ИЗВЕСТИЯ РАН. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА, 2021, № 5, с. 34–48

УДК 532.526

УСТОЙЧИВОСТЬ И ВОСПРИИМЧИВОСТЬ ТЕЧЕНИЯ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА СТРЕЛОВИДНОМ КРЫЛЕ, УПРАВЛЯЕМОГО ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ ПЛАЗМЕННЫХ АКТУАТОРОВ

© 2021 г. С. В. Мануйлович[a]

[a] *Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского, Жуковский, Московская обл., Россия*

**E-mail: sergei.manuilovich@gmail.com*

Поступила в редакцию 29.12.2020 г.
После доработки 26.03.2021 г.
Принята к публикации 20.04.2021 г.

Смоделирован процесс управления течением в пограничном слое на скользящем крыле с помощью периодической по размаху последовательности плазменных актуаторов, установленных под углом к передней кромке. Исследован стабилизирующий эффект воздействия в зависимости от угла наклона актуаторов. Расчет колебательной компоненты управляемого течения произведен в линейном приближении по малому параметру – обратному числу Рейнольдса. Обнаружена возможность резонансного отклика течения на колебательную составляющую воздействия при направлениях актуаторов, близких к направлению линии тока внешнего течения.

Ключевые слова: пограничный слой, поперечное течение, объемная сила, управление устойчивостью

DOI: 10.31857/S056852812105008X

Значительная часть парка современной авиации имеет стреловидное крыло. Сдвигая в область бóльших скоростей кризис сопротивления, обусловленный возникновением в течении скачков уплотнения, стреловидность приводит к существенному увеличению сопротивления трения, связанному с формированием в пограничном слое поперечного течения – ненулевого профиля скорости по нормали к внешней линии тока. Такое течение проявляет неустойчивость типа неустойчивости затопленной струи. При углах стреловидности крыла, характерных для большей части современных летательных аппаратов, следствие этой неустойчивости – турбулентный характер течения в пограничном слое на всей поверхности крыла.

Таким образом, неустойчивость поперечного течения – основная причина ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое на стреловидных крыльях современных пассажирских самолетов. Неустойчивость поперечного течения тем выше, чем выше его амплитуда. Подавление неустойчивости этого типа позволило бы уменьшить сопротивление трения и существенно сократить расход топлива. В этой связи снижение интенсивности поперечного течения является важной практической задачей.

Поясним механизм формирования поперечного течения на стреловидном крыле большого удлинения. Вблизи носка крыла течение подвергается интенсивному разгону в направлении, перпендикулярном передней кромке. В то же время течение испытывает эффект скольжения вдоль размаха крыла. Профиль скорости течения в направлении разгона имеет бóльшую кривизну, чем профиль в направлении размаха, что и является причиной формирования поперечного течения. Уменьшение кривизны первого профиля, также как увеличение кривизны второго, приводит к уменьшению интенсивности поперечного течения. Классический способ ослабления поперечного течения – отсос газа через поверхность крыла [1] – увеличивает кривизну профиля скорости в направлении скольжения.

Для управления полем скорости в пространственном пограничном слое могут также использоваться технологии плазменного разряда [2]. Объемная сила, создаваемая плазменными актуаторами в пристеночной области, инициирует приращение скорости потока в направлении, пер-

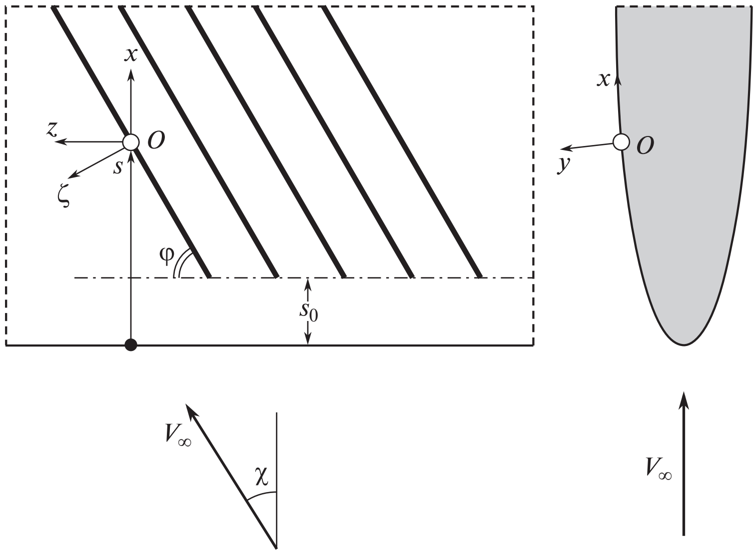

Рис. 1. Система координат и схема системы управления.

пендикулярном электродам актуатора. Система актуаторов с электродами, перпендикулярными передней кромке крыла, ускоряет пристеночное течение вдоль размаха, уменьшая интенсивность поперечного течения [3]. Объемная сила в направлении градиента давления [4, 5] тормозит разгон, что также ослабляет поперечное течение.

На первый взгляд представляется уместным расположить электроды вдоль линии тока внешнего течения, чтобы управляющая сила была направлена строго против поперечного течения. В идеализированном случае пристеночной силы, однородной вдоль размаха, такое распределение действительно является оптимальным [4, 6]. В практической ситуации для обеспечения управляющего воздействия вдоль всего размаха крыла необходимо использовать ряд исполнительных элементов, но при этом воздействие не будет однородным. Цель данной работы – исследование процесса управления течением в пространственном пограничном слое при помощи распределений объемной силы, моделирующих действие периодической по размаху последовательности плазменных актуаторов. Для упрощения изложения будем считать управляемое течение низкоскоростным, а силовое воздействие – нетермальным [2], пренебрегая сопутствующим тепловыделением.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ

Рассмотрим задачу управления течением в ламинарном пограничном слое на крыле бесконечного размаха цилиндрической формы, обтекаемом равномерным потоком газа под углом скольжения χ с небольшой дозвуковой скоростью V_∞°, плотностью ρ° и вязкостью μ° (кружками помечаем размерные величины). Введем криволинейную систему координат с началом в некоторой точке O обтекаемой поверхности на разгонном участке течения. Расстояние от передней кромки крыла до точки O, отсчитываемое вдоль стенки, обозначим s°. Ось x° направим вдоль поверхности перпендикулярно передней кромке в направлении разгона, ось y° – по нормали к стенке, а ось z° – вдоль образующей крыла в направлении скольжения (рис. 1). Соответствующие компоненты вектора скорости обозначим u°, v°, w°, давление – p°. Значения параметров течения на внешней границе пограничного слоя будем помечать индексом e.

Будем предполагать, что система управления состоит из ряда исполнительных элементов, расставленных с постоянным шагом вдоль размаха крыла. Электроды актуаторов всюду составляют постоянный угол φ с образующей (рис. 1). Составляющие объемной силы вдоль обтекаемой поверхности и по нормали к ней обозначим, соответственно, f° и g°.

В дальнейшем будем использовать два масштаба длины – радиус кривизны профиля крыла на линии растекания r° и характерную толщину пограничного слоя

$$\delta^\circ = \sqrt{\frac{\mu^\circ r^\circ}{\rho^\circ V_\infty^\circ}}$$

Введем безразмерные переменные с помощью равенств

$$\{x^\circ, y^\circ, z^\circ\} = \delta^\circ\{x, y, z\}, \quad s^\circ = r^\circ s, \quad \{u^\circ, v^\circ, w^\circ\} = V_\infty^\circ\{u, v, w\}$$
$$p^\circ = \rho^\circ V_\infty^{\circ 2} p, \quad \{f^\circ, g^\circ\} = \frac{\rho^\circ V_\infty^{\circ 2}}{r^\circ}\{f, g\}$$

В сделанных предположениях параметры течения удовлетворяют системе уравнений Навье–Стокса для несжимаемой жидкости

$$\begin{gathered}
\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\
u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{\mathrm{R}}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - f\cos\varphi\right) \\
u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{1}{\mathrm{R}}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + g\right) \\
u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1}{\mathrm{R}}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + f\sin\varphi\right)
\end{gathered} \tag{1.1}$$

Здесь $\mathrm{R} = \rho^\circ V_\infty^\circ \delta^\circ/\mu^\circ \gg 1$ – число Рейнольдса. В системе (1.1) опущены члены, связанные с кривизной поверхности крыла: в рассматриваемых задачах управления ими можно пренебречь [7].

Параметры течения удовлетворяют условиям прилипания на стенке и условиям сращивания с внешним течением

$$\begin{gathered}
u(x,0,z) = v(x,0,z) = w(x,0,z) = 0 \\
u(x,\infty,z) = u_e(x), \quad w(x,\infty,z) = w_e = \sin\chi \\
\frac{\partial p}{\partial x}(x,\infty,z) = -u_e\frac{du_e}{dx}
\end{gathered} \tag{1.2}$$

Процесс управления поперечным течением в пограничном слое будем иллюстрировать на примере скользящего крыла эллиптического сечения, обтекаемого под нулевым углом атаки. В этом случае скорость внешнего течения по нормали к образующей крыла $u_e(s)$ задается параметрической зависимостью

$$u_e = \frac{(1+\varepsilon)\sin\phi\cos\chi}{\sqrt{\sin^2\phi + \varepsilon^2\cos^2\phi}}, \quad s = \frac{1}{\varepsilon^2}\int_0^\phi \sqrt{\sin^2\xi + \varepsilon^2\cos^2\xi}\,d\xi$$

где ε – отношение толщины профиля крыла к длине его хорды.

Опишем используемую здесь математическую модель силового воздействия. Как и в экспериментах [5, 8], исполнительные элементы имеют вытянутую конфигурацию, поэтому создаваемая ими объемная сила перпендикулярна электродам актуаторов, т.е. ее направление лежит в плоскости y, $\varsigma = z\sin\varphi - x\cos\varphi$ (см. рис. 1).

Зададим компоненты объемной силы в виде

$$\begin{gathered}
f = cf_s F(\zeta)\exp\left(-\frac{y^2}{b^2}\right), \quad g = cf_s\frac{dF}{d\zeta}\frac{b\sqrt{\pi}}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{y}{b}\right) \\
F = \sum_{m=-\infty}^{+\infty}\exp\left[-\frac{(\zeta - \Pi m)^2}{a^2}\right], \quad f_s = \frac{1}{2}\left[1 + \operatorname{th}\left(\mathrm{R}\frac{s - s_0}{l}\right)\right]
\end{gathered} \tag{1.3}$$

где $\operatorname{erfc}(\eta)$ – интеграл вероятностей [9]. За исключением небольшой окрестности переднего края системы актуаторов ($s = s_0$) равенства (1.3) описывают класс соленоидальных распределений объемных сил

$$\frac{\partial f}{\partial \zeta} + \frac{\partial g}{\partial y} = 0$$

что является следствием закона сохранения заряда и хорошо согласуется с результатами экспериментов [10, 11]. Воздействие быстро затухает при $y \to \infty$. Распределения (1.3) представляют собой единичные области силового воздействия гауссовой формы, размещенные с периодом $\Pi/\sin\varphi$ вдоль размаха крыла.

Для управления поперечным течением необходимо, чтобы приложенная объемная сила была локализована внутри пограничного слоя $b = O(1)$. Область силового воздействия, создаваемого плазменным актуатором, имеет сравнимые продольный и поперечный размеры [10], т.е. $a = O(1)$. Такое же ограничение накладывается и на среднюю интенсивность воздействия: $c/\Pi = O(1)$. Множитель $f_s(s)$ моделирует продольное распределение силового поля на передней границе области воздействия; в силу этого также $l = O(1)$.

2. ТЕЧЕНИЕ В ОТСУТСТВИЕ СИЛОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Для иллюстрации эффекта управления исследуем характеристики поперечного течения на скользящем крыле эллиптического сечения в отсутствие силового воздействия. Введем параметры классического пограничного слоя с помощью равенств

$$q = Q(s,y)\ , \quad q = u,v,w,p \tag{2.1}$$

Функции $Q = U$, V/R, W, P удовлетворяют уравнениям Прандтля [1]. Введем обозначения для местной формы профиля скорости поперечного течения

$$V_{\mathrm{cf}} = \frac{u_e w_e}{\sqrt{u_e^2 + w_e^2}}\left(\frac{U}{u_e} - \frac{W}{w_e}\right) \tag{2.2}$$

а также для локального V_{m} и глобального $V_{\max}$ максимумов его интенсивности

$$V_{\mathrm{m}}(s) = \max_y V_{\mathrm{cf}}, \quad V_{\max} = \max_s V_{\mathrm{m}}$$

Выберем конфигурацию управляемого течения для сравнения различных режимов воздействия. С этой целью изучим зависимость интенсивности поперечного течения от относительной толщины крыла и угла скольжения.

В пределе $\varepsilon \to 0$ управляемое течение в выбранных масштабах соответствует симметричному обтеканию параболы. В этом случае $V_{\max} = 0.0727$ при $\chi = 30°$. При таком же угле скольжения для обтекания кругового цилиндра ($\varepsilon = 1$) имеем $V_{\max} = 0.104$. На промежутке $0 < \varepsilon < 1$ зависимость $V_{\max}(\varepsilon)$ близка к линейной; максимум интенсивности поперечного течения достигается в диапазоне $0.7 < s < 0.85$, т.е. на расстоянии порядка одного радиуса кривизны носка от линии присоединения.

В предельных случаях $\chi = 0°, 90°$ на крыльях цилиндрической формы поперечное течение отсутствует. На промежутке $0° < \chi < 90°$ график функции $V_{\max}(\chi)$ имеет форму параболы с вершиной, немного смещенной влево. При $\varepsilon = 0.2$ эта функция с относительной точностью 0.2% аппроксимируется трехчленным степенным разложением

$$V_{\max} = \chi(90 - \chi)(0.463 \times 10^{-4} - 0.2 \times 10^{-7}\chi - 0.17 \times 10^{-8}\chi^2)$$

Максимальное значение интенсивности поперечного течения $V_{\max} = 0.0855$ имеет место при $\chi = 41°$.

В данной работе все дальнейшие результаты приведены для случая $\varepsilon = 0.2$, $\chi = 30°$. На рис. 2 показано соответствующее распределение $V_{\mathrm{m}}(s)$ (кривая *1*). На передней кромке крыла поперечное течение отсутствует $V_{\mathrm{m}}(0) = 0$, далее его интенсивность быстро растет по закону, близкому к линейному. Максимум достигается при $s = 0.774$, $V_{\max} = 0.0793$, затем поперечное течение медленно затухает.

На рис. 3а показаны профили скорости поперечного течения в сечениях $s = 0.3$, 0.5, 1, 1.5, 2, расположенных вблизи места его наибольшей интенсивности. С ростом s наблюдается увеличе-

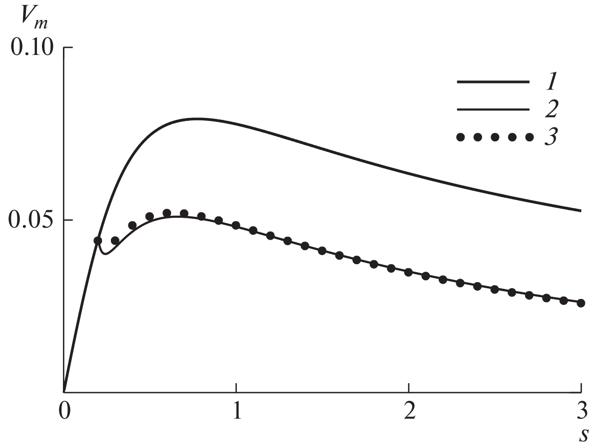

Рис. 2. Распределение местной интенсивности поперечного течения в отсутствие управляющего воздействия (*1*), при силовом воздействии для углов наклона актуаторов $\varphi = 60°$, $75°$ (*2*, *3*).

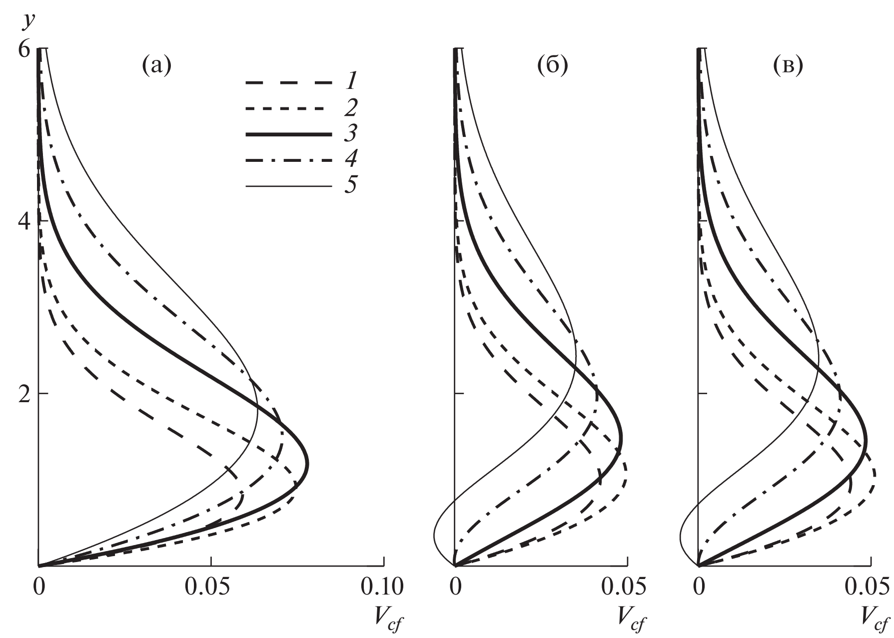

Рис. 3. Профили скорости поперечного течения при отсутствии управления (а) и при силовом воздействии с углами наклона актуаторов $\varphi = 60°$, $75°$ (б, в) в сечениях $s = 0.3$, 0.5, 1, 1.5, 2 (*1*–*5*).

ние высоты положения максимума скорости. Это связано с возрастанием толщины пограничного слоя при удалении от передней кромки крыла.

3. ТЕЧЕНИЕ, УПРАВЛЯЕМОЕ ОСРЕДНЕННОЙ ПО РАЗМАХУ СИЛОЙ

Исследуем сначала течение в пограничном слое, формируемое полем осредненной по z силы (1.3)

$$f_0(s, y) = \frac{ac\sqrt{\pi}}{\Pi} f_s \exp\left(-\frac{y^2}{b^2}\right), \quad g_0 \equiv 0 \tag{3.1}$$

Такое течение однородно по z, его параметры снова ищем в виде (2.1). Подставляя (2.1), (3.1) в задачу (1.1)–(1.2), получим

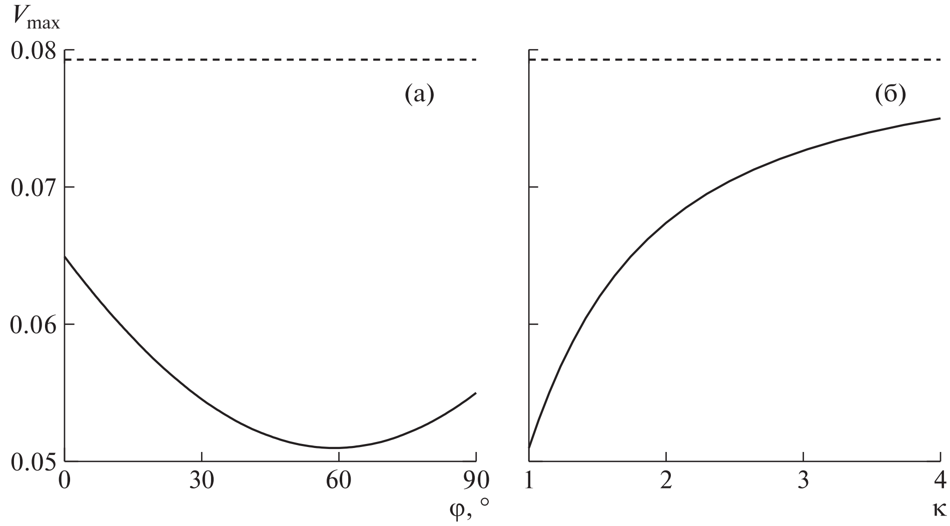

Рис. 4. Зависимость абсолютного максимума скорости поперечного течения от угла наклона актуаторов (а) и от коэффициента увеличения скорости (б).

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial U}{\partial s}+\frac{\partial V}{\partial y}=0 \\
U\frac{\partial U}{\partial s}+V\frac{\partial U}{\partial y}=u_e\frac{du_e}{ds}+\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}-f_0\cos\varphi \\
U\frac{\partial W}{\partial s}+V\frac{\partial W}{\partial y}=\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}+f_0\sin\varphi \\
U(s,0)=V(s,0)=W(s,0)=0,\quad U(s,\infty)=u_e(s),\quad W(s,\infty)=w_e
\end{gathered}
\tag{3.2}
$$

Задача (3.2) отличается от классической задачи Прандтля наличием источниковых членов в уравнениях импульса, ее решение рассчитывалось методом, аналогичным [1].

Зафиксируем параметры системы управления (1.3) $a = 1$, $b = 1$, $c = 0.5$, $\Pi = 6$, и изучим зависимость эффективности силового воздействия от угла наклона актуаторов. Выбор параметра $s_0 = 0.2$, задающего положение переднего фронта системы управления, будет обоснован в разд. 4. Во всех расчетах параметр сглаживания $l = 1$.

На рис. 4а показана зависимость абсолютного максимума скорости поперечного течения V_{max} от угла наклона исполнительных элементов φ. Штриховой линией отмечен уровень интенсивности поперечного течения в отсутствие управляющего воздействия. Наибольшая степень подавления поперечного течения достигается при $\varphi = 59°$.

Задача о полном устранении поперечного течения с помощью однородной вдоль размаха объемной силы рассматривалась в [4, 6]. Там было показано, что в оптимальном случае объемная сила должна быть всюду строго перпендикулярна местной внешней линии тока. В рассматриваемом здесь модельном случае “электроды” исполнительных элементов наклонены к образующей крыла под постоянным углом. Как показали проведенные расчеты, для обеспечения максимального подавления поперечного течения они должны быть наклонены под углом $\varphi \approx 58°{-}60°$. В отсутствие управляющего воздействия внешняя линия тока составляет с образующей угол $\psi = 51°$ в сечении с наиболее интенсивным поперечным течением. Таким образом, в рассматриваемой модели направление оптимального силового воздействия ориентировано почти перпендикулярно скорости внешнего течения над областью максимальных скоростей поперечного течения.

Продольное распределение интенсивности поперечного течения при $\varphi = 60°$ приведено на рис. 2 (линия *2*). Рассматриваемое силовое воздействие замедляет поперечное течение в 1.5–2 раза. Профили скорости управляемого поперечного течения в сечениях около места его наибольшей интенсивности показаны на рис. 3б.

Зафиксируем теперь параметры системы управления ($a = 1$, $b = 1$, $c = 0.5$, $\Pi = 6$, $\varphi = 60°$) и изучим изменение ее эффективности при увеличении скорости обтекания. Пусть новая скорость обтекания связана с прежним равенством

$$V_\infty^{\circ\prime} = \kappa V_\infty^\circ$$

где $\kappa > 1$ – коэффициент увеличения скорости. В этом случае новая характерная толщина пограничного слоя имеет вид $\delta^{\circ\prime} = \delta^\circ/\sqrt{\kappa}$, а новые безразмерные параметры системы управления связаны со старыми соотношениями

$$a' = \sqrt{\kappa}a, \quad b' = \sqrt{\kappa}b, \quad c' = c/\kappa^2, \quad \Pi' = \sqrt{\kappa}\Pi \tag{3.3}$$

Результаты расчета задачи (3.1)–(3.2) при новых безразмерных параметрах (3.3) приведены на рис. 4б. При возрастании скорости обтекания величина максимальной скорости поперечного течения, отнесенная к скорости набегающего потока, асимптотически стремится к ее значению в отсутствие силового воздействия. Этот эффект связан главным образом с заметным уменьшением безразмерной интенсивности силового воздействия. Отметим, что при этом наряду с относительной скоростью поперечного течения возрастает и число Рейнольдса $\mathrm{R}' = \sqrt{\kappa}\mathrm{R}$, что способствует дополнительной дестабилизации течения.

Отметим также, что при прочих равных условиях при изменении интенсивности воздействия в диапазоне $0 < c < 0.5$ величина $V_{\max}$ меняется практически по линейному закону.

4. УСТОЙЧИВОСТЬ ОСРЕДНЕННОГО ТЕЧЕНИЯ

Сравним характеристики устойчивости течений, рассчитанных в разд. 2, 3. Для этого необходимо оценить величины характерных чисел R. Для условий, соответствующих эксперименту в низкоскоростной аэродинамической трубе, скорость набегающего потока V_∞° изменяется в пределах 10–80 м/с, кинематическая вязкость воздуха $\mu^\circ/\rho^\circ = 1.4 \times 10^{-5}$ м^2/с. Радиус кривизны передней кромки модели примем равным $r^\circ = 0.1$ м. При таких условиях число Рейнольдса лежит в диапазоне $270 < \mathrm{R} < 760$. В связи с этим все дальнейшие расчеты выполнены при $\mathrm{R} = 500$.

Основной вид возмущений, приводящих к ламинарно-турбулентному переходу в пограничном слое на стреловидном крыле – стационарные вихри неустойчивости, генерируемые на неровностях обтекаемой поверхности [12, 13]. Для расчета характеристик неустойчивости поперечного течения представим параметры течения в виде

$$q = Q(s,y) + h[q^*(y;s)\exp(i\alpha x + i\gamma z) + \text{c.c.}] \tag{4.1}$$

Подставим (4.1) в задачу (1.1)–(1.2) и произведем линеаризацию по параметру $h \ll 1$. Следуя [1], в полученной системе уравнений будем пренебрегать членами, содержащими V, $\partial U/\partial x$, $\partial W/\partial x$ (плоскопараллельное приближение). Эта система может быть сведена к уравнению Орра–Зоммерфельда для функции v^*. Налагая на его решение однородные граничные условия при $y = 0, \infty$, получим задачу на собственные значения для определения комплексного волнового числа α. Решение этой задачи строилось с помощью вычисления линейно независимых решений уравнения с использованием процедуры ортонормализации [14].

На рис. 5 представлены результаты расчета инкрементов нарастания

$$\sigma = -\mathrm{Im}\,\alpha(s,\gamma)$$

стационарных вихрей неустойчивости поперечного течения. Линиями *1* отмечены кривые нейтральной устойчивости ($\sigma = 0$), линии *2* – линии уровня инкрементов нарастания, нанесенные с интервалом 0.001.

На рис. 5а проиллюстрирован случай отсутствия управляющего воздействия. Впервые течение теряет устойчивость в сечении $s_c = 0.215$ по отношению к возмущению с поперечным волновым числом $\gamma_c = 0.244$. Именно по этой причине передняя граница системы управления s_0 выбрана равной 0.2 (см. разд. 3). Максимальная скорость роста вихрей неустойчивости $\sigma_{\max} = 0.0106$ наблюдается в сечении $s = 0.51$ при $\gamma = 0.38$.

Снова зафиксируем параметры системы управления ($a = 1$, $b = 1$, $c = 0.5$, $\Pi = 6$) и исследуем ее эффективность для различных углов наклона актуаторов. На рис. 5б показаны результаты расчета характеристик устойчивости управляемого течения при $\varphi = 30°$. Передняя граница области неустойчивости почти не сдвигается, а при $s > 2.7$ течение вновь становится устойчивым по от-

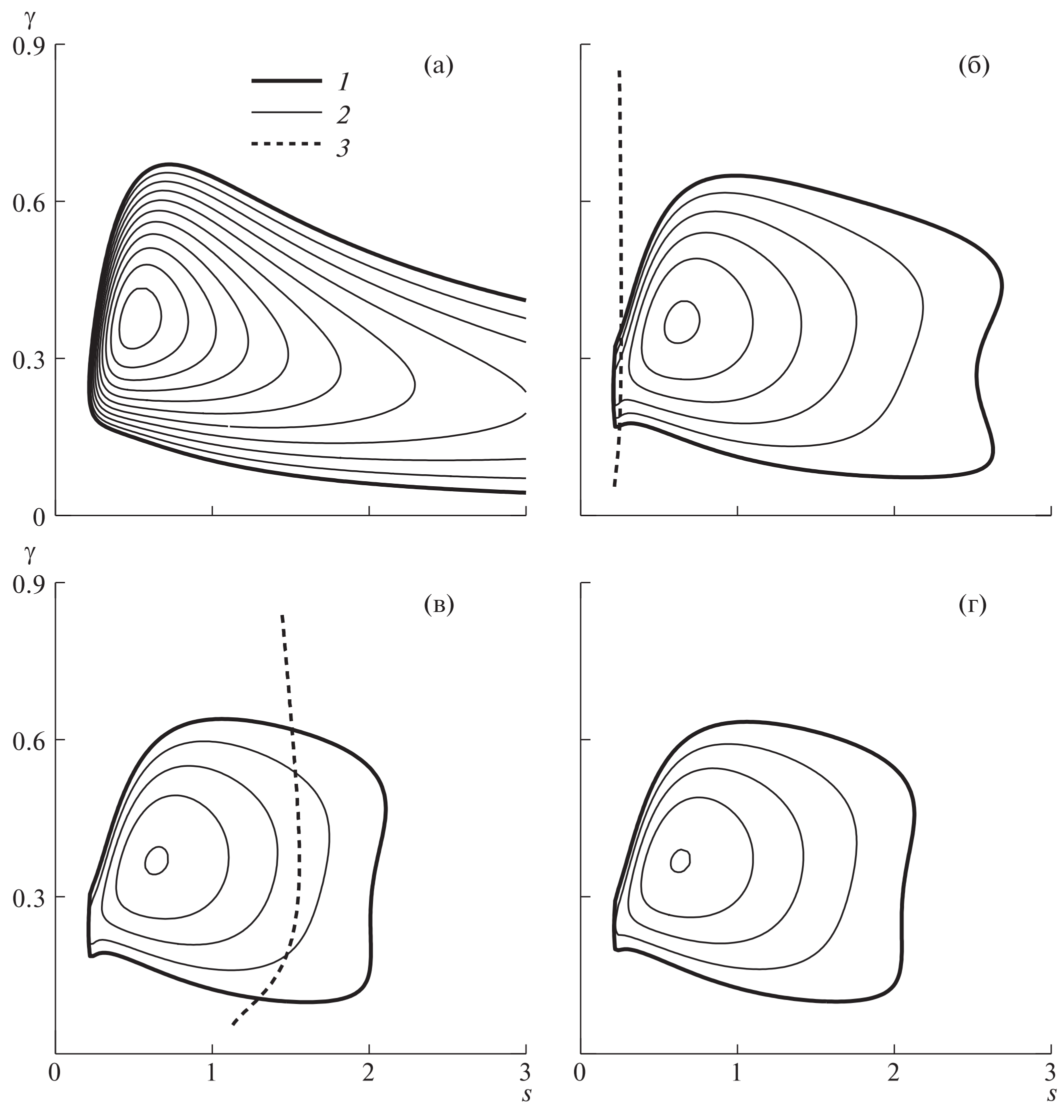

Рис. 5. Характеристики устойчивости течения: (а) – в отсутствие управления, (б, в, г) – при управлении с углами наклона актуаторов $\varphi = 30°, 60°, 75°$; *1* – кривые нейтральной устойчивости, *2* – линии уровня инкрементов нарастания с интервалом 0.001, *3* – кривые резонансного возбуждения модуляции течения.

ношению к возмущениям вида (4.1). Максимум инкремента нарастания имеет место при $s = 0.63$, $\gamma = 0.37$ и составляет $\sigma_{max} = 5.1 \times 10^{-3}$, т.е. скорость роста уменьшается почти в 2 раза по сравнению со случаем отсутствия воздействия.

На рис. 3в приведены результаты расчета устойчивости для случая $\varphi = 60°$, когда управляющее воздействие близко к оптимальному (см. рис. 4а). Задняя граница области неустойчивости сдвигается к передней кромке крыла и расположена на расстоянии $s \approx 2.1$. Максимум инкремента $\sigma_{max} = 4.1 \times 10^{-3}$ достигается практически в той же точке ($s = 0.64$, $\gamma = 0.37$).

5. РЕАКЦИЯ ТЕЧЕНИЯ НА ПОПЕРЕЧНУЮ МОДУЛЯЦИЮ УПРАВЛЯЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Исследуем теперь восприимчивость течения к поперечной модуляции объемного силового воздействия. Применим здесь подход, использованный в [7] для случая, когда вектор объемной силы лежит в плоскости y, z (что соответствует $\varphi = 90°$). Осредненная по размаху сила порядка $O(\mathrm{R}^{-1})$, действуя на расстояниях $s = O(1)$, формирует течение, отличающееся от невозмущенного в главном приближении. В то же время колебательная компонента управляющей силы, имеющая тот же порядок, действует на расстояниях $x = O(1)$, что приводит к уменьшению ее воздействия в R раз. Это позволило в [7] рассчитывать колебательную компоненту управляемого течения в линейном приближении по малому параметру R^{-1}.

Разложим функцию (1.3) $F(\zeta)$ в ряд Фурье

$$F = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n \exp(ik_n\varsigma), \quad k_n = \frac{2\pi n}{\Pi}, \quad F_n = \frac{a\sqrt{\pi}}{\Pi}\exp\left[-\left(\frac{k_n a}{2}\right)^2\right]$$

и разобьем колебательную составляющую поля объемной силы на два слагаемых

$$\begin{gathered} f - f_0 = f' + f'', \quad g = g' + g'' \\ \{f', g'\} = \sum_{n=1}^{\infty}\{f_n, g_n\}\exp(i\alpha_n x + i\gamma_n z) + \text{c.c.}, \quad \{f'', g''\} = (f_s - 1)\{f', g'\} \\ f_n = cF_n \exp\left(-\frac{y^2}{b^2}\right), \quad g_n = ik_n cF_n \frac{b\sqrt{\pi}}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{y}{b}\right) \\ \alpha_n = -k_n\cos\varphi, \quad \gamma_n = k_n\sin\varphi \end{gathered} \tag{5.1}$$

Представим решение задачи (1.1)–(1.3) в виде

$$q = Q + \frac{1}{\mathrm{R}}(q' + q'') \tag{5.2}$$

где q' и q'' – результаты воздействий $\{f', g'\}$ и $\{f'', g''\}$ соответственно. Следуя [7], будем рассчитывать функции q', q'' в линейном приближении и определим диапазон параметров системы управления, когда этот подход оправдан.

Функции q' описывают колебательную составляющую управляемого течения, для случая, когда однородное силовое воздействие применяется на всей поверхности крыла ($s_0 = 0$). Зададим их в форме ряда Фурье с локально медленно изменяющимися коэффициентами

$$q' = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(y; s)\exp(i\alpha_n x + i\gamma_n z) + \text{c.c.} \tag{5.3}$$

Подобно классической теории устойчивости, коэффициенты разложения (5.3) будем рассчитывать в приближении квазипараллельного осредненного течения. В сделанных допущениях функции q_n удовлетворяют линейной системе

$$\begin{gathered} i\alpha_n u_n + \frac{dv_n}{dy} + i\gamma_n w_n = 0 \\ (i\alpha_n U + i\gamma_n W)u_n + \frac{dU}{dy}v_n + i\alpha_n p_n - \frac{1}{\mathrm{R}}\left(\frac{du_n^2}{dy^2} - k_n^2 u_n\right) = -f_n\cos\varphi \\ (i\alpha_n U + i\gamma_n W)v_n + \frac{dp_n}{dy} - \frac{1}{\mathrm{R}}\left(\frac{dv_n^2}{dy^2} - k_n^2 v_n\right) = g_n \\ (i\alpha_n U + i\gamma_n W)w_n + \frac{dW}{dy}v_n + i\gamma_n p_n - \frac{1}{\mathrm{R}}\left(\frac{dw_n^2}{dy^2} - k_n^2 w_n\right) = f_n\sin\varphi \end{gathered} \tag{5.4}$$

и однородным граничным условиям

$$u_n(0) = v_n(0) = w_n(0) = 0, \quad q_n(\infty) = 0 \tag{5.5}$$

Решения краевых задач (5.4)–(5.5) строились с помощью вычисления частного решения неоднородной системы (5.4) и трех линейно независимых решений соответствующей однородной системы, при расчете которых снова использовалась процедура ортонормализации Шмидта. Для определения самих возмущений (5.3) бесконечная сумма заменялась конечной $1 \le n \le N$. Все расчеты производились с учетом $N = 10$ гармоник. В качестве характеристики интенсивности возмущений использовался максимум модуля возмущения скорости:

$$A'(s) = \max_{y,z}\sqrt{u'^2 + v'^2 + w'^2}\Big|_{x=0} \tag{5.6}$$

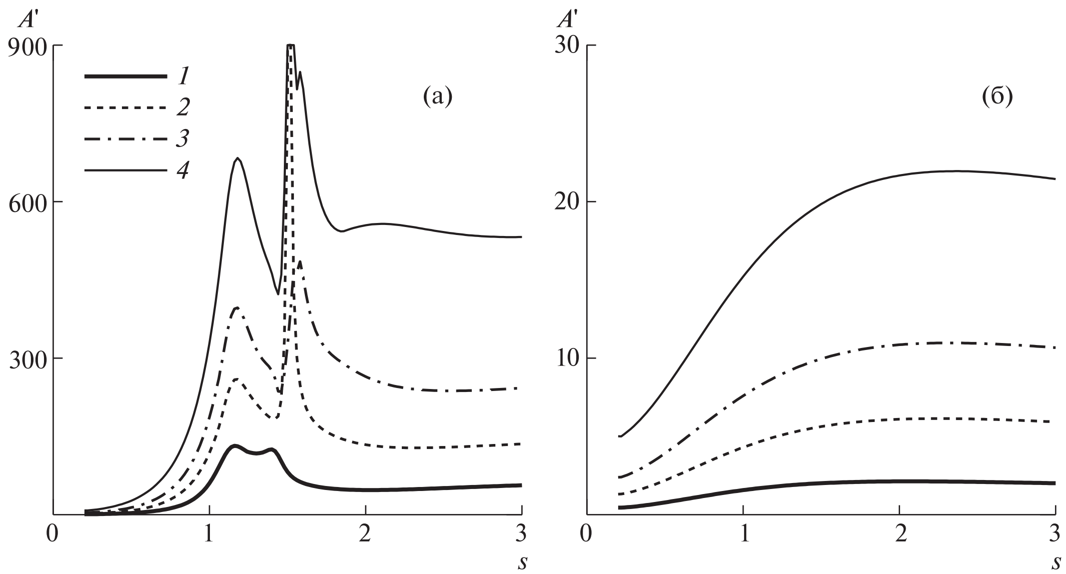

Рис. 6. Распределение интенсивности возмущений, вызванных местной модуляцией управляющего воздействия при угле наклона актуаторов $\varphi = 60°$, $75°$ (а, б) для расстояний между актуаторами $\Pi = 6, 9, 12, 18$ (*1*–*4*).

В частном случае при той же геометрии крыла для $a = 1$, $b = 1$, $c = 0.5$, $\Pi = 6$, $R = 500$, $\varphi = 90°$, $s_0 = 0$ задача управления рассматривалась в [7]. При этих условиях интенсивность (5.6) колебательной составляющей управляемого течения в промежутке $0 < s < 3$ монотонно возрастала от 0.3 до 0.7, т.е. линеаризация задачи была оправданной.

Рассмотрим класс систем управления (1.3) с фиксированными параметрами $a = 1$, $b = 1$, $s_0 = 0.2$. Интенсивность осредненного воздействия оставим прежней, полагая $c/\Pi = 1/12$. В этих условиях исследуем возможность применения линейного приближения для расчета модуляций управляемого течения при различных углах наклона актуаторов φ и различных расстояниях Π между ними. Расчеты интенсивности модуляций течения проиллюстрированы на рис. 6.

Рассмотрим сначала случай оптимального подавления поперечного течения в пограничном слое, управляемом осредненной по размаху силой ($\varphi = 60°$). На рис. 6а показаны результаты расчета соответствующих распределений (5.6) для $\Pi = 6, 9, 12, 18$. Проведенные вычисления показывают, что при параметре линеаризации $R^{-1} = 2 \times 10^{-3}$ рассматриваемый здесь подход применим лишь на узком начальном участке $0.2 < s < 0.5$. Ниже по потоку вычисленная в линейном приближении колебательная компонента управляемого течения испытывает резкий рост, и линейный анализ перестает быть адекватным.

Объясним причину, по которой линейный подход, эффективный при $\varphi = 90°$ [7], перестает работать при $\varphi = 60°$. Обозначим ψ – угол между осью z и местным направлением линии тока внешнего течения. Оси вихрей неустойчивости поперечного течения составляют с осью z угол θ, больший ψ на несколько градусов. Периодическая система исполнительных элементов генерирует ряд вторичных вихрей, оси которых направлены вдоль актуаторов. В месте, где угол наклона актуаторов φ совпадает с соответствующим углом θ виртуальной системы вихрей неустойчивости того же периода, наблюдается резонансное усиление модуляции управляемого течения. Поясним это в рамках рассматриваемой математической модели.

На разгонном участке течения функция $\psi(s)$ монотонно возрастает; при $\varepsilon = 0.2$ она пробегает значения $0° \le \psi < 65°$. Вместе с ней возрастают и углы θ_n для виртуальных систем стационарных вихрей неустойчивости с поперечными волновыми числами γ_n и соответствующими им комплексными волновыми числами $\alpha = \alpha(\gamma_n)$. Выпишем условие, эквивалентное условию $\theta_n = \varphi$ параллельности оси вихрей "электродам" актуаторов:

$$\operatorname{Re}\alpha(\gamma_n) = \alpha_n \tag{5.7}$$

Для не слишком больших φ равенство (5.7) имеет место в некотором сечении s. В окрестности области неустойчивости в силу $|\operatorname{Re}\alpha| \gg |\operatorname{Im}\alpha|$ в этом сечении выполнено $\alpha \approx \alpha_n$, оператор в левой части системы (5.3) близок к вырожденному, и источниковые члены порождают отклик большой амплитуды.

Абстрагируясь от номера n гармоники в (5.3) и периода П, которые могут принимать различные значения, перепишем равенство (5.7) в виде

$$\operatorname{Re}\alpha(\gamma) = -\gamma \operatorname{ctg}\varphi \qquad (5.8)$$

На рис. 5б, в однопараметрические множества точек (s, γ), где выполнено условие (5.8), показаны линиями *3*. С увеличением угла наклона актуаторов эта линия удаляется от передней кромки крыла.

Вернемся к рассмотрению случая $\varphi = 60°$. При $\Pi = 6$ поперечное волновое число первой гармоники $\gamma_1 = 0.91$ существенно больше волновых чисел γ, характерных для области неустойчивости (см. рис. 5в), величины $\operatorname{Im}\alpha(\gamma_1)$ сравнительно велики, поэтому даже при выполнении равенства (5.7) амплитуда модуляции управляемого течения (5.6) принимает умеренное значение (рис. 6а, линия *1*).

Увеличим теперь расстояние между актуаторами в полтора раза: $\Pi = 9$. В этом случае линия $\gamma_1 = 0.60$ проходит вблизи точки $s_R = 1.51$, $\gamma_R = 0.62$ – одной из двух точек точного резонанса, где наряду с условием (5.8) выполнено $\operatorname{Im}\alpha(\gamma) = 0$. Соответствующее распределение $A'(s)$ имеет вблизи точки $s = s_R$ резкий пик (рис. 6а, линия *2*).

При $\Pi = 12$ линия $\gamma_1 = 0.45$ проходит через центральную часть области неустойчивости, где инкременты нарастания максимальны, поэтому распределение (5.6) (линия *3*) не имеет точек резкого усиления, хотя его амплитуда существенно выше, чем в случае $\Pi = 6$. При $\Pi = 18$ распределение вновь имеет резкий максимум вблизи $s = s_R$, обусловленный резонансным усилением второй гармоники ($\gamma_2 = 0.60$) в разложении (5.3) (линия *4*).

Заметим, что область корректного применения линейного подхода может быть увеличена путем уменьшения интенсивности управляющего воздействия, но при этом увеличится интенсивность поперечного течения и возрастет его неустойчивость. Тем не менее даже в случае $c \ll 1$ линейный анализ неприменим в окрестностях точек точного резонанса – точек пересечения нейтральной кривой с линией (5.8).

Все описанные особенности линейного подхода к расчету модуляций управляемого течения сохраняются и при $\varphi < 60°$, в частности – при $\varphi = 30°$ (рис. 5б). Для корректного описания модуляций необходимо производить расчеты в нелинейной постановке, что выходит за рамки данного исследования. В любом случае, наличие описанного резонанса приведет к тому, что амплитуда модуляций течения, управляемого периодической последовательностью актуаторов, станет сравнимой с интенсивностью осредненного течения. Это может привести к появлению новых типов неустойчивости.

Проведенные в [7] расчеты подсказывают, что описанных выше нежелательных эффектов можно избежать, увеличив угол наклона актуаторов. При его возрастании в диапазоне $\varphi > 60°$ кривая, определяемая равенством (5.8), быстро удаляется вниз по потоку от области неустойчивости, устраняя резонанс. Для иллюстрации рассмотрим случай $\varphi = 75°$. По сравнению с управлением системой оптимальной конфигурации это приводит к незначительному увеличению интенсивности поперечного течения (рис. 4а), причем усиление (на 2%) приходится на передний участок управления, где скорость поперечного течения максимальна. Ниже по течению эта скорость практически не меняется (рис. 2, рис. 3в). Характеристики устойчивости также меняются незначительно – область неустойчивости становится чуть длиннее, но у̀же (рис. 5г). При этом интенсивность колебательной составляющей управляемого течения меняется кардинально – она снижается на 2 порядка (рис. 6б). Как и в [7], в этом случае применение линейного подхода к расчету модуляций течения является оправданным.

Обратим внимание на то, что в окрестности задней границы области неустойчивости в результате продолжительного тормозящего воздействия вдоль хорды крыла у профиля V_{cf} сначала появляется вторая точка перегиба, а затем формируется обратное течение $V_{cf} < 0$ (рис. 3в). Чтобы это не привело к появлению неустойчивости нового типа, управляющее воздействие целесообразно завершить, как только течение стабилизируется (при $s > s_1 \approx 2$).

В [4] было впервые экспериментально продемонстрировано затягивание ламинарно-турбулентного перехода, вызванного неустойчивостью поперечного течения, с помощью единичного плазменного актуатора, расположенного параллельно передней кромке скользящего крыла (что соответствует $\varphi = 0°$). Силовое воздействие, направленное к передней кромке крыла, уменьшало наполненность разгонного профиля скорости и увеличивало длину ламинарного участка течения на несколько процентов хорды. Установление ряда аналогичных актуаторов вниз по потоку могло бы привести, наряду с ослаблением поперечного течения, к усилению неустойчивости Толлмина–Шлихтинга и даже к отрыву потока.

В этой связи в [4] предполагалось в дальнейшем испытать периодическую вдоль размаха крыла систему искривленных актуаторов, направленных вдоль внешней линии тока. Анализ, проведенный в данной работе, показывает, что это может привести к резонансному усилению поперечной модуляции управляемого течения.

6. ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНОГО УЧАСТКА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Если электроды исполнительных элементов перпендикулярны передней кромке крыла [3, 7], силовое воздействие может быть организовано от са̀мой линии растекания ($s_0 = 0$). Цель рассматриваемого способа управления – снижение неустойчивости поперечного течения. В силу этого применять силовое воздействие имеет смысл только в области, где пограничный слой теряет устойчивость. Именно поэтому в данной работе все расчеты производились для $s_0 = 0.2$. В связи с этим необходимо изучить эволюцию возмущений, вносимых в течение передним фронтом системы управления. В рассматриваемой здесь линейной постановке эти возмущения представлены слагаемым q'' в (5.2).

Поместим начало системы координат в точку $s = s_0$. В этой системе функции f'', g'' (5.1) как функции x имеют синусоидальную форму выше по течению и стремятся к 0 вниз по течению. В окрестности $x = 0$ объемные воздействия, описываемые этими функциями, создают продольную неоднородность, периодическую вдоль размах крыла. Подобно случаю неровности обтекаемой поверхности [12, 13], эта неоднородность приводит к генерации стационарной системы вихрей неустойчивости поперечного течения. Опишем процесс генерации, используя подход [13].

Представим компоненты f'', g'' колебательной составляющей силового воздействия (5.1) в виде интегралов Фурье

$$\{f'', g''\} = (2\pi)^{-1}\left[\sum_{n=1}^{\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f^*(k)}{i(k-\alpha_n)}\{f_n, g_n\}\exp(ikx + i\gamma_n z)\,dk + \text{c.c.}\right]$$

где интегралы берутся по контурам, обходящим полюсы $k = \alpha_n$ сверху. Если сглаживающая функция f_s задана равенством (1.3), то

$$f^*(k) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}(1-\text{th}^2 x)\exp[-i(k-\alpha_n)lx]\,dx \tag{6.1}$$

Расчет соответствующих параметров колебательной компоненты управляемого течения будем производить по следующей схеме. Анализ возмущений в ближнем поле $|x| = O(1)$ выполним в предположении плоскопараллельного основного течения, параметры которого вычислены в точке $s = s_0$. Дальнейшее развитие системы возбуждаемых вихрей неустойчивости будем описывать в рамках закона эволюции возмущений в слабо неоднородных течениях [15].

В силу $x/s_0 = O(\mathrm{R}) \gg 1$ в математической постановке задачи расчета ближнего поля будем считать $-\infty < x < +\infty$. В рамках рассматриваемой модели возмущения, порождаемые начальным участком системы управления, имеют вид

$$q'' = (2\pi)^{-1}\left[\sum_{n=1}^{\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{f^*(k)}{i(k-\alpha_n)}q_n(y;k)\exp(ikx + i\gamma_n z)\,dk + \text{c.c.}\right] \tag{6.2}$$

где коэффициенты Фурье q_n удовлетворяют системе (5.4), в которой в левой части произведены замены действительного α_n на комплексное k (соответственно, $k_n^2 = k^2 + \gamma_n^2$), а правые части оставлены без изменений. Контуры интегрирования в (6.2) охватывают снизу все полюсы $k = \alpha(\gamma_n)$, соответствующие моде неустойчивости поперечного течения, а полюсы $k = \alpha_n$ обходятся сверху.

Применяя теорему Коши о вычетах в области $x < 0$, получим, что при $x \to -\infty$ решение q'' стремится к решению q', взятому со знаком минус, т.е. суммарное возмущение стремится к 0. При $x > 0$ теорема о вычетах дает начальные амплитуды систем вихрей неустойчивости поперечного

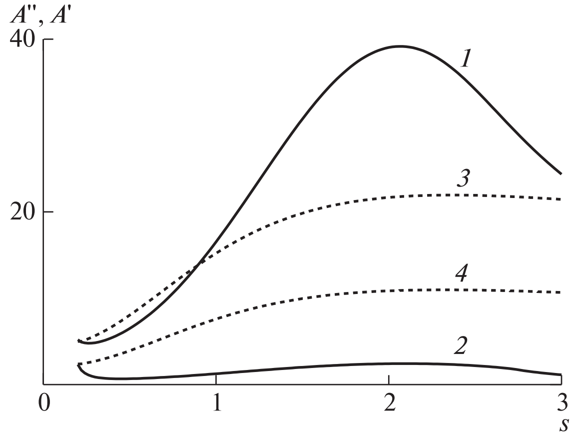

Рис. 7. Распределения амплитуд возмущений, генерируемых начальным участком системы управления (*1*, *2*) в сравнении амплитудами возмущений, порождаемых локальной модуляцией управляющего воздействия (*3*, *4*) при угле наклона актуаторов $\varphi = 75°$; (*1*, *3*) – П = 18, (*2*, *4*) – П = 12.

течения, генерируемых передней частью системы управления и распространяющихся вниз по потоку:

$$q_{\rm cf} = \sum_n \frac{f^*[\alpha(\gamma_n)]}{\alpha(\gamma_n) - \alpha_n} \operatorname*{res}_{k=\alpha(\gamma_n)} q_n(y;k) \exp[i\alpha(\gamma_n)x + i\gamma_n z] + \text{c.c.}, \quad x = O(1) \tag{6.3}$$

В формуле (6.3) суммирование ведется по номерам гармоник γ_n, для которых существует мода неустойчивости поперечного течения.

Опишем факторы, приводящие к увеличению амплитуды возмущений q'' в широкой области $s \geq s_0$. Во-первых, уже начальная амплитуда q'' велика, если в точке $s = s_0$ для одной из гармоник выполнено $\alpha(\gamma_n) \approx \alpha_n$. Это имеет место, например, при $\varphi = 30°$, П = 10 ($\gamma_1 = 0.31$), когда линия (5.8) проходит вблизи сечения $s = s_0 = 0.2$ (рис. 5б). Как и в случае возмущений типа q', такая возможность может быть исключена выбором достаточно большого угла наклона актуаторов.

Во-вторых, возмущения q'' могут усиливаться благодаря нарастанию вихрей неустойчивости (6.3) вниз по потоку. Это происходит, когда одна или несколько гармоник находятся в диапазоне $0.1 < \gamma_n < 0.6$. При наиболее благоприятной конфигурации системы управления линия $\gamma = \gamma_1 = 2\pi \sin\varphi/\Pi$ расположена выше области неустойчивости, достижению чего способствуют увеличение угла наклона актуаторов и уменьшение расстояния между ними. Последнее трудно обеспечить на практике, поскольку толщина пограничного слоя мала.

Предположим теперь, что усилению подвержена лишь первая гармоника $\gamma = \gamma_1$, и преобразуем формулу (6.3) к виду, аналогичному (4.1)

$$q_{\rm cf} \approx hq^*(y;s_0)\exp(i\alpha x + i\gamma z) + \text{c.c.}, \quad h = \frac{f^*(\alpha)}{\alpha - \alpha_1} \operatorname*{res}_{k=\alpha} \frac{du_1}{dy}(0;k), \quad \alpha = \alpha(s_0,\gamma) \tag{6.4}$$

Здесь собственная функция q^* нормирована условием $du^*/dy = 1$ при $y = 0$. Формула (6.4) позволяет вычислить начальную амплитуду возмущения q'', определяемую аналогично (5.6)

$$A''(s_0) = \max_{y,z} \sqrt{u_{\rm cf}^2 + v_{\rm cf}^2 + w_{\rm cf}^2}\Big|_{x=0}$$

Вниз по потоку от места возникновения амплитуду возмущения можно оценить с помощью приближенной формулы [15]

$$A''(s) = A''(s_0)\exp\left[\mathrm{R}\int_{s_0}^{s} \sigma(s',\gamma)\,ds'\right]$$

На рис. 7 приведен сравнительный анализ возмущений A'' и A', формируемых влиянием переднего края системы управления и местным воздействием поперечной модуляции силового поля. Расчеты произведены для конфигурации системы управления из разд. 5 с углами наклона актуаторов $\varphi = 75°$. При П = 18 линия $\gamma_1 = 0.34$ проходит через среднюю часть области неустойчивости (см. рис. 5г). Вследствие этого амплитуда максимума кривой нарастания (линия *1*) почти

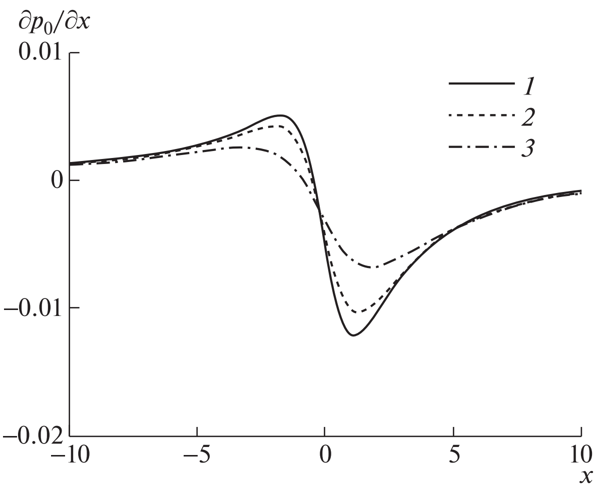

Рис. 8. Распределение продольного градиента давления, индуцируемого начальным участком системы управления, при $y = 0, 1, 2$ (*1–3*).

в 2 раза превышает амплитуду возмущения, порождаемого местной модуляцией поля силы (линия *3*). При $\Pi = 12$ линия $\gamma_1 = 0.51$ пересекает лишь верхнюю часть области неустойчивости, и кривая нарастания $A''(s)$ проходит ниже соответствующей кривой $A'(s)$ (линии *2*, *4*). При $\Pi = 9$ амплитуда A'' в сравнении с A' становится исчезающе малой.

Проведем теперь более тщательный анализ течений, управляемых осредненной по размаху силой. В разд. 3 расчет таких течений производился в рамках системы уравнений пограничного слоя. Строго говоря, эта модель перестает работать в окрестности точки $s = s_0$, где силовое воздействие изменяется на масштабе $\Delta x = O(1)$, что соответствует $\Delta s \ll 1$. Поскольку силовое воздействие на этом масштабе мало, корректный расчет осредненного течения в окрестности этой точки снова произведем в линейном приближении по параметру R^{-1}.

Представим искомое решение системы (1.1) в виде

$$q = Q(s_0, y) + \frac{1}{\mathrm{R}} q_0(x, y)$$

где первое слагаемое соответствует параметрам пограничного слоя в отсутствие воздействия. Второе слагаемое вновь будем искать в форме интеграла Фурье

$$q_0 = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f^*(k)}{ik} q_k(y) \exp(ikx)\, dk \tag{6.5}$$

где функция f^* определяется формулой (6.1) при $n = 0$. Подстановка (6.5) в систему (1.1), линеаризация ее по параметру R^{-1} и использование плоскопараллельного приближения приводят к системе для фурье-образов, аналогичной (5.4), в которой произведены замены $q_n \to q_k$, $\alpha_n \to k$, $k_n \to k$, а величины γ_n и правые части системы вычислены с помощью формул (5.1) при $n = 0$.

На рис. 8 приведены результаты расчета продольного градиента давления, индуцируемого начальным участком осредненного силового воздействия. Согласно [16], на масштабе своего изменения объемная сила индуцирует градиент давления, значительно демпфирующий силовое воздействие. Проведенные расчеты показывают, что амплитуда индуцируемого градиента давления максимальна там, где силовое воздействие максимально (т.е. при $y = 0$), и быстро затухает при удалении от стенки.

Если актуатор установлен в изначально покоящемся газе, то интегральное действие индуцированного градиента давления отсутствует [16]. В рассматриваемом случае система управления воздействует на уже имеющееся течение, тем не менее и здесь тормозящий эффект градиента на начальном участке воздействия при $x < 0$, где $\partial p_0/\partial x > 0$, компенсируется дополнительным разгоном течения при $x > 0$.

Заметим, что внешний градиент давления dp_e/ds и индуцируемый объемной силой градиент $R^{-1}\partial p_0/\partial x$ в силу $dx/ds = \mathrm{R}$ имеют одинаковый порядок по числу R. Тем не менее величина первого из них в окрестности точки $s_0 = 0.2$ принимает значения, близкие −0.2, в то время как второго – на порядок меньшие (в диапазоне от -0.01 до 0.005). Поскольку наведенный градиент давления действует на очень коротком промежутке и является знакопеременным, то он не приводит к заметному искажению осредненного течения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На примере течения в пограничном слое на скользящем крыле эллиптического сечения теоретически исследован процесс подавления поперечного течения с помощью объемной силы, моделирующей воздействие периодической последовательности плазменных актуаторов. Изучена эффективность системы управления в зависимости от угла наклона актуаторов. Рассчитаны характеристики устойчивости течения, управляемого осредненной по размаху силой. Колебательная составляющая управляемого течения исследована в рамках линейного приближения по обратному числу Рейнольдса.

Показано, что направленность актуаторов вдоль местной внешней линии тока, являющаяся оптимальной в случае однородного воздействия, не является таковой в случае воздействия, периодического по размаху крыла. Это связано с наличием резонанса – высокой восприимчивостью течения к колебательной составляющей силового воздействия при условии близости направления актуаторов направлению внешней линии тока. Определены факторы, вызывающие повышенную восприимчивость течения к воздействию начального участка системы управления.

Предложен ряд мер, позволяющих избежать указанных негативных проявлений модуляции управляющего воздействия. Угол наклона актуаторов к передней кромке крыла должен быть больше угла наклона внешней линии тока на всем протяжении области силового воздействия. Актуаторы следует размещать с периодом, меньшим минимального периода моды неустойчивости поперечного течения. Протяженность области силового воздействия должна ограничиваться размером области неустойчивости управляемого течения.

Автор признателен А.П. Курячему за плодотворное обсуждение исследуемых явлений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
2. *Moreau E.* Airflow control by non-thermal plasma actuators // J. Phys. D: Appl. Phys. 2007. V. 40. P. 605–636.
3. *Курячий А.П.* Управление поперечным течением в трехмерном пограничном слое с помощью объемного пространственно-периодического силового воздействия // Изв. РАН. МЖГ. 2009. № 2. С. 71–79.
4. *Мануйлович С.В.* Объемные воздействия, устраняющие поперечное течение в ламинарном пограничном слое // Изв. РАН. МЖГ. 2015. № 3. С. 87–98.
5. *Yadala S., et al.* Experimental control of swept-wing transition through base-flow modification by plasma actuators // J. Fluid Mech. 2018. V. 844. 11 p.
6. *Мануйлович С.В.* Оптимальное распределение объемной силы, подавляющей поперечное течение в ламинарном пограничном слое // Докл. РАН. 2014. Т. 458. № 6. С. 660–662.
7. *Мануйлович С.В.* Управление поперечным течением в пограничном слое на скользящем крыле с помощью пристеночной объемной силы // Изв. РАН. МЖГ. 2020. № 1. С. 45–56.
8. *Баранов С.А., Гамируллин М.Д., Киселев А.Ф., Курячий А.П., Сбоев Д.С.,Толкачев С.Н., Чернышев С.Л.* Ослабление неустойчивости поперечного течения в трехмерном пограничном слое с помощью многоразрядной актуаторной системы // Докл. РАН. 2019. Т. 488. № 2. С. 147–152.
9. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с.
10. *Kriegseis J., Schwarz C., Tropea C., Grundmann S.* Velocity-information-based force-term estimation of dielectric-barrier discharge plasma actuators // J. Phys. D: Appl. Phys. 2013. V. 46. 055202. 13 p.
11. *Курячий А.П., Мануйлович С.В., Русьянов Д.А.* Аппроксимация распределений объемной силы, создаваемой плазменным актуатором // Уч. зап. ЦАГИ. 2016. Т. 47. № 5. С. 29–41.
12. *Федоров А.В.* Возбуждение волн неустойчивости вторичного течения в пограничном слое на скользящем крыле // ПМТФ. 1988. № 5. С. 46–52.
13. *Мануйлович С.В.* О возмущениях пространственного пограничного слоя, вызванных неровностями обтекаемого тела // Изв. РАН. МЖГ. 1989. № 5. С. 129–134.
14. *Годунов С.К.* О численном решении краевых задач для систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений // Успехи мат. наук. 1961. Т. 16. Вып. 3. С. 171–174.
15. *Smith A.M.O., Gamberoni N.* Transition, pressure gradient and stability theory // Douglas Aircraft Co. Rept. ES 26388, 1956, El Segundo, California.
16. *Мануйлович С.В.* Роль градиента давления в течениях, управляемых пристеночной объемной силой // Изв. РАН. МЖГ. 2016. № 4. С. 49–58.