

УДК 533.6.013.128

## НОСОВАЯ ЧАСТЬ ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ С МИНИМАЛЬНЫМ АЭРОДИНАМИЧЕСКИМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ В ДИАПАЗОНЕ БОЛЬШИХ ДОЗВУКОВЫХ СКОРОСТЕЙ

© 2022 г. А. П. Мазуров<sup>а</sup>, С. А. Таковицкий<sup>а,\*</sup>

<sup>а</sup> Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского,  
Жуковский, Московская обл., Россия

\*E-mail: c.a.t@tsagi.ru

Поступила в редакцию 07.09.2021 г.

После доработки 21.09.2021 г.

Принята к публикации 21.09.2021 г.

Решена задача построения осесимметричных носовых частей, имеющих при заданном ограничении на удлинение минимальное аэродинамическое сопротивление в диапазоне больших дозвуковых скоростей полета. Поиск оптимальных форм основан на подходах локальной линеаризации, которые были использованы при анализе результатов моделирования в рамках уравнений Навье–Стокса и обеспечили сходимость с предельным уменьшением числа прямых расчетов процесса численной оптимизации при большом числе геометрических параметров (более 70). Исследовано влияние на сопротивление дополнительных ограничений, накладываемых на кривизну образующей. Дано сопоставление построенных носовых частей и носовых частей, обладающих близкими к оптимальным значениями характеристиками при дозвуковых и сверхзвуковых условиях: полукаверны Рябушинского и усеченного степенного тела. Подтверждена известная особенность тел, реализующих при заданной длине нулевое или минимальное волновое сопротивление, – возможность образования переднего торца как участка краевого экстремума.

*Ключевые слова:* аэродинамическое сопротивление, осесимметричная носовая часть, локальная линеаризация, трансзвуковые скорости

**DOI:** 10.31857/S0568528122010078

Носовая часть фюзеляжа вносит заметный вклад в суммарное аэродинамическое сопротивление и в значительной степени формирует течение около других элементов летательного аппарата. Посредством изменения формы носовой части можно добиться улучшения тех или иных аэродинамических характеристик. К классическим задачам аэродинамики относится построение образующей осесимметричной носовой части с целью увеличения критического числа Маха или уменьшения лобового сопротивления, что обеспечивает совершенствование летательных аппаратов по направлениям увеличения скорости и дальности полета.

Известны исследования, обосновывающие для дозвукового и сверхзвукового диапазона скоростей полета применение носовых частей в виде полукаверны Рябушинского и носовых частей с образующей, задаваемой степенной зависимостью радиуса от продольной координаты. Первое решение реализует в несжимаемой среде полочное распределение давления по поверхности тела и, согласно принципу максимума для скорости течения, может быть использовано для увеличения критического числа Маха [1–4]. Численные расчеты и испытания в аэродинамических трубах подтвердили превосходство полукаверны Рябушинского над параболическими носовыми частями по значениям аэродинамического сопротивления, которое сопровождается увеличением объема [5, 6]. Второе решение получено в рамках локальной модели течения и соответствует достижению минимальных значений волнового сопротивления для тел большого удлинения [7, 8]. В ЦАГИ выполнены расчетные и экспериментальные исследования тел степенной формы в широком диапазоне изменения числа Маха и удлинения [9]. Установлено, что оптимальные значения показателя степени, соответствующие достижению минимального сопротивления, близки к 2/3. В начале 2000-х годов теоретически и численно подтверждена справедливость решения, основанного на формуле Ньютона для давления на поверхности тела, в части, касающейся при-

тупления оптимальной носовой части по торцу [10, 11]. В частности, в рамках модели Эйлера показано, что близкие к минимальным значения волнового сопротивления достигаются в классе тел, имеющих передний торец и степенную образующую. Наличие торца является общей особенностью тел, оптимальных при заданной длине. Оптимальная образующая боковой поверхности с изломом стыкуется с передним торцом и может иметь дополнительные изломы. Локальное сглаживание изломов не приводит к заметному росту сопротивления [12]. Анализ и обобщение наиболее значимых решений задачи Ньютона об осесимметричной носовой части минимального сопротивления представлены в [13].

Основная цель настоящего исследования заключается в поиске решения, которое связывает известные результаты, полученные для дозвуковых и сверхзвуковых скоростей. Первым шагом в этом направлении стала попытка использования степенного закона зависимости радиуса от продольной координаты при построении носовых частей, имеющих минимальное сопротивление в диапазоне больших дозвуковых скоростей [14]. Установлено, что тело, прооптимизированное при числе Маха, близком к единице, может иметь недостаточно хорошие аэродинамические характеристики при меньших скоростях полета. Отмеченная особенность требует совершенствования оптимизационной процедуры. Например, допустимо представление целевой функции в виде суммы коэффициентов сопротивления с весовыми множителями, соответствующих двум или более значениям числа Маха. В результате будет получен Парето-фронт из не улучшаемых решений. Более удобным представляется сохранение однокритериальности задачи с введением дополнительных ограничений на гладкость образующей. Данная процедура реализована в представленной работе.

Метод оптимизации базируется на подходах локальной линеаризации связи между вариациями газодинамических функций и вариациями геометрических параметров [11, 15–18]. Таким образом, строится аналитическая аппроксимация целевой функции. Наиболее простая аппроксимация представляется квадратичной формой. В этом случае вычисляются градиент, матрица вторых производных, и посредством решения системы линейных уравнений находится положение экстремума. Допускается повышение порядка аппроксимации, что лишь незначительно усложняет поиск экстремума, поскольку функция остается аналитической. Заключительным действием является проверка найденных вариаций формы в численном расчете. Метод локальной линеаризации обеспечивает высокую скорость сходимости и позволяет проводить исследование при большом числе геометрических параметров.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается задача минимизации аэродинамического сопротивления осесимметричной носовой части при заданных ограничениях на удлинение и кривизну образующей. Определяющими параметрами являются число Маха  $M_\infty$  и посчитанное на длину тела число Рейнольдса  $Re_L$ , которые характеризуют условия в набегающем потоке, и основная геометрическая характеристика – удлинение  $\lambda$  носовой части. Тело обтекается под нулевым углом атаки. Предполагается, что состояние пограничного слоя соответствует турбулентным условиям.

Образующая носовой части определяется набором из  $N$  точек с координатами  $x_n, r_n, n = 1, \dots, N$ . Соседние точки соединены прямолинейными отрезками. Начало системы координат совмещено с первой точкой ( $x_1 = r_1 = 0$ ), радиус переднего торца равен  $r_2$ . Для последней точки набора выполняются условия  $r_N = R$  и  $x_N = L$  ( $R$  и  $L$  – радиус основания и длина носовой части соответственно). Удлинение носовой части определяется отношением  $\lambda = L/(2R)$ .

Целевая функция – коэффициент лобового сопротивления носовой части  $C_x$ , который представляется суммой сил давления и сил трения по всем элементам образующей

$$C_x = \frac{2}{\gamma M_\infty^2 R^2} \left[ \sum_{n=1}^{N-1} \left( \frac{p_n}{p_\infty} - 1 \right) (r_{n+1}^2 - r_n^2) + \sum_{n=2}^{N-1} c_{fn} (r_{n+1} + r_n) (x_{n+1} - x_n) \right]$$

Здесь  $p_\infty$  – давление в невозмущенном потоке,  $p_n$  и  $c_{fn}$  – осредненные значения давления и коэффициента трения на  $n$ -м отрезке образующей тела вращения,  $\gamma$  – отношение удельных теплотемкостей (в представленном исследовании принято  $\gamma = 1.4$ ). При вычислении коэффициента сопротивления аэродинамическая сила отнесена к скоростному напору и площади основания носовой части.

Геометрическими параметрами, варьируемыми в процессе оптимизации, служат радиусы  $r_n$  в узловых сечениях с номерами  $n = 2, \dots, N - 1$ . Основное ограничение, накладываемое на габари-

ты тела,  $\lambda = \text{const}$  учтено в постановочной части задачи. Таким образом, задача сведена к безусловной минимизации функции конечного числа переменных.

Предусмотрена возможность введения дополнительных ограничений для радиусов в сечениях, расположенных около переднего торца ( $x_n < x_b$ ) и основания ( $x_n > x_e$ ) носовой части.

Для точек с номерами  $n < n_1$ , где  $n_1$  определяется из условий  $x_{n_1-1} < x_b$  и  $x_{n_1} \geq x_b$ , радиус определяется степенной зависимостью от продольной координаты  $r_n = r_2 + (r_{n_1} - r_2)(x_n/x_{n_1})^{0.5}$ . При этом радиус переднего торца выбирается таким образом, чтобы в точке стыковки с пологим участком сохранялась непрерывность первой производной от радиуса.

Для точек с номерами  $n > n_2$ , где  $n_2$  определяется из условий  $x_{n_2} \leq x_e$  и  $x_{n_2+1} > x_e$ , зависимость радиуса от продольной координаты представляется полиномом третьей степени. Неизвестные коэффициенты выбираются из четырех граничных условий: гладкой стыковки в точке  $x_{n_2}$  и выходом на радиус основания с нулевой производной.

## 2. МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ

Для поиска минимума целевой функции применен прямой оптимизационный метод, объединяющий численное решение прямой задачи в рамках уравнений Навье—Стокса и определение улучшающих вариаций формы в приближенной постановке. При анализе особенностей целевой функции использованы подходы локальной линеаризации, на основе которых установлены соотношения, связывающие изменение давления на  $n$ -м отрезке образующей (при  $n > 1$ ) с изменением радиусов в соседних поперечных сечениях. Если местное значение числа Маха  $M_n$  около рассматриваемого элемента поверхности (вне пограничного слоя) больше единицы, то изменение  $p_n$  связано с изменением  $r_n$  и  $r_{n+1}$  [11]

$$\frac{\Delta p_n}{p_\infty} = k \frac{\Delta r_{n+1} - \Delta r_n}{x_{n+1} - x_n}, \quad k = \frac{\gamma M_n^2 p_n}{p_\infty \sqrt{|M_n^2 - 1|}}$$

В противном случае анализируется зависимость  $p_n$  от радиусов в четырех сечениях [15]

$$\frac{\Delta p_n}{p_\infty} = k \frac{x_{n+2} - x_{n-1}}{2\pi(x_{n+1} - x_n)} \left[ \frac{\Delta r_{n+2} - \Delta r_n}{x_{n+2} - x_n} - \frac{\Delta r_{n+1} - \Delta r_{n-1}}{x_{n+1} - x_{n-1}} \right]$$

В результате целевая функция аппроксимируется аналитической зависимостью от геометрических параметров. Рассмотрены варианты с квадратичной и кубической аппроксимацией. Заметим, что аппроксимация строится при фиксированном значении радиуса переднего торца ( $\Delta r_2 = 0$ ) и включает предположение, что коэффициенты трения на всех элементах образующей не изменяются при изменении образующей ( $\Delta C_{fn} = 0$ ).

Для построенного приближения целевой функции определяются положение экстремума и соответствующая вариация формы носовой части. Применимость найденной вариации для уменьшения целевой функции проверяется в численном расчете. Задаются несколько шагов в установленном направлении спуска, строятся носовые части, для каждой из которых определяются поле течения и лобовое сопротивление. Результатом поиска минимума функции одной переменной является выбор шага, соответствующего минимуму.

Анализ, основанный на локальной линеаризации, дополнен прямой вариацией радиуса переднего торца. Таким образом, каждый цикл оптимизационного процесса состоял из последовательных спусков по двум направлениям в пространстве, задаваемом геометрическими параметрами. Условием остановки процесса являлось отсутствие выигрыша по сопротивлению после выполнения цикла. В качестве начального варианта использовалась носовая часть в виде полукаверны Рябушинского.

Численный расчет поля течения около носовой части тела вращения выполнялся на основе осредненных по Рейнольдсу нестационарных уравнений Навье—Стокса, записанных в приближении тонкого слоя относительно криволинейных координат, связанных с телом [19]. Для численного интегрирования уравнений движения применялась приближенно факторизованная разностная схема Бима—Уорминга второго порядка аппроксимации по пространственным переменным [20]. Стационарное решение получалось в процессе установления по времени. Турбулентная вязкость вычислялась с использованием алгебраической модели турбулентности Болдуина—Ломакса [21]. Предполагалось, что на всей поверхности носовой части пограничный слой

Таблица 1

сетка	$C_{xp}$	$C_{xf}$	$C_x$
Сетка 1: 251(72) × 101	0.04435	0.00264	0.04689
Сетка 2: 551(201) × 101	0.04486	0.00266	0.04752
Сетка 3: 251(72) × 330	0.03324	0.0088	0.04204
Сетка 4: 551(201) × 380	0.03529	0.00956	0.04485

турбулентный. При проведении расчетов к носовой части пристыковывалась цилиндрическая хвостовая часть длиной  $5.5L$  (в методических расчетах установлено, что этой длины достаточно, чтобы граничные условия на правой выходной границе расчетной области не влияли на поле течения около носовой части). Свободная граница расчетной области вверх по потоку от носовой части задавалась дугой окружности с радиусом  $20L$  и центром  $(L, 0)$  и замыкалась цилиндрической поверхностью того же радиуса.

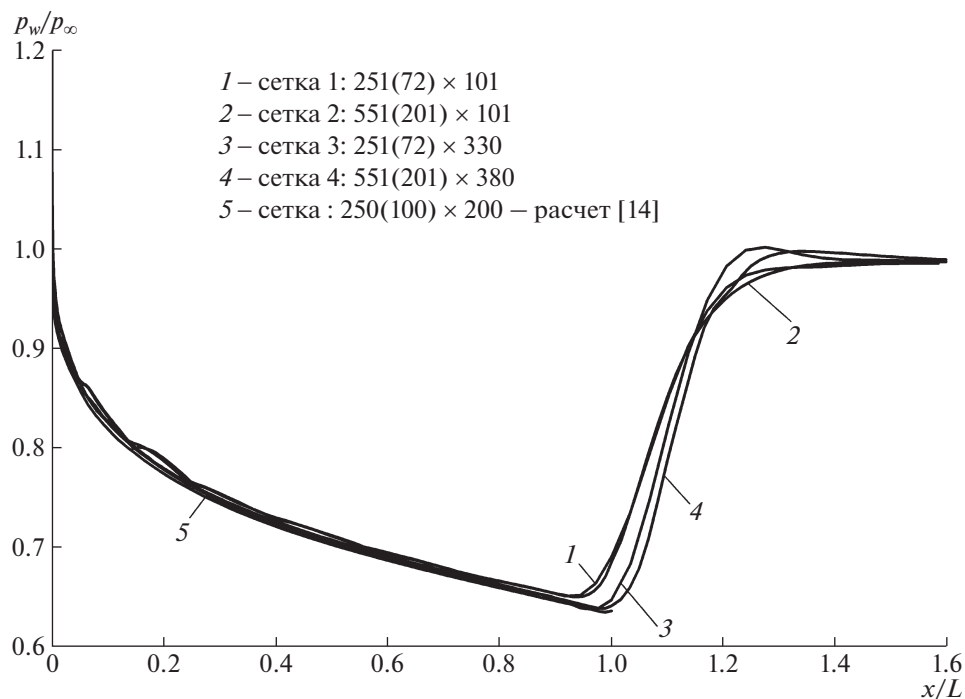
Применялась неоднородная разностная сетка со сгущением узлов в радиальном направлении вблизи поверхности тела, а также в осевом направлении вблизи торца носовой части. Наряду с телами, имеющими гладкую поверхность, исследовались тела с изломами контура, для которых характерными особенностями течения в окрестности стыковки переднего торца и боковой поверхности являются отрыв пограничного слоя и формирование веера волн разрежения. Оптимизационные исследования связаны с перебором различных вариантов аэродинамических конфигураций, что не позволило использовать сетку с большим числом узлов, достаточным для точного моделирования указанных локальных эффектов. Выбор оптимального варианта основывался на сопоставлении суммарных аэродинамических характеристик.

На примере носовой части с образующей Рябушинского проведены тестовые расчеты при  $M_\infty = 0.9$  и  $Re_L = 1.1 \times 10^6$  с целью оценить влияние числа узлов сетки на численное решение. Сопоставление распределений давления на поверхности носовой части и цилиндрического участка дано на рис. 1 для четырех расчетных сеток. В параметрах сетки на этом рисунке, а также в табл. 1 первое число указывает общее количество узлов в продольном направлении, число в скобках – непосредственно на носовой части; третье число – количество узлов в поперечном направлении. На переднем торце располагалось 20 расчетных точек со сгущением по квадратичному закону в радиальном направлении к точке стыковки с образующей боковой поверхности. Распределения давления, полученные на сетках 3 и 4, отличаются незначительно на образующей носовой части, и оба они близки к распределению, полученному в работе [14]. Некоторое различие распределения давления наблюдается на поверхности вблизи стыковки носовой части с цилиндром. Вблизи переднего торца распределения, полученные на сетках 1 и 2, заметно отличаются от других. В табл. 1 для разных сеток указаны значения коэффициентов сопротивления давления  $C_{xp}$ , трения  $C_{xf}$  и суммарного лобового сопротивления  $C_x = C_{xp} + C_{xf}$  носовой части. Сопротивление давления определялось как равнодействующая аэродинамических сил, действующих на торец и боковую поверхность носовой части.

Основное влияние на аэродинамические коэффициенты оказывает число узлов в поперечном направлении и значительно в меньшей степени – число узлов в продольном направлении. Например, несмотря на то что количество узлов на сетке 2 вдоль образующей носовой части примерно в три раза больше, чем на сетке 1, отличие в аэродинамических коэффициентах весьма незначительно (примерно 1% в  $C_x$ ). В то же время на сетке 2 и 4 при одинаковом числе узлов на образующей носовой части и разном числе в поперечном направлении отличие коэффициентов более заметно.

Двукратное, четырехкратное и восьмикратное увеличение числа узлов в поперечном направлении относительно сетки 1 показало монотонное увеличение сопротивления трения и уменьшение сопротивления давления. Для сопротивления трения реализуется линейная скорость сходимости и относительное отличие по  $C_{xf}$  между сетками с 401 и 801 узлами достигает 26%. При этом отличие по  $C_{xp}$  не превышает 1%. Установлено, что скорость сходимости по сетке может быть увеличена посредством использования параметров течения в двух слоях над поверхностью тела при вычислении производной скорости по нормальной координате. В этом случае относительное отличие по  $C_{xf}$  между двумя наиболее плотными сетками составляет около 10%.

Число узлов в поперечном направлении оказывает непосредственное влияние на величину трения на поверхности, однако при выборе формы носовой части с наименьшим сопротивлени-



**Рис. 1.** Распределения давления по поверхности носовой части с образующей Рябушинского на разных сетках.

ем это не играет большой роли, поскольку сила трения изменяется незначительно для носовых частей одинаковой длины. Кроме того, сравнение носовых частей выполняется по суммарному сопротивлению, а расчеты проводятся на одной и той же сетке, вследствие чего погрешности, связанные с сеткой, не оказывают существенного влияния на процесс нахождения оптимальной формы носовой части.

Оптимизационные исследования проводились на сетке 1, поскольку требовалось выполнять большое число однотипных расчетов. Расчеты характеристик построенных оптимальных носовых частей при различных числах  $M_\infty$  проводились на сетке 3.

Для цилиндрического тела с носовой частью Рябушинского проведено сопоставление результатов численного расчета с экспериментальными данными [5]. Удлинение носовой части равнялось  $\lambda = 0.867$ , отношение длины тела к диаметру равнялось 3.5. При вычислении лобового сопротивления тела принималось, что донное давление за цилиндром равнялось давлению невозмущенного потока. Зависимости коэффициента сопротивления  $C_x$  от числа  $M_\infty$ , полученные в расчетах и эксперименте, сравниваются на рис. 2. Наблюдается хорошее согласование в качественном поведении зависимостей  $C_x(M_\infty)$ , рассчитанных в настоящей работе и измеренных в работе [5]. На рис. 2 видно, что при  $M_\infty = 0.86$  начинается рост лобового сопротивления рассмотренного тела. Это значение числа  $M_\infty$  можно принять за критическое значение числа Маха для тела вращения с носовой частью, имеющей форму полукаверны Рябушинского. Количественное расхождение результатов расчета и эксперимента связано, по-видимому, с недостаточной точностью численного метода, а также погрешностями экспериментальных данных. В целом же для такого типа задач согласование расчета и эксперимента можно считать удовлетворительным. Для сравнения на рис. 2 нанесена зависимость  $C_x(M_\infty)$ , полученная в работе [14]. За исключением интервала чисел  $0.84 \leq M_\infty \leq 0.88$  кривая этой зависимости практически сливается с кривой, полученной в настоящем исследовании.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Поиск оптимальной формы носовой части тела вращения выполнен при числе Маха  $M_\infty = 0.9$  и числе Рейнольдса  $Re_L = 1.1 \times 10^6$ . Удлинение носовой части составляет  $\lambda = 0.867$ , что соответствует числу кавитации  $\sigma = 0.382$  при осесимметричном обтекании диска по схеме Рябушинско-

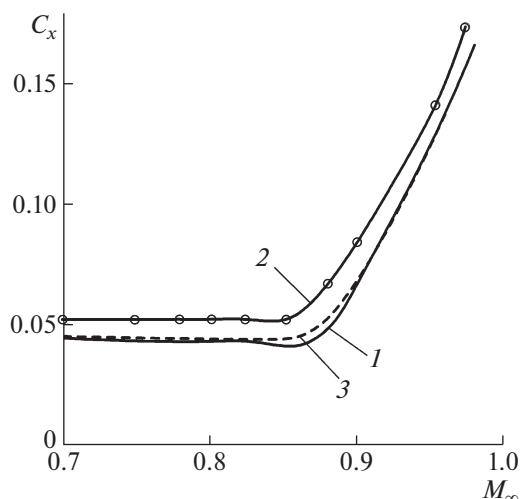


Рис. 2. Сопоставление результатов настоящего расчета (1) с результатами эксперимента [5] (2) и расчета [14] (3).

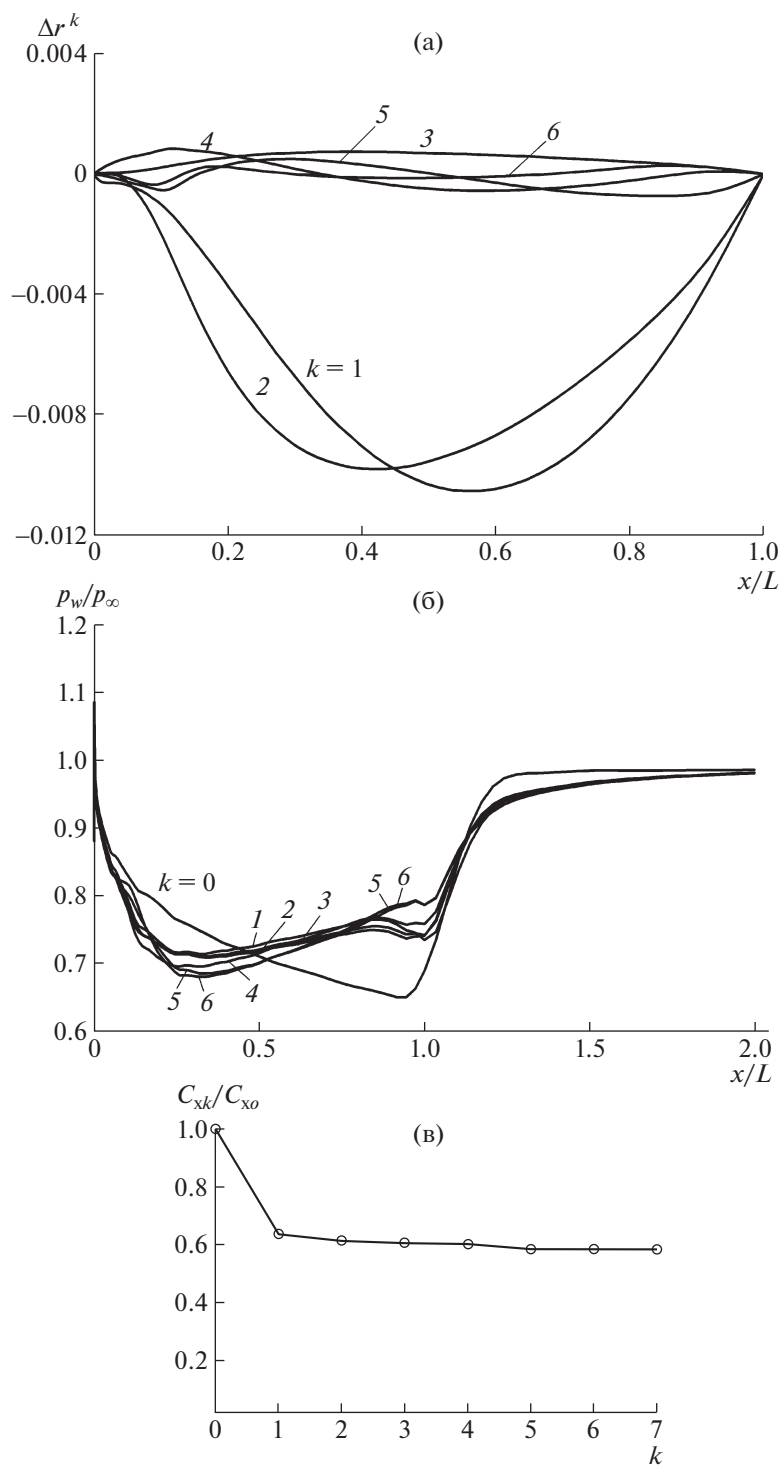
го. Число кавитации определяется как взятое с обратным знаком значение коэффициента давления вдоль границы каверны (образующей носовой части).

Форма носовой части задавалась набором из  $N = 73$  точек. Точки сгущены к переднему торцу. Минимальное расстояние между продольными координатами соседних точек  $x_{n+1} - x_n$  достигалось при  $n = 2$  и составляло 0.02% длины носовой части  $L$ . Расстояние  $x_N - x_{N-1}$  приближалось к 2.8% от  $L$ .

Для заданных значений определяющих параметров построено три носовых части (см. рис. 4). В первом случае (носовая часть № 1) решена безусловная оптимизационная задача, для которой  $x_b = 0$  и  $x_e = L$ . В двух других случаях дополнительные ограничения были активны. Носовая часть № 2 построена при  $x_b = 0.0127L$  и  $x_e = 0.917L$ , а носовая часть № 3 — при  $x_b = 0.0573L$  и  $x_e = 0.864L$ . Понятно, что введение ограничений и расширение области их действия приводят к уменьшению выигрыша по сопротивлению относительно носовой части в виде полукаверны Рябушинского. Однако результатом безусловной минимизации является носовая часть с изломами контура в местах стыковки с передним торцом и замыкающим цилиндром. Такие тела могут иметь плохие аэродинамические характеристики в дозвуковом диапазоне скоростей [14]. Дополнительные ограничения нацелены на получение компромиссного решения — сохранение характеристик при малых скоростях и снижение сопротивления при трансзвуковых скоростях.

Метод оптимизации, основанный на локальной линеаризации, продемонстрировал достаточно высокую скорость сходимости. Для иллюстрации на рис. 3а показаны вариации  $\Delta r^k$  контура носовой части № 1 для разных оптимизационных циклов  $k$ . Вариации определялись по распределению давления на образующей носовой части, рассчитанного на предыдущем цикле  $k - 1$ . Распределения давления вдоль образующих носовых частей на разных циклах приведены на рис. 3б. В качестве нулевого приближения принималось распределение давления на поверхности носовой части Рябушинского. Относительное изменение коэффициента лобового сопротивления в зависимости от числа выполненных оптимизационных циклов при построении носовой части № 1 показано на рис. 3в. Сходимость достигнута после 7 циклов. При этом число прямых расчетов, соответствующее количеству носовых частей, для которых выполнялось моделирование обтекания и вычислено лобовое сопротивление, не превысило 25. Аналогичные результаты получены для носовых частей № 2 и № 3. Следует заметить, что на большей части поверхности тела ( $x/L > 0.02$ ) число Маха вне пограничного слоя больше единицы. Поэтому при определении вариации контура используются сверхзвуковые соотношения, связывающие изменение давления с изменением радиусов в двух соседних сечениях. Дозвуковые соотношения используются только для элементов поверхности, примыкающих к переднему торцу.

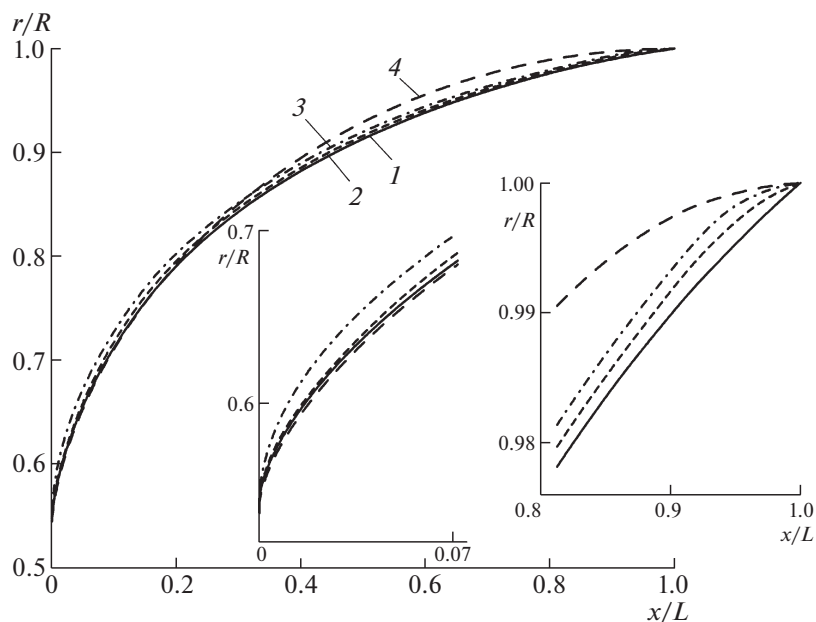
Образующие построенных оптимальных носовых частей представлены на рис. 4. Носовые части № 2 и № 3 с ограничениями на кривизну вблизи торца и в месте стыковки с цилиндрической частью имеют чуть более наполненную форму по сравнению с носовой частью № 1, построенной без ограничений. Однако в целом образующие частей № 1, № 2 и № 3 отличаются незначительно.



**Рис. 3.** Сходимость вариаций контура (а), распределений давления по контуру (б) и коэффициента сопротивления (в) в зависимости от номера оптимизационного цикла.

Для сравнения штриховой линией 4 на рис. 4 показана образующая носовой части Рябушинского. Видно, что она имеет более наполненную форму при  $x/L > 0.2$  и при приближении к торцу практически совпадает с контуром носовой части № 1.

Распределения давления по поверхности носовых частей № 1 и № 2 имеют качественно одинаковый характер: сначала давление вблизи торца резко падает, потом плавно повышается на



**Рис. 4.** Форма образующих оптимальных носовых частей № 1, № 2, № 3 (кривые 1, 2 и 3) и носовой части Рябушинского (кривая 4).

участке  $0.2 < x/L \leq 1$ , а затем достаточно круто повышается при  $1 < x/L \leq 1.2$  в волне сжатия, и далее плавно восстанавливается до давления невозмущенного потока (рис. 5). В распределении давления на поверхности носовой части № 3 наблюдается немонотонность в виде “горба” при  $x/L = 0.1$ , а затем давление изменяется в продольном направлении аналогично зависимости, полученной для носовой части № 2. Наличие немонотонности вблизи торца в распределении давления обусловлено перерасширением потока, которое связано с кривизной контура носовой части. Напомним, что вблизи торца контур тела достраивался в соответствии со степенной зависимостью радиуса от продольной координаты.

Распределение давления по поверхности носовой части Рябушинского заметно отличается от распределения давления на носовых частях № 1, № 2 и № 3. На рис. 5 видно, что давление на ней по всей длине монотонно снижается и только при  $1 < x/L \leq 1.2$  восстанавливается до давления невозмущенного потока.

Несмотря на то что визуально контур носовой части Рябушинского отличается от контуров построенных оптимальных носовых частей незначительно, структуры полей течения около них весьма заметно отличаются. Это видно, например, из сопоставления линий постоянных значений числа Маха около носовой части № 3 и носовой части Рябушинского, приведенных на рис. 6 для случая  $M_\infty = 0.9$ . Если около носовой части № 3 поле течения характеризуется разрежением и последующим сжатием, то около носовой части Рябушинского имеет место в основном разрежение, а сжатие происходит только в области, прилегающей к цилиндрическому участку.

Изменение коэффициентов лобового сопротивления оптимальных носовых частей, носовой части Рябушинского и тел со степенной образующей в зависимости от числа  $M_\infty$  показано на рис. 7. Зависимости  $C_x(M_\infty)$  для построенных оптимальных носовых частей отличаются незначительно. При  $M_\infty = 0.9$  отличие по сопротивлению между носовыми частями № 1 и № 2 составляет примерно 4%. Усиление ограничений, накладываемых на кривизну образующей, приводит к дополнительному увеличению сопротивления в пределах 1% (носовая часть № 3). По сравнению с носовой частью, имеющей степенную образующую с гладкой стыковкой боковой поверхности с передним торцом и цилиндром [14], выигрыш по сопротивлению превышает 25%. Из анализа результатов расчета следует, что у построенных носовых частей № 1, № 2 и № 3 при дозвуковом обтекании ( $M_\infty < 0.86$ ) около 40% общего сопротивления составляет сопротивление трения.

Отметим, что у носовой части № 1, построенной без ограничений при  $M_\infty = 0.9$ , высокие аэродинамические характеристики сохраняются и при меньших значениях числа Маха. При до-



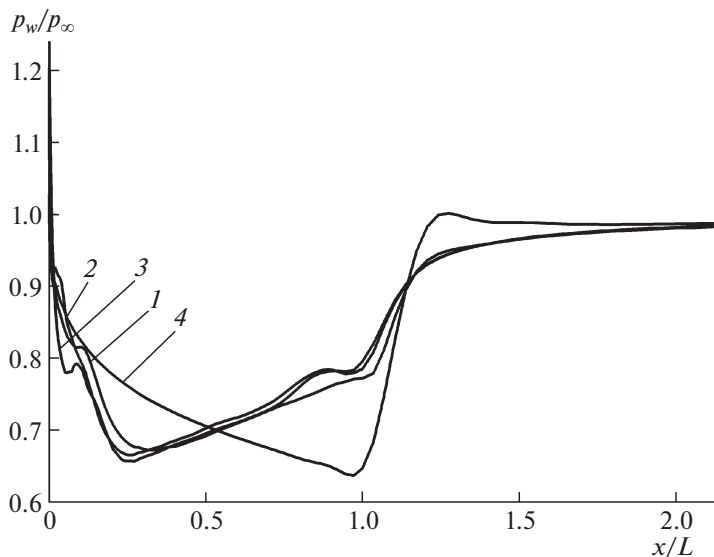


Рис. 5. Распределения давления вдоль образующих носовых частей: 1 – носовая часть № 1; 2 – носовая часть № 2; 3 – носовая часть № 3; 4 – носовая часть Рябушинского.

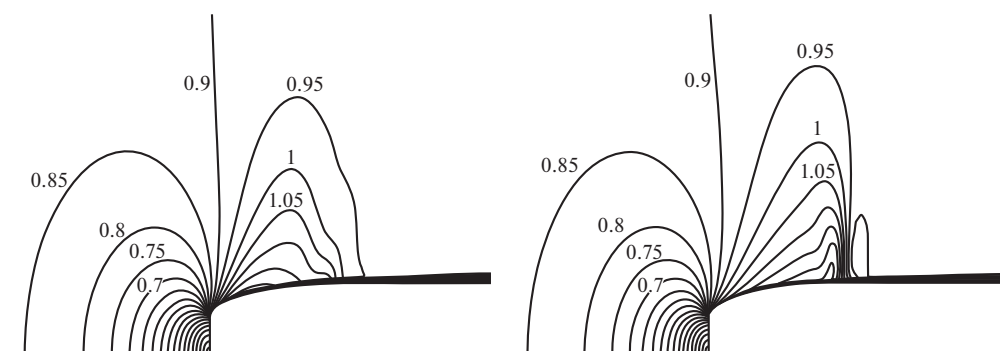
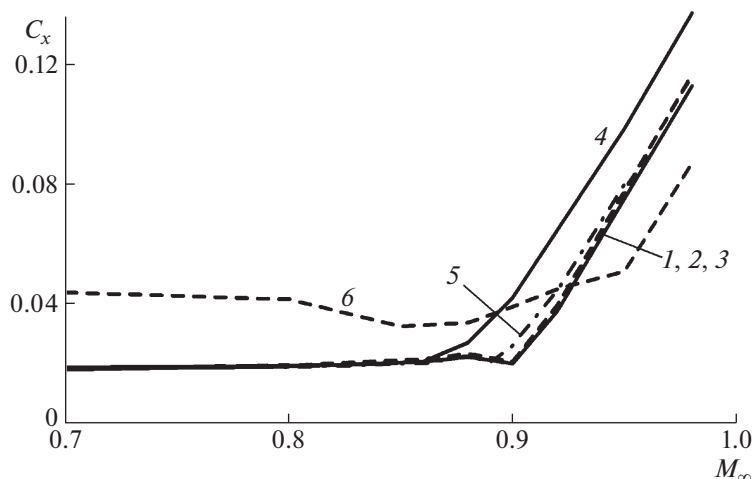


Рис. 6. Уровни числа Маха при  $M_\infty = 0.9$  около носовой части № 3 (а) и носовой части Рябушинского (б).

звуковом режиме обтекания, когда число Маха меньше критического значения, сопротивление оптимальных носовых частей находится на одном уровне и практически такое же, как у носовой части Рябушинского. Совпадение аэродинамических характеристик носовых частей с гладкой и негладкой стыковкой боковой поверхности с передним торцом и замыкающим цилиндром в дозвуковом диапазоне скоростей в определенной степени уточняет результаты, полученные в работе [14]. Были выполнены дополнительные расчетные исследования, которые показали, что увеличение сопротивления происходит при достаточно больших значениях угла излома, при которых образуется обширная отрывная зона.

Оптимальное профилирование носовой части сопровождается увеличением числа Маха, при котором начинается резкий рост сопротивления. Коэффициент лобового сопротивления  $C_x$  носовой части Рябушинского возрастает при  $M_\infty > 0.86$ , в то время как у оптимальных носовых частей заметный рост сопротивления происходит при  $M_\infty > 0.9$ . Наличие немонотонности в зависимости  $C_x(M_\infty)$  в диапазоне  $M_\infty = 0.86–0.9$  связано с перестроением течения. Вблизи боковой поверхности носовой части реализуется сверхзвуковой режим обтекания. Именно в этом случае проявляется эффективность оптимизации, направленной на снижение волнового сопротивления. Таким образом, при  $M_\infty = 0.9$  сопротивление носовой части № 1 примерно в два раза меньше, чем сопротивление носовой части Рябушинского. Данный результат справедлив и для носовой части тела вращения, построенного по условию достижения максимально возможного критического числа Маха [4].



**Рис. 7.** Зависимость коэффициента сопротивления от числа  $M_\infty$ : 1 – носовая часть № 1; 2 – носовая часть № 2; 3 – носовая часть № 3; 4 – носовая часть Рябушинского; 5 – степенная носовая часть с гладким контуром [14]; 6 – усеченная степенная носовая часть.

Дальнейшее увеличение числа Маха ( $M_\infty > 0.93$ ) ожидаемо приводит к тому, что построенные тела уступают по сопротивлению усеченному степенному телу. На рис. 7 представлены характеристики носовой части с отношением радиуса переднего торца к радиусу основания, равным 0.621, и показателем степени, равным 0.167. Указанные значения геометрических параметров соответствуют минимизации лобового сопротивления при  $M_\infty = 0.95$  [14].

Важная аэродинамическая особенность исследованных носовых частей обусловлена характером распределения давления на поверхности. Сила давления, действующая на торец, направлена по потоку, а сила, действующая на боковую поверхность, направлена против потока. По абсолютному значению силы отличаются незначительно, примерно на 7%, и увеличиваются с ростом числа Маха при дозвуковом обтекании. Переход к сверхзвуковому режиму обтекания боковой поверхности сопровождается увеличением давления и резким ростом отношения силы сопротивления на торце к силе тяги на боковой поверхности.

Таким образом, можно заключить, что разработанный прямой метод численной оптимизации позволяет выполнять построение осесимметричных носовых частей, имеющих минимальное аэродинамическое сопротивление в диапазоне больших дозвуковых скоростей. Метод локальной линеаризации, объединенный с численным моделированием в рамках уравнений Навье–Стокса, обеспечивает высокую скорость сходимости при большом числе варьируемых геометрических параметров. Построенные оптимальные носовые части имеют значительно меньшее сопротивление по сравнению с носовой частью с образующей Рябушинского и носовой частью в виде усеченного степенного тела. Введение дополнительных ограничений, обеспечивающих гладкую стыковку боковой поверхности носовой части с передним торцом и цилиндрической частью, не является обязательным условием достижения высоких аэродинамических характеристик в дозвуковом диапазоне скоростей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (19-01-00671).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Gilbarg D., Shiffman M.* On bodies achieving extreme values of the critical Mach number // *J. Ration. Mech. And Anal.* 1954. V. 3. № 2. P. 209–230.
2. *Кожуро Л.А.* Расчет осесимметричного струйного обтекания тел по схеме Рябушинского // *Ученые записки ЦАГИ.* 1980. Т. 11. № 5. С. 109–115.
3. *Крайко А.Н.* Плоские и осесимметричные конфигурации, обтекаемые с максимальным критическим числом Маха // *ПММ.* 1987. Т. 51. Вып. 6. С. 941–950.
4. *Зигангарева Л.М., Киселев О.М.* Отрывное обтекание диска идеальным газом и тела с наибольшими критическими числами Маха // *Изв. РАН. МЖГ.* 1996. № 3. С. 166–172.

5. *Вышинский В.В., Кузнецов Е.Н.* Исследование обтекания тел вращения с образующей Рябушинского // Докл. АН СССР. 1991. Т. 321:1. С. 33–35.
6. *Вышинский В.В., Кузнецов Е.Н., Михайлов П.Д.* Тела вращения с минимальным сопротивлением в трансзвуковом потоке газа // Ученые записки ЦАГИ. 1992. Т. 23. № 2. С. 78–81.
7. *Eggers A.J., Jr., Resnikoff M.M., Dennis D.H.* Bodies of revolution having minimum drag at high supersonic air speeds // NASA. Report № 1306. 1957. 12 p.
8. *Миеле А.* Тонкие тела минимального волнового сопротивления // Теория оптимальных аэродинамических форм / Перевод с англ. под ред. А.Л. Гонора. М.: Мир, 1969. 507 с. С. 203–215.
9. Аэромеханика сверхзвукового обтекания тел вращения степенной формы / Под ред. Г.Л. Гродзовского. М.: Машиностроение, 1975. 183 с.
10. *Крайко А.Н., Пудовиков Д.Е., Пьянков К.С., Тилляева Н.И.* Осесимметричные головные части заданного удлинения, оптимальные или близкие к оптимальным по волновому сопротивлению // ПММ. 2003. Т. 67. Вып. 5. С. 795–828.
11. *Таковицкий С.А.* Аналитическое решение в задаче построения осесимметричных носовых частей минимального волнового сопротивления // Изв. РАН. МЖГ. 2006. № 2. С. 157–162.
12. *Большаинов И.П., Захаров Н.Н., Пьянков К.С., Тилляева Н.И.* Оптимальные осесимметричные головные части обтекаемых тел: расчеты и эксперимент // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 2. С. 120–127.
13. *Крайко А.Н.* Задача Ньютона о построении оптимальной головной части обтекаемого тела. История решения // ПММ. 2019. Т. 83. Вып. 5–6. С. 734–748.
14. *Иванюшкин Д.С., Таковицкий С.А.* О минимуме сопротивления осесимметричных носовых частей в диапазоне больших дозвуковых скоростей полета // Ученые записки ЦАГИ, 2018. Т. 49. № 7. С. 20–27.
15. *Таковицкий С.А.* К построению плоских тел с увеличенным критическим числом Маха // Ученые записки ЦАГИ. 2016. Т. 47. № 6. С. 3–15.
16. *Таковицкий С.А.* Аналитическое решение задачи минимизации волнового сопротивления осесимметричной носовой части в рамках локальной линеаризации // ПММ. 2018. Т. 82. Вып. 6. С. 775–782.
17. *Крайко А.Н.* Теоретическая газовая динамика: классика и современность. М.: Торус Пресс, 2010. 440 с.
18. *Таковицкий С.А.* Оптимизационные задачи сверхзвуковой аэродинамики. М.: Наука, 2015. 236 с.
19. *Мазуров А.П.* Расчет сверхзвукового обтекания хвостовой части мотогондолы в присутствии реактивной струи // Ученые записки ЦАГИ. 1991. Т. 22. № 4. С. 39–46.
20. *Beam R., Warming R.F.* An implicit scheme for the compressible Navier-Stokes equations // AIAA Paper 77-645, 1977.
21. *Baldwin B.S., Lomax H.* Thin-layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows // AIAA Paper 78-257, 1978.