УДК 533.6.011.5

ДИНАМИКА ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В СЖИМАЕМОМ ГАЗЕ. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

© 2022 г. В. А. Жаров^{*a*}, Р. Я. Тугазаков^{*a*,*}

^а Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Московская обл., Жуковский, Россия *E-mail:renatsan@yandex.ru Поступила в редакцию 16.08.2021 г. После доработки 20.09.2021 г.

Принята к публикации 01.10.2021 г.

По результатам прямого численного моделирования обтекания плоской пластины в рамках уравнений Навье—Стокса проведен теоретический анализ ламинарно-турбулентного перехода в сверхзвуковом потоке газа. Подтвержден закон подобия частоты образования берстов. Спектральный анализ течения указал на реализацию в турбулентном пограничном слое (т.п.с.) резонансного трехволнового взаимодействия волн. Изучено влияние температуры пластины на турбулизацию потока газа и спектральный состав пульсаций давления.

Ключевые слова: сверхзвуковой поток, ламинарное и турбулентное течение, турбулентные пятна, берсты, резонансное трехволновое усиление волн

DOI: 10.31857/S0568528122020141

Имеются десятки исследований [1–19], посвященных изучению ламинарно-турбулентного перехода в дозвуковых и сверхзвуковых течениях газа при обтекании плоской пластины. Авторы большинства этих работ, полученных экспериментальным путем или численным моделированием течения газа в рамках уравнений Навье-Стокса, стремятся подтвердить теоретические результаты, открытые в слабо-нелинейном подходе в рамках теории гидродинамической неустойчивости. Основной вывод, полученный в теоретических статьях, заключается в том, что в рамках слабо нелинейного подхода наибольший нелинейный вклад в развитие неустойчивых возмущений в слвиговых течениях должно давать резонансное трехволновое взаимодействие [3]. То есть на нелинейной сталии развития возмушение растет, как правило, взрывным образом. Слабонелинейный же подход в пространстве частот описывает возникновение градиентной катастрофы, которая может привести к переходу. Но саму картину перехода реального течения можно описать только в нелинейной постановке. Этому и посвящена данная статья, где на основе результатов прямого численного моделирования уравнений Навье-Стокса подтверждены теоретические результаты, полученные в рамках слабо-нелинейной модели развитого пограничного слоя для обтекания узкой пластины [4, 5]. Кроме того, в работе получено одно из основных положений развитого турбулентного пограничного слоя, найденного в эксперименте: частота образования берстов – выбросов газа с поверхности пластины. На основе материалов численного счета проведен анализ потери устойчивости вязкого подслоя турбулентного потока, в результате которого реализуется резонансное трехволновое взаимодействие.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На рис. 1 приведена картина обтекания прямоугольной пластины сверхзвуковым потоком вязкого газа (где *z* – продольная, *x* – поперечная, *y* – нормальная координаты; *w*, *u*, *v* – компоненты скорости вдоль этих координат). Начало декартовой системы координат располагается на острой передней кромке плоской пластины. Ось *z* совпадает с направлением вектора скорости w_{∞} невозмущенного сверхзвукового потока, ось *y* направлена по нормали к пластине, ось *x* совпадает с передней кромкой. Максимальное количество расчетных точек равно 1.7 × 10⁷; пространственные шаги $dx = dy = dz = 10^{-5}$ м, а временные – 10^{-9} с. Сначала устанавливается квазистационарное обтекание пластины с пограничным слоем толщиной δ . Затем на скорость набегающего потока w_{∞} накладывается плоская гармоническая волна интенсивности $\Delta p = 0.01 - 0.005p_{\infty}$ с дли-



Рис. 1. Схема расчетной области обтекания пластины.

ной λ , которая выбирается из условия максимального резонансного усиления внешних волн (в зависимости от числа M, толщины слоя, длины волны и ширины пластины) [14]. Число Re, определенное по длине пластины, для пространственного расчета порядка 10⁶. Рассматривается симметричная задача по оси *y*, т.е. приводятся картины обтекания одной поверхности пластины. На выходной границе и в трансверсальном направлении задаются неотражающие граничные условия. Результаты получаются прямым численным моделированием течения в рамках уравнений Навье—Стокса, без привлечения схем турбулентности; используется явная двухшаговая разностная схема [20]. Приведенные на рисунках геометрические размеры отнесены к длине пластины; давление *p*, плотность *R* отнесены к их значениям в набегающем потоке, а компоненты скорости – к скорости звука невозмущенного потока. В задаче первоначально рассчитывается обтекание теплоизолированной пластины газом со скоростью w_{∞} и параметрами: $p_{\infty} = 1$ атм, $T_{\infty} = 278$ K, $R_{\infty} = 1.25$ кГс²/м⁴, $\mu_{\infty} = 1.72 \times 10^{-5}$ кГс/м², число Прандтля Pr = 0.72 для числа M набегающего потока, равного 2. После реализации в задаче ламинарно-турбулентного перехода взрывным образом изучается спектр турбулентного течения на теплоизолированной части пластины и участке пластины, граница которого начинается после линии AB (рис. 1), охлажденной до низкой температуры.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Некоторые результаты обтекания пластины потоком газа с M = 2 представлены в статье [17], где приведена картина распределения давления на пластине, когда на набегающий поток "наложена" плоская гармоническая волна с частотой 780 кГц. Интенсивность набегающей волны взята малой, так что течение в начальной части пластины почти квазилвумерное, поэтому переходный период происходит почти по линейному закону. Показано, что в центральном продольном сечении величины давления и энтропии постепенно подрастают. Температура почти постоянна. При турбулизации потока все параметры увеличиваются, что соответствует экспериментальным [9–11] и численным данным [8, 13]. Анализ результатов [17] и данных настоящей работы указывает, что переход от ламинарного течения к турбулентному происходит при z = 0.8, когда величина p+ становится меньше p_{∞} . Здесь p+, величина давления на пластине, медленно меняющаяся с ростом числа Re. При выполнении указанного условия (Re ≈ 10⁶) из-за нелинейной неустойчивости происходит взрывной переход от ламинарного характера течения к турбулентному. Набегающие волны здесь разрушаются образующимися с собственной частотой интенсивными пульсациями. Образуются характерные для переходного периода пространственные турбулентные пятна различного размера. Появление структур в продольных и поперечных сечениях картины течения показано далее.

В настоящей статье для описания развития берстов, выполнения закона подобия частоты образования их приводится полная картина течения на поверхности теплоизолированной пластины, внутри пограничного слоя и на внешней его границе. Также представлены картины течения в продольном сечении для описания влияния охлаждения на характер турбулентного течения, изменения спектра частот над охлажденной частью пластины. Для объяснения взрывного характера ламинарно-турбулентного перехода в результате резонансного трехволнового взаимодействия даны картины полей течения в поперечных сечениях: в ламинарной его части, переходной и турбулентной.

2.1. Картина течения в продольном центральном сечении расчетного поля

На рис. 2а,б,в приведены мгновенные картины распределения параметров течения в продольном центральном сечении расчетного поля (плотности, давления и нормальной компоненты



Рис. 2. Картины течения внутри пограничного слоя: а) – поле давления, б) – нормальная компонента скорости, в) – квазипериодические выбросы вязкой жидкости из пристенной области – берсты (A, B, C, D – поперечные сечения течения, приведены на рис. 4), г) – профили продольной скорости: кривые *1*–*4* – данные расчета, *5* – результат работы [13].

скорости). Результаты представлены в момент, когда на участке z > 0.65 установилось развитое турбулентное течение. То есть для данного момента в расчетах "отключены" внешние возмущения, которые отсутствуют в левой части рисунка (z < 0.65) в ламинарном п.с. Видно, как более легкий газ (рис. 2а), движущийся с меньшей продольной скоростью, достигает внешнюю границу пограничного слоя, деформируя ее. Происходит это из-за неустойчивости вязкого слоя к возмущениям, образующихся в результате выброса газа с поверхности пластины. Первоначальные возмушения — это плоские внешние гармонические волны слабой интенсивности, действующие на внешнюю границу слоя. Когда их нет, при развитии на пластине турбулентного течения неустойчивость потока в продольном, трансверсальном и вертикальном к пластине направлениям поддерживается за счет внутренних волн. Здесь реализуется самоподдерживающаяся турбулентность, когда энергия, диссипируемая в пограничном слое, компенсируется ее поступлением из основного потока. На рис. 2а (поле давления) видно, как на внешней границе пограничного слоя, в результате воздействия на него пульсаций давления, образуются вихри разных знаков, которые способствуют обмену газов из вязкого слоя во внешний поток и наоборот. Нелинейный механизм образования вихрей на слвиговых слоях в сверхзвуковых течениях представлен в [14]. На рис. 26 приведено поведение пульсаций компоненты скорости v, нормальной к поверхности пластины, диапазон изменения которых находится в пределах -0.6-0.3. То есть происходит непрерывное движение газа к пластине и от нее. Максимальное значение у принимает на внешней границе пограничного слоя в вершинах берстов – квазипериодических выбросов вязкой жидкости из пристенной области. В результате выбросов газа во внешнем поле образуются наклонные волны малой интенсивности. На рис. 2в представлена более подробная картина образования берстов (поле поперечной компоненты вихря), начиная с z > 0.65, когда проявляется неустойчивость вязкого подслоя.

Поведение профиля продольной скорости в сечениях, где течение ламинарное (z = 0.2), переходное (0.4) и турбулентные (0.8, 0.95) (кривые 1-4), дано на рис. 2г. Видно, как при ламинарном, так и турбулентном режимах обтекания скорость меняется по линейному закону в области вязкого подслоя (кривая 1). При удалении от пластины такое поведение наблюдается в турбулентных режимах обтекания – 3, 4 вплоть до чисел M = 0.8-1, т.е. в дозвуковой области. Наполняемость профиля скорости для разных моментов времени может быть меньше, чем при ламинарном обтекании в зависимости от числа Re (3, 4). То есть толщина вязкого подслоя в турбу-

Рис. 3. Поведение берстов (поперечные компоненты вихря) в продольном сечении для двух моментов времени t_1 (а) и t_2 (б). Светлые вертикальные прямые соответствуют положению берста в эти моменты.

лентном течении меняется со временем из-за "выброса" части газа с поверхности пластины в виде берста. О том, что внутри всего турбулентного слоя существует критический, неустойчивый к возмущениям (пульсациям), не отмечено в аналогичных трудах [8–13], проведенных численно с помощью стандартных пакетов программ. На рис. 2г приведено сравнение профилей скорости в турбулентном пограничном слое, здесь полученного и в [13], с использованием комплекса программ CFS3D, разработанных Лабораторией вычислительной аэродинамики ИТПМ СО РАН. Сравнение показывает, что средняя толщина турбулентного слоя удваивается. Но метод, используемый в [13], не чувствует в критической области (M = 1) пульсации продольной скорости. Это объясняется подсеточной вязкостью, которая существует в стандартных пакетах.

2.2. Закон подобия частоты образования берстов

Численное исследование процесса перехода ламинарного течения в турбулентное требует подтверждения основных положений, полученных ранее в эксперименте. В частности, в эксперименте [15, 16] при изучении квазипериодических выбросов жидкости из пристенной области течения получен закон подобия средней периодичности берстов: $TU_{\infty}/\delta = 6 \pm 2$, где T – средний период берстов, δ – толщина турбулентного пограничного слоя, U_{∞} – скорость набегающего потока. Этот закон подобия получен для дозвуковых течений.

В настоящей работе при обтекании плоской пластины сверхзвуковым потоком газа (M = 2) получается картина течения, представленная на рис. Зв. Видно, что при $z \approx 0.65$ начинается нелинейный переход ламинарного течения в турбулентное. С поверхности пластины происходит выброс легкого (горячего) газа. На рисунке светлая линия разделяет течение на дозвуковую часть течения до пластины и сверхзвуковую – выше линии. Для проверки закона подобия определены параметры течения. Среднее расстояние между берстами равно 100dx, где $dx = 10^{-5}$ м. Средняя скорость движения берста равна 330 м/с. Это видно по тому, как берсты в вязком подслое движутся в виде параллельных наклонных прямых со скоростью звука. Выше светлой линии (в сверхзвуковом потоке) параллельность нарушается, и скорость меняется. Тогда в дозвуковом потоке расстояние 100dx берсты преодолевают за $T = 3 \times 10^{-6}$ с. Величина $\delta = 30dx$. И закон подобия формулируется так: $TU_{\infty}/\delta = 3 \times 10^{-6}$ с $\times 660$ м/с/ 30×10^{-5} м = 6.6. Здесь следует отметить, что приведенная картина развития берста в реальном течении отличается от картин, полученных в приведенном квазистационарном подходе. Так как, во-первых, существуют сильные колебания жидкости в поперечном направлении, во-вторых – берсты деформируются при прохождении через критический слой.

Для получения закона подобия в реальном нестационарном течении проведены расчеты, описывающие картины образования берстов для двух моментов времени (рис. 3), взятых через

ЖАРОВ, ТУГАЗАКОВ

Рис. 4. Развитие берстов в поперечном направлении: (a), (б) — рост берста по координате; (в), (Γ) — погружение берста в турбулентную область при взаимодействии его с внешней границей т.п.с.

1600 временных шагов. В результате получены данные, которые позволяют сформулировать закон подобия. На рис. 3 светлые линии 1 и 2 соответствуют положению берста в моменты t_1 и t_2 , где $T = t_2 - t_1 = 1600 \times 1.7 \times 10^{-9}$ с $= 2.72 \times 10^{-6}$ с. Тогда расчеты показывают: $TU\infty/\delta = 2.72 \times 10^{-6} \times 660/30 \times 10^{-5} = 5.98$. Скорость берста для данного варианта задачи находится из отношения пути (отмечены на рис. 36 темными линиями), пройденного берстом, ко времени *T*: $v_b = 100 \times 10^{-5}/2.72 \times 10^{-6} = 370$ м/с. То есть, так как плотность на пластине меньше R_{∞} , то скорость берста больше 330 м/с.

Видно, что закон подобия выполняется и при сверхзвуковом обтекании пластины. Это объясняется тем, что берсты начинаются на пластине в вязком дозвуковом подслое. Картина их образования в поперечных сечениях (в турбулентной части течения) приведена на рис. 4. На рис. 4а,б видны головка берста и его "ноги". При движении по потоку берст всплывает. Когда головка берста начинает взаимодействовать с внешней границей слоя, она распадается на ряд вихрей, которые опускаются ниже в турбулентную область, захватывая газ из внешнего потока (рис. 4в,г).

2.3. Механизм образования берста

Как отмечено в 2.1, переход от ламинарного течения к турбулентному происходит в пределах z > 0.65. Чтобы более полно описать процесс перехода, на рис. 5 представлены картины течения в трех поперечных сечениях (z = 0.5, 0.65, 0.9 сверху вниз) для трех параметров: v (столбец а), ω_z (б) – продольная компонента вихря и u (в). В первом сечении течение ламинарное, во втором – переходное и в третьем – турбулентное. Видно, что при z = 0.5 при ламинарном характере течения наблюдается квазидвумерное течение газа. Поведение нормальной компоненты скорости v (рис. 5а) симметрично по ширине пластины. На рис. 56,в по краям пластины расположены вихри равной интенсивности и противоположного знака, поперечного течения нет. В области начала перехода (z = 0.65) заметны изменения параметров течения: нарушилась симметрия скорости v и продольной компоненты вихря ω , по ширине пластины, появилась незначительная скорость u.

Рис. 5. Картина перехода от ламинарного к турбулентному течению в трех поперечных сечениях сверху вниз (z = 0.5, 0.65, 0.9) для трех параметров: *v* (столбец а), ω_z (б) – продольная компонента вихря *u* (в).

В области развитого турбулентного течения (z = 0.9) реализуются интенсивные пульсации нормальной скорости газа на поверхности пластины; распределение продольной компоненты вихря представлено множеством мелкомасштабных и крупных вихрей; имеются достаточно сильные колебания поперечной скорости. То есть видно, что с ростом интенсивности пульсаций, начиная с сечения z = 0.65, квазидвумерное течение становится пространственным. На рис. 4, 5 видно, что в расчетной области возникает поперечная неоднородность, которую можно интерпретировать как возникновение наклонных волн Толлмина–Шлихтинга и, соответственно, как действие 3-волнового и гармонического резонансов. Это обстоятельство позволяет предположить схему турбулизации потока, которая была рассмотрена в статье Качанова [7].

Подробное рассмотрение течения в вязком подслое около поверхности пластины, где скорость практически равна 0, указывает, что механизм образования берстов здесь аналогичен отрыву невязкого потока газа с обтекаемой поверхности [21]. Это объясняется следующим образом. В момент, когда внешние возмущения (волны) усилились, и суммарное давление на пластине из-за отрицательных пульсаций становится меньше, чем в набегающем невозмущенном потоке, то в поле течения образуется нестационарная волна разрежения. В результате здесь появляется градиент давления, который стремится оторвать подслой от пластины. Так как на пластину действуют последовательно положительные и отрицательные пульсации, то последние и приводят к зарождению берста.

2.4. Стохастизация течения и переход к турбулентности

Состояние потока можно охарактеризовать спектральным составом пульсаций давления. Поскольку решается нестационарная задача, спектр определяется весьма просто, если использовать стандартные процедуры дискретного преобразования Фурье [22]. На рис. 6 представлен спектр пульсаций давления на пластине при температуре T_w . Здесь по горизонтали отложена ча-

Рис. 6. Спектр пульсаций давления (относительные величины) в развитом турбулентном течении.

стота в условных единицах, по вертикали квадрат модуля амплитуды пульсаций давления. Длина реализации по времени в расчетах порядка 100.

По спектру можно проследить развитие процесса стохастизации. На рис. 7 представлен спектр пульсаций давления однородно нагретой пластины с указанием относительной величины частоты соответствующих составляющих. Этот спектр в какой-то мере подтверждает субгармонический – гармонический сценарий перехода [7]. Действительно, если за основу взять частоту f = 2.934 (см. рис. 7), то близкая к ней субгармоническая частота равна f = 1.331. Не сложно угадать также кратные частоты. Отличие от точных значений можно объяснить возбуждением субгармоник в виде наклонных волн, дисперсионные зависимости которых обусловливают трехволновой резонанс на значениях частот, несколько отличных от канонических [1, 4, 6].

Сравнение спектра пульсаций давления на пластине в зависимости от температуры охлаждения приведено на рис. 7. Видно, что с изменением температуры пластины характер сценария развития пульсаций сохраняется (субгармонический-гармонический). Но спектр частот становится уже.

Поведение величины плотности и давления в зависимости от температуры пластины представлено на рис. 8. Из-за разности температур в носовой ($T = 0.83T_w$) и кормовой ($T = 0.5T_w$) частей пластины, перед носиком охлажденной части пластины в дозвуковой области течения об-

Рис. 8. Зависимость параметров турбулентного течения от температуры: (а) поле плотности, (б) поле давления; светлая вертикальная линия — граница АВ теплоизолированной и охлажденной частей пластины.

разуется тангенциальный разрыв, который в области сверхзвукового течения превращается в слабую ударную волну. Взаимодействие набегающего турбулентного потока с тангенциальным разрывом и ударной волной приводит к размыванию этих разрывов и, в то же время, частичному разрушению вихрей, берстов. Результаты этого взаимодействия подтверждаются результатами разд. 2.4.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты прямого численного моделирования обтекания плоской пластины с числом Maxa 2 и теоретического анализа ламинарно-турбулентного перехода в сверхзвуковом потоке газа подтверждают закон подобия частоты образования берстов. Данные численного счета о неустойчивости вязкого слоя и спектральный анализ течения указывают на реализацию в турбулентном пограничном слое резонансного трехволнового взаимодействия волн. Показано, что влияние температуры на теплоизолированную и охлажденную части пластины соответствует изменению характера течения в пространстве и спектральном составе потока.

Работа поддержана грантом РФФИ № 20-01-00184.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Craik A.D.D. Non-linear resonant instability in boundary-layers // J. Fluid Mech. 1971. 50. P. 393-413.
- 2. Гапонов С.А., Маслов А.А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980. 134 с.
- Kachanov Y.S. On the resonant nature of the breakdown of a laminar boundary-layer // J. Fluid Mech. 1987. V. 184. P. 43–74.
- 4. *Жаров В.А.* О волновой теории развитого турбулентного пограничного слоя // Уч. зап. ЦАГИ. 1986. С. 28–38.
- 5. *Жаров В.А.* Модельное представление когерентной структуры в развитом турбулентном пограничном слое // Уч. зап. ЦАГИ. 2014. Т. XLV. № 5. С. 33–46.
- 6. Zelman M.B., Maslennikova I.I. Tollmien–Schlichting–wave resonant mechanism for subharmonic–type transition // J. Fluid Mech. 1993. V. 252. P. 449–478.
- Kachanov Yu.S. Physical Mechanisms of Laminar–Boundary–Layer Transition // Annual Review of Fluid Mechanic. 1994. V. 26. P. 411–482.
- 8. *Borodulin V.I., Gaponenko V.R., Kachanov Y.S.* Late-Stage Transitional Boundary–Layer–Structures. Direct Numerical Simulation and Experiment // Theoret. Comput. Fluid Dynamics. 2002. V. 15. P. 317–337.

ИЗВЕСТИЯ РАН. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА № 2 2022

- 9. *Репик Е.У., Соседко Ю.П.* Турбулентный пограничный слой. Методика и результаты экспериментальных исследований. М.: Физматлит, 2007. 312 с.
- 10. *Borodulin V.I., Kachanov Y.S., Roschektayev A.P.* Experimental detection of deterministic turbulence // Journal of Turbulence. 2011. V. 12. № 23. C. 1–34.
- 11. Kosinov A.D., Panina A.V., Kolosov G.L., Semionov N.V., Ermolaev Yu.G. Experiments on relative receptivity of three-dimensional supersonic boundary layer to controlled disturbances and its development // Progress in Flight Physics. 2013. V. 5. P. 69–80.
- 12. *Иванов М.Ф., Киверин А.В., Шевелкина Е.Д.* Эволюция вихревых возмущений на различных стадиях турбулентных течений // Инж. журнал: наука и инновации. 2013. № 8(20). С. 38–39.
- 13. *Кудрявцев А.Н., Хотяновский Д.В.* Прямое численное моделирование перехода к турбулентности в сверхзвуковом пограничном слое // Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22. № 5. С. 581–590.
- 14. *Lipatov I.I., Tugazakov R.Ya.* Generation of Coherent Structures in Supersonic Flow past a Finite-Span Flat Plate // Fluid Dynamics. 2015. V. 50. № 6. P. 793–799.
- 15. Kline S.J., Reynolds W.C., Shraub F.A., Runstadler P.W. // J. Fluid Mech. 1967. V. 30. P. 74.
- 16. Cantuwell D.J. Organaized motion in turbulent flow // Ann. Rev. Fluid Mech. 1981. V. 13. P. 457-515.
- 17. *Tugazakov R.Ya*. Three-dimensional Turbulent Supersonic Flow over a Plate // Fluid Dynamics. 2019. V. 54. Nº 5. P. 705–713.
- 18. *Lipatov I.I., Tugazakov R.Ya.* Generation of Coherent Structures in Supersonic Flow past a Finite-Span Flat Plate // Fluid Dynamics. 2015. V. 50. № 6. P. 793–799.
- 19. Липатов И.И., Тугазаков Р.Я. Нелинейная неустойчивость в области перехода от ламинарного к турбулентному движению газа при сверхзвуковом пространственном обтекании пластины // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2018. № 2. С. 178–196.
- Ephraim L.R., Burstein S.Z. Difference methods for the inviscid and viscous equations of a compressible gas // J. Comput. Phys. 1967. V. 2. P. 178–196.
- 21. *Тугазаков Р.Я.* Теория отрыва сверхзвукового потока невязкого газа в задачах газодинамики // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2016. № 5. С. 118–124.
- 22. MATHEMATICA Wolfram Research 5.0.