

УДК 532.517.4:532.525.2

УЧЕТ СКОРОСТНОЙ СЖИМАЕМОСТИ ОДНОПАРАМЕТРИЧЕСКИМИ МОДЕЛЯМИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

© 2021 г. В. Е. Козлов^а

^а Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова, Москва, Россия

*E-mail: vekozlov@ciam.ru

Поступила в редакцию 25.02.2021 г.

После доработки 23.03.2021 г.

Принята к публикации 23.04.2021 г.

Протестированы однопараметрические модели турбулентности Спаларта и Аллмараса (*SA*) и Секундова и др. (*Nut-92*), для следующих двух сжимаемых плоских течений: турбулентный пограничный слой пластины при нулевом градиенте давления и слой смешения. Использовалось приближение пограничного слоя (*BL*) к системе уравнений Рейнольдса (*RANS*). Полученные *BL*-результаты сравниваются с известными *RANS*-результатами и с результатами прямого численного моделирования (*DNS*). Предложенная модифицированная модель *Nut-92m* точнее предсказывает характеристики турбулентного пограничного слоя пластины при нулевом градиенте давления, чем модели *Nut-92* и *SA*.

Ключевые слова: однопараметрическая модель турбулентности, слой смешения, пограничный слой

DOI: 10.31857/S0568528121050078

В инженерных приложениях широко используется *RANS* подход (Reynolds Averaged Navier Stokes), когда для решения задачи используется система уравнений Рейнольдса. Эта система уравнений незамкнута, для ее замыкания необходимо использовать модель турбулентности. Известные модели классифицируются на модели однопараметрические, двухпараметрические и более сложные (см., например, [1]). В классе однопараметрических выделяются три модели, отмеченные на сайте NASA [2] в следующей последовательности: 1. *SA* [3], 2. *Nut-92* [4], 3. *WA2018* [5]. Две из этих моделей (*SA*, *Nut-92*) рассматриваются в данной статье.

Ранее обе эти модели проходили тестирование в рамках международной программы СТТМ (Collaborative Testing of Turbulence Models, [6]). Это тестирование охватывало широкий круг простых течений: турбулентный пограничный слой пластины, слой смешения, плоская и круглая струя, плоский и круглый след. Позднее обе модели (*SA*, *Nut-92*) дополнительно тестировались на более сложных, эллиптических течениях – обтекании прямой и обратной ступени [7].

Эти тестирования [6, 7] осуществлялись классическим образом – путем сравнения расчетных данных, полученных при помощи моделей турбулентности, с данными экспериментальными. Кроме экспериментальных данных, на роль эталонов в последнее время претендуют и расчетные данные, полученные без использования моделей турбулентности – путем прямого численного моделирования (*DNS*). Примером могут служить *DNS* – данные [8] для гиперзвукового пограничного слоя пластины. Эти *DNS* – данные на сайте NASA [2] предлагаются для тестирования моделей турбулентности. Предложенный NASA подход с использованием *DNS* – данных в качестве эталонных был реализован в [9] применительно к модели *SA* для единственного режима – гиперзвукового пограничного слоя на пластине при числе Маха $M = 7.87$.

В данной работе проведено тестирование моделей *SA* и *Nut-92* с использованием *DNS* – данных в качестве эталонных для одного сверхзвукового ($M = 2.5$) и всех гиперзвуковых режимов ($M = 5.84, 5.86, 7.87, 13.64$) пограничного слоя пластины, представленных в [8].

Кроме пограничного слоя пластины, тестирование проводится и для другого модельного течения, в котором тоже ярко проявляется эффект скоростной сжимаемости – в слое смешения двух сверхзвуковых потоков. В качестве эталона и в этом случае также используются известные *DNS* – данные [10]. Выбранные тестовые течения (пограничный слой и слой смешения) позво-

ляют оценить, насколько точно рассматриваемые модели турбулентности (*SA* и *Nut-92*) учитывают известные эффекты скоростной сжимаемости (см., например, [1]).

МЕТОДИКА РАСЧЕТА

Для расчета параметров интересующих нас тестовых течений (пограничного слоя пластины и слоя смешения двух потоков) были составлены программы на языке *FORTRAN*. В этих программах использовались вычислительные методики [11, 12] 43-летней давности, обеспечивающие всего лишь первый порядок аппроксимации. Тем не менее в данной работе высокую точность расчетных характеристик удалось получить за счет использования конечно-разностных сеток с мелкими ячейками, что ранее было невозможно в связи с недостаточным ресурсом вычислительной техники того времени.

Вначале кратко опишем методику расчета пограничного слоя пластины. Использовались приближение пограничного слоя и условие изобаричности течения. В этом частном случае эллиптическая система уравнений Рейнольдса упрощается, и становится возможным получившуюся параболическую систему уравнений пограничного слоя решать так называемым маршевым способом (см., например, [11]).

Использовалась декартова система координат (x, y) с осью “ x ” вдоль пластины. Применялась неявная конечно-разностная схема первого порядка точности. Аппроксимация производных первого порядка производилась при помощи односторонних разностей, ориентированных “по потоку”. Узлы конечно-разностной сетки сгущались у пластины. Решение конечно-разностных уравнений осуществлялось методом прогонки. Счет осуществлялся, как упоминалось выше, маршевым способом.

В случае расчета пограничного слоя пластины, кроме модели турбулентности, необходимо дополнительно задать числа Прандтля (ламинарное Pr_l и турбулентное Pr_t), а также зависимость ламинарной вязкости μ_l от температуры T . Расчеты проводились как для случая обтекания пластины воздухом, так и для случая обтекания пластины азотом.

В случае азота задавалось $Pr_l = 0.71$ (как в [9]), $Pr_t = 0.85$ (как в [9]), а для ламинарной вязкости, как и в [9], использовалось следующее соотношение [13]:

$$\mu_l = \frac{1.418 \times 10^{-6} \times T^{3/2}}{T + 116.4 \times 10^{-5/T}}$$

В случае воздуха задавалось $Pr_l = 0.71$ (как в [8]), $Pr_t = 0.85$ (как для азота), а для ламинарной вязкости использовалась следующая зависимость от температуры [8]:

$$\mu_l = \frac{1.458 \times 10^{-6} \times T^{3/2}}{T + 110.4}$$

Коэффициенты теплопроводности (как воздуха, так и азота) определялись по справочнику [14].

Методика расчета слоя смешения основывалась на поиске автомодельного решения для упомянутой выше системы уравнений пограничного слоя и, в основном, использовала приемы из работы [12]. Рассматривалась автомодельная задача о сжимаемом слое смешения. Применялась декартова система координат (x, y) с осью “ x ”, располагающейся вдоль границы, разделяющей два потока до их смешения. Использовалась автомодельная переменная $\xi = y/x$. Турбулентная вязкость предполагалась много больше ламинарной.

При расчете автомодельного слоя смешения, кроме модели турбулентности, необходимо дополнительно задать турбулентное число Прандтля Pr_t и отношение удельных теплоемкостей k . В [15] отмечается, что в условиях свободной турбулентности (струи, следы за телом) чаще всего полагают $Pr_t = 0.7$. Это значение использовалось и в нашем случае. Отношение удельных теплоемкостей полагалось равным $k = 1.4$.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПЛАСТИНЫ

Для решения рассматриваемой параболической системы уравнений пограничного слоя необходимо задать профили искомых параметров в начальном сечении. В случае пограничного слоя пластины зависимость решения от этих начальных профилей быстро ослабевает по мере удаления от начального сечения. Поясним сказанное на следующем примере.

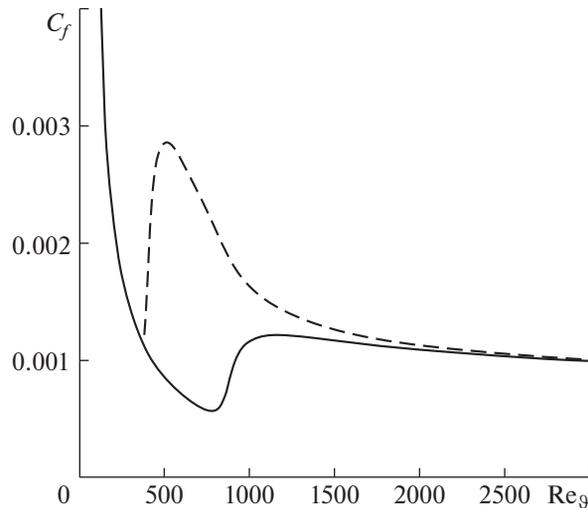


Рис. 1. Зависимость коэффициента трения C_f от числа Рейнольдса Re_δ для гиперзвукового режима обтекания пластины азотом ($M = 7.87$, $T_w/T_r = 0.48$). Штриховая и сплошная линии — расчет по модели SA с учетом и без учета дополнительного слагаемого C_{turb} соответственно.

Рассмотрим гиперзвуковой режим обтекания пластины азотом ($M = 7.87$, $T_w/T_r = 0.48$, см. [8]). Здесь T_w — температура пластины, T_r — температура восстановления [9]. На рис. 1 сплошной линией представлена зависимость коэффициента трения C_f от числа Рейнольдса Re_δ , посчитанного по толщине потери импульса. Здесь применялась модель турбулентности SA , а в качестве начальных профилей были использованы приближенные соотношения для пограничного слоя пластины.

Видно, что в процессе счета имел место процесс, внешне похожий на турбулизацию ламинарного пограничного слоя с переходом при $Re_\delta = 1000$. Смоделируем более ранний “переход” — при $Re_\delta = 500$. Для этого введем дополнительное локальное слагаемое C_{turb} в источникный член модели SA (аналог так называемого “trip” — члена модели SA , см. [3]). В приближении пограничного слоя это слагаемое имеет следующий вид:

$$C_{turb} = 0.6\tilde{\nu} \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \exp \left[- \left(\frac{Re_\delta - 500}{200} \right)^2 \right]$$

Здесь $\tilde{\nu}$ — преобразованный коэффициент турбулентной вязкости, введенный в [3], для которого и сформулирована модель SA . Видно, что это слагаемое заметно отличается от нуля только в некоторой окрестности $Re_\delta = 500$, поэтому воздействие этого слагаемого носит локальный характер.

На рис. 1 пунктирной линией представлена зависимость коэффициента трения C_f от числа Рейнольдса Re_δ для случая более раннего “перехода” (при $Re_\delta = 500$), смоделированного описанным выше способом. Видно, что внесение дополнительного возмущения уже при $Re_\delta > 2000$ практически не влияет на зависимость $C_f(Re_\delta)$. Учитывая эту особенность, во всех проведенных в этой работе расчетах использовались в качестве начальных профилей грубые оценки пограничного слоя пластины, и контролировалась достаточная удаленность финального значения Re_δ (ради достижения которого и проводился расчет) от “переходного” значения Re_δ .

С целью проверить применимость используемого в данной работе приближения пограничного слоя к описанию гиперзвукового пограничного слоя пластины, были проведены расчеты для режима с азотом ($M = 7.87$, $T_w/T_r = 0.48$), ранее рассчитанного как с помощью DNS -подхода [8], так и с помощью $RANS$ -подхода [9]. В последнем случае использовалась модель турбулентности SA .

Расчеты в приближении пограничного слоя (BL -расчеты) проводились на разных сетках. Количество узлов N в сечении пограничного слоя варьировалось от 250 до 1000. Сравнение некото-

Таблица 1. Параметры пограничного слоя для режима $M = 7.87$, $T_w/T_r = 0.48$, $Re_\vartheta = 8440$

	Re_ϑ	Re_τ	Re_{δ_2}	ϑ [мм]	H	δ [мм]	Z_τ [μм]	u_τ [м/с]	$C_f \cdot 10^{-3}$	RA	B_q
<i>RANS</i>	8440	479	1821	1.04	18.9	31.8	66.5	54.8	0.80	1.12	0.06
<i>BL(SA)</i> , $N = 250$	8440.0	463.3	1729.4	1.025	20.14	33.00	71.23	55.27	0.7961	1.1190	0.0584
<i>BL(SA)</i> , $N = 500$	8440.0	463.8	1729.4	1.025	20.13	32.99	71.14	55.34	0.7980	1.1194	0.0585
<i>BL(SA)</i> , $N = 1000$	8440.0	464.0	1729.4	1.025	20.13	32.99	71.10	55.37	0.7990	1.1196	0.0585

Таблица 2. Параметры пограничного слоя для режима $M = 7.87$, $T_w/T_r = 0.48$, $Re_\vartheta = 9714$

	Re_ϑ	Re_τ	Re_{δ_2}	ϑ [мм]	H	δ [мм]	Z_τ [μм]	u_τ [м/с]	$C_f \cdot 10^{-3}$	RA	B_q
<i>DNS</i>	9714	480	1990	1.19	17.4	35.2	73.5	54.3	0.7683	1.171	0.06
<i>BL(SA)</i> , $N = 500$	9714.0	527.6	1990.5	1.179	20.07	38.02	72.06	54.63	0.7779	1.1198	0.0577
<i>BL(SA)</i> , $N = 1000$	9714.0	527.9	1990.5	1.179	20.07	38.01	72.02	54.67	0.7788	1.1200	0.0578
<i>BL (Nut92)</i> , $N = 300$	9714.0	466.3	1990.5	1.179	20.28	36.54	78.36	50.24	0.6578	1.1275	0.0535
<i>BL (Nut92)</i> , $N = 600$	9714.0	465.4	1990.5	1.179	20.28	36.44	78.29	50.29	0.6590	1.1284	0.0536

рых характеристик, соответствующих числу Рейнольдса, посчитанному по толщине потери импульса, $Re_\vartheta = 8440$ (*BL*-расчеты и *RANS*-расчет [9]), приведены ниже в табл. 1.

Здесь (см. определения в [9]): $Re_\vartheta = \rho_\infty \times u_\infty \times \vartheta / \mu_w$, $Re_\tau = \rho_w \times u_\tau \times \delta / \mu_w$, $Re_{\delta_2} = \rho_\infty \times u_\infty \times \vartheta / \mu_w$, ϑ – толщина потери импульса, $H = \delta^* / \vartheta$ – формпараметр, δ^* – толщина вытеснения пограничного слоя, δ – толщина пограничного слоя (99% от скорости набегающего потока), $Z_\tau = \nu_w / u_\tau$, u_τ – скорость трения, $RA = 2 \times C_h / C_f$, $C_h = q_w / [\rho_\infty C_p U_\infty (T_r - T_w)]$, $B_q = q_w / (\rho_w C_p u_\tau T_w)$.

Видно слабое влияние числа узлов N на точность *BL*-расчета. Так, изменение числа узлов вдвое (от 500 до 1000) привело к изменению коэффициента трения всего на 0.125%. Полученная высокая точность *BL*-расчета (0.125%) позволяет судить о том, велика ли погрешность, обусловленная использованием приближения пограничного слоя. То есть, как сильно различаются полученные результаты *BL*-расчета от результатов *RANS*-расчета [9]. Видно, что использование приближения пограничного слоя привело к довольно слабым изменениям характеристик от их значений при *RANS*-расчете в [9]. Так, коэффициенты трения в *BL*-расчете и *RANS*-расчете отличаются тоже на 0.125%. Полученный результат демонстрирует применимость приближения пограничного слоя к описанию гиперзвукового пограничного слоя пластины.

Результаты расчета того же режима, но для несколько большего значения $Re_\vartheta = 9714$ (см. [8]), представлены в табл. 2.

В табл. 2 также приведены результаты расчетов при использовании модели турбулентности *Nut-92*. Сравним с *DNS*-данными результаты для коэффициента сопротивления C_f при использовании различных моделей турбулентности. Видно, что модель *SA* завышает C_f на 1.4%, а модель *Nut-92* занижает C_f на 14.2%.

Результаты расчетов остальных режимов (с воздухом в качестве рабочего газа) представлены в табл. 3–6.

Относительная погрешность (от *DNS*-расчетов [8]) в предсказании коэффициента трения моделями *SA* и *Nut-92* для рассмотренных режимов (см. табл. 2–6) приведена в табл. 7.

Из анализа этой таблицы видно, что модель *Nut-92* систематически занижает значения коэффициента трения, причем максимальная погрешность (20.8%) реализуется для режима с макси-

Таблица 3. Параметры пограничного слоя для режима $M = 13.64$, $T_w/T_r = 0.18$, $Re_\varnothing = 14408$

	Re_\varnothing	Re_τ	Re_{δ_2}	\varnothing [мм]	H	δ [мм]	Z_τ [μм]	u_τ [м/с]	$C_f \cdot 10^{-3}$	RA	B_q
<i>DNS</i>	14408	646	2354	1.35	37.6	66.1	102.4	67.6	0.4076	1.205	0.19
<i>BL (SA)</i> , $N = 500$	14408	753.3	2353.4	1.358	44.09	76.61	101.69	67.59	0.4074	1.173	0.1849
<i>BL (SA)</i> , $N = 1000$	14408	753.8	2353.4	1.3576	44.05	76.57	101.58	67.66	0.4082	1.174	0.1852
<i>BL(Nut92)</i> , $N = 300$	14408	653.9	2353.4	1.358	44.27	74.74	114.30	60.13	0.3224	1.178	0.165
<i>BL(Nut92)</i> , $N = 600$	14408	653.7	2353.4	1.358	44.23	74.66	114.21	60.17	0.3229	1.178	0.165

Таблица 4. Параметры пограничного слоя для режима $M = 5.86$, $T_w/T_r = 0.76$, $Re_\varnothing = 9455$

	Re_\varnothing	Re_τ	Re_{δ_2}	\varnothing [мм]	H	δ [мм]	Z_τ [μм]	u_τ [м/с]	$C_f \cdot 10^{-3}$	RA	B_q
<i>DNS</i>	9455	453	1746	0.95	13.6	23.8	52.6	45.1	0.9844	1.270	0.02
<i>BL (SA)</i> , $N = 500$	9455	459.1	1841.6	0.9076	14.52	23.67	51.55	45.42	0.9969	1.035	0.0164
<i>BL (SA)</i> , $N = 1000$	9455	459.34	1841.6	0.9076	14.52	23.67	51.52	45.45	0.9980	1.036	0.0164
<i>BL(Nut92)</i> , $N = 300$	9455	414.5	1841.6	0.9076	14.71	22.67	54.69	42.82	0.8859	1.050	0.0157
<i>BL(Nut92)</i> , $N = 600$	9455	413.6	1841.6	0.9076	14.72	22.59	54.62	42.87	0.8881	1.056	0.0158

Таблица 5. Параметры пограничного слоя для режима $M = 5.84$, $T_w/T_r = 0.25$, $Re_\varnothing = 2121$

	Re_\varnothing	Re_τ	Re_{δ_2}	\varnothing [мм]	H	δ [мм]	Z_τ [μм]	u_τ [м/с]	$C_f \cdot 10^{-3}$	RA	B_q
<i>DNS</i>	2121	450	1135	0.20	8.4	3.6	8.0	33.8	1.713	1.199	0.14
<i>BL(SA)</i> , $N = 500$	2121	458.2	1134.3	0.2001	9.157	3.807	8.309	32.62	1.593	1.129	0.127
<i>BL(SA)</i> , $N = 1000$	2121	458.2	1134.3	0.2001	9.149	3.805	8.303	32.64	1.595	1.129	0.127
<i>BL(Nut92)</i> , $N = 300$	2121	459.8	1134.3	0.2001	9.184	3.903	8.488	31.93	1.526	1.121	0.124
<i>BL(Nut92)</i> , $N = 600$	2121	459.1	1134.3	0.2001	9.175	3.890	8.472	31.99	1.532	1.129	0.125

мальным значением числа Маха ($M = 13.64$). Модель *SA* точнее, ее максимальная погрешность составляет всего 6.9%.

Повысить точность модели *Nut-92* можно путем введения корректирующего множителя в источникный член I_{comp} , отвечающий за учет скоростной сжимаемости (см. [4]):

$$I_{comp} = -C_5 v_t^2 \Gamma_1^2 / a^2$$

Здесь (см. [4]) $C_5 = 3.5$, v_t – коэффициент турбулентной вязкости, a – скорость звука,

$$\Gamma_1^2 = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

Таблица 6. Параметры пограничного слоя для режима $M = 2.5$, $T_w/T_r = 1.0$, $Re_\vartheta = 2835$

	Re_ϑ	Re_τ	Re_{δ_2}	ϑ [мм]	H	δ [мм]	Z_τ [μм]	u_τ [м/с]	$C_f \times 10^{-3}$	RA	B_q
<i>DNS</i>	2835	510	1657	0.58	4.1	7.7	15.0	40.6	2.310	0	0
<i>BL (SA)</i> , $N = 500$	2835	498.3	1657.0	0.5854	4.279	7.624	15.30	40.00	2.244	4.286	8.71×10^{-4}
<i>BL (SA)</i> , $N = 1000$	2835	498.5	1657.0	0.5854	4.278	7.625	15.30	40.01	2.245	4.237	8.61×10^{-4}
<i>BL (Nut9)</i> , $N = 300$	2835	495.1	1657.0	0.5854	4.281	7.531	15.21	40.24	2.270	4.655	9.51×10^{-4}
<i>BL (Nut9)</i> , $N = 600$	2835	495.1	1657.0	0.5854	4.281	7.519	15.18	40.30	2.277	4.550	9.31×10^{-4}

Таблица 7. Относительная погрешность в предсказании коэффициента трения моделями *SA* и *Nut-92* для рассмотренных режимов

M	2.5	5.84	5.86	7.87	13.64
<i>SA</i> , %	-2.8	-6.9	+1.4	+1.4	+0.2
<i>Nut-92</i> , %	-1.4	-10.6	-9.8	-14.2	-20.8
<i>Nut-92m</i> , %	+2.41	+2.24	-0.3	-1.8	-3.6

Заметим, что в рассматриваемом нами частном случае

$$\Gamma_1 = \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|$$

Предлагаемый корректирующий множитель I_{cor} имеет следующий вид:

$$I_{cor} = \left(1 + 20 \frac{\nu}{0.1 \cdot \nu_t + \nu} M_t^{0.25} \right)^{-1}$$

Здесь ν – коэффициент ламинарной вязкости, M_t – аналог турбулентного числа Маха (см. [9]):

$$M_t = \frac{\sqrt{\nu_t \Gamma_1}}{a}$$

Относительная погрешность в предсказании коэффициента трения модифицированной таким образом модели *Nut-92m* для рассмотренных режимов (см. табл. 2–6) приведена в табл. 7 в нижней строке. Видно, что в результате модификации погрешность удалось понизить с 20.8 до 3.6%.

Заметим, что корректирующий множитель обращается в единицу в случае несжимаемого газа ($M_t = 0$). Корректирующий множитель обращается в единицу и в случае сжимаемого слоя смешения, когда $\nu_t \gg \nu$. Корректирующий множитель менее единицы в случае пограничного слоя.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ СЛОЯ СМЕШЕНИЯ

Рассмотрим смешение двух сверхзвуковых турбулентных потоков с одинаковыми параметрами статического давления и статической температуры [10]. Числа Маха для смешивающихся потоков были равны $M_{min} = 1.3$ и $M_{max} = 3.3$. Параметр спутности был равен $m = 1.3/3.3 = 0.394$, а конвективное число Маха $M_c = (U_{max} - U_{min})/(2a) = 1$ [10].

Результаты расчетов автомодельной задачи для этого режима с использованием рассматриваемых моделей турбулентности приведены в табл. 8. Как упоминалось выше, модифицированная модель *Nut-92m* в случае автомодельного слоя смешения идентична модели *Nut-92*.

Таблица 8. Толщина слоя смешения δ_ω для режима $M_c = 1$

$\Delta\xi$	2×10^{-4}	10^{-4}
$\delta_\omega(SA)$	0.06122	0.06122
$\delta_\omega(Nut-92)$	0.02878	0.02872

Таблица 9. Толщина слоя смешения для режима $M_c = 3 \times 10^{-3}$

$\Delta\xi$	2×10^{-4}	10^{-4}
$\delta_\omega(SA)$	0.06265	0.06265
$\delta_\omega(Nut-92)$	0.06516	0.06527

Здесь δ_ω – толщина слоя смешения, определенная с использованием автомодельной переменной $\xi = y/x$ и максимального градиента скорости [10], $\Delta\xi$ – шаг расчетной сетки. Видно, что толщина слоя смешения изменилась не более чем на 0.2% при уменьшении вдвое шага сетки.

Эффект скоростной сжимаемости принято оценивать с помощью относительной толщины слоя смешения $\bar{\delta}_\omega(M_c) = \delta_\omega(M_c)/\delta_\omega(0)$. Если при прежнем параметре спутности $m = 1.3/3.3$ изменять температуру смешиваемых потоков, то таким образом можно изменять число Маха конвективного, в том числе и до малого значения $M_c = 3 \times 10^{-3}$, практически соответствующему случаю несжимаемой среды $M_c = 0$. Результаты таких расчетов приведены в табл. 9.

Видно, что толщина слоя смешения и в этом случае изменилась не более чем на прежние 0.2% при уменьшении вдвое шага сетки.

Заметим, что в случае смешения потоков несжимаемой жидкости с одинаковой плотностью имеет место следующая оценка [16]:

$$\delta_\omega(0) = 0.17 \frac{1-m}{1+m}$$

В рассматриваемом случае ($m = 0.394$) получаем следующее значение $\delta_\omega(0) = 0.074$. Это значение превышает как оценку по модели *SA* (на 15%, см. табл. 9), так и оценку по модели *Nut-92* (на 12%, см. табл. 9). То есть, модели *SA* и *Nut-92* показали в несжимаемом случае примерно одинаковую точность.

В сжимаемом случае ($M_c = 1$) значение *DNS*-расчета [10] ($\bar{\delta}_\omega(1) = 0.332$) оказалось ниже как расчетного значения по модели *Nut-92* ($0.02872/0.06527 = 0.440$, на 33% по сравнению с *DNS*-расчетом, см. табл. 8), так и расчетного значения по модели *SA* ($0.06122/0.06265 = 0.977$, на 194% по сравнению с *DNS*-расчетом, см. табл. 8). То есть, модель *Nut-92* показала в сжимаемом случае удовлетворительную точность, а модель *SA* – неудовлетворительную.

Расчеты, аналогичные описанным выше, были проведены и для других значений конвективного числа Маха M_c . Результаты таких расчетов, относящиеся к относительной толщине слоя смешения $\bar{\delta}_\omega(M_c)$, приведены на рис. 2 сплошной и штриховой линиями для моделей *Nut-92* и *SA* соответственно. Здесь же приведены и известные результаты различных трехмерных *DNS*-расчетов. Эти данные заимствованы, в основном, из работы [10] (см. рис. 3 в указанной работе).

Если учитывать данные всех приведенных на рис. 2 *DNS*-расчетов, то результаты модели *Nut-92* окажутся внутри разброса *DNS*-данных. Что касается результатов модели *SA*, то они располагаются гораздо выше *DNS*-данных.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Модель *Nut-92* хорошо учитывает эффект скоростной сжимаемости в слое смешения в диапазоне $M_c < 1.5$. Модель *SA* эффект скоростной сжимаемости в слое смешения в диапазоне чисел $0.5 < M_c < 1.5$ учитывает неудовлетворительно.

2. В сверхзвуковом пограничном слое ($M = 2.5$) все модели показали хорошую точность (расхождение с *DNS*-расчетом по коэффициенту трения не более 2.8%).

3. В гиперзвуковых пограничных слоях ($13.64 > M > 5.84$) эффект скоростной сжимаемости лучше учитывает модель *SA* (расхождение с *DNS*-расчетами по коэффициенту трения не более

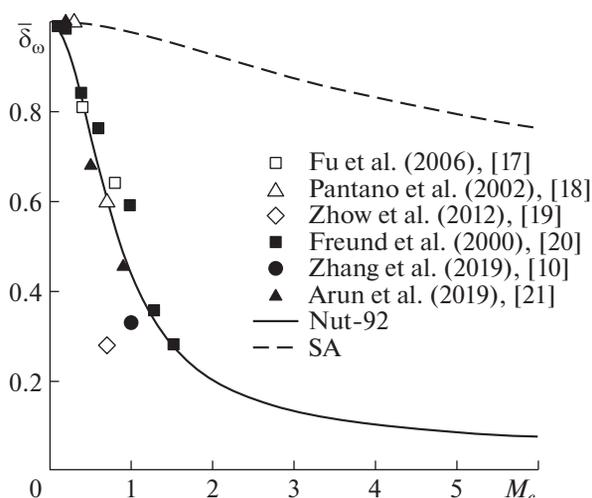


Рис. 2. Относительная толщина слоя смешения в зависимости от конвективного числа Маха. Сплошная и штриховая линии – расчет по модели *Nut-92* и *SA* соответственно. Символы: – данные *DNS*-расчетов.

6.9%), чем модель *Nut-92* (расхождение не более 20.8%). В целом модель *SA* обеспечила хорошую точность, а модель *Nut-92* – удовлетворительную. Модифицированная модель *Nut-92m* по точности описания коэффициента трения оказалась несколько точнее модели *SA* (расхождение не более 3.6%).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wilcox D.C. Turbulence Modeling for CFD. 3rd Edition, DCW Industries, Canada, CA, USA, 2006. P. 550; ISBN-13:978-0963605153; ISBN-10:0963605151.
2. Langley Research Center. NASA Turbulence Modeling Resource. <https://turbmodels.larc.nasa.gov/>
3. Spalart P.R., Allmaras S.R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamics Flows. Recherche Aerospa-tiale, No. 1, 1994, pp. 5–21. <https://doi.org/10.2514/6.1992-439>
4. Гуляев А.Н., Козлов В.Е., Секундов А.Н. К созданию универсальной однопараметрической модели для турбулентной вязкости // Изв. РАН. МЖГ. 1993. № 4. С. 69–81.
5. Han X., Rahman M.M., Agarwal R.K. Development and Application of a Wall Distance Free Wray-Agarwal Turbulence Model (WA2018) // AIAA Paper 2018-0593, January 2018. <https://doi.org/10.2514/6.2018-0593>
6. Bradshaw P., Launder B. Lumley J. Collaborative Testing of Turbulence Models // AIAA Paper 91-0215, 1991. <https://doi.org/10.2514/6.1991-215>
7. Shur M., Strelets M., Zaikov L., Gulyaev A., Kozlov V., Secundov A. Comparative Numerical Testing of One- and Two-Equation Turbulence Models for Flows with Separation and Reattachment // AIAA Paper 95-0863. 1995. P. 31. <https://doi.org/10.2514/6.1995-863>
8. Zhang C., Duan L., Choudhari M.M. Direct Numerical Simulation Database for Supersonic and Hypersonic Turbulent Boundary Layers // AIAA Journal. 2018. V. 56. № 11. P. 4297–4311. <https://doi.org/10.2514/1.J057296>
9. Huang J., Bretzke J.-V., Duan L. Assessment of Turbulence Models in a Hypersonic Cold-Wall Turbulent Boundary Layer // Fluids. 2019. V. 4. № 37. P. 10. <https://doi.org/10.3390/fluids4010037>
10. Zhang D., Tan J., Yao X. Direct numerical simulation of spatially developing highly compressible mixing layer: Structural evolution and turbulent statistics // Phys. Fluids. 2019. V. 31. № 3. 036102. P. 20. <https://doi.org/10.1063/1.5087540>
11. Кузнецов В.Р., Лебедев А.Б., Секундов А.Н., Смирнова И.П. Расчет турбулентного диффузионного факела горения с учетом пульсаций концентрации и архимедовых сил // Изв. АН СССР. МЖГ. 1977. № 1. С. 30–40.
12. Расщупкин В.И., Секундов А.Н. О применимости приближения пограничного слоя для расчета плоско-го турбулентного слоя смешения // Изв. АН СССР. МЖГ. 1976. № 5. С. 35–42.

13. *Keyes F.G.* A Summary of Viscosity and Heat-Conduction Data for Helium, Argon, Hydrogen, Oxygen, Nitrogen, Carbon Monoxide, Carbon Dioxide, Water and Air // *Trans. Am. Mech. Engrs.* 1951. V. 73. P. 589–595.
14. *Варгафтик Н.Б.* Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. Изд. второе, доп. и перераб. М.: Наука, 1972. 720 с.
15. *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. Учеб. для вузов. Изд. 6-е, перераб. и доп. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1987. 840 с.
16. *Dimotakis P.E.* Two-Dimensional Shear-Layer Entrainment // *AIAA Journal.* 1986. V. 24. № 11. P. 1791–1796. <https://doi.org/10.2514/3.9525>
17. *Fu S., Li Q.B.* Numerical simulation of compressible mixing layers // *Int. J. Heat Fluid Flow.* 2006. V. 27. № 5. P. 895–901. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2006.03.028>
18. *Pantano C., Sarkar S.* A study of compressibility effects in the high speed turbulent shear layer using direct simulation // *J. Fluid Mech.* 2002. V. 451. P. 329–371. <https://doi.org/10.1017/S0022112001006978>
19. *Zhou Q., He F., Shen M.Y.* Direct numerical simulation of a spatially developing compressible plane mixing layer: Flow structures and mean flow properties // *J. Fluid Mech.* 2012. V. 711. P. 437–468. <https://doi.org/10.1017/jfm.2012.400>
20. *Freund J.B., Lele S.K., Moin P.* Compressibility effects in a turbulent annular mixing layer. Part 1. Turbulence and growth rate // *J. Fluid Mech.* 2000. V. 421. P. 229–267. <https://doi.org/10.1017/S0022112000001622>
21. *Arun S., A Sameen B. Srinivasan.* Structure of vorticity field in compressible turbulent mixing layers // *Physica Scripta.* 2019. V. 94. № 9. <https://doi.org/10.1088/1402-4896/ab0aad>