УДК 533.6.011

# ГИСТЕРЕЗИС ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ПЛОСКОЙ РЕШЕТКИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СТЕРЖНЕЙ

© 2021 г. С. В. Гувернюк<sup>а,\*</sup>, Ф. А. Максимов<sup>а,b,\*\*</sup>

<sup>а</sup> МГУ им. М.В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт механики, Москва, Россия <sup>b</sup> Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, Россия

> \**E-mail: guv@imec.msu.ru* \*\**E-mail: f\_a\_maximov@mail.ru* Поступила в редакцию 29.03.2021 г. После доработки 22.06.2021 г. Принята к публикации 22.06.2021 г.

Представлены результаты численного моделирования взаимодействий сверхзвукового потока с проницаемым экраном в виде бесконечной плоской решетки круговых цилиндров. Рассматривается режим взаимодействия, при котором скачки уплотнения перед цилиндрами локализованы в масштабе шага решетки. Применена многоблочная вычислительная технология, при которой вязкие пограничные слои разрешаются на локальных сетках с использованием уравнений Навье—Стокса, а эффекты интерференции ударно-волновых структур в сверхзвуковом следе описываются в рамках уравнений Эйлера. Воздействие ударных волн от соседних элементов решетки на область ближнего следа за промежуточными элементами может неоднозначно влиять на аэродинамические характеристики решетки, а также порождать нестационарные явления в следе. На примере решетки, имеющей проницаемость 80%, дана классификация режимов течения при непрерывном увеличении и уменьшении скорости набегающего сверхзвукового потока воздуха в диапазоне чисел Маха от 2.4 до 4.2. Обсуждаются причины гистерезисного поведения аэродинамического сопротивления решетки по числу Маха и мехациямы возникновения нестационарных автоколебательных режимов течения в следе.

*Ключевые слова:* сверхзвуковой поток, проницаемый экран, аэродинамический след, ударноволновые структуры, аэродинамическое сопротивление, параметрический гистерезис, автоколебания, уравнения Навье–Стокса, уравнения Эйлера, многоблочная вычислительная технология

DOI: 10.31857/S0568528121060037

Сверхзвуковое обтекание проницаемых экранов (сеток, перфорированных пластин, решеток, и т.п.) представляет интерес в ряде технических приложений [1–5], а также в вопросах анализа некоторых природных явлений, таких как газодинамика разлета дробящихся небесных тел и др. [6-8]. Фундаментальное значение имеет постановка адекватных граничных условий на поверхностях сильного газодинамического разрыва, моделирующих проницаемые экраны [9, 10]. В случае достаточно проницаемых экранов, расположенных поперек сверхзвукового потока, обтекание происходит без образования глобального отошедшего скачка уплотнения [2, 5, 10]. Простейшей моделью проницаемого экрана является плоская решетка параллельных круговых цилиндров, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга. В этом случае течение около проницаемого экрана поддается детальному описанию на всех масштабах – от локального размера элементов решетки до глобального размера экрана [11–13]. На режиме без образования отошедшего головного скачка перед экраном, возмущения с наветренной стороны решетки ограничены фронтами местных ударных волн, локализующихся перед твердыми элементами решетки. а на подветренной стороне возникает дискретная система сверхзвуковых струек, которые постепенно смыкаются и формируют вторичный сверхзвуковой поток позади решетчатого экрана [10]. По классификации в [9, 10] это режим ЕЗ, для которого граничное условие на проницаемой поверхности может быть представлено как алгебраическая связь между числами Маха сверхзвуковых потоков до и после поверхности сильного разрыва, моделирующего решетку. Для этого режима общий размер решетки не имеет значения, и она может рассматриваться как бесконечный проницаемый экран [11]. В этом случае для описания течения в масштабе шага решетки можно ограничиться расчетами в полосе, содержащей один цилиндрический элемент. При этом на параллельных боковых сторонах полосы должны выполняться граничные условия периодичности течения [12].

Исследования [11, 12] показали, что в области ближнего следа за цилиндрическими элементами решетки возникают сложные уларно-волновые структуры течения, в которых скачки уплотнения, распространяющиеся от соседних элементов решетки, взаимодействуют между собой и с неоднородными областями ближнего аэродинамического следа. Причем для некоторых сочетаний величин параметров задачи возможны неоднозначность структуры таких течений и сопутствующий параметрический гистерезис (когда характеристики обтекания решетки зависят не только от значений определяющих параметров, но и от предыстории установления величины этих параметров). В работе [11] описан гистерезис, связанный с известной двойственностью возможных схем пересечения скачков уплотнения по типам маховского или регулярного взаимодействия. В работе [12] идентифицирован новый тип гистерезиса, связанный с перестройкой ближнего следа за решеткой в результате воздействия ударных волн от соседних элементов непосредственно на дозвуковую область донного течения за промежуточными элементами решетки. Недавно сообшалось о нестационарных режимах течения с образованием дискретной вихревой дорожки в сверхзвуковом следе за решеткой [13, 14]. В настоящей работе исследуется сверхзвуковое обтекание воздушным потоком периодической решетки, имеющей проницаемость 80%, при непрерывном увеличении и уменьшении числа Маха набегающего потока в диапазоне 2.4-4.2. Обсуждаются причины неоднозначной зависимости структур течения в следе от числа Маха набегающего сверхзвукового потока и соответствующий параметрический гистерезис, а также механизмы возникновения нестационарных режимов течения в следе.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ

Рассматривается взаимодействие равномерного сверхзвукового потока вязкого совершенного газа с бесконечным проницаемым экраном в виде плоской периодической решетки параллельных цилиндрических стержней. Плоскость решетки перпендикулярна вектору скорости  $V_1$ набегающего сверхзвукового потока. Показатель адиабаты газа  $\gamma = 1.4$ . Число Рейнольдса, вычисленное по параметрам невозмущенного потока и диаметру *D* цилиндрического элемента решетки Re = 10<sup>5</sup>. Число Маха M<sub>1</sub> набегающего потока варьируется в диапазоне от 2.4 до 4.2. Период решетки h = 5D обеспечивает достаточно большую степень проницаемости экрана  $\sigma = 1 - D/h =$ = 0.8, при которой скачки уплотнения перед элементами решетки остаются локализованными и не образуют глобальной ударной волны перед проницаемым экраном [12]. При этом позади экрана формируется вторичный сверхзвуковой поток [2, 10] как результат слияния дискретных струек, образовавшихся между элементами решетки.

Течение газа описывается системой двумерных уравнений Навье—Стокса с граничными условиями прилипания на изотермической поверхности элементов решетки. Решение строится численно в полосе шириной h между двумя продольными плоскостями, на которых ставится условие периодичности решения по поперечной координате Y. Внутри полосы находится один элемент решетки (рис. 1а).

Результаты сравнительных расчетов [13] обтекания системы элементов конечной решетки и обтекания одного элемента с условиями периодичности для бесконечной редкой решетки подтверждают отсутствие качественных отличий, в частности, сохраняется разнообразие схем обтекания бесконечной решетки. При этом граничное условие периодичности позволяет существенно улучшить разрешение расчетной сетки.

Входная граница расчетной области располагается в невозмущенном потоке с числом Маха  $M_1 \ge 2.4$ . Выходная граница располагается далеко вниз по потоку в области сверхзвукового следа и на ней ставятся граничные условия свободного вытекания. В дальнейшем все линейные размеры в области течения нормируются на радиус элемента решетки, в частности, D = 2.

При  $\gamma = 1.4$  и  $\sigma = 0.8$  необходимое условие существования стационарного сверхзвукового потока перед бесконечной решеткой [12]

$$\sigma^{2} > \frac{2 + (\gamma - 1)M_{1}^{2}}{(\gamma + 1)M_{1}^{2}} \left(\frac{2\gamma M_{1}^{2} + 1 - \gamma}{(\gamma + 1)M_{1}^{2}}\right)^{\frac{2}{\gamma - 1}}$$

сводится к условию M<sub>1</sub> > 2.15. По расчетам [11] переход от режима с ветвящейся системой локальных ударных волн перед элементами решетки к режиму с гладкой отошедшей ударной вол-

~



Рис. 1. Расчетная область и система координат (а); структура расчетных сеток (б) с конечным перекрытием (в).

ной происходит на интервале 2.35 <  $M_1$  < 2.4. Перечисленные факты были учтены при выборе нижней границы  $M_1 = 2.4$  интервала варьирования параметра  $M_1$  в настоящем исследовании. Верхняя граница  $M_1 = 4.2$  выбрана из условия отсутствия альтернативы схеме регулярного пересечения головных скачков уплотнения от соседних цилиндрических элементов решетки [11]. При  $M_1 > 4.2$  угол 2 $\alpha$  регулярного пересечения этих скачков меньше, чем теоретический предел 2  $\alpha_N$  существования тройной маховской конфигурации в этой точке. Здесь  $\alpha_N = f(M_1, \gamma) -$ угол Неймана [15, 16].

Решение поставленной краевой задачи строится на основе многоблочной вычислительной технологии [7, 12, 17] с использованием локальных адаптированных к поверхности тел криволинейных сеток "В", имеющих конечные области перекрытия с глобальной прямоугольной сеткой "А" для всей расчетной области (рис. 16,в). Вязкие пограничные слои разрешаются с использованием уравнений Навье—Стокса на локальных сгущающихся к поверхности тел сетках, а эффекты интерференции ударно-волновых структур в сверхзвуковом следе описываются в рамках уравнений Эйлера. В областях перекрытия сеток применяется интерполяция функций до границ перехода от одной сетки к другой. Математическая модель и метод интегрирования детально описаны в [17]. В основной серии настоящих расчетов шаг глобальной сетки "А" (рис. 1) составляет 0.0125 (в долях радиуса цилиндрического элемента решетки); минимальный шаг локальной сетки "В" вблизи границ элементов решетки — 0.0005; общее число расчетных узлов — 3270000. Отладочные и контрольные расчеты выполнялась на сетках вдвое меньшей и вдвое большей густоты.

Численные решения строятся методом установления по времени. Для диагностики возможных гистерезисных режимов применяется тактика [11, 12] последовательного изменения числа Маха  $M_1$  на входной границе расчетной области, при которой в качестве начального газодинамического поля берется решение с предыдущего малого шага по  $M_1$ . Для визуализации результирующих полей течения около решетки рассчитываются изолинии числа Маха, давления, модуля градиента плотности, а также характерные линии тока. Коэффициенты  $C_x$ ,  $C_y$  аэродинамической силы, действующей на элемент решетки, определяются путем интегрирования давления по поверхности этого элемента. Отличия  $C_x$  от значений  $C_{x0}$  коэффициента сопротивления одиночного цилиндра в неограниченном сверхзвуковом потоке характеризуют влияние аэродинамической интерференции между элементами решетки. Полученные расчетные величины  $C_{x0}$  на интервале  $2.4 \le M_1 \le 4.2$  достаточно хорошо описываются аппроксимационной зависимостью  $C_{x0} = 1.39-0.097\ln(M_1 - 1)$ .

### РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

На рис. 2а,б представлены картины течения для значений М<sub>1</sub> на концах интервала варьирования (густота оттенков серого цвета пропорциональна модулю градиента плотности газа). При



**Рис. 2.** Картины визуализации расчетных полей модуля градиента плотности: при  $M_1 = 4.2$  (а) и  $M_1 = 2.4$  (б); основные структурные элементы течения (в).

 $M_1 = 4.2$  возмущения от соседних элементов решетки взаимодействуют между собой в сверхзвуковой части аэродинамического следа, не оказывая влияния ни на ударный слой перед цилиндром, ни на ближний след (рис. 2а). Головная ударная волна перед цилиндром и основная часть ближнего следа точно такие же, как при обтекании цилиндра в неограниченном сверхзвуковом потоке. Совпадают коэффициенты аэродинамического сопротивления элементов решетки и одиночного цилиндра:  $C_x = C_{x0} = 1.277$ . В области сверхзвукового течения позади решетки формируется сложная ударно-волновая структура. Головные ударные волны "1" от соседних элементов сначала пересекаются между собой и с хвостовыми скачками уплотнения "2" по схеме регулярного взаимодействия, а затем образуют тройную маховскую конфигурацию в области сверхзвукового следа за промежуточным элементом решетки (рис. 2в). При этом за маховской ножкой "3" в окрестности оси следа образуется локализованная вторичная дозвуковая область, а уходящая ветвь тройной маховской конфигурации "4" догоняет преломленный фронт "5" хвостового скачка уплотнения и сливается с ним, образуя сверхзвуковую λ-конфигурацию скачков уплотнения со слабым контактным разрывом [18]. Следует отметить, что в расчетах [11] внимание уделялось только зонам первичного взаимодействия головных ударных волн, идущих от смежных элементов решетки, а все дальнейшее многообразие вторичных ударно-волновых взаимодействий позади решетки не воспроизводилось и не изучалось. В частности, отрывное донное течение и хвостовые скачки уплотнения в ближнем следе за элементами решетки не могли быть получены без учета вязкости газа. Соответственно, не воспроизводилась ячеистая конфигурация ударных волн в сверхзвуковом следе (рис. 2а).

Существенно иная картина наблюдается при  $M_1 = 2.4$  (рис. 26). Головные скачки уплотнения от соседних элементов решетки пересекаются по схеме маховского взаимодействия с образованием явно выраженной маховской ножки. При этом отраженные ударные волны непосредственно воздействуют на дозвуковую область ближнего следа, вызывая почти трехкратное увеличение ее размеров и значительное повышение донного давления на элементах решетки. Соответствующее значение коэффициента аэродинамического сопротивления элемента решетки  $C_x = 1.02$  существенно меньше, чем  $C_{x0} = 1.36$  для одиночного цилиндра при M = 2.4.



**Рис. 3.** Визуализация расчетных полей модуля градиента плотности при  $M_1 = 3.2$ , рассчитанных по сценарию с уменьшением  $M_1$  от 4.2 (а) и – с увеличением  $M_1$  от 2.4 (б).

В обоих случаях для значений  $M_1$  на концах интервала варьирования течение взаимодействия сверхзвукового потока с решеткой (рис. 2) однозначно определяется величиной числа Маха  $M_1$ . Однако внутри интервала 2.4 <  $M_1$  < 4.2 существуют области неоднозначной зависимости течений от этого параметра.

На рис. 3 представлены два различных режима обтекания решетки при одном и том же  $M_1 = 3.2$ , но при различной предыстории установления этого значения. Течение на рис. За получено по сценарию с постепенным уменьшением  $M_1$ , начиная от  $M_1 = 4.2$ . В главном оно аналогично стационарному течению, показанному на рис. 2а. Возмущения от соседних элементов решетки не влияют на ближнее поле течения. Поэтому все основные характеристики обтекания элементов решетки и одиночного цилиндра в неограниченном потоке совпадают. В частности, совпадают такие признаки, как конфигурация дозвуковой области ближнего следа и значение коэффициента аэродинамического сопротивления (в данном случае  $C_x = C_{x0} = 1.31$ ). В противоположность этому течение на рис. 36, получено путем постепенного увеличения  $M_1$ , начиная от  $M_1 = 2.4$ . На этом пути происходит переход от стационарного к нестационарному режиму течения в аэродинамическом следе решетки. Вторичные скачки уплотнения от соседних элементов решетки взаимодействуют с неоднородной трансзвуковой областью ближнего следа, в результате чего возникают висячие отрывные структуры, которые, в свою очередь, взаимодействуют с дозвуковой частью ближнего следа. Это сложное взаимодействие имеет ярко выраженный нестационарный характер. Аэродинамическое сопротивление и подъемная сила элемента решетки совершают квазипериодические колебания. Среднее значение коэффициента сопротивления  $C_x = 1.25$  значительно меньше величины  $C_{x0} = 1.31$  одиночного цилиндра.

Рисунок 4 иллюстрирует двойственность режимов обтекания решетки при  $M_1 = 2.6$ . Течение на рис. 4а получено путем постепенного увеличения числа Маха, начиная от  $M_1 = 2.4$ . Оно аналогично стационарному течению, показанному на рис. 26. Отраженные скачки уплотнения в составе тройной маховской конфигурации при нерегулярном взаимодействии головных ударных волн от соседних элементов решетки непосредственно воздействуют на дозвуковую область ближнего следа, вызывая увеличение ее размеров и повышение донного давления на элементах решетки. При этом результирующее течение остается стационарным, а коэффициент аэродинамического сопротивления элемента решетки  $C_x = 1.03$  намного меньше, чем значение  $C_{x0} = 1.34$ для одиночного цилиндра при  $M_1 = 2.6$ . В противоположность этому течение на рис. 46 получено путем постепенного уменьшения числа Маха. Оно имеет ярко выраженный нестационарный характер, при котором аэродинамическое сопротивление  $C_x$  и подъемная сила  $C_y$  элемента решетки совершают квазипериодические колебания. По оси абсцисс на графике колебаний  $C_y$  (рис. 4в) отложено  $i = 0.01t/\Delta t$  – количество сотен временных шагов  $\Delta t$  в ходе численного моделирования. При этом среднее значение  $C_x = 1.25$  остается меньше коэффициента сопротивления  $C_{x0} = 1.34$ одиночного цилиндра.

ИЗВЕСТИЯ РАН. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА № 6 2021



**Рис. 4.** Визуализация расчетных полей модуля градиента плотности при числе Маха  $M_1 = 2.6$ , рассчитанных по сценарию с увеличением  $M_1$  от 2.4 – стационарный режим (а) и с уменьшением  $M_1$  от 4.2 – нестационарный режим (б); колебания коэффициента подъемной силы элемента решетки на нестационарном режиме (в).

Отношение  $C_x/C_{x0}$  характеризует вклад эффектов аэродинамической интерференции в аэродинамическое сопротивление решетки. На рис. 5а построены расчетные данные, полученные по сценариям непрерывного увеличения и уменьшения числа Маха М<sub>1</sub> в диапазоне от 2.4 до 4.2. Зависимость  $C_x/C_{x0} = f(M_1)$  распадается на три изолированных ветви. Нижняя ветвь I отвечает ста-ционарным режимам течения как на рис. 26 и рис. 4а. На этом нижнем режиме аэродинамическое сопротивление элемента в составе решетки на 20-27% меньше, чем сопротивление одиночного элемента в неограниченном потоке. Верхняя ветвь III соответствует стационарным режимам течения как на рис. 2а и рис. 3а. На верхнем режиме аэродинамическое сопротивление элемента решетки и сопротивление такого же одиночного элемента в неограниченном потоке совпадают. Промежуточная ветвь II соответствует нестационарным режимам течения по типу как на рис. Зб и рис. 46. Переходы с одной ветви на другую происходят пороговым образом так, как показано стрелками на рис. 5а. Очевидно, имеется две петли гистерезиса и, соответственно, два интервала значений параметра  $M_1$ , для которых решение задачи обтекания решетки неединственно. На интервалах неединственности отбор одного из возможных режимов течения определяется не только конкретным значением параметра M<sub>1</sub>, но еще и предысторией установления этого значения. Это свойство двойственности решения является причиной гистерезисного поведения зависимости  $C_x/C_{x0}$  от M<sub>1</sub>.

Если интерпретировать решетку вместе с прилегающим слоем неоднородного диссипативного течения как поверхность сильного газодинамического разрыва, то коэффициент сопротивления единицы площади решетки  $C_{x1}$  можно вычислить по теоретической формуле [9]

$$C_{x1} = \frac{\gamma + 1}{\gamma} \left( 1 - \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) \left( 1 - \frac{1}{\lambda_2 \lambda_1} \right)$$
(1)

где

$$\lambda_{1,2} = M_{1,2} \left( \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} M_{1,2}^2 + \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{-1/2}$$

М<sub>1</sub>, М<sub>2</sub> – значения числа Маха до и после поверхности разрыва.



**Рис. 5.** Классификация режимов I, II, III обтекания решетки: а – гистерезисная расчетная зависимость  $C_x/C_{x0}$  от  $M_1$ ; б – индикатор  $K = f(M_1)$  по формуле (2).

Расчетные газодинамические поля использовались для определения осредненных по ширине полосы периодичности (рис. 1) значений газодинамических параметров течения. Отношение коэффициента сопротивления проницаемой поверхности (1) к фактическому коэффициенту сопротивления решетки  $(1 - \sigma)C_x$ 

$$K = \frac{C_{x1}}{(1 - \sigma)C_x} \tag{2}$$

характеризует точность модели проницаемой поверхности [9] применительно к решетке цилиндрических стержней. На рис. 56 построена расчетная зависимость  $K = f(M_1)$  для стационарных режимов течения I и III, показанных на рис. 5а. При вычислении  $C_{x1}$  по формуле (1) использовалось осредненное расчетное значение числа Маха  $M_2$  в поперечном сечении X = 20 в следе решетки, а при вычислении коэффициента сопротивления  $C_x$  элемента решетки использовалось фактическое расчетное давление на поверхности этого элемента. Незначительное отклонение значений параметра (2) от 1 характеризует высокую точность формулы (1) при стационарных режимах обтекания решетки. В случае нестационарных режимов II (рис. 5а) вопрос о моделировании решетки поверхностью газодинамического разрыва остается открытым.

На рис. 6 показаны поля числа Маха М при последовательном уменьшении значений  $M_1$  с переходом от стационарного состояния течения на верхней ветви III кривой  $C_x/C_{x0} = f(M_1)$  к нестационарному состоянию на промежуточной ветви II (рис. 5а)<sup>1</sup>. Маховское взаимодействие вторичных скачков уплотнения в сверхзвуковой части следа при  $M_1 = 4.0$  порождает локализованную дозвуковую область (рис. 6а). С уменьшением  $M_1$  эта дозвуковая область увеличивается (рис. 6б). При этом наличие локального минимума числа Маха в ядре неоднородного сверхзвукового следа за элементом решетки порождает предвестник в виде вытянутого навстречу потоку локального выступа на фронте ударной волны, пересекающей ось этого следа (рис. 6б). По мере

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Белые пятна в области течения соответствуют дозвуковым зонам M < 1; тонкие кривые – линии уровня числа Маха; оттенки цвета характеризуют величину числа Маха M > 1 в области сверхзвукового течения согласно указанной цветовой шкале.



**Рис. 6.** Поля числа Маха M, рассчитанные по сценарию с последовательным уменьшением параметра  $M_1$  от 4.0 (a) до 2.8 (г).

уменьшения  $M_1$  предвестник быстро разрастается и проникает в область ближнего следа за элементом решетки (рис. 6в). В результате образуется длинный дозвуковой "язык", взаимодействующий с отраженными и преломленными ударными волнами в примыкающих сверхзвуковых областях течения. Неустойчивость и колебания этой сложной ударно-волновой и отрывной структуры (рис. 6г) являются причинами формирования нестационарной системы вихревых сгустков, дрейфующих вниз по сверхзвуковому следу позади решетки (рис. 36). Детали соответствующего автоколебательного процесса иллюстрирует рис. 7, где приблизительно на полупериоде автоколебаний визуализированы нестационарные ударно-волновые конфигурации и дозвуковые зоны  $(M < 1)^2$  для последовательных моментов времени с интервалом 500 $\Delta t$  ( $\Delta t$  – безразмерный шаг по времени в расчете).

#### ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Три главных механизма определяют сложность взаимодействия сверхзвукового потока с редкой решеткой, не вызывающей запирания и возникновения отошедшей ударной волны.

Первый механизм — это воздействие локальных скачков уплотнения от соседних элементов решетки непосредственно на донную отрывную область ближнего следа за промежуточными элементами (по типу, как показано на рис. 2б), в результате чего происходит значительное увеличение размеров донной области и увеличение донного давления на элементах решетки. Связанная с этим механизмом двойственность структуры течения и соответствующий параметрический гистерезис возникают в тех случаях, когда указанные локальные скачки смещены вниз по потоку настолько, что проходят мимо короткой невозмущенной донной области. В настоящей работе такой гистерезис идентифицирован по параметру M<sub>1</sub>. В работе [12] аналогичный гистерезис

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Изображены мгновенные линии уровня числа Маха (тонкие кривые) и конфигурации дозвуковых областей (белые пятна в области течения).



**Рис.** 7. Колебания ближнего следа при  $M_1 = 2.8$ : а, б, в, г, д, е – мгновенные линии уровня числа Маха M в последовательные моменты времени с шагом  $500\Delta t$ .

был выявлен при варьировании расстояния между элементами решетки при фиксированном  $M_1 = 6$ . Очевидно, такой же механизм может приводить к гистерезису и по другим параметрам задачи, включая показатель адиабаты и число Рейнольдса. Этот же механизм может быть причиной параметрического гистерезиса характеристик сверхзвукового обтекания не только решеток, но и иных систем тел.

Второй механизм связан с существованием диапазона неоднозначности схем пересечения и отражения ударных волн от соседних элементов решетки. Изменение числа Маха М<sub>1</sub> приводит к изменению угла наклона и интенсивности скачков уплотнения на оси симметрии между элементами решетки. Существует известный диапазон этих параметров, при котором отражение ударных волн может происходить по схеме как регулярного, так и маховского взаимодействия [15, 16]. Определяемый этим механизмом гистерезис ударно-волновых конфигураций между элементами решетки описан в [11].

Третий механизм — образование предвестника в сверхзвуковом следе за элементом решетки при взаимодействии отраженных ударных волн с ядром неоднородности следа (подобно тому, как показано на рис. 6б,в). Наличие в сверхзвуковом потоке ядра поперечной неоднородности типа локального минимума числа Маха является известной причиной возникновения предвестника в виде выступающей вперед отрывной структуры в области пересечения ударной волны с ядром неоднородности [19]. Соответствующим нестационарным аналогом является возникновение предвестника предвестника предвестника перед фронтом ударной волны, движущейся вдоль локализованного канала пониженной плотности в покоящемся газе [20]. Проникание предвестника в область ближнего

следа за элементом решетки приводит к образованию протяженного дозвукового канала (рис. 6в), через который происходит взаимодействие отрывной донной области с ударно-волновыми структурами в сверхзвуковой части следа. Неустойчивость такой конфигурации порождает авто-колебания (рис. 6г, рис. 7), сопровождающиеся образованием дискретной дорожки вихревых сгустков, дрейфующих в сверхзвуковом следе (рис. 36).

Одновременное действие второго и третьего механизмов может приводить к вторичным гистерезисным явлениям. Это связано с тем, что переход от регулярного к маховскому отражению происходит с внезапным образованием маховской ножки конечной высоты, что приводит к скачкообразному смещению (в сторону решетки) отраженных ударных волн, взаимодействующих с аэродинамическим следом. В частности, для решетки с проницаемостью 80% такой переход неизбежен в диапазоне уменьшения  $M_1$  от 3.2 до 3.1 из-за достижения на этом интервале теоретического предела по углу поворота потока по схеме регулярного отражения ударных волн [16]. Представленные на рис. 6с регулярные отражения ударных волн при  $M_1 = 3.15$  близки к указанному предельному состоянию. Дальнейшее уменьшение  $M_1$  приводит к внезапному появлению тройных конфигураций ударных волн с маховской ножкой конечной высоты (рис. 6г). Однако возвратное движение по параметру  $M_1$  в сторону увеличения не приводит к восстановлению схемы регулярного отражения при  $M_1 = 3.15$ . По мере роста  $M_1$  происходит плавное уменьшение размеров маховской ножки вплоть до нуля. Детально этот процесс был исследован в [11] с помощью специальных мер по измельчению расчетных сеток в окрестности точки отражения.

Следует также отметить, что взаимодействие отраженных ударных волн с хвостовыми скачками и между собой может также происходить по схемам маховского или регулярного отражения, что, в свою очередь, может влиять на условия их взаимодействия с ядром неоднородного течения в следе. В конечном счете это может приводить к множественному параметрическому гистерезису при обтекании решеток и систем тел. Полученный в настоящих расчетах некоторый разброс точек на средней ветви II режимной кривой (рис. 5а) можно объяснить проявлением вторичных гистерезисов.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На примере сверхзвукового обтекания бесконечной решетки цилиндрических стержней, имеющей проницаемость 80%, дана классификация режимов течения при непрерывном увеличении и уменьшении числа Маха набегающего потока воздуха в диапазоне от 2.4 до 4.2. Воздействие ударных волн от соседних элементов решетки на область ближнего аэродинамического следа за промежуточными элементами порождает неоднозначные структуры течений, а также нестационарные явления в следе. Идентифицированы три основных режима течений (нижний I, промежуточный II, верхний III, рис. 5а) и объяснены механизмы, определяющие многообразие соответствующих течений в следе, включая проявления параметрического гистерезиса при переходах от одного режима к другому. Интерпретация решетки как поверхности газодинамического разрыва дает функциональную зависимость между коэффициентом сопротивления и числами Маха осредненных сверхзвуковых потоков по обе стороны от проницаемого экрана. Результаты настоящих расчетов подтверждают высокую точность такого моделирования в случае стационарных режимов I и III (рис. 5б).

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект 19-01-00242). Расчеты проводились на МВС-100К МСЦ РАН.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. *Христинич В.Б.* Модель сверхзвукового течения разреженного газа в переходном режиме при обтекании космических антенн. Часть І // Вестник С.-Петербург. ун-та, Сер. 1 Мат. мех. астр. 1998. Вып. 2. № 8. С. 113–121.
- 2. *Гувернюк С.В.* О гиперзвуковом обтекании тел с сетчатыми экранами // Газовая и волновая динамика. Вып. 4. М.: Айрис-пресс, 2005. С. 236–242.
- 3. Фомин В.М., Миронов С.Г., Сердюк К.М. Снижение волнового сопротивления тел в сверхзвуковом потоке пористыми материалами // Письма в ЖТФ. 2009. Т. 35. Вып. 3. С. 39–45.
- Aristov V.V., Voronich I.V., and Zabelok S.A. Nonequilibrium Nonclassical Phenomena in Regions with Membrane Boundaries // Physics of Fluids. 2021. Vol. 33, no 1. https://doi.org/10.1063/5.0036089

- 5. *Плотников М.Ю., Ребров А.К.* Сверхзвуковое течение разреженного газа сквозь проволочную преграду // ПМТФ. 2013. Т. 54. № 4. С. 5–12.
- 6. Сызранова Н.Г., Андрущенко В.А. Моделирование движения и разрушения болидов в атмосфере Земли // Теплофизика высоких температур. 2016. Т. 54. № 3. С. 328–335.
- 7. *Максимов* Ф.А. Сверхзвуковое обтекание системы тел // Компьютерные исследования и моделирование. 2013. Т. 5. № 6. С. 969–980.
- 8. Лукашенко В.Т., Максимов Ф.А. Математическая модель разлета осколков метеорного тела после разрушения // Инженерный журнал: наука и инновации. 2017. Вып. 9 (69). С. 1–14.
- 9. *Guvernyuk S.V.* The adiabat for a permeable wall // Fluid Mechanics Soviet Research. 1988. V. 17. № 3. P. 90–101.
- Гувернюк С.В. Сверхзвуковое обтекание проницаемых экранов // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Сб. докл. Казань: изд-во КФУ, 2015. С. 1092–1094.
- 11. *Кудрявцев А.Н., Эпштейн Д.Б.* Явление гистерезиса при обтекании системы цилиндров сверхзвуковым потоком // Изв. РАН. МЖГ. 2012. № 3. С. 122–131.
- 12. *Гувернюк С.В., Максимов* Ф.А. Сверхзвуковое обтекание плоской решетки цилиндрических стержней // ЖВМ и МФ. 2016. Т. 56. № 6. С. 1025–1033.
- 13. *Гувернюк С.В., Максимов Ф.А.* Исследование обтекания решетки цилиндров // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2019. Т. 20. № 3. С. 1–10.
- Guvernyuk S.V., Maksimov F.A. On Structures of Supersonic Flow around Plane System of Cylindrical Rods // In: Jain L., Favorskaya M., Nikitin I., Reviznikov D. (eds) Advances in Theory and Practice of Computational Mechanics. Smart Innovation, Systems and Technologies. Singapore: Springer, 2020. V. 173. P. 49–62. https://doi.org/10.1007/978-981-15-2600-8 5
- 15. *Courant R., Friedrichs K.O.* Supersonic Flow and Shock Waves. New York: Springer, 1948. = *Курант Р., Фридрихс К.* Сверхзвуковое течение и ударные волны. М.: ИЛ, 1950. 426 с.
- 16. Крайко А.Н. Теоретическая газовая динамика: классика и современность. М.: ТОРУС ПРЕСС, 2010. 440 с.
- Максимов Ф.А., Шевелев Ю.Д. Численное моделирование трехмерных пространственных сверхзвуковых течений вязкого газа с отрывом потока // Математическое моделирование. Проблемы и результаты. М.: Наука, 2003. С. 384–421.
- 18. *Усков В.Н., Чернышов М.В.* Особые и экстремальные тройные конфигурации скачков уплотнения // ПМТФ. 2006. Т. 47. № 4. С. 39–53.
- 19. *Гувернюк С.В., Савинов К.Г.* Отрывные изобарические структуры в сверхзвуковых потоках с локализованной неоднородностью // Доклады РАН. 2007. Т. 413. № 2. С. 188–192.
- 20. *Георгиевский П.Ю., Левин В.А., Сутырин О.Г.* Взаимодействие ударной волны с продольным слоем газа пониженной плотности // Изв. РАН. МЖГ. 2016. № 5. С. 125–132.