

УДК 532.546

## МНОГОМАСШТАБНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КИСЛОТНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА КАРБОНАТНЫЙ ПЛАСТ

© 2022 г. Р. Д. Каневская<sup>а,\*</sup>, А. В. Новиков<sup>а</sup>

<sup>а</sup> РГУ нефти и газа (НИУ) им. И.М. Губкина, Москва, Россия

\*e-mail: pmkt@gubkin.ru

Поступила в редакцию 17.06.2021 г.

После доработки 17.08.2021 г.

Принята к публикации 21.09.2021 г.

Рассматривается задача соляно-кислотного воздействия на карбонатную породу на нескольких масштабах. На масштабе зерна рассматривается задача двухфазной многокомпонентной фильтрации по закону Дарси с химическими превращениями. Исследуются режимы закачки кислоты в керн, приводящие к образованию червоточин. Данное исследование позволяет определить динамику роста червоточин при различных параметрах кинетики реакции, скоростях закачки и для различных распределений проницаемости. Полученные зависимости используются в крупномасштабной модели кислотного гидроразрыва пласта (КГРП), которая также включает в себя модель двухфазной многокомпонентной фильтрации с химическими превращениями в пористой среде и модель распространения кислоты по трещине. Моделируется дополнительный вклад червоточин в проводимость. На основе предложенной модели выполнен ряд расчетов КГРП, исследован эффект учета червоточин в предложенной крупномасштабной модели, изучено влияние определяющих параметров процесса, таких как длина трещины, проницаемость пласта и темпы нагнетания раствора на эффективность воздействия, оцениваемую через продуктивность скважины после операции.

**Ключевые слова:** кислотный гидроразрыв, многомасштабное моделирование, кинетика реакций, червоточины

**DOI:** 10.31857/S0568528122020050

История использования кислоты для интенсификации скважин, добывающих нефть, берет свое начало с 1895 г., когда Н. Frasch впервые применил соляную кислоту для воздействия на известняковый пласт. С тех пор эффективность кислотного воздействия (КВ) значительно возросла, и оно стало одним из наиболее эффективных методов увеличения нефтеотдачи в карбонатном коллекторе.

Неоднородность пласта и многомасштабная форма распространения кислоты в коллекторе ограничивают возможности моделирования КВ и предсказания результирующей продуктивности скважины. Режимы закачки кислоты, оптимальные с точки зрения результирующей продуктивности скважины, приводят к формированию узких, кавернообразных каналов – червоточин, которые имеют ширину, многократно превосходящую размер пор, и могут достигать в длину нескольких десятков сантиметров. Таким образом, наряду с рассмотрением задачи на масштабах зерна и межскважинного пространства возникает необходимость учета эффектов растворения, происходящих на промежуточном (мезо-) масштабе, характерным для учета технологий заканчивания скважин.

Большое число экспериментальных и теоретических исследований посвящено задаче возникновения и роста червоточин при КВ на карбонатную породу. Различные подходы к моделированию червоточин могут быть разделены на несколько групп [1]: на основе критического размера пор [2, 3], на основе модели капиллярных трубок [2–4], сеточные [5, 6] и фрактальные [5, 7–9] модели порового пространства, на основе чисел Дамкёлера и неравновесные численные модели различных масштабов [10–18].

При лабораторном изучении процесса образования червоточин многие исследования фокусируются на изучении зависимости объема кислоты, необходимой для прорыва зерна, от скорости закачки [6, 19, 20]. Установлено, что эта зависимость имеет минимум, который отвечает ско-

рости закачки, при которой будет израсходован минимальный объем кислоты для достижения червоточинной длины керна. Эта зависимость также позволяет соотнести скорость роста червоточины со скоростью закачки [20]. Численное 3D-моделирование керна позволило распространить данные зависимости на вертикальные скважины с произвольным типом вскрытия [21].

При численном моделировании КВ авторы все чаще используют уравнения Дарси–Бринкмана, Дарси–Бринкмана–Стокса [10, 13, 16, 17, 22], которые справедливы для значений пористости, близких к единице, и способны учесть червоточины, естественную и наведенную микротрещинноватость пласта, погруженные граничные условия (*immersed boundaries*). В работе [10] используется уравнение Дарси–Бринкмана для моделирования КВ на масштабе керна. Полученные результаты моделирования сравниваются с результатами закачки кислоты в керны на основе диаграммы режимов растворения (числа Дамкелера, Пекле, кинетическое число). В дальнейшем было исследовано влияние геометрии задачи на режимы растворения [13], влияние распределения петрофизических свойств породы и влияние анизотропии [16], проведено сравнение моделирования по закону Дарси–Бринкмана–Стокса с традиционным подходом на основе закона Дарси [17]. В [10, 11] представлена мезомасштабная и крупномасштабные модели для описания различных режимов растворения пористой среды, которые получены в результате осреднения уравнений физико-химической гидродинамики пористой среды на более мелких масштабах. Крупномасштабные модели КВ рассмотрены в [14, 15] и использованы для оценки эффективности КВ в вертикальных, горизонтальных скважинах и трещинах кислотного гидро-разрыва пласта (КГРП). В работе [18] предложена зависимость пористости и проницаемости от ряда параметров, в частности числа Дамкелера, и представлена крупномасштабная модель растворения пористой среды с учетом червоточин. Микромасштабная модель растворения пористой среды рассмотрена в [22], где также изучено влияние образования пузырьков  $\text{CO}_2$  на скорость растворения среды.

Задача моделирования КГРП также включает в себя рассмотрение транспорта кислоты по трещине. Решение задачи конвекции-диффузии между параллельными пористыми стенками представлено в [23], где рассматривался перенос тепла в ламинарном потоке жидкости с известным распределением скорости [24]. Полученные профили распределения кислоты в трещине могут быть параметризованы числом Шмидта [25], которое определяет относительную роль конвекционных и диффузионных механизмов транспорта кислоты. Одномерные модели распространения кислоты по трещине [26, 27] рассматриваются в предположении о несжимаемости жидкости в трещине и утечках в пласт согласно формуле Картера. Данные модели основаны на осреднении уравнения на концентрацию в сечении трещины и нуждаются в определении коэффициента переноса кислоты к стенкам трещины. Двух- и трехмерные модели распространения кислоты по трещине лишены этой необходимости [28, 29]. В данных работах распределение скорости в трещине также предполагается известным [24].

Определение результирующей проводимости трещины КГРП представляет особенную трудность. Большинство моделей КГРП основывается на корреляции, полученной на основе лабораторных экспериментов с разрезами кернов [30], которая определяет зависимость проводимости трещины от сжимающих напряжений пласта, его прочностных характеристик. В подобных корреляциях также могут быть учтены оценки объема и формы растворенной породы, полученные на основе гидродинамического моделирования. Экспериментальное изучение влияния неровностей краев трещины на ее проводимость представлено в [31]. Зависимость проводимости трещины от минералогической и петрофизической неоднородности ее краев изучена в [32, 33]. Численное моделирование течения кислоты через трещину с подвижными стенками проведено в [34], где также представлена зависимость проводимости трещины от корреляционной длины поля проницаемости, ее дисперсии и сжимающих напряжений пласта [35]. Анализ чувствительности данной модели к различным параметрам проведен в [36].

В данной работе рассматривается задача соляно-кислотного воздействия на карбонатную породу на нескольких масштабах. На масштабе керна рассматривается задача двухфазной многокомпонентной фильтрации по закону Дарси с химическими превращениями. Исследуются режимы закачки кислоты в керн, приводящие к образованию червоточин. Такой подход позволяет определить динамику роста червоточин при различных параметрах кинетики реакции, скоростях закачки и для различных распределений проницаемости. Далее в работе предложена сопряженная крупномасштабная модель КГРП, включающая в себя модель двухфазной многокомпонентной фильтрации с химическими превращениями в пористой среде, модель распространения кислоты по трещине и учитывающая динамику распространения червоточин на микромасштабе. В отличие от предложенных ранее моделей КГРП, где поток раствора активной

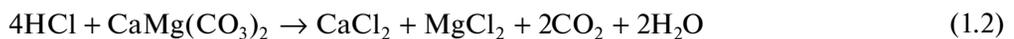
**Таблица 1.** Параметры кинетики реакции, используемые в расчетах

Минерал	$n$	$A_k, \frac{\text{моль HCl}}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot (\text{моль} \cdot \text{м}^{-3})^n}$	$\frac{E_k}{R}, \text{K}$
кальцит	0.63	$7.291 \times 10^7$	$7.55 \times 10^3$
доломит	0.4	$9.4 \times 10^{11-3n}$	$11.32 \times 10^3$

примеси в пласт задавался упрощенной моделью утечек, в данной работе производится расчет его распространения в пласт и последующего растворения породы путем решения сопряженной задачи. На основе предложенной модели выполнен ряд расчетов КГРП, исследован эффект учета червоточин в предложенной крупномасштабной модели, изучено влияние определяющих параметров процесса, таких как длина трещины, проницаемость пласта и темпы нагнетания раствора на эффективность воздействия, оцениваемую через продуктивность скважины после операции.

### 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФИЛЬТРАЦИИ КИСЛОТНОГО РАСТВОРА В НЕФТЕНАСЫЩЕННОМ КОЛЛЕКТОРЕ

Наиболее распространенные минералы, слагающие карбонатный пласт, – это кальцит и доломит. Они хорошо растворяются соляной кислотой в соответствии со следующими реакциями:



продуктами которых являются соли, углекислый газ и вода. Кинетика растворения практически не зависит от продуктов реакции, а роль обратной реакции незначительна. В таком случае кинетическая модель реакции растворения может быть представлена в форме [25]:

$$-r_k = A_k (b_w (X_a - X_a^{eq}))^n \exp\left(-\frac{E_k}{RT}\right) \quad (1.3)$$

Здесь  $r_k$  – скорость поглощения единицы вещества кислоты на единицу поверхности реакции,  $A_k$  – константа реакции,  $n$  – порядок реакции,  $b_w$  – молярная плотность водной фазы,  $E_k$  – энергия активации,  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $T$  – температура среды,  $X_a$ ,  $X_a^{eq}$  – молярная концентрация и равновесная молярная концентрация кислоты в водной фазе. Последняя может значительно отличаться от нуля в случае органических кислот, тогда как в случае соляной кислоты  $X_a^{eq} = 0$ . Параметры кинетики реакции, используемые в расчетах, приведены в табл. 1.

Скорость реакции чистой соляной кислоты с кальцитом очень высока, в рассматриваемом диапазоне температур реакция ограничена только транспортом кислоты [3], тогда как для породы, состоящей из чистого доломита, это справедливо при температуре 50°C и выше. Растворение доломита при температурах ниже 50°C определяется также и скоростью самой реакции.

Рассматривается течение двухфазной пятикомпонентной жидкости, включающей водную и нефтяную фазы  $\alpha = w, o$ , а также нефть, воду, кислоту, соль и углекислый газ  $i = o, h_2o, a, s, co_2$  в качестве компонентов. Водная фаза может как изначально присутствовать в пористой среде, так и закачиваться в виде раствора соляной кислоты. Предполагается, что все продукты реакций мгновенно растворяются в водной фазе, тогда как нефтяная фаза включает лишь один компонент – нефть. При используемых на практике объемах кислоты характерное количество углекислого газа, образованного в результате реакции, незначительно и обычно не оказывает существенного эффекта на свойства раствора [8, 12].

Для простоты в дальнейшем также пренебрегается влиянием компонентного состава на плотности, вязкости, относительные фазовые проницаемости и скорость реакции (кроме концентрации кислоты в (1.3)), что, тем не менее, может быть легко учтено в рамках модели.

Уравнения баланса массы двухфазного многокомпонентного флюида с учетом химических реакций могут быть записаны в виде:

$$\frac{\partial}{\partial t}(msb_w X_i) + \nabla \times (b_w X_i \mathbf{v}_w) = q_i \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(m(1-s)b_o) + \nabla \times (b_o \mathbf{v}_o) = 0 \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}((1-m)b_{sk}) = q_{sk} \quad (1.6)$$

Здесь  $m$  – пористость,  $b_\alpha$  – молярная плотность фазы  $\alpha = w, o$ ,  $X_i$  – молярная концентрация  $i$ -го компонента в водной фазе,  $s$  – водонасыщенность пласта,  $q_i$  – молярная интенсивность образования/поглощения массы  $i$ -го компонента в химических реакциях в единице объема породы, нижний индекс  $sk$  обозначает пористый скелет.

Скорости движения фаз  $\mathbf{v}_\alpha$  в пористой среде определяются законом Дарси:

$$\mathbf{v}_\alpha = -\frac{Kk_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \nabla p \quad (1.7)$$

Здесь  $K$  – абсолютная проницаемость пласта,  $k_{r\alpha}$  – фазовая проницаемость,  $\mu_\alpha$  – вязкость фазы  $\alpha$ . Эффект капиллярного давления не учитывается.

Молярные источники  $q_i$ , обусловленные химическими реакциями, определяются их кинетикой:

$$q_i = -\sum_k r_k (v''_{ik} - v'_{ik}) \Omega \quad (1.8)$$

Здесь  $v''_{ik}$ ,  $v'_{ik}$  – стехиометрические коэффициенты  $i$ -го компонента в  $k$ -й реакции, значения которых определены в (1.1), (1.2),  $\Omega$  – площадь поверхности реакции в единице объема пористой среды.

Площадь поверхности реакции в значительной мере определяет скорость реакции, однако на практике является весьма неопределенным параметром. Предполагается, что в процессе растворения площадь поверхности реакции изменяется и линейно зависит от водонасыщенности и пористости  $\Omega \sim s(1-m)$ . В данной модели используется следующая зависимость для площади реакции

$$\frac{\Omega}{\Omega_0} = s \frac{1-m}{1-m_0} \quad (1.9)$$

Здесь  $\Omega_0$  – начальное значение эффективной поверхности реакции в единице объема при  $s = 1$ ,  $m_0$  – исходная пористость.

Растворение пористой среды неизбежно ведет к увеличению ее пористости, а значит, и к росту проницаемости. Взаимосвязь между этими параметрами может быть оценена на основе исследований керна и данных геофизических и гидродинамических исследований скважин. Для терригенных коллекторов связь пористости и проницаемости может быть задана зависимостью Козени–Кармана [37], тогда как для карбонатных коллекторов зачастую принимают экспоненциальную зависимость

$$\frac{k_l}{k_{l0}} = \exp(A(m - m_0)) \quad (1.10)$$

Здесь  $A$  – эмпирический параметр,  $l = \{x, y, z\}$ . Тензор проницаемости предполагается диагональным  $K = \text{diag}\{k_x, k_y, k_z\}$  и изотропным  $k_x = k_y = k_z$ .

Растворение пористой среды сопровождается увеличением размеров пор и поровых каналов. Эти изменения приводят к росту не только абсолютной проницаемости. При растворении изменяется структура порового пространства, что ведет к изменению и относительных фазовых проницаемостей, которое может быть описано следующей зависимостью [15]:

$$k_{r\alpha}(m, s) = \frac{m - m_0}{m^* - m_0} k_{r\alpha}^* + \frac{m^* - m}{m^* - m_0} k_{r\alpha 0} \quad (1.11)$$

$$k_{r\alpha}^* = \begin{cases} s, & \alpha = w \\ 1 - s, & \alpha = o \end{cases}$$

Здесь  $k_{r\alpha 0}$  – исходная относительная фазовая проницаемость фазы  $\alpha$ ,  $m^*$  – максимальная пористость, достижимая при растворении. Эта зависимость представляет собой средневзвешенное значение исходной фазовой проницаемости и предельно достижимой, когда она линейно зависит от насыщенности.

Для решения уравнений (1.4)–(1.6) использовалась полностью неявная схема метода конечных объемов с двухточечной аппроксимацией потока и интерполяцией потокового члена против потока. Полученная система уравнений после линеаризации решалась итерационно методом Ньютона. Расчет компонент Якобиана выполнялся с использованием библиотеки автоматического дифференцирования. На этапе решения производилось масштабирование уравнений в системе, исходя из размеров ячеек. Это позволило снизить обусловленность матрицы и уменьшить общее время расчета за счет возможности расчета с большим временным шагом на начальном этапе. Параметры масштабирования были подобраны именно с точки зрения уменьшения обусловленности получаемой матрицы на первой итерации первого временного шага. Для решения полученных систем линейных уравнений были использованы предобуславливатели на основе неполного LU разложения ILU(0,1), ILUT [38] совместно со стабилизированным методом бисопряженных градиентов [38].

## 2. МОДЕЛЬ КИСЛОТНОГО ГИДРОРАЗРЫВА ПЛАСТА

Сохранение высокой проводимости трещины гидроразрыва после снятия избыточного давления, как правило, можно обеспечить двумя способами. Первый из них состоит в заполнении трещины проппантом – высокопрочным зернистым материалом [39]. Второй способ заключается в воздействии на пласт кислотой. В отличие от проппантного гидроразрыва пласта, при котором трещина закрепляется после снятия избыточного давления, при КГРП трещина не закрепляется и стимуляция достигается за счет неравномерного растворения породы вблизи стенок исходной трещины. В данной работе под трещиной КГРП понимается именно стимулированная область с измененными вследствие растворения свойствами шириной  $w$  вокруг исходной трещины гидроразрыва. Мы не учитываем геомеханический фактор, рассматривая начальную трещину гидроразрыва фиксированной ширины  $w_0$  (рис. 1а) на стадии закачки раствора. Поскольку после снятия избыточного давления незакрепленная трещина смыкается, при расчете остальных стадий КГРП принято, что  $w_0 = 0$ .

Мы предполагаем, что по исходной трещине течет однофазная несжимаемая жидкость с вязкостью  $\mu_w$ , распределение скоростей которой известно и задано аналитически на основе решения задачи Бермана о течении жидкости в канале с проницаемыми стенками [24]. Уравнения баланса массы флюида и кислоты в трещине могут быть записаны в следующем виде:

$$\nabla \times \mathbf{v} = 0 \quad (2.1)$$

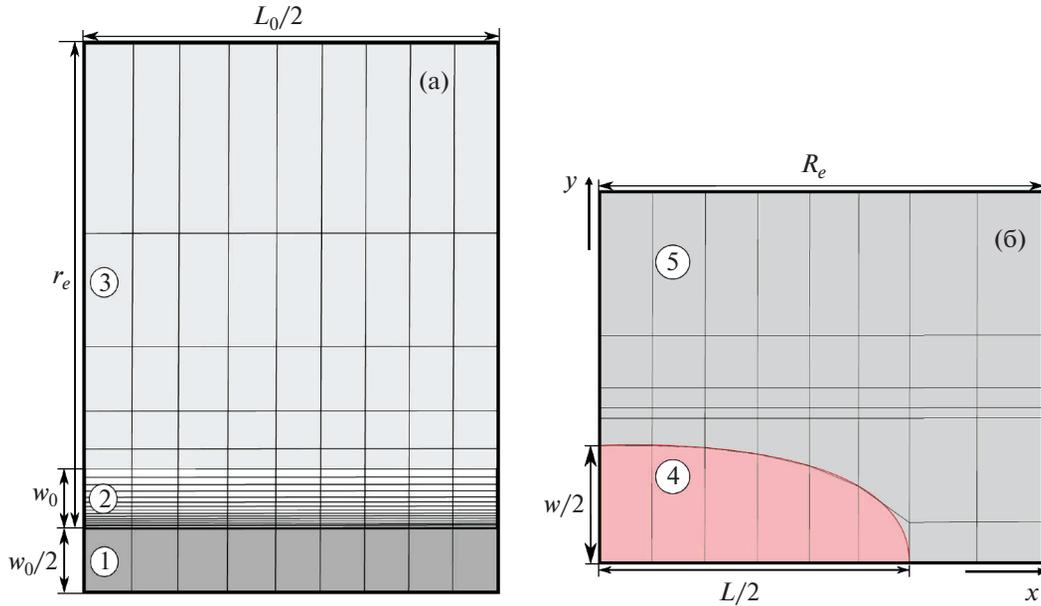
$$\frac{\partial X_a}{\partial t} + \mathbf{v} \times \nabla X_a = \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{ef} \frac{\partial X_a}{\partial y} \right) \quad (2.2)$$

Здесь  $X_a$  – молярная концентрация кислоты в трещине,  $D_{ef}$  – эффективный коэффициент молекулярной диффузии,  $\mathbf{v} = \{v_x, v_y, v_z\}$  – скорость флюида, определяемая выражениями:

$$v_x = -\frac{w_0^2}{8\mu_w} \frac{\partial p}{\partial x} \left( 1 - \left( \frac{2y}{w_0} \right)^2 \right) \quad (2.3)$$

$$v_y = v_L \left( \frac{3}{2} \left( \frac{2y}{w_0} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{2y}{w_0} \right)^3 \right) \quad (2.4)$$

$$v_z = -\frac{w_0^2}{8\mu_w} \frac{\partial p}{\partial z} \left( 1 - \left( \frac{2y}{w_0} \right)^2 \right) \quad (2.5)$$



**Рис. 1.** Расчетная область и сетка, используемая при расчетах стадий КГРП (а) и оценке продуктивности стимулированной области (б): 1 – начальная трещина гидроразрыва, 2 – область интенсивного растворения и формирования трещины КГРП, 3 – область пласта, 4 – полученная трещина КГРП, 5 – укрупненная область пласта.

Здесь  $v_L$  – скорость утечек жидкости в пласт, которая определяется условиями сопряжения течения в трещине и пористой среде.

Экспериментально было установлено, что при значениях коэффициента диффузии  $D_{ef} \sim 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$ , характерных для данной задачи, вклад диффузионного механизма переноса примеси к стенке трещины незначителен по сравнению с конвекционным даже при низкой скорости закачки. В этой связи последующие расчеты производились при  $D_{ef} = 0$ .

Модель КГРП включает в себя модели фильтрации флюида в пористой среде (1.4)–(1.11) и транспорта раствора кислоты по трещине (2.1)–(2.5). Исходная трещина гидроразрыва представляет собой трехмерный прямоугольный параллелепипед (рис. 1а) заданных размеров, которые остаются неизменными. Параллелепипед ориентирован так, что ось  $y$  перпендикулярна поверхности трещины, ось  $x$  направлена вдоль ее длины, ось  $z$  – вдоль высоты. Трехмерное рассмотрение трещины позволяет избежать использования коэффициента переноса кислоты к стенкам, предположений о концентрации кислоты на стенках [28] и при этом несущественно усложняет модель с вычислительной точки зрения.

Давление и насыщенность изначально считаются постоянными в пористой среде и трещине:

$$p^{(m)}|_{t=0} = p_0, \quad s^{(m)}|_{t=0} = s_0, \quad X_{h2o}^{(m)}|_{t=0} = 1$$

$$p^{(f)}|_{t=0} = p_0, \quad X_a^{(f)}|_{t=0} = 0$$

Здесь верхние индексы  $m, f$  обозначают матрицу (пористую среду) и исходную трещину соответственно. Водная фаза в матрице изначально состоит исключительно из воды.

Модели течения флюида в матрице и в исходной трещине сопрягаются на стенке трещины в соответствии со следующими уравнениями баланса флюида и кислоты:

$$p|^{(m)} = p|^{(f)} \quad (2.6)$$

$$v_{wy}|^{(m)} = v_L \quad (2.7)$$

$$X_a v_{wy}|^{(m)} = \left( X_a v_L + D_{ef} \frac{\partial X_a}{\partial y} \right)|^{(f)} \quad (2.8)$$

Уравнения (2.6)–(2.8) также предполагают, что трещина может содержать только водную фазу с растворенной в ней компонентой кислоты

$$s^{(f)} = 1, \quad X_s^{(f)} = X_{co2}^{(f)} = 0$$

Наиболее существенным этапом КГРП является обработка кислотой исходной трещины, поэтому далее исследуются стадии закачки кислоты и остановки на реакцию, а затем оценивается эффект от воздействия – определяется продуктивность скважины после КГРП.

В течение стадии закачки давление и концентрация кислоты задаются на входе в трещину:

$$p^{(f)}|_{x=0} = p_{inj}(t), \quad X_a^{(f)}|_{x=0} = X_a(t)$$

В течение стадии остановки на входе в трещину поддерживается постоянный нулевой градиент давления:

$$\left. \frac{\partial p^{(f)}}{\partial x} \right|_{x=0} = 0$$

На границе пласта, противоположной стенке трещины, задается постоянное давление. На боковых гранях пласта поддерживается условие отсутствия перетока.

Задача кислотного воздействия при КГРП имеет несколько пространственных масштабов. Глубина продвижения фронта растворения стенок трещины исчисляется миллиметрами, тогда как червоточины могут распространяться в глубь пласта на расстояние до метра. Транспорт кислоты по трещине определяется ее длиной, которая обычно составляет несколько десятков метров. Внешний контур питания считается удаленным от трещины как минимум на несколько ее длин, что обычно сравнимо с межскважинным расстоянием.

В крупномасштабной модели КГРП червоточины моделируются как дополнительная “наложенная” проводимость. Длина и радиус червоточин, определяемые из расчетов растворения зерна, используются для оценки этой проводимости и глубины области ее действия. Результирующая проводимость затронутой зоны определяется как проводимость параллельного соединения червоточин и пористой среды. Рост червоточин в модели КГРП определяется скоростью потока флюида у ближайшего элемента стенки трещины на основе рассчитанной в модели зерна зависимости.

Несмотря на то что в данной модели КГРП червоточины явно не разрешаются, в расчетах используется сетка, логарифмически сгущающаяся к трещине на двух масштабах – на масштабе всей области  $\sim r_e$  и на масштабе  $\sim w_0$ , характеризующем максимальную область распространения фронта кислоты при данных условиях закачки. На рис. 1а изображены расчетная область и сетка, используемая при расчетах стадий КГРП. Область 1 соответствует начальной трещине гидроразрыва, по которой происходит распространение кислоты на стадии закачки. В рамках рассматриваемой модели предполагается, что после закачки эта трещина полностью смыкается и не дает вклада в проводимость. Область 2 имеет масштаб, сравнимый с шириной трещины гидроразрыва  $w_0$  и охватывает часть пласта, подверженную интенсивному растворению. Ее точный размер определяется исходя из распространения фронта кислоты. Разрешение сетки в этой области во многом определяет качество численного решения. Область 3 соответствует остальной части пласта, ограниченной контуром, удаленным на расстояние  $r_e$ , проницаемость и пористость в данной области модифицируются с целью учета длинных червоточин, полученных при расчетах мелкомасштабной модели.

Для оценки эффекта КГРП исследуется задача однофазного притока нефти к скважине после КГРП в укрупненной модели пласта, рис. 1б, и определяется ее продуктивность как отношение дебита к перепаду давления на пласт. Рассматривается квадратный пласт размерами  $R_e \gg r_e$ , куда включена стимулированная зона с осредненными фильтрационными характеристиками. Рассмотрение неоднородного сечения трещины КГРП в укрупненной модели затруднительно и является излишним. Поэтому в каждом сечении производится осреднение проницаемостей вдоль и поперек трещины по ее ширине. Осредненные проницаемости  $\bar{k}_x, \bar{k}_y$  рассчитываются по формулам:

$$\bar{k}_x = \frac{2}{w} \int_0^{w/2} k_x dy, \quad \bar{k}_y = \frac{w}{2} \left[ \int_0^{w/2} \frac{dy}{k_y} \right]^{-1}$$

Здесь интегрирование осуществляется по полуширине трещины КГРП.

**Таблица 2.** Значения параметров, используемые в расчетах модели керн

Параметр	Значение	Параметр	Значение
$A$	60	$X_a^{inj}$	0.15
$m_0$	0.09	$V_a, \text{м}^3$	$10^{-3}$
$m^*$	0.3	$s _{t=0}$	0.01
$k_G, \text{мД}$	5	$\mu_o, \text{сПз}$	4.75
$\sigma_{\ln k}$	0.5	$\mu_w, \text{сПз}$	1.0
$\lambda, \text{см}$	2	$\rho_o, \text{кг/м}^3$	887
$\Omega_0, \text{м}^2/\text{м}^3$	$10^5$	$\rho_w, \text{кг/м}^3$	1000

В трещине для решения уравнений (2.1), (2.2) применяется схема метода конечных объемов с двухточечной аппроксимацией потоков. Для аппроксимации межблочных давлений используется линейная интерполяция, для насыщенностей и концентраций – схема против потока. Модели трещины и пористой среды сопрягаются на стенке трещины, полученные уравнения решаются в одной системе.

### 3. КИСЛОТНОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ НА КЕРН

Для моделирования КВ в масштабах керн рассматривается задача многофазной многокомпонентной фильтрации (1.4)–(1.11) в двумерной прямоугольной области размерами 0.4 м и 0.1 м единичной толщины.

Одна из основных причин формирования червоточин при КВ – неоднородность фильтрационных свойств пористой среды. Для учета этой неоднородности было сгенерировано поле проницаемости в соответствии с логнормальным распределением с параметрами  $k_G = \exp(\ln k) = 5 \text{ мД}$ ,  $\sigma_{\ln k} = 0.5$ , гауссовой вариограммой с корреляционной длиной  $\lambda = 0.02 \text{ м}$ . Исходная пористость при этом оставалась постоянной в каждой из реализаций и равной  $m_0 = 0.09$ .

В изначально нефтенасыщенную область закачивался 15%-й раствор соляной кислоты через нижнюю грань с постоянной скоростью. На противоположной грани поддерживалось постоянное давление, на боковых – условие отсутствия перетока. Производилась закачка фиксированного объема кислоты  $V_a = 10^{-3} \text{ м}^3$ , после чего закачка останавливалась, и продолжался расчет стадии остановки, которая завершалась после отработки оставшейся кислоты. В табл. 2 указаны значения основных параметров, используемые в расчетах.

В некотором диапазоне скоростей закачки растворение происходит с формированием червоточин. На рис. 2 продемонстрирована динамика распространения червоточин во времени при постоянной скорости закачки, равной  $q = 1 \text{ м}^2/\text{сут}$  в разные моменты времени 1 – 0.028 ч, 2 – 0.12 ч, 3 – 0.3 ч, 4 – 0.98 ч. Представлены концентрация кислоты (а), концентрация соли (б), пористость (в), проницаемость и линии тока (г). В этом расчете рассмотрен керн, состоящий целиком из доломита. При данной скорости закачки растворение происходит в режиме формирования доминантной червоточины. Расчеты проводились до момента прорыва керн.

При фиксированном объеме раствора  $V_a$  зависимость динамики растворения керн от скорости закачки проиллюстрирована на рис. 3, где показан коэффициент приемистости керн в течение закачки. Коэффициент приемистости рассчитывается как отношение скорости закачки  $q$  к депрессии на керне  $\Delta p$ . Можно наблюдать, что в рассматриваемом диапазоне скоростей закачки наиболее эффективное растворение (самый быстрый прорыв керн) происходит при наиболее высокой скорости закачки, что, в свою очередь, соответствует наименьшему числу Дамкёллера, определяемому отношением скорости реакции растворения к скорости закачки, т.е.  $Da \sim 1/q$ . Вертикальными пунктирными линиями отмечены времена прорыва керн, наступающие при достижении кончиком червоточины (фронта пористости) верхней границы керн.

Рисунок 4 иллюстрирует рост длины червоточины с увеличением закачанного объема кислоты для разных чисел Дамкёллера и скоростей реакции, характерных для доломита и кальцита. Показано, что в обоих случаях имеется оптимальный темп нагнетания (число Дамкёллера), при

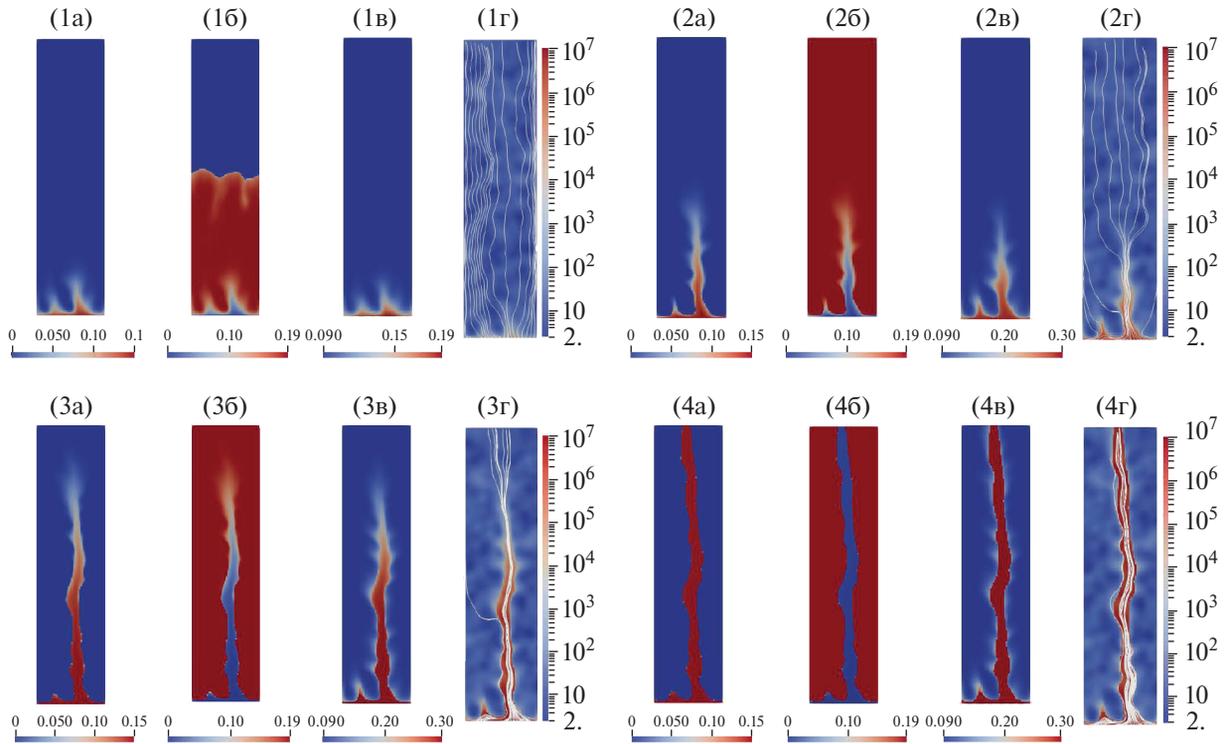


Рис. 2. Динамика распространения червоточины в ядре при постоянной скорости закачки в разные моменты времени: 1 – 0.028 ч, 2 – 0.12 ч, 3 – 0.3 ч, 4 – 0.98 ч. Представлены концентрация кислоты (а), соли (б), пористости (в), проницаемости и линии тока (г).

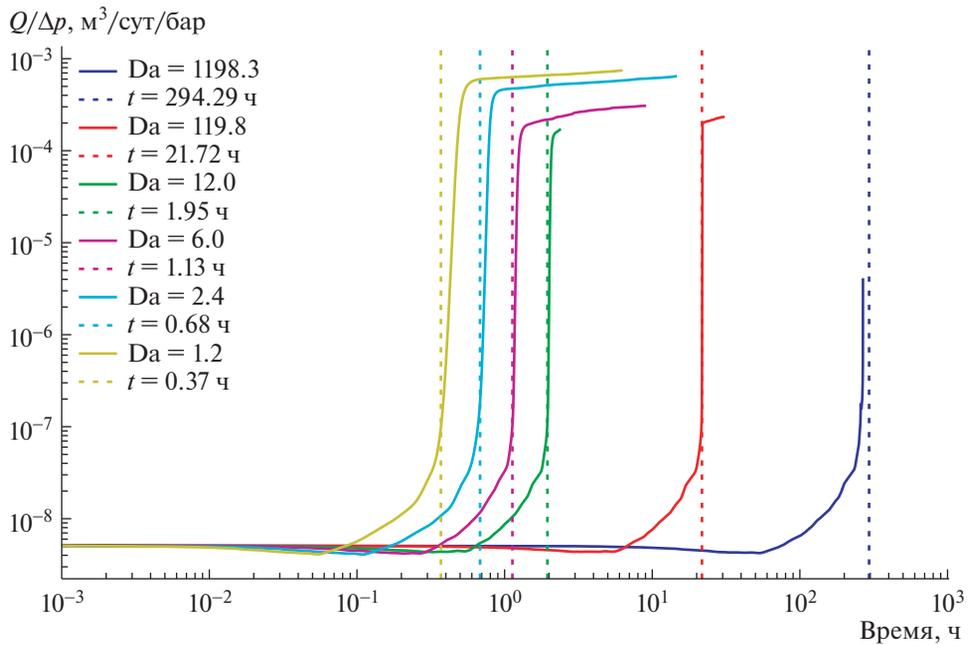
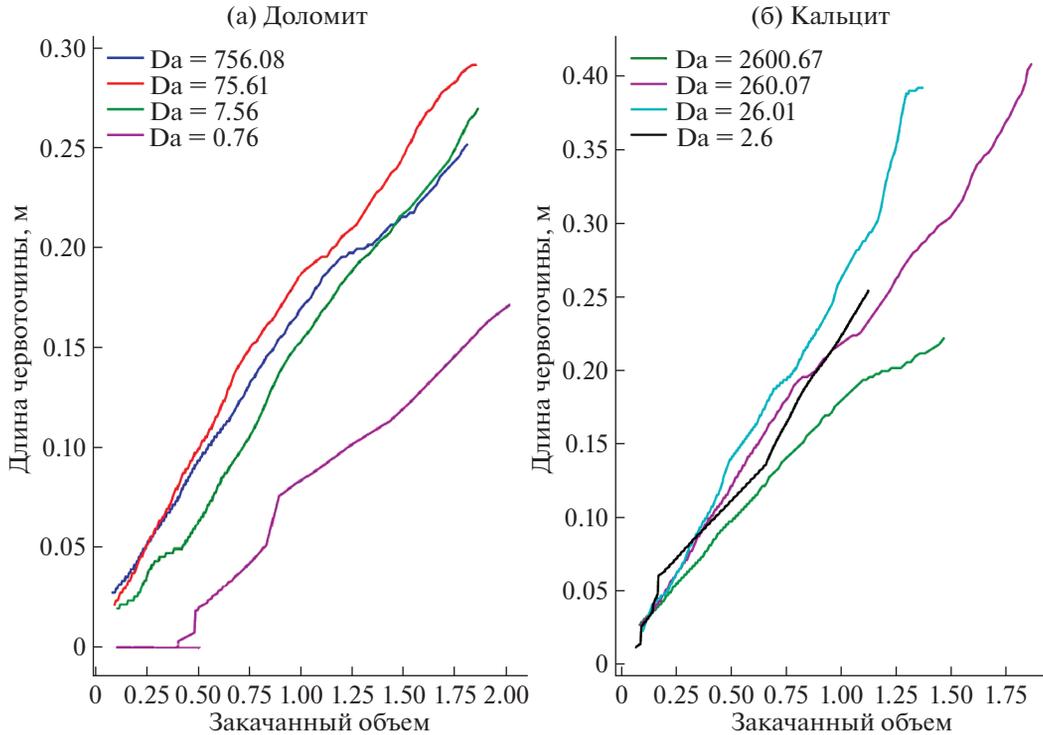


Рис. 3. Динамика проницаемости ядра при различных скоростях закачки.

котором осуществляется самый быстрый рост червоточин. В представленных примера  $Da_{opt} \approx 75$  для доломита,  $Da_{opt} \approx 26$  для кальцита. Эти данные качественно отражают эффекты, полученные в экспериментах.



**Рис. 4.** Длина червоточины в зависимости от объема закачанной кислоты, выраженного в поровых объемах зерна, составляющего 0.36 л.

Зависимость закачанного объема кислоты в керн, выраженного в поровых объемах зерна, от скорости закачки является предметом многих экспериментальных и теоретических исследований. На рис. 5 представлено сравнение рассчитанной зависимости с корреляцией, предложенной в [20], основанной на анализе экспериментальных данных:

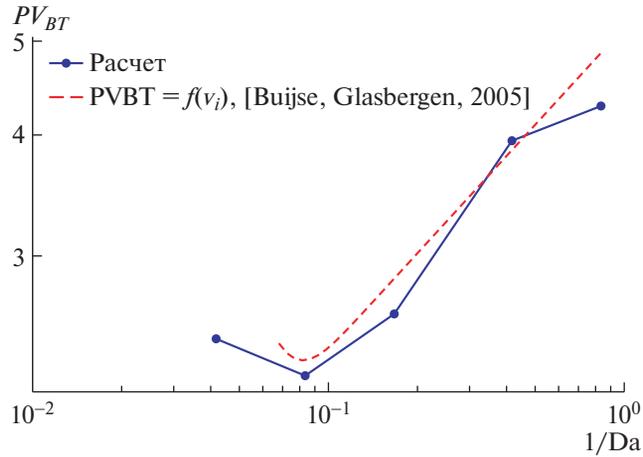
$$PV_{BT} = PV_{BT,opt} \sqrt[3]{\frac{v_i}{v_{i,opt}}} \times \left( 1 - \exp\left(-4 \frac{v_i^2}{v_{i,opt}^2}\right) \right)^{-2} \quad (3.1)$$

Здесь  $v_i$  – истинная скорость однофазного флюида (раствора кислоты),  $v_{i,opt}$ ,  $PV_{BT,opt}$  – величины, соответствующие оптимальному режиму закачки кислоты в керн (координаты минимума на графике). Показано, что результаты математического моделирования на основе предложенной модели хорошо соотносятся с корреляцией, полученной из экспериментов, что позволяет использовать модель для дальнейших расчетов.

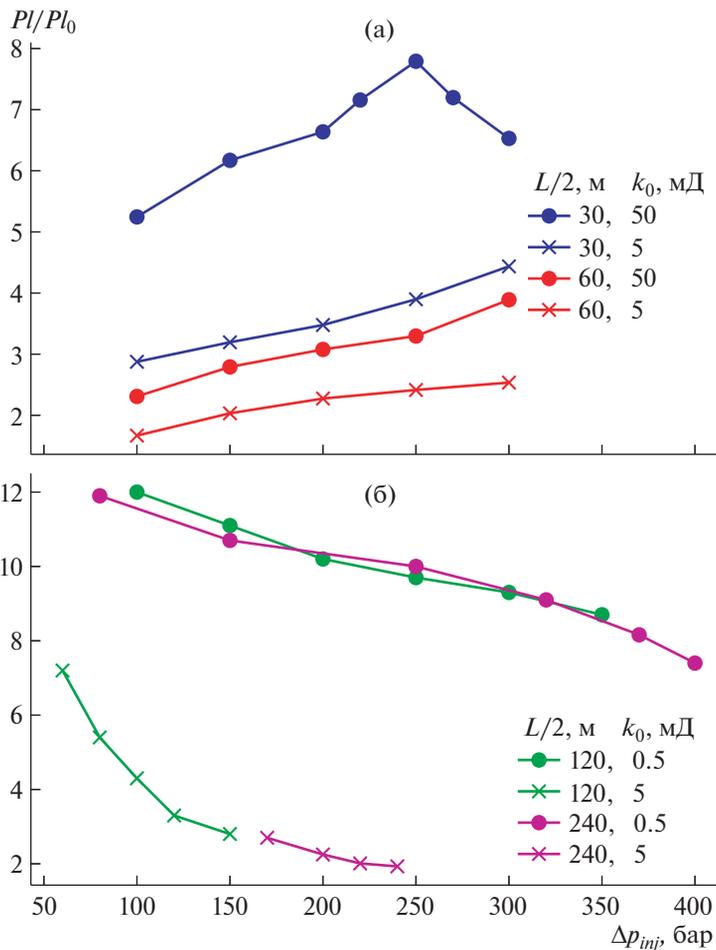
Следует отметить, что представленные результаты моделирования получены лишь для одной реализации поля проницаемости зерна и не могут быть репрезентативными для выбранного распределения. С другой стороны, лабораторные исследования, подразумевающие испытания многих зерен, позволяют аппроксимировать зависимость  $PV_{BT}(Da)$ . Также можно ожидать, что (средняя) динамика распространения червоточин и (среднее) оптимальное число Дамкёлера будут зависеть от параметров распределения: дисперсии и корреляционной длины. Подробное изучение режимов растворения для ансамбля реализаций сталкивается со значительными вычислительными затратами и выходит за рамки данной работы.

#### 4. АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ КИСЛОТНОГО ГИДРОРАЗРЫВА

На основе представленной модели проведено исследование влияния скорости закачки кислоты на продуктивность после КГРП. На рис. 6 показаны зависимости отношения продуктивности  $PI$  после КГРП к начальной продуктивности  $PI_0$  от перепада давления закачки  $\Delta p_{inj} = p_{inj} - p_e$  при различных проницаемостях пласта и полудлинах трещины. Рассматривалась закачка фиксированной



**Рис. 5.** Объем кислоты, необходимый для прорыва ядра (в поровых объемах ядра) в зависимости от скорости закачки. Сравнение с эмпирической корреляцией [20].



**Рис. 6.** Зависимость продуктивности после КГРП от депрессии закачки кислоты  $\Delta p_{inj}$  при закачке 15%-го раствора HCl объемом  $6.67 \text{ м}^3$  (а) и  $50 \text{ м}^3$  (б).

рованного объема  $V_{inj} = 6.67 \text{ м}^3$  (рис. 6а) или  $V_{inj}P = 50 \text{ м}^3$  (рис. 6б) 15%-го раствора HCl в однородный прямоугольный пласт (рис. 1а) толщины 18.87 м, пористости 0.09, с постоянным давлением на удаленном контуре  $p_e = 200$  бар и максимально достижимой в результате растворения

пористостью  $m^* = 0.4$  через начальную трещину с полушириной  $w/2 = 2$  мм. После закачки раствора производилось моделирование стадии останковки на реакцию, когда закачка прекращается и остаткам кислоты предоставляется некоторое время, чтобы прореагировать. В качестве финальной стадии производилась оценка эффекта КГРП, при которой моделировался приток к скважине.

Для заданных параметров расчеты показали, что при малом объеме раствора воздействие с меньшей полудлиной трещины оказывается более эффективным. Большая длина трещины приводит к расширению области распространения кислоты, что в итоге не обеспечивает формирование зоны вблизи трещины с проводимостью оптимальной для данного пласта. Этот фактор имеет наибольшее значение при меньших объемах закачки (рис. 6а). В то же время при больших объемах кислотного раствора этот фактор незначителен (рис. 6б). Расчеты также показывают, что при фиксированном малом объеме раствора (рис. 6а) воздействие на более проницаемый коллектор (50 мД) приводит к большему относительному увеличению продуктивности, чем при воздействии на менее проницаемый (5 мД). В последнем случае это связано с недостаточностью количества кислоты для формирования оптимальной области повышенной проводимости. В то же время при больших объемах закачки (рис. 6б) кратность увеличения продуктивности выше при воздействии на низкопроницаемый пласт (0.5 мД), чем на более проницаемый (5 мД).

Из теории гидроразрыва известно [39], что в высокопроницаемых пластах наибольшее значение имеет высокая проводимость трещины вблизи скважины, а в низкопроницаемых коллекторах важно обеспечить увеличение области дренирования путем создания более длинных трещин. Медленная закачка приводит к практически компактному растворению и ярко выраженной трещине КГРП, тогда как при быстрой закачке зона воздействия расширяется в сторону от трещины, увеличивая ее проводимость вблизи скважины.

Действительно, при проницаемости 50 мД увеличение давления (или темпа) закачки малого объема раствора привело к росту эффективности КГРП (рис. 6а), что обусловлено высокой скоростью реакции минералов пласта с закачанной кислотой. Однако при достаточно высокой скорости закачки в ограниченную область дальнейшее расширение зоны воздействия не приводит к росту стимуляции, эффект размывается и при  $\Delta p_{inj} > 250$  бар для  $k_0 = 50$  мД и  $L/2 = 30$  м продуктивность падает. Для большего объема кислоты (рис. 6б) имеет место обратная картина. Наиболее высокую продуктивность в случае относительно низких проницаемостей (0.5–5 мД) будет обеспечивать длинная и узкая трещина, которая может быть сформирована при низкой скорости закачки. Это объясняет снижение относительной продуктивности при увеличении скорости закачки раствора. В случае  $k = 5$  мД эти зависимости пересекают кривые для коротких трещин, так как в этом случае узкие короткие трещины менее эффективны и, кроме того, в представленных расчетах рассматривался более низкий расход кислоты на единицу длины трещины. При больших скоростях закачки и перепадах давления вблизи коротких трещин образуется зона притока с высокой проводимостью, а в случае длинных трещин эта область размывается по пласту и не позволяет обеспечить высокую пропускную способность вблизи скважины. Поэтому для  $k = 5$  мД при больших скоростях закачки оказались более выгодными короткие трещины. В низкопроницаемом пласте (0.5 мД) с ростом давления закачки эффект снижается медленно, так как затруднен отток раствора в пласт, что способствует формированию узких длинных высокопроводящих трещин.

Также проведены расчеты КГРП с учетом роста червоточин на микромасштабе. Червоточины моделировались как конусы, растущие по нормали к трещине в глубь пласта. Зависимость радиуса входного отверстия от длины червоточки и скорость роста червоточин рассчитывались на основе выполненного моделирования ядра, где первая аппроксимировалась линейной функцией, а последняя – согласно корреляции (3.1) с параметрами  $v_{opt} = 1.29 \times 10^{-4}$  и  $PV_{BT,opt} = 2.256$ . На каждом расчетном шаге длина червоточин увеличивалась согласно корреляции в зависимости от скорости флюида у основания червоточки. На различном удалении от трещины червоточки имеют разный радиус сечения  $r$ , который пересчитывался в дополнительную проницаемость как  $\pi r^2/8$ , при постоянной плотности червоточин  $10^2$  м<sup>-2</sup>. Кислота, а также продукты реакции, происходящей при росте червоточин, учитывались в уравнениях баланса (1.4)–(1.6) в качестве дополнительных источников массы.

На рис. 7 представлены распространения червоточин и компактного растворения при  $L/2 = 30$  м, проницаемости  $k_0 = 5$  мД и нескольких давлениях закачки. Фронт компактного растворения определялся как область, где проницаемость повысилась на порядок относительного начального значения. Можно видеть, что в данном диапазоне давлений закачки большая ско-

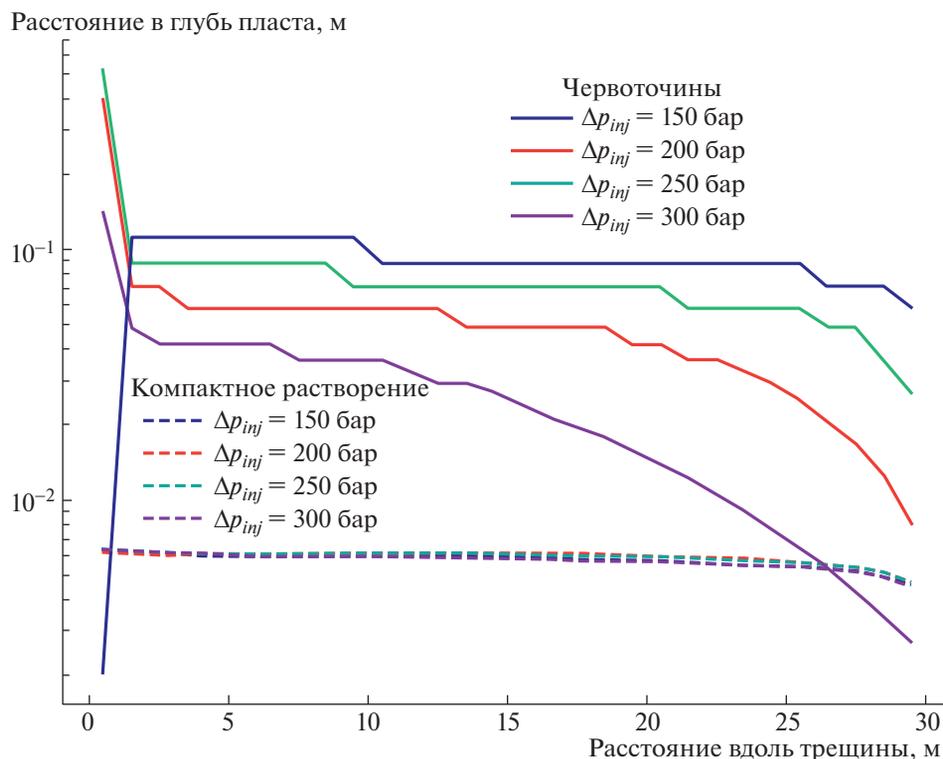


Рис. 7. Фронты распространения червоточин (сплошные линии) и компактного растворения (прерывистые линии) для различных депрессий закачки  $\Delta p_{inj}$  при полудлине трещины 30 м и проницаемости пласта 5 мД.

рость закачки приводит к более глубокому распространению червоточин в пласт. Несмотря на значительное распространение вглубь по сравнению с фронтом компактного растворения, учет их влияния на эффективность КГРП оказался несущественным. В расчетах, выполненных с учетом и без учета червоточин, их относительный вклад в оценку продуктивности не превышает 5%. Это можно объяснить тем, что масштаб трещины существенно превышает масштаб червоточины, особенно при ограниченном объеме кислоты. По-видимому, с этим связано основное отличие эффекта кислотного воздействия при обработке трещины и скважины, для которой червоточины образуют радиальную структуру, расширяющуюся в глубь пласта.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены неравновесные модели кислотного воздействия на пористую среду на различных масштабах. Модели учитывают кинетику химических реакций для различных минералов среды, многофазный многокомпонентный поток флюида в пористой среде, неоднородность пористой среды, а также изменение структуры порового пространства при растворении.

На основе представленной модели выполнено моделирование кислотной обработки керн. Расчеты продемонстрировали рост червоточин, наблюдаемый в условиях эксперимента. Показано соответствие результатов расчета и лабораторных экспериментов. Расчеты показали, что рост червоточин может быть аппроксимирован линейной зависимостью от закачанного объема. Также показано существование оптимального режима закачки, при котором реализуется наиболее быстрый рост червоточин.

Предложена сопряженная модель КГРП, включающая модель кислотного воздействия на пористую среду и модель транспорта кислоты по трещине. Расчеты по анализу эффективности КГРП показали, что для коротких трещин в высокопроницаемых пластах при увеличении скорости закачки эффект увеличивается, тогда как для низкопроницаемых — снижается.

Предложен метод учета червоточин в крупномасштабной модели кислотного воздействия на основе скорости роста червоточин; при этом могут быть использованы результаты как лабораторных исследований, так и численного моделирования керн. На примере продемонстрирован

учет червоточин в модели КГРП на основе выполненного моделирования керна. Показано, что в данном случае учет червоточин мало повлиял на результат оценки эффективности КГРП, тогда как в случае кислотной обработки их вклад существенен.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каневская Р.Д., Новиков А.В. Методы моделирования червоточин при соляно-кислотном воздействии на карбонатные пласты // Нефтепромысловое дело, 3/2018.  
<https://doi.org/10.30713/0207-2351-2018-3-19-28>
2. Schechter R.S., Gidley J.L. The change in pore size distribution from surface reactions in porous media // AIChE Journal. 1969. V. 15. № 3. P. 339–350.
3. Schechter R.S. Oil Well Stimulation, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, Prentice Hall, 1992.
4. Hung K.M., Hill A.D., Sepehrmoori K. A Mechanistic Model of Wormhole Growth in Carbonate Matrix Acidizing and Acid Fracturing // Society of Petroleum Engineers. 1989.  
<https://doi.org/10.2118/16886-PA>
5. Daccord G., Touboul E., Lenormand R. Carbonate Acidizing: Toward a Quantitative Model of the Wormholing Phenomenon // Society of Petroleum Engineers. 1989.  
<https://doi.org/10.2118/16887-PA>
6. Fredd C.N., Fogler H.S. Influence of transport and reaction on wormhole formation in porous media // AIChE Journal. 1998. V. 44. № 9. P. 1933–1949.
7. Daccord G., Lenormand R. Fractal Patterns from Chemical Dissolution // Nature. 1987. V. 325. P. 41–43.
8. Daccord G. Chemical Dissolution of a Porous Medium by a Reactive Fluid // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 479–482.
9. Daccord G., Lenormand R., Lietard O. Chemical dissolution of a porous medium by a reactive fluid. I. Model for the “wormholing” phenomenon // Chem. Eng. Sci. 1993. V. 48. I. 1. P. 169–178.
10. Golfier F., Zarcone C., Bazin B., Lenormand R., Lasseux D., Quintard M. On the ability of a Darcy-scale model to capture wormhole formation during the dissolution of a porous medium // Journal of Fluid Mechanics. 2002. V. 457. P. 213–254.
11. Golfier F., Bazin B., Lenormand B., Quintard M. Core-scale description of porous media dissolution during acid injection – Part I: Theoretical development // Comp. Appl. Math. 2004. V. 23. № 2–3.
12. Golfier F., Quintard M., Bazin B., Lenormand R. Core-scale description of porous media dissolution during acid injection – part II: calculation of the effective properties // Comput. Appl. Math. 2006. V. 25. № 1. P. 55–78.
13. Cohen C.E., Ding D., Quintard M., Bazin B. From pore scale to wellbore scale: Impact of geometry on wormhole growth in carbonate acidization // Chemical Engineering Science. 2008. V. 63. № 12. P. 3088–3099.
14. Вольнов И.А., Каневская Р.Д. Фильтрационные эффекты растворения породы при кислотном воздействии на карбонатные нефтесодержащие пласты. // Изв. РАН. МЖГ. 2009. № 6. С. 105–114.
15. Жучков С.Ю., Каневская Р.Д. Моделирование кислотного воздействия в горизонтальной скважине, вскрывающей карбонатный нефтесодержащий пласт // Изв. РАН. МЖГ. 2013. № 4. P. 93–103.
16. Schwalbert M.P., Zhu D., Hill A.D. Extension of an Empirical Wormhole Model for Carbonate Matrix Acidizing through Two-Scale Continuum 3D Simulations. Society of Petroleum Engineers. 2017, June 12.  
<https://doi.org/10.2118/185788-MS>
17. Tomin P., Voskov D. Robust And Accurate Formulation for Modelling of Acid Stimulation. Conf. Proc., ECMOR XVI. Sep. 2018. V. 2018. P. 1–16.
18. Кремлева Т.А., Смирнов А.С., Федоров К.М. Моделирование процесса кислотной обработки карбонатных пластов с учетом эффекта образования каналов червоточин // Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 5. С. 76–84.
19. Fredd C.N., Fogler H.S. Optimum Conditions for Wormhole Formation in Carbonate Porous Media: Influence of Transport and Reaction. Society of Petroleum Engineers. 1999, September 1.  
<https://doi.org/10.2118/56995-PA>
20. Buijse M.A., Glasbergen G. A Semi-Empirical Model To Calculate Wormhole Growth in Carbonate Acidizing. Society of Petroleum Engineers. 2005, January 1.  
<https://doi.org/10.2118/96892-MS>
21. Furui K., Burton R.C., Burkhead D.W., Abdelmalek N.A., Hill A.D., Zhu D., Nozaki M. A Comprehensive Model of High-Rate Matrix-Acid Stimulation for Long Horizontal Wells in Carbonate Reservoirs: Part I “Scaling Up Core-Level Acid Wormholing to Field Treatments. Society of Petroleum Engineers. 2012, March 1.  
<https://doi.org/10.2118/134265-PA>
22. Soulaire C., Roman S., Kovscek A., Tchepeli H. Pore-scale modelling of multiphase reactive flow: Application to mineral dissolution with production of CO<sub>2</sub> // Journal of Fluid Mechanics. 2018. V. 855. P. 616–645.  
<https://doi.org/10.1017/jfm.2018.655>
23. Terrill R.M. Heat transfer in laminar flow between parallel porous plates // Int. J. of Heat and Mass Transfer. 1965. V. 8. Issue 12. P. 1491–1497.

24. *Berman A.S.* Laminar flow in channels with porous walls // *Journal of Applied Physics*. 1953. V. 26. P. 489.
25. *Nierode D.E., Williams B.B.* Characteristics of Acid Reaction in Limestone Formations. Society of Petroleum Engineers. 1971, December 1.  
<https://doi.org/10.2118/3101-PA>
26. *Lo K.K., Dean R.H.* Modeling of Acid Fracturing. Society of Petroleum Engineers. 1989, May 1.  
<https://doi.org/10.2118/17110-PA>
27. *Settari A.* Modeling of Acid-Fracturing Treatments // Society of Petroleum Engineers. 1993, February 1.  
<https://doi.org/10.2118/21870-PA>
28. *Settari A., Sullivan R.B., Hansen C.E.* A New Two-Dimensional Model for Acid Fracturing Design // Society of Petroleum Engineers. 1998, January 1.  
<https://doi.org/10.2118/48930-MS>
29. *Romero J., Gu H., Gulrajani S.N.* Three-Dimensional Transport in Acid Fracturing Treatments: Theoretical Development and Consequences for Hydrocarbon Production // Society of Petroleum Engineers. 1998, January 1.  
<https://doi.org/10.2118/39956-MS>
30. *Nierode D.E., Kruk K.F.* An Evaluation of Acid Fluid Loss Additives Retarded Acids, and Acidized Fracture Conductivity // Society of Petroleum Engineers. 1973, January 1.  
<https://doi.org/10.2118/4549-MS>
31. *Gong M., Lacote S., Hill A.D.* A New Model of Acid Fracture Conductivity Based on Deformation of Surface Asperities // Society of Petroleum Engineers. 1998, January 1.  
<https://doi.org/10.2118/39431-MS>
32. *Mou J., Zhu D., Hill A.D.* Acid-Etched Channels in Heterogeneous Carbonates – a Newly Discovered Mechanism for Creating Acid-Fracture Conductivity // Society of Petroleum Engineers. 2010, June 1.  
<https://doi.org/10.2118/119619-PA>
33. *Mou J., Zhu D., Hill A.D.* New Correlations of Acid-Fracture Conductivity at Low Closure Stress Based on the Spatial Distributions of Formation Properties // Society of Petroleum Engineers. 2011, May 1.  
<https://doi.org/10.2118/131591-PA>
34. *Deng J., Mou J., Hill A.D., Zhu D.* A New Correlation of Acid-Fracture Conductivity Subject to Closure Stress // Society of Petroleum Engineers. 2012, May 1.  
<https://doi.org/10.2118/140402-PA>
35. *Deng J., Hill A.D., Zhu D.* A Theoretical Study of Acid-Fracture Conductivity under Closure Stress // Society of Petroleum Engineers. 2011, February 1.  
<https://doi.org/10.2118/124755-PA>
36. *Oeth C.V., Hill A.D., Zhu D.* Acid Fracture Treatment Design with Three-Dimensional Simulation // Society of Petroleum Engineers. 2014, February 4.  
<https://doi.org/10.2118/168602-MS>
37. *Амикс Д., Басс Д., Уайтинг Р.* Физика нефтяного пласта. Перевод с англ. М.: Гостоптехиздат, 1962. 572 с.
38. *Saad Y.* Iterative methods for sparse linear systems. Philadelphia: SIAM, 2003.
39. *Каневская Р.Д.* Математическое моделирование разработки месторождений нефти и газа с проведением гидравлического разрыва пласта. М.: Недра-Бизнесцентр, 1999. 212 с.