tau = -\langle u'v' \rangle$ и параметра $\omega = E/L^2$ (L – поперечный интегральный масштаб турбулентности). Данная модель прошла всестороннюю проверку в широком классе задач пограничного слоя, результаты которой представлены в работах [6–13].

Опишем граничные условия на стенке и на внешней границе пограничного слоя.

Граничные условия на стенке ($y = 0$):

$$u = 0, \quad v = 0, \quad E = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial y} = 0, \quad \tau = 0 \tag{1.3}$$

Граничное условие $\partial E/\partial y = 0$ позволяет определить величину $\omega_w(x)$, которая заранее неизвестна.

Граничные условия на внешней границе пограничного слоя ($y = \delta(x)$):

$$\frac{dP}{dx} = f(x) \quad \text{либо} \quad u = U_1(x), \quad E = E_1(x), \quad \omega = \omega_1(x), \quad \tau = 0 \tag{1.4}$$

Здесь U_1 – величина локальной внешней скорости, которая определяется заданным продольным градиентом давления dP/dx , а функции $E_1(x)$ и $\omega_1(x)$ описывают вырождение турбулентности в этом течении. Величина $\delta(x)$ выбирается из условия равенства расстоянию от стенки при значении скорости потока, равной 99% от локальной внешней скорости. При этом ширина области расчета (по поперечной координате) составляет 1.1δ на входе и увеличивается по потоку с ростом δ .

В начальном ($x = 0$) сечении профиль скорости $u(y)$ определялся из автомодельного решения Блазиуса, функции $E_0(y) = \text{const}$, $\tau_0(y) = 0$, $\omega_0(y) = \text{const}$. Начальный масштаб турбулентности L_0 во внешнем потоке принимался таким $Re_L = L_0(\rho u/\eta)_1 = (0.6–1.8) \times 10^4$, чтобы интенсивность турбулентности внешнего потока $e = \sqrt{E}/U_1$, уменьшающаяся вследствие вырождения ее на расчетной длине, не очень отличалась от начальной величины $e_0 = \sqrt{E_0}/U_1 = 0.03$. При этом число Рейнольдса турбулентности во внешнем потоке $Re_t = \sqrt{E_0}(\rho u/\eta)_1$ составляло $(0.2–0.6) \times 10^3$ при локальной внешней скорости $U_1 = 10–30$ м/с.

Система уравнений (1.1), (1.2) и модели турбулентности [6] с граничными условиями (1.3), (1.4) решались численно методом прогонки с итерациями (см. в [6]). Расчеты проводились на равномерной сетке. Шаг по координате y был достаточно малым у стенки (так, чтобы в вязком

подслое находилось не менее 50 точек) и увеличивался по мере приближения к границе пограничного слоя. Шаг по продольной координате был также достаточно мал в сечениях, близких к входному, и увеличивался по мере продвижения вниз по потоку, что позволило проводить расчеты даже при малом (~1%) уровне турбулентности на входе.

Расчеты проводились в следующей постановке. Плоская пластина обтекалась потоком воздуха при атмосферном давлении и температуре $T = 300$ К. На длине пластины, достаточной для формирования развитого турбулентного слоя, градиент давления принимался нулевым ($dP/dx = 0$), так что локальная внешняя скорость U_1 оставалась постоянной. Далее следовал участок с заданным градиентом давления $dP/dx = f(x)$, в соответствии с которым изменялась локальная внешняя скорость $U_1(x)$.

Параметрами задачи являются: параметр ускорения (торможения) внешнего потока K , параметр градиента давления β , число Рейнольдса, построенное по динамической скорости, Re_τ , а также дополнительный параметр $K \cdot Re^{**}$ ($Re^{**} = \delta^{**} U_1 / \nu$ – число Рейнольдса, определенное по толщине потери импульса δ^{**}), использованный в [14] для определения условий отрыва пограничного слоя.

Ниже представлены результаты численного исследования пограничного слоя с умеренным и предотрывным градиентом давления и сравнение полученных результатов с известными экспериментальными данными.

2. УМЕРЕННЫЙ ГРАДИЕНТ ДАВЛЕНИЯ

Анализ влияния положительного градиента давления проведен, как и в [1], для случая слабого градиента давления $\beta = 1.9$ в сравнении со случаем нулевого градиента давления $\beta = 0$ при близких значениях числа Рейнольдса $Re_\tau \sim 2800$.

На рис. 1а приведены расчетные и экспериментальные [1] профили скорости для двух упомянутых выше случаев. Как видно из рис. 1а, средняя скорость в области следа ($y/\delta > 0.15$, $y^+ > 400$) возрастает. В случае положительного градиента давления ($\beta = 1.9$, линии, точки 2) это возрастание более существенно, чем при нулевом градиенте давления ($\beta = 0$, линии, точки 1). При этом “логарифмический” участок во “внутренней” области слоя профиля скорости $U^+(y^+)$ как в расчете (линии), так и в эксперименте [1] (точки) отличается от логарифмического закона (2.1) с широко используемыми в литературе значениями констант $k = 0.4$ и $A = 5.0$ (линия 3).

$$U^+ = \frac{1}{k} \ln(y^+) + A \quad (2.1)$$

Следует отметить, что значения постоянных k и A , как следует из обзора [15], характеризуются большим разбросом. Так, согласно [15] для постоянной Кармана k в литературе встречаются значения от $k = 0.35$ до $k = 0.47$. Разброс в предлагавшихся значениях постоянной A еще больше, чем разброс в значениях k . Как следует из [15] для постоянной A , в литературе встречаются значения от $A = 5$ до $A = 5.6$.

В настоящей статье не ставится задача подбора констант k и A в логарифмическом законе (2.1), применительно к аппроксимации полученных результатов численного исследования для профилей скорости в пограничном слое как с нулевым, так и с положительным градиентом давления. Тем более, что как отмечено в [1], экспериментальные данные в пограничном слое с ПГД не всегда описываются логарифмическим законом. Поэтому на рис. 1а, в, д для профилей скорости в универсальных координатах логарифмический закон (2.1) нанесен для иллюстрации степени близости полученных результатов к этому закону.

На рис. 1б представлены расчетные (кривые) профили интенсивности турбулентности $E^+ = E/u_*^2$ и экспериментальные [1] профили интенсивности продольной составляющей пульсационной скорости $\langle u'^2 \rangle / u_*^2$ (точки). Как видно, в основной части пограничного слоя ($y^+ > 200$, что соответствует значению $y/\delta > 0.1$) расчетные и экспериментальные профили интенсивности существенно возрастают и согласуются, в отличие от пристеночной области, где имеет место существенное отличие результатов. Влияние положительного градиента давления как в расчете, так и в эксперименте, существенное в основной части пограничного слоя, в пристеночной области довольно слабое. Что касается полученного в эксперименте [1] пика интенсивности турбулентности в пристеночной области, то это обусловлено существенной разностью значений $E^+ = E/u_*^2$ и $\langle u'^2 \rangle / u_*^2$. Так, согласно экспериментальным данным Клебанова и Лауфера, приведенным в [16], в области

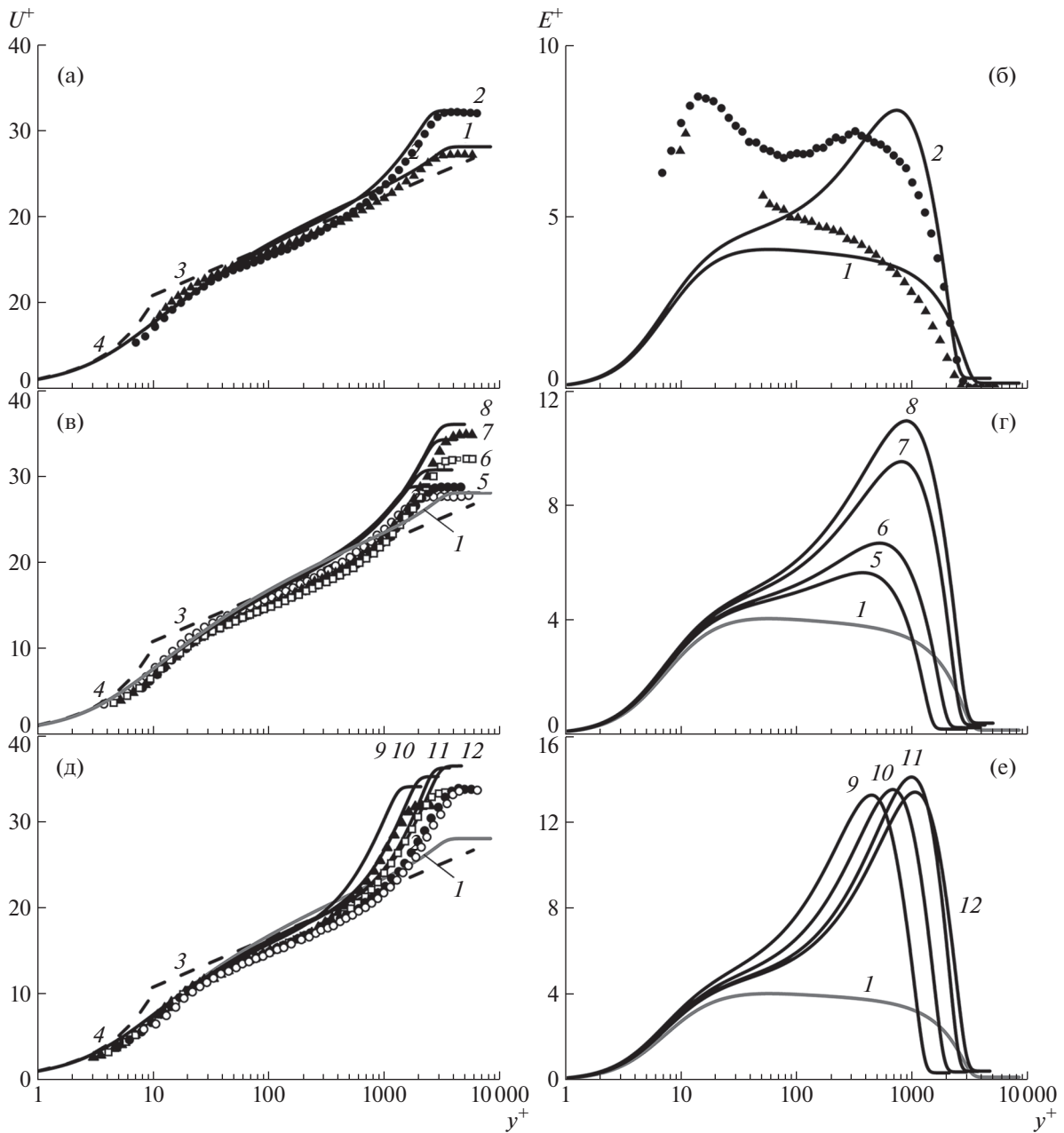


Рис. 1. Профили скорости и интенсивности турбулентности в пограничном слое с нулевым и положительным градиентом давления для числа Рейнольдса $Re_\tau \sim 2800$ (а, б), параметра торможения $K = -0.15 \times 10^{-6}$ (в, г) и параметра градиента давления $\beta = 4$ (д, е), где линии – расчет, точки – экспериментальные данные [1]: линии, точки 1 – нулевой градиент давления $\beta = 0$ ($K = 0$), 2 – слабый положительный градиент давления $\beta = 1.9$, линии 3 – $U^+ = 2.5 \ln y^+ + 5$, 4 – $U^+ = y^+$ соответственно, линии, точки 5–12 – см. табл. 1.

максимального значения интенсивности продольной составляющей пульсационной скорости $\langle u'^2 \rangle / u_*^2 \approx 8$ (при $y^+ = 20$) интенсивности двух поперечных составляющей пульсационной скорости существенно меньше: $\langle v'^2 \rangle / u_*^2 \approx 2$, $\langle w'^2 \rangle / u_*^2 \approx 0.5$. При этом интенсивность энергии турбулентности $E = 0.5 \sum u_i'^2$ составит $E^+ = E / u_*^2 \approx 5$, что в 1.6 раза меньше величины $\langle u'^2 \rangle / u_*^2 \approx 8$, полученной в эксперименте [1] и близко к расчетному значению $E^+ \approx 4$.

Таблица 1. Расчетные и экспериментальные параметры пограничного слоя с положительным градиентом давления

Рис. №	Линии, точки	Расчет (линии)				Эксперимент [1] (точки)			
		$K = -0.15 \times 10^{-6}$				$K = -(0.151-0.153) \times 10^{-6}$			
		β	Re^{**}	Re^*	Re_τ	β	Re^{**}	Re^*	Re_τ
1вг	5	1.08	6048	8639	1641	0.96	6050	8500	1910
	6	1.80	8895	12770	2254	1.67	8860	12900	2500
	7	3.69	14030	20970	2902	3.22	14080	21310	3280
	8	5.01	17010	25820	3328	4.75	17070	26460	3630
1де	$\beta = 4$				$\beta = 4.39-4.53$				
		$-K, 10^{-6}$	Re^{**}	Re^*	Re_τ	$-K, 10^{-6}$	Re^{**}	Re^*	Re_τ
	9	0.270	7655	12600	1458	0.347	7620	12290	1770
	10	0.171	11600	18640	2144	0.218	11640	18410	2500
	11	0.117	16250	25800	2872	0.159	16260	25100	3510
	12	0.103	18500	28900	3365	0.146	18500	28440	3880

Таблица 2. Расчетные и экспериментальные параметры пограничного слоя в предотрывном сечении

Параметр	Расчет					Эксперимент [32]
$-K, 10^{-6}$	0.3	0.5	0.7	0.9	1.1	0.29
β	696	233	129	525	94	—
Re_τ	541	575	534	215	389	—
$Re^{**}, 10^3$	19.64	11.78	8.15	6.297	4.957	17.7
$C_f, 10^{-3}$	0.044	0.129	0.221	0.056	0.286	0.226
H	2.59	2.54	2.50	2.59	2.47	2.62
H^*	0.443	0.418	0.401	0.403	0.376	0.423
$\sqrt{(\alpha \cdot \delta)/u^*}$	39.6	23.6	18.0	36.1	15.8	16.6
$K \cdot Re^{**}, 10^{-3}$	5.954	5.901	5.712	5.672	5.456	5.06
Рис. №	7–9					7, 8
Линии, точки	1	2	3	4	5	6

Ниже представлены результаты численного исследования влияния параметров ускорения (торможения) потока K и градиента давления β на профили скорости и интенсивности турбулентности в пограничном слое с положительным градиентом давления, расчетные и экспериментальные параметры которого приведены в табл. 1.

Следует отметить, что постоянные значения параметров, приведенных в табл. 1 и 2, в каждом случае обеспечиваются подбором подходящего распределения внешней скорости вдоль потока, заимствованного из привлекаемых экспериментальных работ.

2.1. Параметр ускорения (торможения) потока K

Как указано в [1], существует ряд параметров, которые используются для количественной оценки влияния градиента давления. Для сравнения рассмотрен случай, когда параметр K держится постоянным. На рис. 1в представлены профили скорости для $K = -0.15 \times 10^{-6}$ в диапазоне значений параметров $\beta = 1-5$ и $Re_\tau = 1600-3400$, близком к полученным в эксперименте [1] (см. табл. 1).

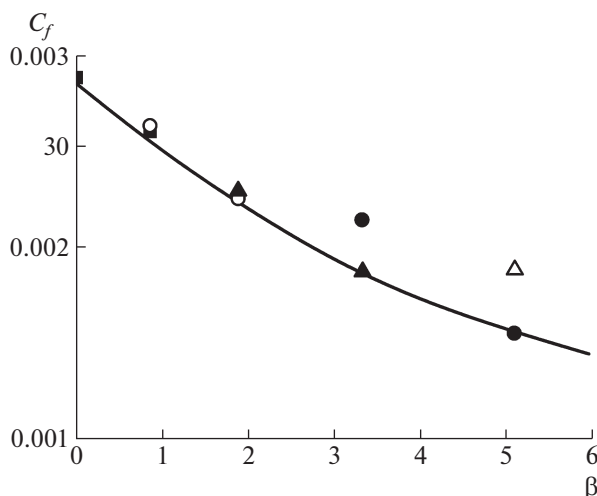


Рис. 2. Зависимость коэффициента трения C_f от параметра градиента давления β для числа Рейнольдса $Re_\tau = 1900$: линия – расчет, точки – эксперимент [1].

Как видно из рис. 1в, средняя скорость в области следа ($y/\delta > 0.15, y^+ > 400$) возрастает. В случае положительного градиента давления ($K = -0.15 \times 10^{-6}$, линии, точки 5–8) это возрастание более существенно, чем при нулевом градиенте давления ($K = 0$, линия 1). При этом “логарифмический” участок во “внутренней” области слоя профиля скорости $U^+(y^+)$ как в расчете (линии), так и в эксперименте [1] (точки) отличается от логарифмического закона (2.1) с константами $\kappa = 0.4$ и $A = 5.0$ (линия 3).

Расчетные профили интенсивности турбулентности $E^+(y^+)$ (линии 5–8, рис. 1г) в основной части пограничного слоя ($y^+ > 200$), как и экспериментальные (см. в [1]), существенно возрастают с ростом числа Рейнольдса Re_τ и параметра β .

2.2. Параметр градиента давления β

Рассмотрим влияние числа Рейнольдса Re_τ на пограничный слой с положительным градиентом давления при постоянной величине β . На рис. 1д приведены расчетные и экспериментальные (линии, точки 9–12) профили средней скорости при $\beta = 4$ для ряда значений Re_τ (см. табл. 1). Как видно из рис. 1д, средняя скорость в области следа ($y/\delta > 0.15, y^+ > 400$) с ростом числа Рейнольдса Re_τ (см. табл. 1) возрастает, но в меньшей степени, чем в случае постоянства параметра K (см. рис. 1в). При этом профиль скорости $U^+(y^+)$ как в расчете (линии), так и в эксперименте [1] (точки) отличается от логарифмического закона (2.1) с константами $\kappa = 0.4$ и $A = 5.0$ (линия 3).

Следует отметить, что некоторое отличие расчетных и экспериментальных профилей скорости в основной части пограничного слоя (см. рис. 1в и 1д) является следствием несовпадения значений параметров $\beta, K, Re_\tau, Re^{**}, Re^*$ (см. табл. 1) в расчете и в эксперименте, полного совпадения которых достичь, по-видимому, невозможно.

На рис. 1е приведены профили интенсивности турбулентности для $\beta = 4$. Как видно, максимальные значения интенсивности турбулентности E^+ во внешней части пограничного слоя (при $y^+ > 400, y/\delta > 0.15$) как в расчете, так и в эксперименте [1] слабо зависят от числа Рейнольдса Re_τ (см. табл. 1) в диапазоне изменения $Re_\tau \sim 1500-3000$. В вязком подслое (при $y^+ \leq 10$) интенсивность турбулентности как в расчете, так и в эксперименте [1] практически не зависит от числа Рейнольдса Re_τ .

Зависимость коэффициента трения C_f от параметра градиента давления β представлена на рис. 2. Как видно, коэффициент трения как в расчете, так и в эксперименте [1] с ростом параметра градиента давления β существенно уменьшается, что свидетельствует об уменьшении градиента продольной скорости на стенке, т.е. о тенденции пограничного слоя к отрыву.

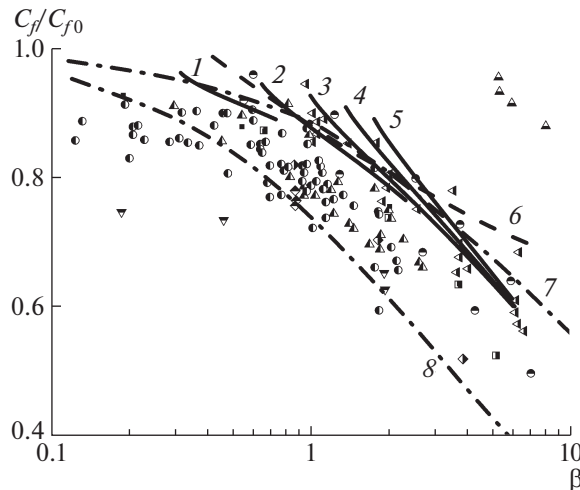


Рис. 3. Расчетная зависимость относительной величины коэффициента трения C_f/C_{f0} от параметра градиента давления β для ряда значений параметра K : линии 1–5 – $K, 10^{-6} = -0.1, -0.2, -0.3, -0.4, -0.5$; линии 6, 7, 8 – данные [17] для $Re^{**} = 10^4$, [18] для $Re^{**} = 10^9$ и $Re^{**} = 10^3$, точки – экспериментальные данные [17, 19–29].

Расчетная зависимость относительной величины коэффициента трения C_f/C_{f0} от параметра градиента давления β для ряда значений параметра K представлена на рис. 3. Там же приведены известные в литературе на сегодняшний день экспериментальные и численные результаты [17–29]. Как видно, расслоение полученных зависимостей $C_f/C_{f0}(\beta)$ по параметру торможения K с ростом величины K невелико, что свидетельствует о возможности обобщения полученных результатов по параметру β .

3. ПРЕДОТРЫВНЫЙ ГРАДИЕНТ ДАВЛЕНИЯ

При некоторых условиях в пограничном слое с положительным градиентом давления возможно наступление отрыва. В [30] приведена сводка наиболее распространенных безразмерных локальных критериев отрыва пограничного слоя в виде

$$-K \cdot Re^{**} = \frac{\delta^{**}}{\rho U_1^2} \frac{dP}{dx} \geq B \cdot (Re^{**})^{-1/m} \quad (3.1)$$

где для турбулентного пограничного слоя в несжимаемой жидкости

$$\begin{aligned} 1 - m = 4; \quad B = 0.06 \text{ (Прандтль-Бури)} \\ 2 - m = 6; \quad B = 0.02 \text{ (Л.Г. Лойцянский)} \\ 3 - 1/m = 0; \quad B = 0.005 \text{ (Г.М. Бам-Зеликович)} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Значения m и B , приведенные выше, расположены в порядке возрастания чисел Рейнольдса, причем критерий Бам-Зеликовича [14] соответствует случаю бесконечно больших чисел Рейнольдса.

Как отмечено в [30], неравенства типа (3.1) следует рассматривать как необходимые условия безотрывного обтекания, не применимые в случае возникновения отрывного течения.

С этой точки зрения была выполнена обработка результатов расчета для ряда значений параметра торможения K . В процессе расчета в некотором сечении величина du/du на стенке становится равной нулю. Это сечение в дальнейшем будем называть сечением счетного отрыва, за которым имеет место возникновение области отрицательных значений продольной скорости в непосредственной близости у стенки.

Отметим, что в результате расчетов, упомянутых в [31], для трех значений параметра K в предотрывных сечениях получено значение величины параметра $K \cdot Re^{**} \sim -5 \times 10^{-3}$, что согласуется с условием возникновения отрыва при течении с положительным градиентом давления, полученным в [14] в виде неравенства $-K \cdot Re^{**} \geq 0.005$.

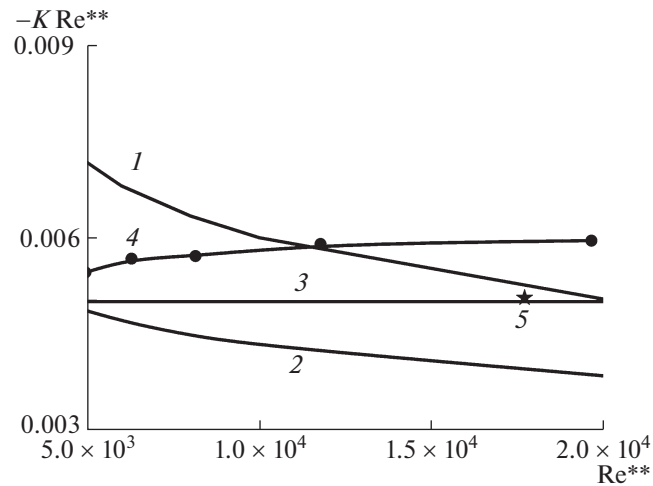


Рис. 4. К определению условий безотрывного течения в пограничном слое с положительным градиентом давления: линии 1, 2, 3 – зависимости (3.1) для значений m и B (3.2); линия, точки 4 – расчетная зависимость, точка 5 – экспериментальные данные [32] для предотрывного течения.

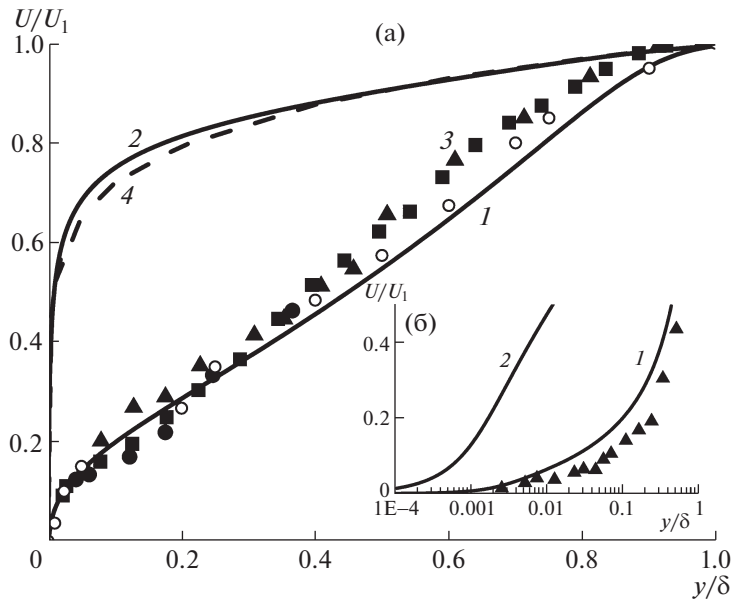


Рис. 5. Профили скорости в основной части (а) и в пристеночной области (б) пограничного слоя с положительным градиентом давления ($K = -0.3 \times 10^{-6}$, линии 1) и в безградиентном течении ($K = 0$, линии 2), точки 3 – экспериментальные данные [32], линия 4 – $u/U_1 = (y/\delta)^{1/7}$.

В табл. 2 для пяти расчетных значений параметра K приведены значения параметров β , Re_τ и ряда других величин в предотрывных сечениях. Там же представлены экспериментальные данные для предотрывного сечения работы [32] и величины локального критерия отрыва $K \cdot Re^{**}$.

На рис. 4 представлена зависимость параметра $K \cdot Re^{**}$ от числа Рейнольдса Re^{**} , определенного по толщине потери импульса δ^{**} .

Профиль скорости для безградиентного ($K = 0$) течения (рис. 5а, линия 2) близок к профилю скорости $u/U_1 = (y/\delta)^{1/7}$ (точки 4). В предотрывной области профиль скорости (рис. 5а, линия 1) становится менее заполненным, приближаясь к линейному, коэффициент трения уменьшается, а энергия турбулентности и турбулентное напряжение сдвига (рис. 6а,б) существенно возрастают по сравнению со случаем безградиентного течения (линии 2). Как видно из рис. 5, 6, резуль-

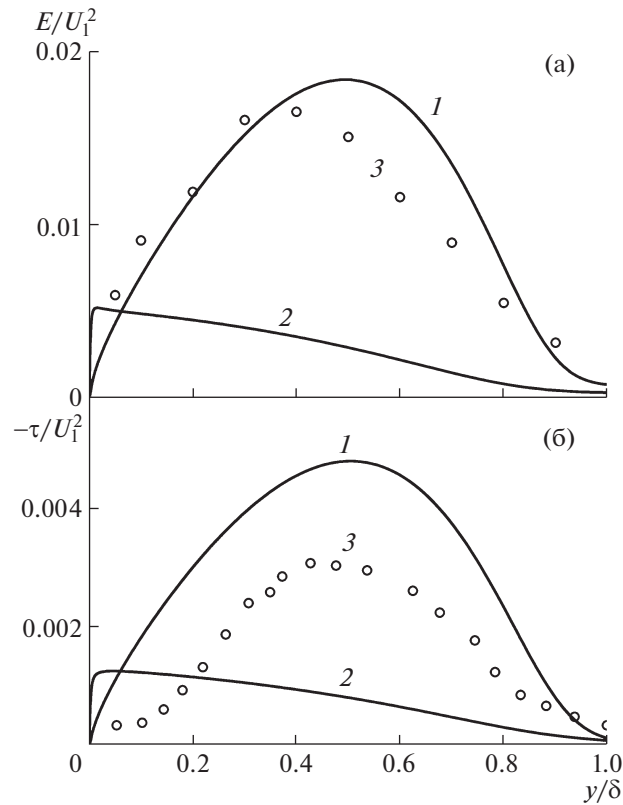


Рис. 6. Профили энергии турбулентности (а) и турбулентного напряжения сдвига (б) в пограничном слое с положительным градиентом давления ($K = -0.3 \times 10^{-6}$, линии 1) и в безградиентном течении ($K = 0$, линии 2), точки 3 – экспериментальные данные [32].

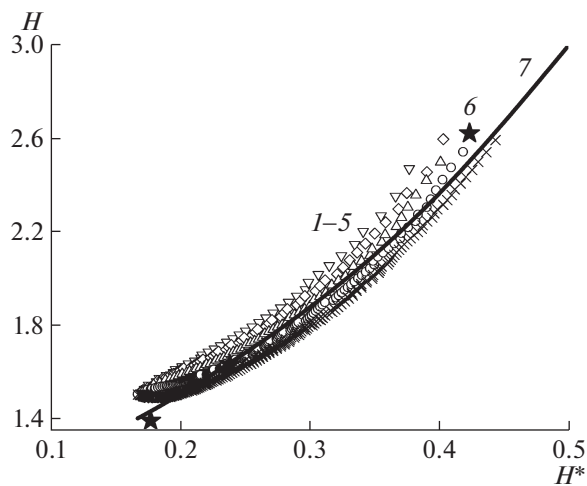


Рис. 7. Зависимость между интегральными характеристиками формы профиля скорости в пограничном слое с положительным градиентом давления: точки 1–5 – расчет для $K = -(0.3-1.1) \times 10^{-6}$ (см. табл. 2), точки 6 – экспериментальные данные [32], линия 7 – зависимость (3.3).

таты численного исследования как в основной части, так и в пристеночной области (рис. 5б. линия 1) пограничного слоя с ПГД согласуются с экспериментальными данными [32].

В литературе по исследованию турбулентного слоя с положительным градиентом давления большое внимание уделено установлению универсальных зависимостей для описания профилей

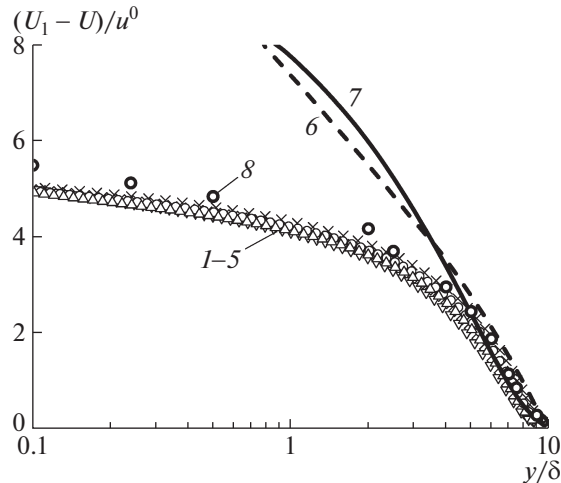


Рис. 8. Закон дефекта скорости в пограничном слое с положительным и нулевым градиентом давления: точки 1–5 – расчет для $K = -(0.3–1.1) \times 10^{-6}$ (см. табл. 2), линия 6 – расчет для $K = 0$; линия 7 – аппроксимационная зависимость (3.5); точки 8 – экспериментальные данные [32].

скорости. С этой целью (см., например, [14]) проводится обработка профилей скорости и определение зависимости между относительными интегральными толщинами $H = \delta^*/\delta^{**}$ и $H^* = \delta^*/\delta$. На рис. 7 представлена зависимость $H(H^*)$, полученная в расчетах предотрывного турбулентного слоя для значения параметра торможения $K = -0.3 \times 10^{-6}$ (точки 1–5). Там же для сравнения нанесены экспериментальные данные [32] (точки б).

Рассмотрим, какие из известных однопараметрических зависимостей для профиля скорости соответствуют полученным результатам. Степенной профиль скорости $u/U_1 = (y/\delta)^{1/n}$ дает зависимость

$$H = (1 + H^*)/(1 - H^*) \tag{3.3}$$

представленную на рис. 7 линией 7. Как видно, эта зависимость достаточно удовлетворительно описывает как результаты расчета (точки 1–5), так и экспериментальные данные [32] (точки б), что достигается за счет переменности показателя степени n , который зависит от формпараметра H как $n = 2/(H - 1)$. Эта зависимость описывает деформацию профиля скорости от заполненного, соответствующего безградиентному течению с $n = 7$, $H \approx 1.3$ до линейного с $n = 1$, $H = 3$, соответствующего предотрывному.

Представление дефекта скорости, дающего хорошее описание профиля скорости во внешней части пограничного слоя, может быть записано в общем виде как

$$\frac{U_1 - u}{u^o} = \Phi\left(\frac{y}{\delta}\right) = c \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^s \tag{3.4}$$

Здесь u^o – некоторая характерная скорость, c и s – константы.

В пограничном слое с положительным градиентом давления $dP/dx > 0$ к списку размерных величин, влияющих на течение, согласно [33] из соображений размерности и подобия следует добавить еще одну величину $\alpha = \rho^{-1}dP/dx$. Следует отметить, что использованная в [33] комбинация $(\alpha \cdot \delta)^{1/2}$, где δ – толщина пограничного слоя, представляет собой величину размерности скорости. Она может быть интерпретирована как некоторая характерная скорость u^o , которая в случае безградиентного течения будет соответствовать динамической скорости u^* .

Таким образом, в рассматриваемом случае появляется дополнительный безразмерный параметр $(\alpha \cdot \delta)^{1/2}/u^*$, введенный в [33], который характеризует степень воздействия градиента давления на пограничный слой. При этом согласно [33] для “закона дефекта скорости” в случае градиентного течения может быть использовано представление (3.4), где в качестве характерной скорости принята величина $u^o = (\alpha \cdot \delta)^{1/2}$, а $\Phi(y/\delta)$ при $(\alpha \cdot \delta)^{1/2}/u^* \gg 1$ полагается не зависящей

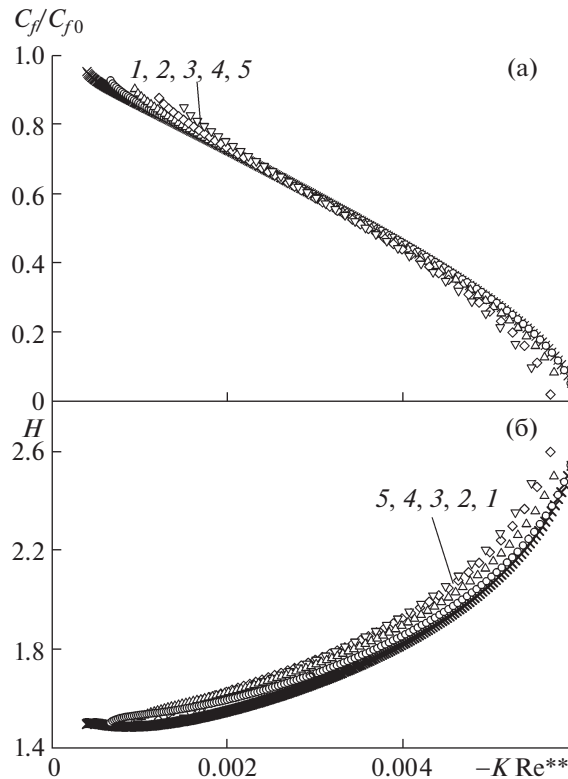


Рис. 9. Зависимость относительной величины коэффициента трения C_f/C_{f0} (а) и формпараметра пограничного слоя H (б) от параметра $K \cdot Re^{**}$ для пяти значений параметра торможения K (линии, точки 1–5, см. табл. 2).

от $(\alpha \cdot \delta)^{1/2}/u^*$ и для нее принимается зависимость, используемая обычно для безградиентного пограничного слоя вида

$$\Phi\left(\frac{y}{\delta}\right) = 9.6\left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \quad (3.5)$$

На рис. 8 представлена зависимость (3.5) (линия 7) и результаты расчета для безградиентного течения (линия 6), когда $u^o = u^*$ и для градиентного течения (точки 1–5), когда $u^o = (\alpha \cdot \delta)^{1/2}$ при условии $(\alpha \cdot \delta)^{1/2}/u^* > 10$ для пяти предотрывных течений (см. табл. 2). Там же нанесены экспериментальные данные [16] (точки 8), отвечающие указанным выше условиям (см. табл. 2). Как видно из рис. 8, представление (3.5) близко к универсальному при $y/\delta \geq 0.5$. При $y/\delta \leq 0.5$ отличие результатов (как расчетных, так и экспериментальных) для градиентного течения от безградиентного пограничного слоя становится существенным и представление (3.5) нельзя использовать для пограничного слоя с положительным градиентом давления. Однако для градиентного течения полученную в широком диапазоне параметра торможения K зависимость (3.4) при $u^o = (\alpha \cdot \delta)^{1/2}$ можно считать универсальной.

Что касается зависимости величины относительного коэффициента трения C_f/C_{f0} от параметра градиента давления $\beta = (\delta \cdot dP/dx)/\tau_w$, то ввиду того, что при отрыве пограничного слоя трение на стенке $\tau_w \rightarrow 0$, параметр $\beta \rightarrow \infty$ (см. табл. 2), построение зависимости $C_f/C_{f0}(\beta)$ теряет смысл. Более показательной представляется зависимость величины относительного коэффициента трения C_f/C_{f0} от параметра отрыва пограничного слоя $K \cdot Re^{**}$. На рис. 9а представлена полученная в расчетах для ряда значений параметра торможения потока K зависимость $C_f/C_{f0}(K \cdot Re^{**})$. Как видно, такое обобщение результатов расчета в широком диапазоне параметра K представляется удачным и позволяет оценить величину параметра отрыва пограничного слоя в диапазоне $K \cdot Re^{**} = -(5.5-6) \times 10^{-3}$, что близко к величине $K \times Re^{**} = -5 \times 10^{-3}$, полученной в работе [14] и в эксперименте [32] (см. табл. 2).

Отметим также, что в предотрывных сечениях величина формпараметра H (см рис. 9б и табл. 2) близка к полученному в эксперименте [32] значению $H = 2.6$ и стремится к значению $H = 3$, отвечающему линейному профилю скорости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С использованием трехпараметрической дифференциальной модели турбулентности проведено численное моделирование турбулентного пограничного слоя с положительным градиентом давления. Моделирование проведено как для умеренного, так и для сильного градиента давления, соответствующего предотрывному пограничному слою.

Проведено сравнение результатов численного моделирования влияния параметров ускорения (торможения) потока K и градиента давления β на профили скорости и интенсивности турбулентности в пограничном слое с умеренным положительным градиентом давления с известными экспериментальными данными. Показано, что влияние положительного градиента давления как в расчете, так и в эксперименте существенно в основной части пограничного слоя и слабое в пристеночной области. Получена расчетная зависимость относительной величины коэффициента трения C_f/C_{f0} от параметра градиента давления β для ряда значений параметра K , которая свидетельствует о возможности обобщения полученных результатов по параметру β .

При сильном градиенте давления в предотрывной области профиль скорости становится менее заполненным, приближаясь к линейному, коэффициент трения уменьшается, а энергия турбулентности и турбулентное напряжение сдвига существенно возрастают по сравнению со случаем безградиентного течения. Результаты численного исследования согласуются с известными экспериментальными данными. Для градиентного течения в широком диапазоне параметра ускорения получена экспериментально подтвержденная расчетная зависимость для закона дефекта скорости, в котором вместо динамической скорости используется некоторая характерная скорость, содержащая величину градиента давления. Результаты расчета коэффициента трения в широком диапазоне параметра ускорения обобщаются зависимостью относительной величины коэффициента трения C_f/C_{f0} от параметра отрыва пограничного слоя $K \cdot Re^{**}$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 19-79-10213).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Monty J.P., Harun Z., Marusic I.* A parametric study of adverse gradient turbulent boundary layers // *Int. J. Heat Fluid Flow.* 2011. V. 32. P. 575–585.
2. *Clauser F.H.* Turbulent Boundary Layers in Adverse Pressure Gradients // *J. Aeronautical Sci.* 1954. V. 21. P. 91–108.
3. *Perry A.E., Marusic I., Jones M.B.* On the streamwise evolution of turbulent boundary layers in arbitrary pressure gradients // *J. Fluid Mech.* 2002. V. 461. P. 61–91.
4. *Coles D.* The law of the wake in the turbulent boundary layer // *J. Fluid Mech.* 1956. V. 1. P. 191–226.
5. *Kline S.J., Reynolds W.C., Schraub F.A., Rustandler P.W.* The structure of turbulent boundary layers // *J. Fluid Mech.* 1967. V. 30. Part 4. P. 741–773.
6. *Луцик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е.* Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности // *Изв. АН СССР. МЖГ.* 1978. № 3. С. 13–25.
7. *Leontiev A.I., Lushchik V.G., Makarova M.S.* Study of effect of molecular Prandtl number, transpiration, and longitudinal pressure gradient on flow and heat transfer characteristics in boundary layers // *Comp. Therm. Sci.* 2019. V. 11. № 1–2. P. 41–49.
8. *Луцик В.Г., Макарова М.С., Решмин А.И.* Ламинаризация потока при течении с теплообменом в плоском канале с конфузуром // *Изв. РАН. МЖГ.* 2019. № 1. С. 68–77.
9. *Лиознов Г.Л., Луцик В.Г., Макарова М.С., Якубенко А.Е.* Влияние турбулентности набегающего потока на течение и теплообмен в пограничном слое на пластине // *Изв. РАН. МЖГ.* 2012. № 5. С. 40–42.
10. *Леонтьев А.И., Луцик В.Г., Макарова М.С.* Численное исследование течения в трубе с отсосом газа через проницаемые стенки // *Изв. РАН. МЖГ.* 2014. № 3. С. 74–81.
11. *Makarova M.S., Lushchik V.G.* Numerical simulation of turbulent flow and heat transfer in tube under injection of gas through permeable walls // *Journal of Physics: Conf. Ser.* 2017. V. 891. no. 012066.
12. *Луцик В.Г., Макарова М.С.* Особенности теплообмена на проницаемой поверхности в сверхзвуковом потоке при вдуве инородного газа // *Изв. РАН. МЖГ.* 2020. № 5. С. 61–64.

13. Лущик В.Г., Макарова М.С., Решмин А.И. Интенсификация теплообмена при турбулентном течении в плоском и круглом безотрывных диффузорах // Инженерно-физический журнал. 2021. Т. 94. № 2. С. 483–495.
14. Бам-Зеликович Г.М. Расчет отрыва пограничного слоя // Изв. АН СССР. Отд. техн. наук. 1954. № 12. С. 68–85.
15. Кадер Б.А., Яглом А.М. Законы подобия для пристенных турбулентных течений // Итоги науки и техники. Сер. Мех. жид. газа. М.: ВИНТИ, 1980. Т. 15. С. 81–155.
16. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Наука, 1965. 639 с.
17. Inoue M., Pullin D.I., Harun Z., Marusic I. LES of the adverse-pressure gradient turbulent boundary layer // Int. J. Heat Fluid Flow. 2013. V. 44. P. 293–300.
18. So R.M.C. Pressure gradient effects on Reynolds analogy for constant property equilibrium turbulent boundary layers // Int. J. Heat Mass Transf. 1994. V. 37. P. 27–41.
19. Kiselev N.A., Leontiev A.I., Vinogradov Yu.A., Zditovets A.G., Popovich S.S. Heat transfer and skin-friction in a turbulent boundary layer under a non-equilibrium longitudinal adverse pressure gradient // Int. J. Heat Fluid Flow. 2021. V. 89. 108801. P. 1–16.
20. Skote M., Henningson D.S. Direct numerical simulation of adverse pressure gradient turbulent boundary layers // Fluid Mech. its Appl. 1998. V. 46. P. 171–174.
21. Sanmiguel Vila C., Vinuesa R., Discetti S., et al. Experimental realisation of near-equilibrium adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers // Exp. Therm. Fluid. Sci. 2020. V. 112. № 109975.
22. Marušić I., Perry A.E. A wall-wake model for the turbulence structure of boundary layers. Part 2. Further experimental support // J. Fluid Mech. 1995. V. 298. P. 389–407.
23. Kline S.J., Reynolds W.C., Schraub F.A., Runstadler P.W. The structure of turbulent boundary layers // J. Fluid Mech. 1967. V. 30. P. 741–773.
24. Nagano Y., Tsuji T., Houra T. Structure of turbulent boundary layer subjected to adverse pressure gradient // Int. J. Heat Fluid Flow. 1998. V. 19. P. 563–572.
25. Senthil S., Kitsios V., Sekimoto A., et al. Analysis of the factors contributing to the skin friction coefficient in adverse pressure gradient turbulent boundary layers and their variation with the pressure gradient // Int. J. Heat Fluid Flow. 2020. V. 82. № 108531.
26. Bobke A., Vinuesa R., Orlü R., Schlatter P. History effects and near equilibrium in adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers // J. Fluid Mech. 2017. V. 820. P. 667–692.
27. Skåre P.E., Krogstad P.Å. A Turbulent Equilibrium Boundary Layer Near Separation // J. Fluid Mech. 1994. V. 272. P. 319–348.
28. Cutler A.D., Johnston J.P. The relaxation of a turbulent boundary layer in an adverse pressure gradient // J. Fluid Mech. 1989. V. 200. P. 367–387.
29. Bradshaw P., Ferriss D.H. 1965 Nat. Phys. Lab. Aero Rept. no. 1145.
30. Гогиш Л.В., Степанов Г.Ю. Турбулентные отрывные течения. М. Наука, 1979. 368 с.
31. Лущик В.Г., Павельев А.А., Якубенко А.Е. Турбулентные течения. Модели и численные исследования (обзор) // Изв. РАН. МЖГ. 1994. № 4. С. 4–27.
32. Simpson R.L., Strickland J.H., Barr P.W. Features of a separating turbulent boundary layer in the vicinity of separation // J. Fluid Mech. 1977. V. 79. Pt. 3. P. 553–594.
33. Кадер Б.А., Яглом А.М. Применение соображений подобия к расчету замедляющихся турбулентных пограничных слоев // ДАН СССР. 1977. Т. 233. № 1. С. 52–55.