УДК 532.546:536.421

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ФРОНТА ИНЖЕКЦИИ ВОДЫ В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫЕ ПОРОДЫ

© 2021 г. Г. Г. Цыпкин[a],*

[a] *Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия*

**E-mail: tsypkin@ipmnet.ru*

Поступила в редакцию 20.06.2021 г.
После доработки 22.06.2021 г.
Принята к публикации 22.06.2021 г.

Рассматривается задачи инжекции воды в высокотемпературный геотермальный резервуар, насыщенный перегретым паром. Методом нормальных мод исследуется устойчивость фронта фазового перехода, движущегося с постоянной скоростью. Проведено численное исследование полученного дисперсионного уравнения. При различных значениях основных параметров представлены дисперсионные кривые, характеризующие переход к неустойчивости. Показано, что переход от устойчивого режима распространения фронта к неустойчивому происходит при увеличении проницаемости и начальной температуры, а также при уменьшении начального давления.

Ключевые слова: геотермальный резервуар, инжекция, поверхность фазового перехода, устойчивость

DOI: 10.31857/S0568528121060165

Интерес к изучению течений с фазовыми переходами в геотермальных системах обусловлен как эксплуатацией геотермальных систем, так и природными процессами, происходящими в недрах Земли [1]. Формирование геотермальных систем связано, главным образом, с районами вулканической деятельности или с возникновением интенсивных конвективных течений, переносящих тепловую энергию к поверхности [2, 3]. Конвективные течения в геотермальных системах зачастую возникают в результате неустойчивости физической системы, которая сформировалась под действием температурного градиента, когда область, насыщенная водой, располагается над областью, насыщенной паром. При изменении внешних условий, например, температуры или давления, система теряет устойчивость [4, 5] и более легкий пар начинает двигаться к поверхности. В этом случае потеря устойчивости происходит под действием силы тяжести.

В [6] экспериментально исследовалась инжекция жидкости в пористую среду. Найдено, что в случае низкой температуры пористой среды поверхность фронта кипения остается регулярной, а при увеличении температуры неустойчивость приводит к образованию пальцев.

Технология эксплуатации геотермальных резервуаров, содержащих перегретый пар, заключается в закачке воды в высокотемпературные породы с последующим извлечением образующегося пара. При аналитических расчетах таких систем и получении оценок основных параметров течения, как правило, предполагается, что существует плоская поверхность, разделяющая области, насыщенные жидкой и газовой фазой [7, 8]. Устойчивость движущихся фронтов в геотермальных резервуарах или в пористых средах, где важную роль играет температурный фактор, в различных постановках исследовалась в [9–12].

В [13] рассматривалась упрощенная формулировка задачи об устойчивости движущейся поверхности раздела вода–пар при инжекции воды в высокотемпературный геотермальный резервуар. Предполагалось, что фронт находится вблизи закачивающей скважины и, из-за формирования области постоянной температуры за фронтом, пренебрегалось распространением возмущений температуры в этой области. Получено, что в рамках сформулированной задачи фронт всегда неустойчив. В [14] исследовалась устойчивость движущегося фронта кипения при падении давления в трещине низкопроницаемых высокотемпературных пород. Предполагалось, что поверхность кипения находится на значительном удалении от трещины и при распространении малых возмущений в области за фронтом эту область можно считать полубесконечной.

В настоящей работе подход, развитый в [14], применяется к задаче об инжекции воды в высокотемпературные породы, насыщенные перегретым паром. Методом нормальных мод исследована устойчивость фронта фазового перехода, движущегося с постоянной скоростью. Найдено, что неустойчивость возникает при увеличении проницаемости и температуры пород, а также при уменьшении начального давления.

1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Пусть в начальном состоянии высокотемпературный геотермальный резервуар насыщен перегретым паром. При инжекции воды в окрестности закачивающей скважины образуется водонасыщенная область, отделенная от области пара движущимся фронтом фазового перехода. Для описания течений в обеих областях используются законы сохранения массы и энергии, закон Дарси, уравнения состояний и соотношения равновесной термодинамики. Система основных уравнений для областей, насыщенных водой и паром, имеет вид

$$\phi\frac{\partial\rho_j}{\partial t} + \operatorname{div}\rho_j\mathbf{v}_j = 0, \quad \mathbf{v}_j = -\frac{k}{\mu_j}\operatorname{grad}P_j \tag{1.1}$$

$$(\rho C)_{1,2}\frac{\partial T}{\partial t} + \rho_j C_j \mathbf{v}_j\cdot\operatorname{grad}T = \operatorname{div}(\lambda_j\operatorname{grad}T)$$

$$\lambda_{1,2} = \varphi\lambda_j + (1-\varphi)\lambda_s, \quad (\rho C)_{1,2} = \varphi\rho_j C_j + (1-\varphi)\rho_s C_s$$

$$\rho_w = \rho_{w0}[1 + \alpha_w(P_w - P_0)], \quad P_v = \rho_v RT, \quad j = v, w$$

Здесь $\mathbf{v}$ — вектор скорости фильтрации, ϕ — пористость, k — проницаемость, μ — вязкость, α_w — сжимаемость воды, R — газовая постоянная, P — давление, ρ — плотность, C — теплоемкость, T — температура, λ — теплопроводность. Индексы w, v, s соответствуют — вода, пар и матрице (скелету) пористой среды, 1 и 2 — области пара и воды.

На поверхности фазового перехода, которая является движущимся фронтом испарения или конденсации, справедливы условия баланса массы, энергии, импульса и уравнение Клаузиуса—Клапейрона термодинамического равновесия воды и пара

$$\phi\left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_w}\right)V_n = \frac{k\rho_v}{\mu_v\rho_w}(\operatorname{grad}P_v)_{n1} - \frac{k}{\mu_w}(\operatorname{grad}P_w)_{n2} \tag{1.2}$$

$$\phi q\rho_v V_n + \frac{kq\rho_v}{\mu_v}(\operatorname{grad}P_v)_{n1} = \lambda_2(\operatorname{grad}T)_{n2} - \lambda_1(\operatorname{grad}T)_{n1} \tag{1.3}$$

$$T_+ = T_- = T_*, \quad P_+ = P_- = P_* \tag{1.4}$$

$$\frac{P_*}{P_a} = \exp\left(A + \frac{B}{T_*}\right) \equiv f(T_*), \quad A = 12.512, \quad B = -4611.73 \tag{1.5}$$

Здесь V — скорость фронта, q — теплота фазового превращения, $P_a = 10^5$ Па — атмосферное давление. Индексы соответствуют: n — нормали, $*$ — величинам на фронте.

В первом приближении можно пренебречь конвективным переносом тепла в области пара из-за его малой плотности. При инжекции воды в геотермальный резервуар было показано [15], что тепловой фронт движется медленнее фронта закачиваемой жидкости из-за высокой теплоемкости скелета пористой среды. В результате за движущимся фронтом фазового перехода образуется протяженная область постоянной температуры. Значение температуры в этой области определяется балансовыми соотношениями на фронте. Поэтому при исследовании устойчивости фронта конвективным переносом тепла в области жидкой фазы можно пренебречь. С учетом этих предположений система (1.1) упрощается и уравнения для областей пара и воды в первом приближении имеют вид

$$\frac{\partial P}{\partial t} = a_{P1,2}\Delta P, \quad \frac{\partial T}{\partial t} = a_{T1,2}\Delta T \tag{1.6}$$

$$a_{P1} = \frac{kP_0}{\phi\mu_v}, \quad a_{P2} = \frac{k}{\phi\mu_w\alpha_w}, \quad a_{T1,2} = \frac{\lambda_{1,2}}{(\rho C)_{1,2}}$$

2. БАЗОВОЕ РЕШЕНИЕ

Для исследования устойчивости движущегося фронта фазового перехода рассмотрим течение, которое реализуется при повышении давления в закачивающей скважине таким образом, что градиент давления ∇P_- в области пара остается постоянным. Тогда сформулированная задача допускает решение с фронтом кипения, движущимся с постоянной скоростью. При переходе в систему координат, движущейся со скоростью фронта, искомые функций характеризуются стационарными распределениями, которые могут быть исследованы на устойчивость классическими методами.

Оценки показывают, что при получении решения в виде бегущей волны с высокой степенью точности можно считать воду несжимаемой жидкостью и распределение давления в области жидкой фазы носит линейный характер. При высоких скоростях инжекции температура за фронтом постоянна, поэтому можно положить тепловой поток равным нулю в этой области для невозмущенного состояния и условие баланса тепла (1.3) принимает вид

$$\phi q \rho_v V_n + \frac{kq\rho_v}{\mu_v}(\operatorname{grad} P_v)_{n1} = -\lambda_1 (\operatorname{grad} T)_{n1} \tag{2.1}$$

Если начальное давление P_0 и температура T_0 постоянны, то при постоянном градиенте давления ∇P_- за фронтом задача допускает решение в виде бегущей волны, которая распространяется с постоянной скоростью $V = \mathrm{const}$. При заданном градиенте ∇P_- распределение давления за фронтом имеет вид

$$P_{2st} = P_* + \nabla P_- \xi, \quad \xi = x - Vt \tag{2.2}$$

В области пара $\xi > 0$ решения для давления и температуры имеют вид

$$P_{1st} = (P_* - P_0)\exp\left(-\frac{V}{a_{P1}}\right)\xi + P_0 \tag{2.3}$$

$$T_{1st} = (T_* - T_0)\exp\left(-\frac{V}{a_{T1}}\right)\xi + T_0 \tag{2.4}$$

Подставляя решения (2.3) и (2.4) в уравнение баланса энергии (2.1) на поверхности раздела $\xi = 0$, получаем

$$2 - \left(\frac{P_*}{P_0}\right) - \frac{\lambda_1 T_0}{\phi q \rho_v a_{T1}}\left(\frac{T_*}{T_0} - 1\right) = 0 \tag{2.5}$$

Из уравнений (2.5) и (1.5) находятся значения искомых параметров P_* и T_* независимо от значения скорости V фронта фазового перехода, которая вычисляется из условия баланса массы (1.2). Подставляя решения (2.2) и (2.3) в соотношения баланса массы (1.2), получаем соотношение на поверхности раздела, которое в безразмерной форме имеет вид

$$1 + \frac{\rho_v}{\rho_w}\left(\frac{P_*}{P_0} - 2\right) + \frac{a_{P0}}{P_0}\frac{\nabla P_-}{V} = 0, \quad a_{P0} = \frac{kP_0}{\phi\mu_w} \tag{2.6}$$

Из полученного выражения определяется отношение скорости фронта кипения V к градиенту давления ∇P_-.

Расчеты базового решения в виде бегущей волны, проведенные при характерных значениях параметров, показали наличие двух режимов инжекции, зависящих от начальной температуры и давления пара. При низком начальном давлении и высокой температуре распространяется фронт кипения, а при относительно низкой температуре и высоком начальном давлении – фронт конденсации.

3. ВЫВОД ДИСПЕРСИОННОГО УРАВНЕНИЯ

Представленное выше решение в виде бегущей волны справедливо на больших временах. Предполагая удаление фронта на достаточно большое расстояние от скважины, такое, что для описания развития возмущений за фронтом область 2 можно считать полубесконечной $-\infty < \xi \le 0$. Поскольку для возмущений не выполняется условие квазистационарности, то для получения решений в области 2 воспользуемся точными уравнениями (1.6).

Исследуем устойчивость решения в виде бегущей волны методом нормальных мод. Пусть $P_j \equiv P_j(\xi, z, t) = P_{jst} + \delta P_j$, $T_j \equiv T_j(\xi, z, t) = T_{jst} + \delta T_j$, $j = 1, 2$, $\eta = \eta(z, t)$ – возмущение плоского фронта $\xi = 0$. Возмущения стационарного решения представим в виде:

$$\delta P_{1,2} = P'_{1,2}(\xi)\exp(i\kappa z + \sigma t), \quad \delta T_{1,2} = T'_{1,2}(\xi)\exp(i\kappa z + \sigma t),$$

$$\eta = \eta'\exp(i\kappa z + \sigma t), \quad \eta' = \mathrm{const}$$

Из уравнений (1.6) следуют уравнения для амплитуд $P'_{1,2}$ и $T'_{1,2}$

$$a_{P1,2}\frac{d^2P'_{1,2}}{d\xi^2} + V\frac{dP'_{1,2}}{d\xi} - (a_{P1,2}\kappa^2 + \sigma)P'_{1,2} = 0 \quad (3.1)$$

$$a_{T1,2}\frac{d^2T'_{1,2}}{d\xi^2} + V\frac{dT'_{1,2}}{d\xi} - (a_{T1,2}\kappa^2 + \sigma)T'_{1,2} = 0 \quad (3.2)$$

Учитывая условия убывания возмущений на $+\infty$ и $-\infty$, решения уравнений (3.1) и (3.2) имеют вид

$$P'_1 = d_1\exp\left[-\frac{V}{2a_{P1}} - \sqrt{\frac{V^2}{4a_{P1}^2} + \frac{\sigma}{a_{P1}} + \kappa^2}\right]\xi$$

$$T'_1 = e_1\exp\left[-\frac{V}{2a_{T1}} - \sqrt{\frac{V^2}{4a_{T1}^2} + \frac{\sigma}{a_{T1}} + \kappa^2}\right]\xi \quad (3.3)$$

$$P'_2 = d_2\exp\left[-\frac{V}{2a_{P2}} + \sqrt{\frac{V^2}{4a_{P2}^2} + \frac{\sigma}{a_{P2}} + \kappa^2}\right]\xi$$

$$T'_2 = e_2\exp\left[-\frac{V}{2a_{T2}} + \sqrt{\frac{V^2}{4a_{T2}^2} + \frac{\sigma}{a_{T2}} + \kappa^2}\right]\xi$$

где $d_{1,2}$, $e_{1,2}$ – постоянные.

Подставляя решения (3.3) в граничные условия (1.2)–(1.5), на поверхности фазового перехода получаем систему уравнений относительно неизвестных d_1, d_2, e_1, e_2 и η'

$$d_1 - d_2 = \left[\nabla P_- + \frac{V}{a_{P1}}(P_* - P_0)\right]\eta',$$

$$e_1 - e_2 = \frac{V}{a_{T1}}(T_* - T_0)\eta',$$

$$d_1 - \frac{df}{dT}e_2 = \frac{V}{a_{P1}}(P_* - P_0)\eta',$$

$$\left[\phi\left(1 - \frac{\rho_v}{\rho_w}\right)\sigma - \frac{k}{\mu_v}\frac{\rho_v}{\rho_w}\frac{V^2}{a_{P1}^2}(P_* - P_0)\right]\eta' + \frac{k}{\mu_v}\frac{\rho_v}{\rho_w}d_1\left(\frac{V}{2a_{P1}} + \sqrt{\frac{V^2}{4a_{P1}^2} + \frac{\sigma}{a_{P1}} + \kappa^2}\right) +$$

$$+ \frac{k}{\mu_w}d_2\left(-\frac{V}{2a_{P2}} + \sqrt{\frac{V^2}{4a_{P2}^2} + \frac{\sigma}{a_{P2}} + \kappa^2}\right) = 0, \quad (3.4)$$

$$\left[\phi q\rho_v\sigma + \frac{kq\rho_v}{\mu_v}\frac{V^2}{a_{P1}^2}(P_* - P_0) + \lambda_1\frac{V^2}{a_{T1}^2}(T_* - T_0)\right]\eta' - d_1\frac{kq\rho_v}{\mu_v}\left(\frac{V}{2a_{P1}} + \sqrt{\frac{V^2}{4a_{P1}^2} + \frac{\sigma}{a_{P1}} + \kappa^2}\right) -$$

$$- e_2\lambda_2\left(-\frac{V}{2a_{T2}} + \sqrt{\frac{V^2}{4a_{T2}^2} + \frac{\sigma}{a_{T2}} + \kappa^2}\right) - e_1\lambda_1\left(\frac{V}{2a_{T1}} + \sqrt{\frac{V^2}{4a_{T1}^2} + \frac{\sigma}{a_{T1}} + \kappa^2}\right) = 0$$

Система уравнений (3.4) имеет нетривиальное решение, если детерминант системы равен нулю. Соответственно, дисперсионное уравнение безразмерной формы имеет вид ($\Sigma = a_{T1}\sigma/V^2$, $K = a_{T1}\kappa/V$)

$$\left[\alpha_1\Sigma + \alpha_2(\Gamma_1 - 1) - \alpha_3\Gamma_2\right]\left[\Gamma_3 + \Gamma_4 + \alpha_4\Gamma_1\right] +$$
$$+ \frac{dF}{dT}\left[\alpha_5\Sigma + \alpha_6(1 - \Gamma_1) + \alpha_7(1 - \Gamma_4)\right]\left[\alpha_8\Gamma_1 + \alpha_9\Gamma_2\right] = 0 \quad (3.5)$$

Здесь

$$\alpha_1 = 1 - \frac{\rho_v}{\rho_w}, \quad \alpha_2 = \frac{\rho_v}{\rho_w}\frac{a_{T1}}{a_{P1}}\left(\frac{P_*}{P_0} - 1\right), \quad \alpha_3 = \frac{a_{T1}}{a_{P1}} a_{P0} \frac{\nabla P_-}{P_0 V}$$

$$\alpha_4 = \frac{\phi q \rho_v}{\lambda_1 T_0} a_{T1} \frac{dF}{dT}, \quad \alpha_5 = \frac{\phi q \rho_v}{\lambda_1 T_0} a_{T1}, \quad \alpha_6 = \frac{a_{T1}}{a_{P1}} \frac{\phi q \rho_v}{\lambda_1 T_0} a_{T1} \left(\frac{P_*}{P_0} - 1\right)$$

$$\alpha_7 = \left(\frac{T_*}{T_0} - 1\right), \quad \alpha_8 \frac{\rho_v}{\rho_w}, \quad \alpha_9 = \frac{a_{p0}}{a_{P1}}, \quad \frac{dF}{dT} = \frac{df/P_0}{dT/T_0}$$

$$\Gamma_1 = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{a_{P1}}{a_{T1}}\Sigma + \frac{a_{P1}^2}{a_{T1}^2} K^2}, \quad \Gamma_2 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{a_{P2}}{a_{T1}}\Sigma + \frac{a_{P2}^2}{a_{T1}^2} K^2}$$

$$\Gamma_3 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{a_{T2}}{a_{T1}}\Sigma + \frac{a_{T2}^2}{a_{T1}^2} K^2}, \quad \Gamma_4 \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + \Sigma + K^2}$$

4. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ

Непосредственно из уравнения (3.5), следует, что пара $K = 0$, $\Sigma = 0$ является корнем уравнения при любых значениях параметров. Поэтому все дисперсионные кривые проходят через начало координат на плоскости $(K, \mathrm{Re}\Sigma)$. Исследование дисперсионного уравнения (3.5) проводилось в широком диапазоне параметров. Численные эксперименты показали, что основными параметрами, влияющими на устойчивость, являются проницаемость, начальные температура и давление, а переход из устойчивого состояния в неустойчивое и наоборот происходит при конечном волновом числе.

Рассмотрим переход к неустойчивости при умеренных значениях проницаемости $k = 5 \times 10^{-15}$ м^2. На рис. 1 представлена деформация дисперсионных кривых в зависимости от значений начального давления, соответствующих режиму кипения воды. Дисперсионная кривая *1* расположена в нижней полуплоскости $\mathrm{Re}\Sigma < 0$, что соответствует устойчивому режиму распространения фронта. При уменьшении начального давления дисперсионная кривая пересекает ось абсцисс и часть кривой располагается в верхней полуплоскости $\mathrm{Re}\Sigma > 0$. Переход к неустойчивости происходит при конечных значениях волнового числа. Заметим, что коротковолновые возмущения, соответствующие большим значениям волновых чисел K, затухают при всех значениях начального давления. Естественно предположить, что к неустойчивости фронта приводит увеличение скорости движения жидкости вследствие падения давления в резервуаре. Неустойчивость фронта испарения с увеличением скорости инжекции в пористую среду наблюдалась экспериментально [6]. Было обнаружено, что процесс испарения не компенсировал быстрый рост возмущений поверхности фронта со временем.

Аналогичные деформации дисперсионные кривые испытывают при изменении начальной температуры пласта (рис. 2). При $T_0 = 580$ K фронт кипения неустойчив (кривая *2*), а снижение температуры до $T_0 = 579$ K приводит к его стабилизации (кривая *1*). Также как и в предыдущем примере, переход от устойчивого состояния к неустойчивому осуществляется при конечных волновых числах. Стабилизация фронта кипения при снижении температуры пористой среды наблюдалась в экспериментах [6]. Можно предположить, что в основе механизма подавления возмущений лежит увеличение вязкости жидкости при снижении температуры. В результате снижается скорость движения жидкости и фронт становится устойчивым.

То, что увеличение скорости течения может приводить к неустойчивости, находит подтверждение также при анализе дисперсионных кривых, которые показаны на рис. 3, где представлены результаты расчетов при различных значениях проницаемости пласта. Движение фронта в высокопроницаемом резервуаре является неустойчивым (кривая *1*). При снижении проницаемости декремент $\mathrm{Re}\Sigma$ наиболее неустойчивой моды снижается (кривая *2*), а при уменьшении ниже порогового значения k дисперсионная кривая (линия *3*) полностью переходит в нижнюю полуплоскость $\mathrm{Re}\Sigma$.

На рис. 4 и 5 представлена эволюция дисперсионных кривых при изменении начальных давления и температуры в высокопроницаемом пласте. Также как и в случае умеренных проницае-

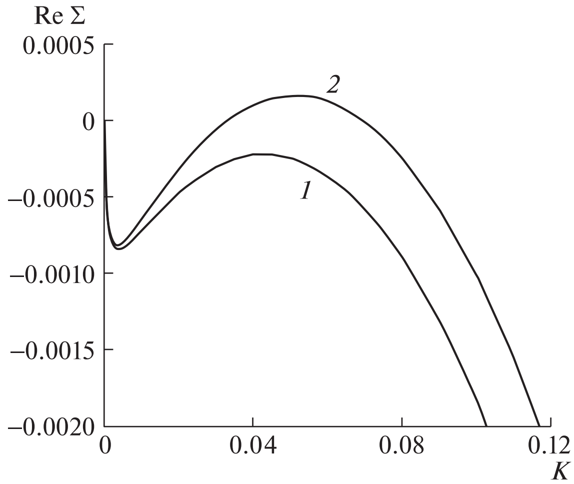

Рис. 1. Переход к неустойчивости фронта при уменьшении начального давления резервуара при умеренных значениях проницаемости при $\phi = 0.2$, $k = 5\times10^{-15}$ м^2, $T_0 = 580$ K: – *2* – $P_0 = 1.33\times10^6$, 1.3×10^6 Па.

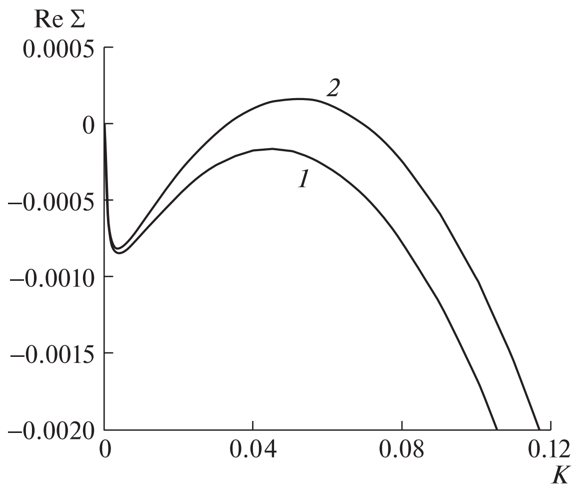

Рис. 2. Переход к неустойчивости при увеличении начальной температуры геотермального резервуара при умеренных значениях проницаемости при $\phi = 0.2$, $k = 5\times10^{-15}$ м^2, $P_0 = 1.3\times10^6$ Па: – *2* – $T_0 = 579$, 580 K.

мостей, снижение давления и увеличение температуры приводит к возникновению неустойчивости фронта. Отличие состоит в том, что при увеличении проницаемости пласта критическое волновое число, соответствующее наиболее быстрорастущей моде, уменьшается.

На рис. 3–5 проявляется одна качественная особенность поведения дисперсионных кривых, которую следует отметить. Как показывают численные эксперименты, все дисперсионные кривые, соответствующие неустойчивому состоянию фронта, имеют в окрестности нуля точки перегиба, расположенные в нижней полуплоскости ReΣ. Отсюда следует, что все переходы к неустойчивому состоянию реализуются при конечных критических волновых числах K_{cr}. При увеличении проницаемости величина K_{cr} уменьшается, область перегиба прижимается к началу координат, а значения Σ в этой области уменьшаются и становятся на несколько порядков меньше характерного значения. Соответственно эти особенности кривых неразличимы на рис. 3–5.

Заметим, что все рассмотренные режимы перехода из устойчивого состояния в неустойчивое реализуются для фронта, движущегося в режиме испарения воды. Увеличение давления приводит к появлению режима конденсации, когда пар переходит в жидкость. Расчеты показали, что режимы конденсации всегда устойчивы. На этом основании можно сделать вывод, что динамика движения жидкости играет доминирующую роль в возникновении неустойчивости фронта инжекции воды в высокотемпературные породы.

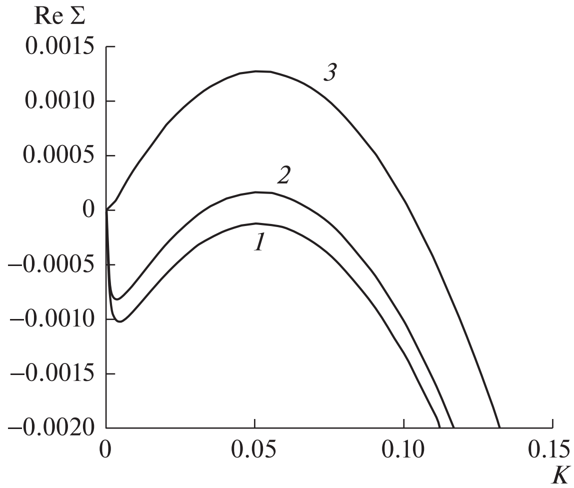

Рис. 3. Влияние проницаемости на возникновение неустойчивости фронта кипения при $\phi = 0.2$, $P_0 = 1.3 \times 10^6$ Па, $T = 580$ К: *1–3* – $k = 4 \times 10^{-15}$, 5×10^{-15}, 10^{-13} м^2.

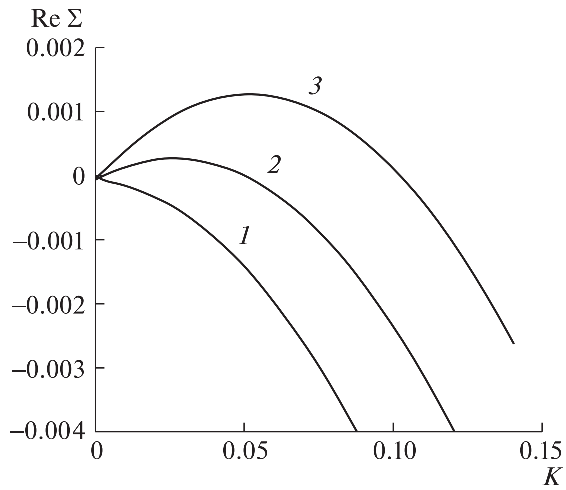

Рис. 4. Переход к режиму неустойчивости фронта при уменьшении начального давления в высокопроницаемом геотермальном резервуаре при $\phi = 0.2$, $k = 10^{-13}$ м^2, $T_0 = 580$ К: *1–3* – $P_0 = 1.5$, 1.392, 1.3 МПа.

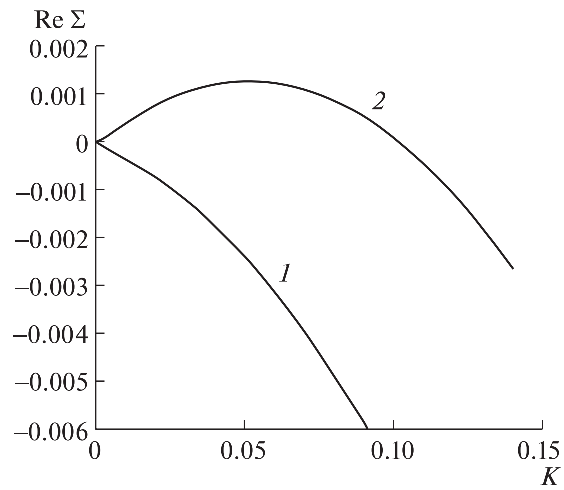

Рис. 5. Переход к неустойчивости при увеличении начальной температуры высокопроницаемого геотермального резервуара при $\phi = 0.2$, $k = 10^{-13}$ м^2, $P_0 = 1.3 \times 10^6$ Па: *1*, *2* – $T_0 = 570$, 580 К.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Методом нормальных мод проведено исследование устойчивости фронта фазового перехода, распространяющегося с постоянной скоростью при инжекции воды в высокотемпературный геотермальный резервуар, насыщенный перегретым паром. Получено дисперсионное соотношение, которое исследовано численно.

Как показали численные эксперименты, в режиме конденсации фронт фазового перехода всегда устойчив, а в режиме испарения может быть как устойчивым, так и неустойчивым. Переход к неустойчивости всегда реализуется при конечных волновых числах, значения которых существенно зависят от проницаемости пород. Коротковолновые возмущения как для устойчивых режимов, так и для неустойчивых быстро затухают при всех значениях физических параметров задачи.

Найдено, что переход от устойчивого режима к неустойчивому происходит при увеличении проницаемости и температуры геотермального резервуара, а также при уменьшении начального давления пара. Полученные результаты на качественном уровне хорошо согласуются с результатами экспериментов [6].

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 21-11-00126.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Grant M., Bixley P.F.* Geothermal reservoir engineering. London: Acad. Press, 2011. 378 p.
2. *McGuinness M.J.* Steady solution selection and existence in geothermal heat pipes-I. The convective case // Int. J. Heat Mass Transfer. 1996. V. 39. P. 259–274.
3. *Pestov I.* Stability of vapor–liquid counterflow in porous media // J. Fluid Mech. 1998. V. 364. P. 273–295.
4. *Schubert G., Straus J.M.* Gravitational stability of water over steam in vapor-dominated geothermal system // J. Geophys. Res. 1980. V. 85. № B11. P. 6505–6512.
5. *Цыпкин Г.Г., Ильичев А.Т.* Устойчивость стационарного фронта фазовых переходов вода-пар в гидротермальных системах // Докл. РАН. 2001. Т. 378. № 2. С. 197–200.
6. *Il'ichev A.T., Tsypkin G.G.* Catastrophic transition to instability of evaporation front in a porous medium // Eur. J. Mech. B/Fluids. 2008. V. 27. № 6. P. 665–677.
7. *Pruess K., Calore C., Celati R., Wu Y.S.* An analytical solution for heat transfer at a boiling front moving through a porous medium // Int. J. Heat Mass Transfer. 1987. V. 30. № 12. P. 2595–2602.
8. *Fitzgerald S.D., Woods A.W.* The instability of a vaporization front in hot porous rock // Nature. 1994. V. 367. P. 450–453.
9. *Fitzgerald S.D., Woods A.W.* Instabilities during liquid migration into superheated geothermal reservoir // Water Res. Research. 1998. V. 34. № 9. P. 2089–2101.
10. *Pritchard D.* The instability of thermal and fluid fronts during radial injection in a porous medium // J. Fluid Mech. 2004. V. 508. P. 133–163.
11. *Hoffman B.T., Kovscek A.R.* Displacement front stability of steam injection into high porosity diatomite rock // J. of Petroleum Sci. Eng. 2005. V. 46. P. 253–266.
12. *Nouri-Borujerdi A., Noghrehabadi A.R., Rees D.A.S.* The linear stability of a developing thermal front in a porous medium: The effect of local thermal non-equilibrium // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2007. V. 50. P. 3090–3099.
13. *Цыпкин Г.Г.* Неустойчивость фронта фазового перехода при инжекции воды в высокотемпературные породы // Труды Математического института им. В.А. Стеклова. 2018. Т. 300. С. 197–204.
14. *Tsypkin G.G., Il'ichev A.T.* Superheating of water and morphological instability of the boiling front moving in the low-permeability rock // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2021. V. 167. 120820.
15. *Tsypkin G.G., Calore C.* Influence of capillary forces on water injection into hot rock, saturated with superheated vapour // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2007. V. 20. 3195–3202.