

УДК 532.582

КОЛЕБАНИЯ В ЖИДКОСТИ ПЛАСТИН С РЕБРАМИ ЖЕСТКОСТИ

© 2022 г. В. А. Бужинский^{a,*}, Д. А. Петряхин^{a,**}, Е. В. Соломонов^{a,***}

^a Центральный научно-исследовательский институт машиностроения, Королев, Россия

*E-mail: buzhinsky.valery@yandex.ru

**E-mail: denis.petryakhin@gmail.com

***E-mail: noble85@yandex.ru

Поступила в редакцию 27.07.2021 г.

После доработки 17.09.2021 г.

Принята к публикации 21.09.2021 г.

Рассматриваются колебания в своей плоскости пластин с двоякопериодической структурой ребер жесткости в жидкости. Представлены результаты экспериментального исследования диссипации энергии по затухающим колебаниям упруго подвешенных пластин в емкости с жидкостью. Исследована зависимость потерь энергии от безразмерной амплитуды колебаний и числа Рейнольдса. Основное внимание уделяется определению поверхностной плотности диссипации энергии при амплитудах колебаний, сравнимых с пространственным периодом ребер жесткости.

Ключевые слова: жидкость, колебания, пластина, ребра жесткости, диссипация энергии

DOI: 10.31857/S0568528122010029

При периодическом обтекании пластин параллельно их плоскости под углом к ребрам жесткости возникает сложное вихревое движение жидкости. Подробные экспериментальные и численные исследования выполнены только для двумерного обтекания простых цилиндрических тел периодическим потоком жидкости [1–4]. В этих работах исследовалась зависимость коэффициента сопротивления пластинки от числа Kc Келегана–Карпентера, выполнивших первые основательные экспериментальные исследования [5], и числа Рейнольдса Re , а также от толщины пластинки и формы ее кромки. Общий анализ современного состояния в области определения сопротивления тел, находящихся в периодическом потоке или совершающих колебания в жидкости, подведен в [6]. Отметим, для колебаний пластинки число Kc с точностью до множителя 2π совпадает с обезразмеренной на ее ширину амплитудой колебаний.

В некоторых приложениях интерес представляют не силы сопротивления, а диссипация энергии за период колебаний [7–9]. Основанная на энергетическом подходе асимптотическая теория вихревого сопротивления тел с острыми и двугранными кромками, применимая для малых амплитуд колебаний при больших числах Рейнольдса, предложена в [10, 11]. Определение диссипации энергии за период колебаний сведено к вычислению коэффициентов интенсивности скоростей, количественно характеризующих сингулярность скорости на кромках в рамках концепции потенциального движения жидкости. Этот подход может использоваться как для определения коэффициентов сопротивления, так и для определения демпфирования упругих колебаний пластинок в жидкости.

Асимптотическое решение двумерной задачи о диссипации энергии при периодических колебаниях плоской бесконечной стенки с равномерно установленными перпендикулярно к ней ребрами приведено в [12]. При этом ребра принимались бесконечно тонкими, а амплитуды колебаний малыми по сравнению с высотой ребер. В настоящей работе с использованием энергетического подхода экспериментально исследуется диссипация энергии при колебаниях пластин с амплитудами, которые превышают высоту ребер жесткости и сравнимы с расстоянием между ребрами жесткости.

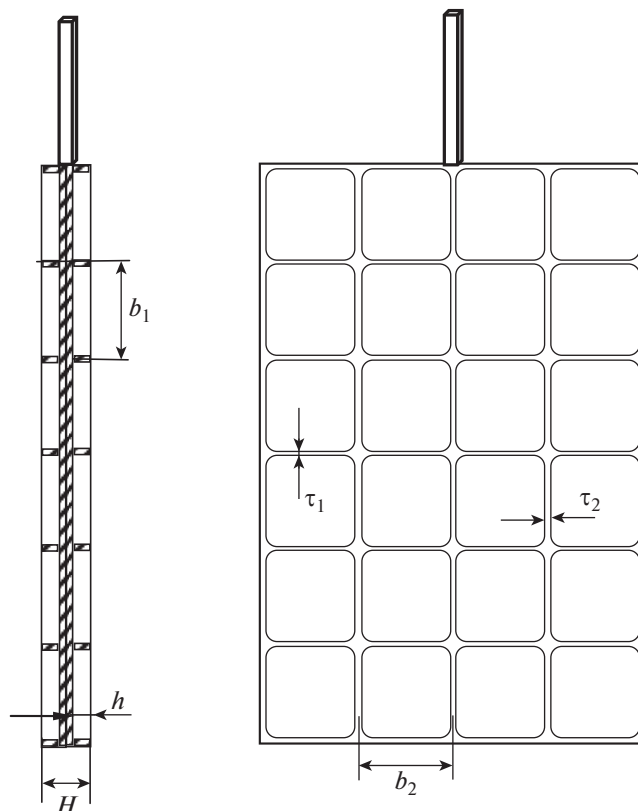


Рис. 1. Общий вид и принятые обозначения характерных размеров сборки пластин с двоякопериодической структурой ребер жесткости: H – толщина сборки пластин; b_1 , b_2 – высота и ширина ячейки ребер жесткости; τ_1 , τ_2 – толщина продольных и поперечных ребер жесткости; h – высота ребер жесткости.

1. ОБЪЕКТЫ И СХЕМА ИСПЫТАНИЙ

Экспериментально исследовалась диссипация энергии при колебаниях в жидкости пластин с двоякопериодической структурой ребер жесткости. Две одинаковые пластины, чтобы обеспечить симметричность обтекания, соединялись по их плоской части в сборку. Колебания совершались параллельно срединной плоскости сборки перпендикулярно ребрам жесткости. Выбор габаритных размеров пластин ограничивался имеющейся емкостью для проведения испытаний. Принималось во внимание, что число ячеек, образованных на пластине ребрами жесткости, не должно быть слишком малым, чтобы в первом приближении исключить влияние краевых эффектов. Общий вид сборки пластин показан на рис. 1, на котором приведены обозначения характерных размеров. Линейные размеры сборок пластин определяются количеством ячеек, образованных ребрами жесткости на каждой из пластин.

Начальным отклонением от положения равновесия задавались вертикальные затухающие колебания сборки пластин на упругом подвесе в емкости с водой. В качестве емкости использовался цилиндрический бак со сферическим днищем, который до самого верха заполнялся технической водой. Сборка пластин располагалась в центре бака на достаточном удалении от его стенок, днища и свободной поверхности жидкости. В испытаниях сборок 1 и 2 величина $L/H \approx 8$, где L – минимальное расстояние от краев сборок пластин до полюса днища и свободной поверхности жидкости, в испытаниях сборки 3 – отношение L/H в 2 раза больше. Диаметр цилиндрического бака в 1.8 раза превышал максимальный поперечный размер сборок пластин. Контролировалось отсутствие образования волн на свободной поверхности воды при колебаниях сборки пластин. Диссипация энергии за период колебаний определялась по затуханию свободных колебаний сборки пластин.

На рис. 2 показана принципиальная схема испытаний. Затухающие колебания сборки пластин измерялись лазерным виброметром PSV-500-H [13].

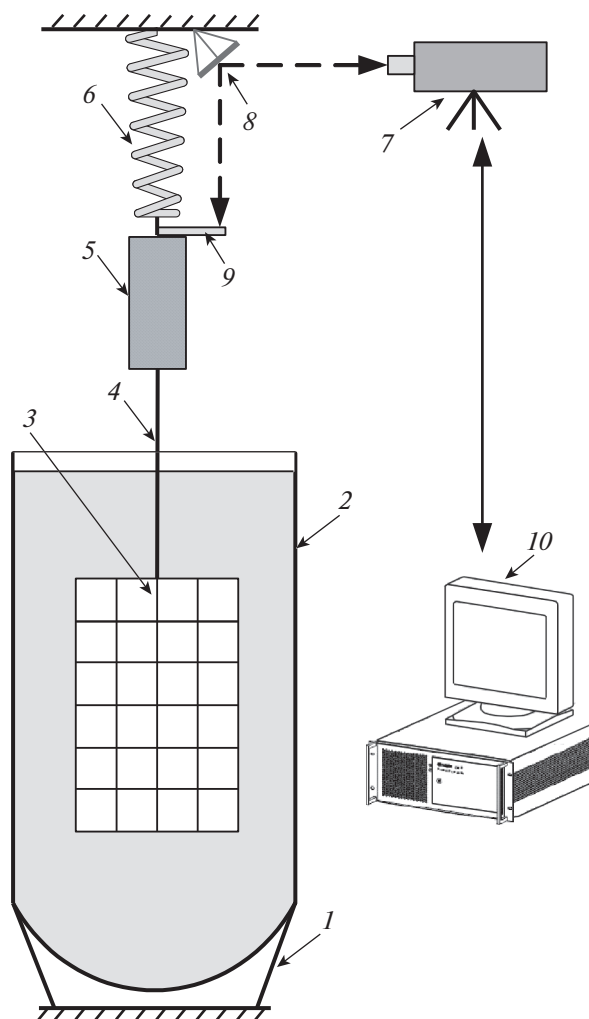


Рис. 2. Принципиальная схема испытаний сборки пластин с двоякопериодической структурой ребер жесткости в цилиндрическом баке с водой: 1 – подставка под бак; 2 – бак с водой; 3 – сборка пластин; 4 – тяга, 5 – груз; 6 – пружина подвески; 7 – головка лазерного виброметра; 8 – зеркальце; 9 – отражающая пластинка на грузе для измерения скорости колебаний; 10 – регистрирующая и обрабатывающая аппаратура лазерного виброметра. Штриховой линией показан ход лазерного луча.

2. МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Уравнение свободных колебаний сборки пластин в жидкости

$$m_0\ddot{x} + \beta_0\dot{x} + kx = -F$$

где x – вертикальное перемещение от статического положения равновесия; m_0 – обобщенная масса при колебаниях сборки пластин в воздушной среде; k – коэффициент жесткости пружины упругой подвески; β_0 – коэффициент демпфирования, определяющий рассеяние энергии колебаний в упругой подвеске; F – гидродинамическая сила, действующая на сборку пластин.

Гидродинамическая сила F определяется зависимостью [6]

$$F = \frac{1}{2}\rho C_d R^2 |\dot{x}| \dot{x} + \rho C_m R^3 \ddot{x}$$

где ρ – плотность жидкости, R – характерный линейный размер. Коэффициенты сопротивления C_d и присоединенной массы C_m зависят от числа Келегана–Карпентера или относительной амплитуды колебаний и числа Рейнольдса. Поперечные размеры тяги, которая соединяет сборку пластин с подвеской, весьма малы, поэтому изменением силы Архимеда при колебаниях пренебрегается.

Уравнения колебаний сборки пластин в жидкости приводятся к требуемому для анализа экспериментальных данных виду

$$\ddot{x} + \beta \dot{x} + \omega^2 x = 0$$

В общем случае коэффициенты этого уравнения

$$\omega^2 = k/m, \quad \beta = (\beta_0 + \rho C_d R^2 |\dot{x}|/2)/m, \quad m = m_0 + \rho C_m R^3$$

зависят от амплитуды колебаний и числа Рейнольдса, а коэффициент β также и от частоты колебаний.

Измеряемые в испытаниях частоты свободных колебаний зависят от величины демпфирования. При выполнении условия $\beta/\omega \leq 0.2$ можно пренебрегать отличием частоты свободных колебаний от частоты собственных колебаний ω , определяемой жесткостью подвески k и обобщенной массой m сборки пластин вместе с подвеской и присоединенной массой жидкости $\mu = \rho C_m R^3$. Коэффициент жесткости пружин подвески k определяется по испытаниям в воздухе методом добавочных масс

$$k = m_0 \omega_*^2, \quad m_0 = \frac{\Delta m_i}{\omega_*^2/\omega_i^2 - 1}$$

где ω_* – частота свободных колебаний сборки пластин с испытательной оснасткой, ω_i – частота свободных колебаний с дополнительной добавочной массой Δm_i . При испытаниях в воздухе определялись также и коэффициенты демпфирования β_* колебаний сборок пластин на упругой подвеске. Во всех этих испытаниях значения логарифмических декрементов колебаний $\delta_* = \pi\beta_*/\omega_*$ не превышали 0.003.

Диссипация энергии за период колебаний зависит от плотности жидкости ρ , амплитуды скорости v , частоты колебаний ω , характерного линейного размера R_* , кинематической вязкости жидкости ν . В качестве характерного линейного размера принимается величина $R_* = (b_1 b_2)^{1/2}$. Так как b_1, b_2 – стороны ячейки, образованной ребрами жесткости, то R_*^2 – ее площадь.

Основных единиц измерений механических величин три, поэтому согласно π -теореме подобия [14] из пяти параметров, характеризующих процесс диссипации энергии, можно составить две безразмерные комбинации, являющиеся критериями подобия – относительная амплитуда колебаний сборки пластин $a = v/(\omega R_*)$ и число Рейнольдса $Re = \omega R_*^2/\nu$. Диссипация энергии зависит также от безразмерных геометрических параметров $h/R_*, b_1/b_2, \tau_1/R_*, \tau_2/R_*$, состав которых обозначим одной переменной τ . Кроме того, безразмерный параметр H/R_* и число ячеек ребер жесткости отражают влияние краевых эффектов на диссипацию энергии колебаний сборки пластин в жидкости. Учитывая это, выражение для диссипации энергии за период колебаний можно представить в виде

$$\Delta E \approx 2N\rho v^2 R_*^3 f(a, Re, \tau) \quad (2.1)$$

где N – число ячеек ребер жесткости на одной стороне сборки пластин. Принимается, что при немалом количестве ячеек энергия диссипации линейно зависит от их числа. Функция $f(a, Re, \tau)$ в (2.1) определена без учета краевых эффектов, поэтому она характеризует поверхностную плотность диссипации энергии на бесконечной плоской стенке с ребрами жесткости, обтекаемой периодическим потоком жидкости.

В испытаниях сборок пластин 1, 2, 3 в жидкости значения логарифмических декрементов $\delta = \pi\beta/\omega$ в диапазоне относительных амплитуд колебаний $0.5 < a < 2.5$ находились в диапазоне 0.18–0.26. Эти значения намного больше величины логарифмического декремента колебаний сборок пластин в воздухе 0.003, поэтому диссипацией энергии в подвеске можно пренебрегать. При испытаниях в том же диапазоне относительных амплитуд колебаний сборки пластин 4 в жидкости значения логарифмических декрементов находились в диапазоне 0.03–0.05. В этом случае погрешность результатов, связанная с влиянием диссипации энергии в подвеске, не превышает 10%.

По результатам записи свободных затухающих колебаний сборок пластин в жидкости находится коэффициент поглощения энергии за период колебаний $\psi_i = \Delta E_i/E_i = (E_i - E_{i+1})/E_i$, где

E_i и E_{i+1} — полная энергия колебаний в начале и конце соответствующего периода колебаний. Полная энергия в начале соответствующего периода колебаний $E_i = mv_i^2/2$ определяется по обобщенной массе m и амплитуде скорости v_i . Так как амплитуда скорости и амплитуда перемещения связаны зависимостью $v_i = \omega R_* a_i$, то коэффициент поглощения энергии может быть выражен либо через амплитуды скорости, либо через безразмерные амплитуды перемещения $\psi_i = 1 - v_{i+1}^2/v_i^2 = 1 - a_{i+1}^2/a_i^2$.

При слабом демпфировании коэффициент поглощения ψ_i связан с логарифмическим декрементом колебаний $\delta_i = \ln(a_i/a_{i+1})$ зависимостью $\psi_i = 2\delta_i$. Индексом i отмечается зависимость коэффициента поглощения энергии ψ_i и декремента колебаний δ_i от амплитуды на соответствующем периоде колебаний.

Так как $\Delta E_i = \psi_i E_i = \psi_i mv_i^2/2$, то из (2.1), следует

$$f(a_i, \text{Re}, \tau) = \frac{m\psi_i}{4N\rho R_*^3} = \frac{m\psi_i}{4\rho S R_*} \quad (2.2)$$

где $S = NR_*^2$ — площадь плоской части одной из пластин сборки. В (2.2) коэффициенты поглощения энергии ψ_i вычисляются по записи свободных затухающих колебаний сборки пластин, а обобщенная масса — по измеренной частоте свободных колебаний и коэффициенту жесткости упругой подвески k . Функция $f(a, \text{Re}, \tau)$ определяется с погрешностью, так как в ней не учитывается влияние краевых эффектов.

Зависимость функции $f(a, \text{Re}, \tau)$ от числа Рейнольдса можно получить изменением жесткости пружин упругой подвески или массы груза на ней. В более широком диапазоне чисел Рейнольдса эту зависимость проще получить, испытывая сборки пластин с геометрически подобными ячейками, образованными ребрами жесткости.

Если функция $f(a, \text{Re}, \tau)$ экспериментально определена, то диссипация энергии за период колебаний на единице площади пластины, принимая во внимание зависимость (2.1), находится по формуле

$$\frac{\Delta E}{2S} = \rho v^2 R_* f(a, \text{Re}, \tau) \quad (2.3)$$

Заметим, что зависимость (2.3) приближенно выполняется и для неравномерного обтекания жидкостью стенки с ребрами жесткости, если скорость порождающего вихревое движение жидкости потока мало изменяется на расстоянии характерного размера R_* .

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Проводились испытанияборок пластин, для которых $b_2/b_1 = 0.975$, т.е. с почти квадратной формой ячеек, образованных ребрами жесткости. Исследовалась зависимость функции $f(a, \text{Re}, \tau)$ от безразмерной амплитуды колебаний a и числа Рейнольдса Re . В испытаниях разныхборок пластин частоты свободных колебаний находились в диапазоне 0.365–0.425 Гц при постоянной жесткости упругой подвески. Изменение частоты свободных колебаний связано с изменением массыборок пластин, изменением присоединенной массы жидкости в разныхбороках и необходимостью размещенияборок в центре емкости с жидкостью.

На рис. 3 данные I соответствуют результатам экспериментального определения функции $f(a, \text{Re}, \tau)$ при испытаниях сборки 1 пластин с характерными безразмерными параметрами: $H/R_* = 0.455$, $h/R_* = 0.18$, $\tau_1/R_* = \tau_2/R_* = 0.03$. Количество ячеек ребер жесткости на пластине с одной стороны сборки $N = 4 \times 6$, как показано на рис. 1.

Демпфирование колебаний сборки пластин на упругой подвеске в жидкости достаточно высокое, так что реализуется малое число периодов колебаний с амплитудами, сравнимыми с характерным линейным размером ячеек ребер жесткости. Поэтому проводилась неоднократная запись свободных затухающих колебаний с разными начальными отклонениями от положения равновесия. Экспериментальные точки, показанные на рис. 3, получены при различных начальных отклонениях сборки пластин от положения равновесия.

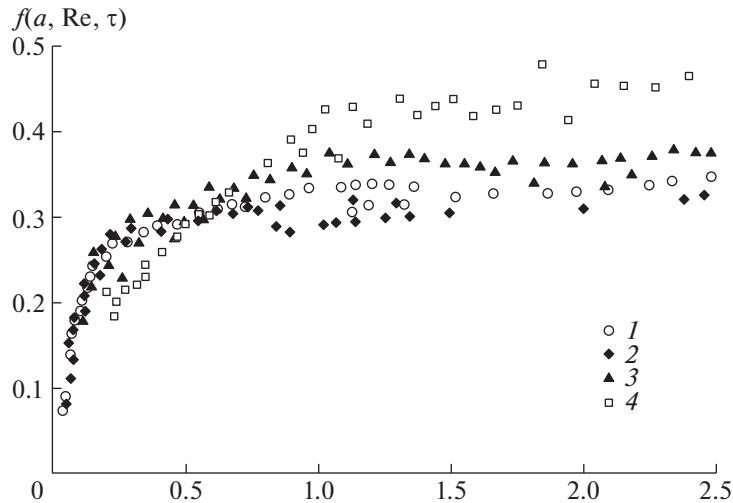


Рис. 3. Зависимость функции $f(a, Re, \tau)$ от безразмерной амплитуды колебаний в жидкости пластин с двояко-периодической структурой ребер жесткости: 1 – сборка 1, $Re = 28\,530$; 2 – сборка 2, $Re = 29\,362$; 3 – сборка 3, $Re = 7685$; 4 – сборка 4, $Re = 1245$.

Зависимость функции $f(a, Re, \tau)$ от амплитуды колебаний имеет весьма характерный вид. До величины $a = 0.2$ функция резко возрастает, достигая значения 0.24. Далее до амплитуды $a = 1.0$ происходит относительно медленное возрастание, а в интервале амплитуд $1.0 < a < 2.5$ функция практически не изменяется, сохраняя значение около 0.32. Таким образом, в интересном для некоторых практических приложений диапазоне амплитуд, связанных с колебаниями жидкости в баках с вафельными стенками, эта функция принимает почти постоянное значение.

На рис. 3 данные 2 показывают результаты экспериментального определения функции $f(a, Re, \tau)$ при испытаниях сборки 2 пластин с характерными безразмерными параметрами: $h/R_* = 0.2$, $\tau_1/R_* = 0.022$, $\tau_2/R_* = 0.02$. Остальные размеры сохранились. По сравнению со сборкой 1 примерно в полтора раза уменьшилась толщина ребер жесткости и немного увеличилась высота ребер жесткости, но, как видно, зависимость функции $f(a, Re, \tau)$ от амплитуды колебаний почти не изменилась.

Для определения зависимости диссипации энергии от числа Рейнольдса проводились испытания двухборок, которые собирались из пластин, выполненных с ячейками ребер жесткости в масштабе М 1:2 и М 1:5 к ячейкам ребер жесткости в пластинах сборки 1. Результаты экспериментального определения зависимости функции $f(a, Re, \tau)$ от амплитуды колебаний при испытаниях сборки 3 показаны на рис. 3 данными 3. Характерный размер R_* в этой сборке пластин изменился в два раза, а число Рейнольдса изменилось не в четыре раза, а несколько меньше из-за небольшого увеличения частоты колебаний. Безразмерные геометрические параметры не изменились и такие же, как в сборке пластин 1. Габаритные линейные размеры этой сборки также не изменились. Количество ячеек ребер жесткости на пластине с одной стороны сборки $N = 8 \times 12$.

Зависимость функции $f(a, Re, \tau)$ от амплитуды колебаний несколько изменилась. До амплитуды, равной характерному размеру R_* , безразмерная величина которой $a = 1.0$, функция плавно возрастает, достигая значения 0.35. При амплитудах колебаний, превышающих характерный размер R_* , функция от амплитуды практически не зависит. В этом диапазоне амплитуд уменьшение числа Рейнольдса в 3.7 раза привело к незначительному увеличению функции $f(a, Re, \tau)$ приблизительно от значения 0.32 до 0.35. Представляется вероятным, что при некоторой амплитуде периодического потока жидкости наступает насыщение вихревого движения в ячейках ребер жесткости, и дальнейший рост потерь энергии с увеличением амплитуды сильно замедляется.

Результаты экспериментального определения зависимости функции $f(a, Re, \tau)$ от амплитуды колебаний при испытаниях сборки 4 показаны на рис. 3 данными 4. Характерный линейный размер R_* ячеек ребер жесткости по сравнению с пластинами в сборке 1 уменьшился в пять раз. Без-

размерная толщина ребер жесткости $\tau_1/R_* = \tau_2/R_* = 0.046$ увеличилась примерно в полтора раза из-за сложности изготовления пластин с ребрами жесткости весьма малой толщины. Геометрическое подобие по остальным параметрам сохранилось. Линейные габаритные размеры этой сборки пластин изменились. Количество ячеек ребер жесткости на пластине с одной стороны сборки $N = 20 \times 12$.

Как видно, существенно изменилась зависимость функции $f(a, Re, \tau)$ от амплитуды колебаний. Наблюдается плавное возрастание функции приблизительно до значения 0.46 на безразмерной амплитуде $a \approx 2$, что примерно в 1.5 раза выше, чем при испытаниях сборки пластин 1 с той же безразмерной амплитудой колебаний. Числа Рейнольдса в этих испытаниях отличаются в 23 раза. Заметим, что при колебаниях в своей плоскости гладкой пластинки характерная толщина периодического пограничного слоя $\delta = (2\nu/\omega)^{1/2}$ [15]. Высота ребер жесткости в пластинах сборки 4 всего в четыре раза превышала эту величину, т.е. сравнима с толщиной пограничного слоя, что может объяснять изменение вида зависимости функции $f(a, Re, \tau)$ от амплитуды колебаний.

Движение жидкости в ячейках, примыкающих к краям сборок пластин, несколько иное, чем в ячейках, удаленных от краев, и зависит от параметра H/R_* . Подобие по параметру H/R_* во всех испытаниях выполнялось. Следовательно, одинаковым должно быть и обусловленное этим параметром влияние. При испытаниях сборок пластин 1, 2 с числом ячеек 4×6 и сборок пластин 3 с числом ячеек 8×12 предельные значения функции $f(a, Re, \tau)$ отличаются весьма незначительно. Габаритные размеры пластин в этих сборках были одинаковые. С увеличением числа ячеек ребер жесткости влияние краевых эффектов уменьшается, а точность определения функции $f(a, Re, \tau)$ повышается. Представляется, что числа ячеек 8×12 достаточно для установления характера зависимости функции $f(a, Re, \tau)$ от амплитуды колебаний.

Диссипация энергии в существенно большей степени зависит от числа поперечных ребер жесткости, перпендикулярных направлению колебаний. В сборке пластин 3 с числом ячеек 8×12 и в сборке пластин 4 с числом ячеек 20×12 число поперечных ребер жесткости одинаково и равно 12, а характер зависимости функции $f(a, Re, \tau)$ от амплитуды колебаний существенно изменился. Так как подобие по параметру H/R_* выполняется, то влиянием краевых эффектов невозможно объяснить изменение характера зависимости функции $f(a, Re, \tau)$ от амплитуды колебаний при уменьшении числа Рейнольдса до величины $Re = 1245$.

Таким образом, при отношении высоты ребер жесткости к характерному линейному размеру ячеек ребер жесткости $h/R_* \approx 0.18$ зависимость функции $f(a, Re, \tau)$ исследована в широком диапазоне амплитуд колебаний и чисел Рейнольдса. Безразмерная амплитуда колебаний a определена отношением амплитуды к характерному линейному размеру ячеек ребер жесткости. Число Рейнольдса Re определено по круговой частоте колебаний, характерному линейному размеру ячеек ребер жесткости и кинематической вязкости жидкости. Переменной τ в функции обозначается совокупность всех безразмерных геометрических параметров ячеек ребер жесткости.

Из полученных результатов следует, что при больших числах Рейнольдса и амплитудах колебаний, сравнимых по порядку величины с характерным линейным размером ячеек ребер жесткости R_* , функция $f(a, Re, \tau)$ почти не зависит от безразмерных амплитуд колебаний и типичных малых размеров толщины ребер жесткости. Следовательно, принимая во внимание зависимость (2.3), диссипация энергии на единицу площади за период колебаний при этом пропорциональна линейному масштабу ячеек ребер жесткости и квадрату амплитуды колебаний скорости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено экспериментальное исследование диссипации энергии при колебаниях пластин с двоякопериодической структурой ребер жесткости в жидкости. Исследована зависимость диссипации энергии за период колебаний от безразмерной амплитуды колебаний и числа Рейнольдса, которые являются критериями подобия. Установлено, что при больших числах Рейнольдса и амплитудах колебаний, сравнимых по порядку величины с линейным размером ячеек ребер жесткости, диссипация энергии на единицу площади за период колебаний пропорциональна квадрату амплитуды скорости и линейному масштабу ячеек ребер жесткости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Graham J.M.R.* The forces on sharp-edged cylinders in oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers // *J. Fluid Mech.* 1980. V. 97. Pt. 2. P. 331–346.
2. *Bearman P.W., Downie M.J., Graham J.M.R., Obasaju E.D.* Forces on cylinders in viscous oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers // *J. Fluid Mech.* 1985. V. 154. № 1. P. 337–356.
3. *Егоров А.Г., Камалутдинов А.М., Паймушин В.М., Фирсов В.А.* Теоретико-экспериментальный метод определения коэффициента аэродинамического сопротивления гармонически колеблющейся тонкой пластины // *Прикладная механика и техническая физика.* 2016. Т. 57. № 2. С. 96–104.
4. *Nuriev A.N., Kamalutdinov A.M., Egorov A.G.* A numerical investigation of fluid flows induced by the oscillations of thin plates and evaluation of the associated hydrodynamic forces // *J. Fluid Mech.* 2019. V. 874. P. 1057–1095.
5. *Keulegan G.H., Carpenter L.H.* Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid // *J. Res. Bur. Stand.* 1958. V. 80. P. 423–440.
6. *Sarpkaya T.S.* Wave Forces on Offshore Structures. Cambridge: Univ. Press, 2010. 322 p.
7. *Ibrahim R.A.* Liquid sloshing dynamics: theory and application. Cambridge: Univ. Press, 2005. 948 p.
8. *Калиниченко В.А., Со А.Н., Чашечкин Ю.Л.* Вихревое демпфирование колебаний жидкости в прямоугольном сосуде // *Изв. РАН. МЖГ.* 2015. № 5. С. 28–40.
9. *Бужинский В.А.* Колебания жидкости в цилиндрических баках с продольными демпфирующими перегородками // *Изв. РАН. МЖГ.* 2020. № 1. С. 9–21.
10. *Бужинский В.А.* Энергия вихреобразования при колебаниях в жидкости тела с острыми кромками // *Докл. АН СССР.* 1990. Т. 313. № 5. С. 1072–1074.
11. *Бужинский В.А.* Вихревое сопротивление пластинки при колебаниях в маловязкой жидкости // *ПММ.* 1990. Т. 54. Вып. 2. С. 233–238.
12. *Бужинский В.А., Мельникова И.М.* Определение сопротивления колеблющихся пластин в жидкости // *ПММ.* 1991. Т. 55. Вып. 2. С. 264–274.
13. PSV-500 Scanning Vibrometer. Polytec GmbH. Germany // www.polytec.com.
14. *Седов Л.И.* Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1972. 449 с.
15. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 733 с.