

УДК 532.5

СТАЦИОНАРНЫЕ РЕЖИМЫ ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИИ СЛАБОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ ПРИ УНИПОЛЯРНОЙ ИНЖЕКЦИИ ЗАРЯДА В ПОСТОЯННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

© 2021 г. В. А. Ильин^{а,*}, Т. И. Чигорина^а

^а Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия

*E-mail: ilin1@psu.ru

Поступила в редакцию 04.12.2020 г.

После доработки 28.04.2021 г.

Принята к публикации 11.05.2021 г.

Исследованы стационарные нелинейные режимы электроконвекции слабопроводящей жидкости в горизонтальном конденсаторе в поле тяжести и постоянном электрическом поле при униполярной инъекции заряда. Рассмотрена модель, в которой плотность инжектируемых с катода зарядов пропорциональна напряженности электрического поля в конденсаторе. Нелинейные режимы электроконвекции исследованы при нагреве снизу. Найдены зависимости порогов возникновения режимов электроконвекции в зависимости от степени нагрева и степени инъекции заряда.

Ключевые слова: электроконвекция, слабопроводящая жидкость, горизонтальный конденсатор

DOI: 10.31857/S0568528121050042

Изучение конвекции слабопроводящих жидкостей в электрическом поле представляет интерес, потому что является способом прямого преобразования энергии электрического поля в энергию движения [1–4]. Электрическое поле может изменить пороги тепловой конвекции и обеспечить эффективный способ управления движением жидкостей.

Несмотря на большое количество экспериментальных и теоретических работ, остаются открытыми вопросы, связанные с возникновением и эволюцией электроконвективных движений [3]. Существуют различные механизмы зарядообразования в жидкостях [3, 5]. Нелинейные режимы электроконвекции идеального диэлектрика в переменном электрическом поле с электрофоретическим механизмом зарядообразования изучены в [6]. Электротермоконвективная неустойчивость слоя слабопроводящей жидкости с электрокондуктивным механизмом зарядообразования в модулированном электрическом поле изучена в [7], а нелинейные режимы с таким же механизмом исследованы на основе маломодовой модели в [8]. Инжекционный механизм зарядообразования связан с инъекцией зарядов с поверхности электрода. В силу сложности проблемы существует много моделей, описывающих инъекцию заряда в слабопроводящей жидкости, например, в работах [9–13] проведено исследование особенностей электроконвекции на их основе.

Ряд экспериментальных данных описываются моделью, в которой инжектируемый с катода заряд зависит от напряженности электрического поля в конденсаторе [13, 14]. В настоящей работе в рамках этой модели рассматривается электроконвекция неоднородно нагретой слабопроводящей жидкости в горизонтальном конденсаторе в поле тяжести и в постоянном электрическом поле при униполярной инъекции заряда. Используется электрогидродинамическое приближение (магнитными эффектами по сравнению с электрическими пренебрегают). Инжектируемые с поверхности катода заряды движутся через слой жидкости, изменяя в ней распределение электрического поля. Диффузия заряда не учитывается. Считается, что время диффузии заряда пренебрежимо мало по сравнению с характерным гидродинамическим временем и временем релаксации заряда.

В статье [13] в аналогичной постановке проведено исследование линейной устойчивости изотермической слабопроводящей жидкости, нагрев жидкости в ней не рассматривался. В рабо-

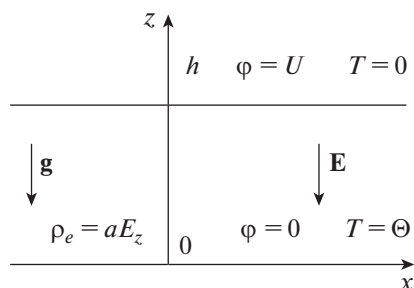


Рис. 1. Геометрия задачи.

те [14] исследовано влияние подвижности носителей заряда на критические параметры задачи, изучены нелинейные режимы электроконвекции при нагреве сверху. Линейный анализ устойчивости равновесия при нагреве снизу проведен в работе [15], в ней определены пороги возникновения монотонной конвекции. В [16] в одномерном случае проведено исследование динамики переноса заряда в изотермической жидкости в модулированном электрическом поле и в двумерном случае приведены результаты исследования двух стационарных нелинейных режимов при больших нагревах снизу (при числах Рэлея больше $Ra = 500$) в постоянном электрическом поле. Нестационарные и стационарные нелинейные режимы при нагреве сверху рассмотрены в [17]. В настоящей работе в нелинейной постановке изучено поведение стационарных режимов электроконвекции при меньших нагревах снизу, чем в статье [16] (при числах Рэлея меньше $Ra = 500$); определены зависимости критических параметров от степени нагрева и инжекции заряда.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим бесконечный плоский горизонтальный слой вязкой несжимаемой слабопроводящей жидкости в вертикальном постоянном электрическом поле и поле тяжести с ускорением свободного падения $\mathbf{g}$. Ось x направлена вдоль нижней границы слоя, ось z — перпендикулярна границам слоя. Два плоских электрода лежат в плоскостях $z = 0$ и $z = h$ (рис. 1), h — толщина слоя.

Идеально тепло- и электропроводные пластины конденсатора нагреты до разной температуры — $T(0) = \Theta$, $T(h) = 0$. Здесь T — температура, отсчитываемая от температуры верхнего электрода, Θ — характерная разность температур. Случай $\Theta > 0$ соответствует нагреву снизу. На катоде (нижнем электроде) потенциал равен нулю $\phi(0) = 0$, на аноде (верхнем электроде) — $\phi(h) = U$. Здесь U — напряжение электрического поля.

Под действием электрического поля в узком слое вблизи катода в результате электрохимических реакций образуется заряд. Плотность свободных зарядов у катода пропорциональна нормальной составляющей вектора напряженности поля $\rho_e = aE_z$, где a — коэффициент, характеризующий степень инжекции. Инжектированный заряд под действием поля движется в глубь жидкости. Двигаясь к аноду, заряд может увлекать за собой жидкость, вызывая электроконвективное течение. Движение жидкости и свободных зарядов в слое описывается системой уравнений электрогидродинамики

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) &= -\nabla p + \rho \mathbf{v}_0 \Delta \mathbf{v} + \rho_e \mathbf{E} + \rho \mathbf{g} \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) T &= \chi \Delta T \\ \frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_e \mathbf{v} - b \rho_e \mathbf{E}) &= 0 \\ \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \quad \rho = \rho_0(1 - \beta T) \\ \operatorname{div}(\epsilon \epsilon_0 \mathbf{E}) &= \rho_e, \quad \mathbf{E} = -\nabla \phi \end{aligned} \tag{1.1}$$

где ρ — массовая плотность жидкости; $\mathbf{v}$ — вектор скорости жидкости; p — давление; $\mathbf{v}_0$ — коэффициент кинематической вязкости; ρ_e — плотность свободных зарядов; χ — коэффициент тем-

пературопроводности; β — коэффициент теплового расширения жидкости; ε — диэлектрическая проницаемость среды; ε_0 — электрическая постоянная; b — подвижность зарядов; E и φ — напряженность и потенциал электрического поля.

Границы слоя считаются твердыми, непроницаемыми, на них выполняются условия прилипания — скорость равна нулю

$$\begin{aligned} z = 0 : \mathbf{v} = 0, \quad \varphi = 0, \quad \rho_e = aE_z = -a \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad T = \Theta \\ z = h : \mathbf{v} = 0, \quad \varphi = U, \quad T = 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

Используем безразмерные переменные на основе масштабов: времени — время вязкой диссипации $[t] = h^2/\nu_0$, расстояния — расстояние между электродами $[\mathbf{r}] = h$, скорости — $[\mathbf{v}] = \nu_0/h$, потенциала — $[\varphi] = U$, давления — $[p] = \rho \nu_0^2/h^2$, температуры — $[T] = \Theta$, плотности заряда — $[\rho_e] = \varepsilon \varepsilon_0 U/h^2$.

После обезразмеривания система уравнений (1.1) с граничными условиями (1.2) приводится к виду:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \times \nabla) \mathbf{v} &= -\nabla p + \Delta \mathbf{v} - \frac{T_e^2}{M^2} \rho_e \nabla \varphi + \frac{Ra}{Pr} T \gamma \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \times \nabla) T &= \frac{1}{Pr} \Delta T \\ \text{div} \mathbf{v} &= 0, \quad \Delta \varphi + \rho_e = 0, \\ \frac{\partial \rho_e}{\partial t} + (\mathbf{v} \times \nabla) \rho_e &= \frac{T_e}{M^2} (\rho_e^2 - \nabla \varphi \times \nabla \rho_e) \end{aligned} \quad (1.3)$$

где $\gamma = (0, 0, 1)$, p — превышение давления над его гидростатическим значением. Граничные условия переписуются так

$$\begin{aligned} z = 0 : \mathbf{v} = 0, \quad \varphi = 0, \quad \rho_e = -A \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad T = 1 \\ z = 1 : \mathbf{v} = 0, \quad \varphi = 1, \quad T = 0 \end{aligned} \quad (1.4)$$

Здесь введены безразмерные параметры — тепловое число Рэлея Ra , электрические параметры T_e и M , число Прандтля Pr и параметр инжекции A

$$Ra = \frac{g\beta\Theta h^3}{\nu_0 \chi}, \quad T_e = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 U}{b\rho \nu_0}, \quad M = \frac{1}{b} \left(\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\rho} \right)^{1/2}, \quad Pr = \frac{\nu_0}{\chi}, \quad A = \frac{ah}{\varepsilon \varepsilon_0} \quad (1.5)$$

В работе [13] были использованы другие безразмерные параметры — электрическое число Грасгофа $Gr_e = \varepsilon \varepsilon_0 U^2 / \rho \nu_0^2$, параметр подвижности зарядов $B = bU/\nu_0$. Они связаны с нашими параметрами следующим образом: $Gr_e = T_e^2/M^2$, $B = T_e/M^2$. В работе [13] безразмерные параметры варьировались с учетом их зависимости от безразмерного напряжения F так: $Gr_e = 5000F^2$, $B = 5F$ (F пропорционален размерной величине напряжения U). В соответствии с этими соотношениями электрические параметры T_e и M будут равны: $T_e = 10^3 F$, $M = 14.14$ ($M^2 = 200$).

Связь безразмерного напряжения F с размерной величиной напряжения U можно описать следующим образом: $U = F \times 10^4 B = F \times 10$ кВ ($F = U/10$ кВ). То есть F является долей от 10 кВ. Для оценки параметров возьмем трансформаторное масло с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2.2$, плотностью $\rho = 883$ кг/м³, вязкостью $\nu_0 = 22.5 \times 10^{-6}$ м²/с², $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ Кл²/Нм², подвижность зарядов возьмем равной $b = 10^{-8}$ м²/Вс [3]. Тогда получим, что $Gr_e = 4.4 \times 10^{-5} U^2 = 4.4 \times 10^3 F^2$, $B = 4.4 \times 10^{-4} U = 4.4 F$, или в новых параметрах $T_e = 0.98 \times 10^3 F$, $M = \sqrt{2.2} \times 10 = 14.85$. Эти величины близки к величинам, которые были использованы в работе [13]. Если поварьировать значениями диэлектрической проницаемости, плотности, вязкости жидкости и подвижности зарядов или рассмотреть другую связь F с U , то можно получить полное соответствие полученных соотношений для Gr_e и B со значениями, использованными в статье [13].

Далее рассмотрим плоские возмущения $\mathbf{v} = (u, 0, w)$ и $\partial/\partial y = 0$. Для исследования нелинейных режимов электроконвекции вводятся функция тока ψ и вихрь скорости Φ

$$v_x = -\frac{\partial\psi}{\partial z}, \quad v_z = \frac{\partial\psi}{\partial x}, \quad \Phi = (\text{rot}\mathbf{v})_y = -\Delta\psi \quad (1.6)$$

Вследствие слабой инжекции нелинейную задачу можно решать в безындукционном приближении, в котором предполагается, что изменение распределения заряда, возникающее в результате появления электроконвективных структур, по сравнению с равновесным его значением, не вызывает заметного изменения потенциала электрического поля [13, 14]. Система (1.3) в безындукционном приближении примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial\Phi}{\partial t} + \frac{\partial\psi}{\partial x} \frac{\partial\Phi}{\partial z} - \frac{\partial\psi}{\partial z} \frac{\partial\Phi}{\partial x} &= \Delta\Phi - E \frac{T_e^2}{M^2} \frac{\partial\rho_e}{\partial x} - \frac{\text{Ra}}{\text{Pr}} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial\rho_e}{\partial t} + \frac{\partial\psi}{\partial x} \frac{\partial\rho_e}{\partial z} - \frac{\partial\psi}{\partial z} \frac{\partial\rho_e}{\partial x} &= \frac{T_e}{M^2} \left(\rho_e^2 + E \frac{\partial\rho_e}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial\psi}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{\partial\psi}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial x} &= \frac{1}{\text{Pr}} \Delta T \end{aligned} \quad (1.7)$$

со следующими граничными условиями:

$$\begin{aligned} z=0: \psi &= 0, \quad \partial\psi/\partial z = 0, \quad \rho_e = AE, \quad T = 1 \\ z=1: \psi &= 0, \quad \partial\psi/\partial z = 0, \quad T = 0 \end{aligned} \quad (1.8)$$

На боковых границах для всех искоемых функций выполняются условия периодичности.

2. НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕЖИМЫ КОНВЕКЦИИ ПРИ НАГРЕВЕ СНИЗУ

Система (1.7)–(1.8) аппроксимировалась конечно-разностными отношениями. Эволюционные уравнения решались по явной схеме, конвективные слагаемые в уравнении для заряда и температуры аппроксимировались разностями “против потока” [14]. Для уравнения переноса тепла использовались центральные разности. Для удобства работы с условиями периодичности к сетке добавлялись два вертикальных ряда. Вихрь скорости на горизонтальных границах вычислялся по формуле Тома. Для решения уравнения Пуассона использовался метод последовательной верхней релаксации.

Для вычислений выбиралась прямоугольная ячейка с пространственными размерами $L_z = 1$, $L_x = 2$. Горизонтальная ячейка соответствует волновому числу $k = 3.14$. Размер сетки брался 21×41 узел. Число Прандтля $\text{Pr} = 10$, электрический параметр $M = 14.14$, параметр инжекции заряда $A = 0.25$. Вычислялись зависимости максимальной функции тока от параметра T_e для разных нагревов снизу – теплового числа Рэлея Ra . При рассмотренных параметрах наблюдались два режима стационарной конвекции разной интенсивности – режим с малой интенсивностью вихрей (режим 1) и режим с большой интенсивностью вихрей (режим 2), между которыми происходили гистерезисные переходы.

Для более детальной характеристики установившихся конвективных режимов были проведены вычисления безразмерного теплотокота – числа Нуссельта, и исследованы пространственные распределения полей функций.

Для анализа интенсивности теплопереноса через конденсатор вычислялся усредненный по длине ячейки безразмерный тепловой поток на границе слоя (число Нуссельта) следующим образом:

$$\text{Nu} = -\frac{1}{L} \int_0^L \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_{z=0} dx \quad (2.1)$$

Случай $\text{Nu} = 1$ соответствует процессу молекулярного теплопереноса, превышение числа Нуссельта над единицей $\text{Nu} > 1$ свидетельствует о возникновении конвекции. Полный заряд определялся как сумма зарядов по всем узлам сетки: $Q = \sum_{i,j} \rho_{e_{i,j}}$.

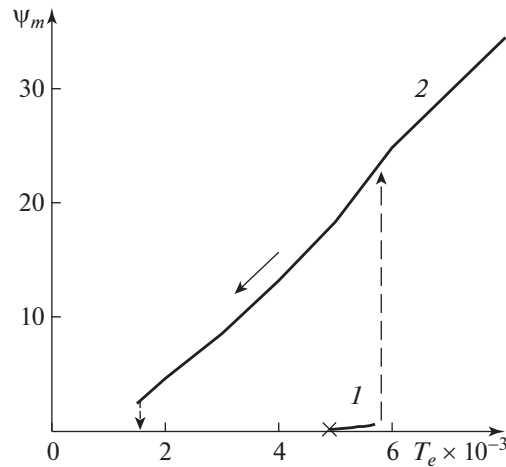


Рис. 2. Зависимость максимальной функции тока от параметра T_e : $A = 0.25$, $Ra = 400$, 1 – режим с малой интенсивностью вихрей, 2 – режим с большой интенсивностью вихрей.

Разложение полей в ряд Фурье по пространственным гармоникам несет информацию о характере течения жидкости в слое. В нашем случае, как и в предыдущих исследованиях электроконвекции [11, 12, 14], мы ограничимся разложением искомых функций лишь в горизонтальном направлении, в сечении, соответствующем середине слоя ($z = 0.5$)

$$F(x, 1/2, t) = F_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} F_n(t) \exp(inkx) \quad (2.2)$$

где $F_n(t)$ – амплитуда n -й пространственной гармоники.

В исследованной области параметров наблюдаются двухвихревые движения, поэтому ограничимся при рассмотрении пространственных характеристик структур первой $F_1(t)$, второй $F_2(t)$ и третьей $F_3(t)$ модами разложения.

На основе данных статьи [16] была выявлена следующая закономерность: с уменьшением значения числа Рэлея уменьшается интервал существования режима 1 с малой интенсивностью вихрей. В настоящей работе эта закономерность была продолжена. Для этого были проведены расчеты при значениях числа Рэлея меньше $Ra = 400$.

На рис. 2 представлена зависимость максимальной функции тока от электрического параметра T_e для $Ra = 400$. Крестом на рисунке отмечена точка возникновения режима 1 с малой интенсивностью, стрелками обозначено направление гистерезиса. Интенсивность режима с большой интенсивностью вихрей – режима 2 – растет с увеличением T_e . При расчете с постоянными начальными условиями было обнаружено, что электроконвекция возникает мягким образом при значении $T_e = 4.8 \times 10^3$, наблюдается режим с малой интенсивностью вихрей (режим 1). При $T_e = 5.8 \times 10^3$ происходит переход к режиму с большой интенсивностью вихрей (режим 2). Методом продолжения по параметру найдена точка возникновения режима 2: $T_e = 1.5 \times 10^3$.

В интервале электрического параметра $1.5 \times 10^3 \leq T_e \leq 4.7 \times 10^3$ в зависимости от начальных условий реализуется либо равновесное распределение, либо стационарный режим 2 с большой интенсивностью, при большем поле $4.8 \times 10^3 \leq T_e \leq 5.7 \times 10^3$ может реализоваться как режим 1, так и режим 2. При $T_e \geq 5.8 \times 10^3$ сколь угодно малые возмущения приводят систему после переходных процессов к стационарному режиму 2 с большой интенсивностью.

На рис. 3 представлены изолинии полей функции тока (а, б), температуры (в, г) и плотности заряда (д, е) электроконвективного течения для $Ra = 400$. Опишем различия найденных режимов: режима 1 при $T_e = 5.7 \times 10^3$ (изолинии а, в, д на рис. 3) и режима 2 при $T_e = 5.8 \times 10^3$ (изолинии б, г, е на рис. 3).

Поток тепла в режиме 2 превосходит по интенсивности поток тепла в режиме 1 более чем 5 раз: в слабоинтенсивном режиме число Нуссельта $Nu = 2.14$, в режиме большой интенсивности

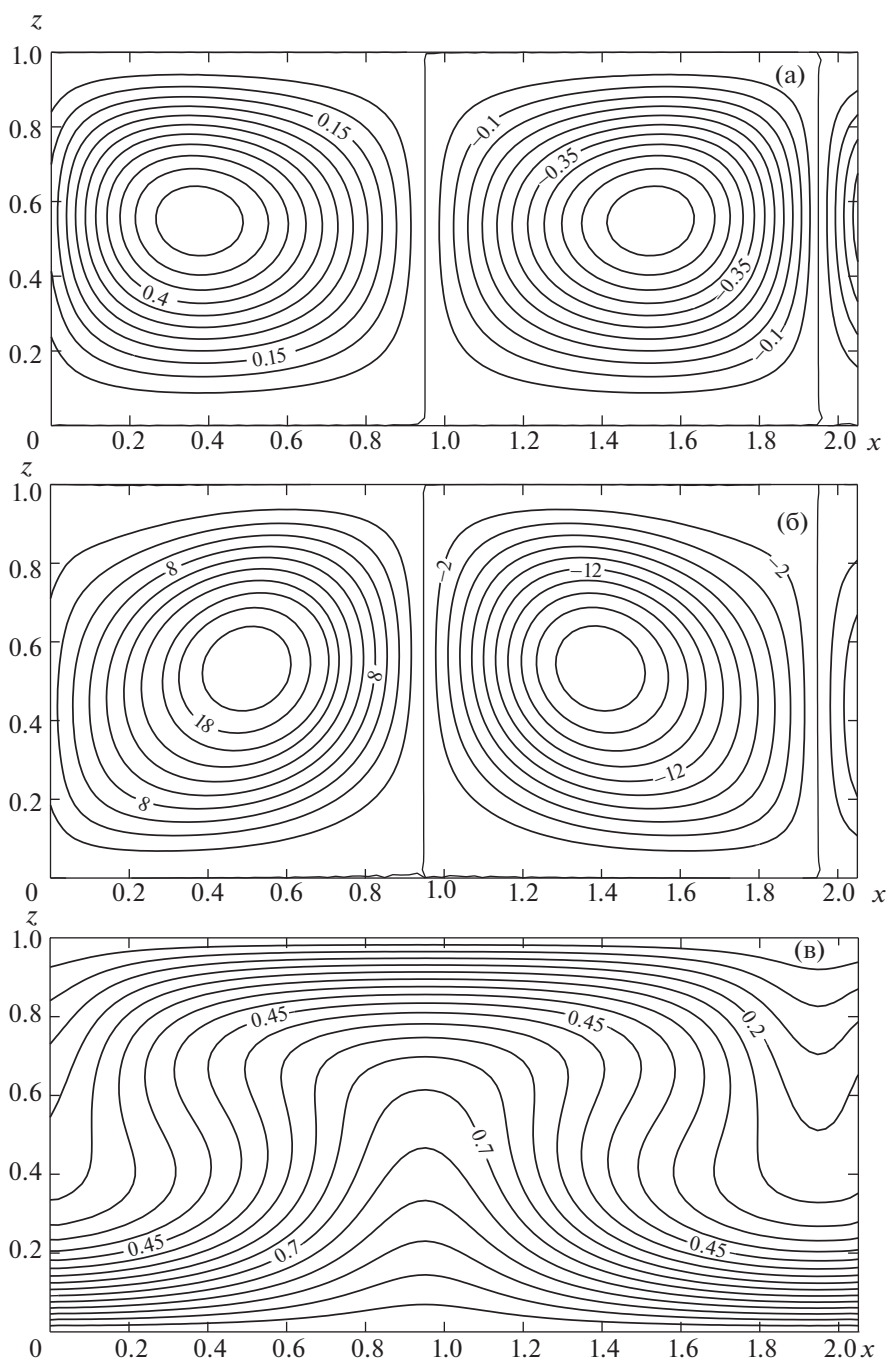


Рис. 3. Изолинии функции тока (а, б), температуры (в, г) и плотности заряда (д, е): $Ra = 400$, $A = 0.25$; а, в, д – режим 1 с малой интенсивностью вихрей ($T_e = 5.7 \times 10^3$); б, г, е – режим 2 с большой интенсивностью вихрей ($T_e = 5.8 \times 10^3$).

$Nu = 11.7$. Максимальное значение функции тока в режиме 1 $\psi_{\max} = 0.59$, в режиме 2 $\psi_{\max} = 21.8$, что представляет собой скачок почти в 37 раз.

Заряды в обоих режимах мало различаются: в режиме 1 средний заряд $\bar{\rho}_e = -0.21$, в режиме 2 $\bar{\rho}_e = -0.19$; полные заряды в слое соответственно равны: $Q_1 = -178$ и $Q_2 = -162$. Но в режиме 2 заряд имеет более сложное поведение – разброс между его максимальным и минимальным значениями ($\rho_{e\max} = -0.09$, $\rho_{e\min} = -0.23$) больше, чем в слабоинтенсивном режиме ($\rho_{e\max} = -0.18$, $\rho_{e\min} = -0.22$).

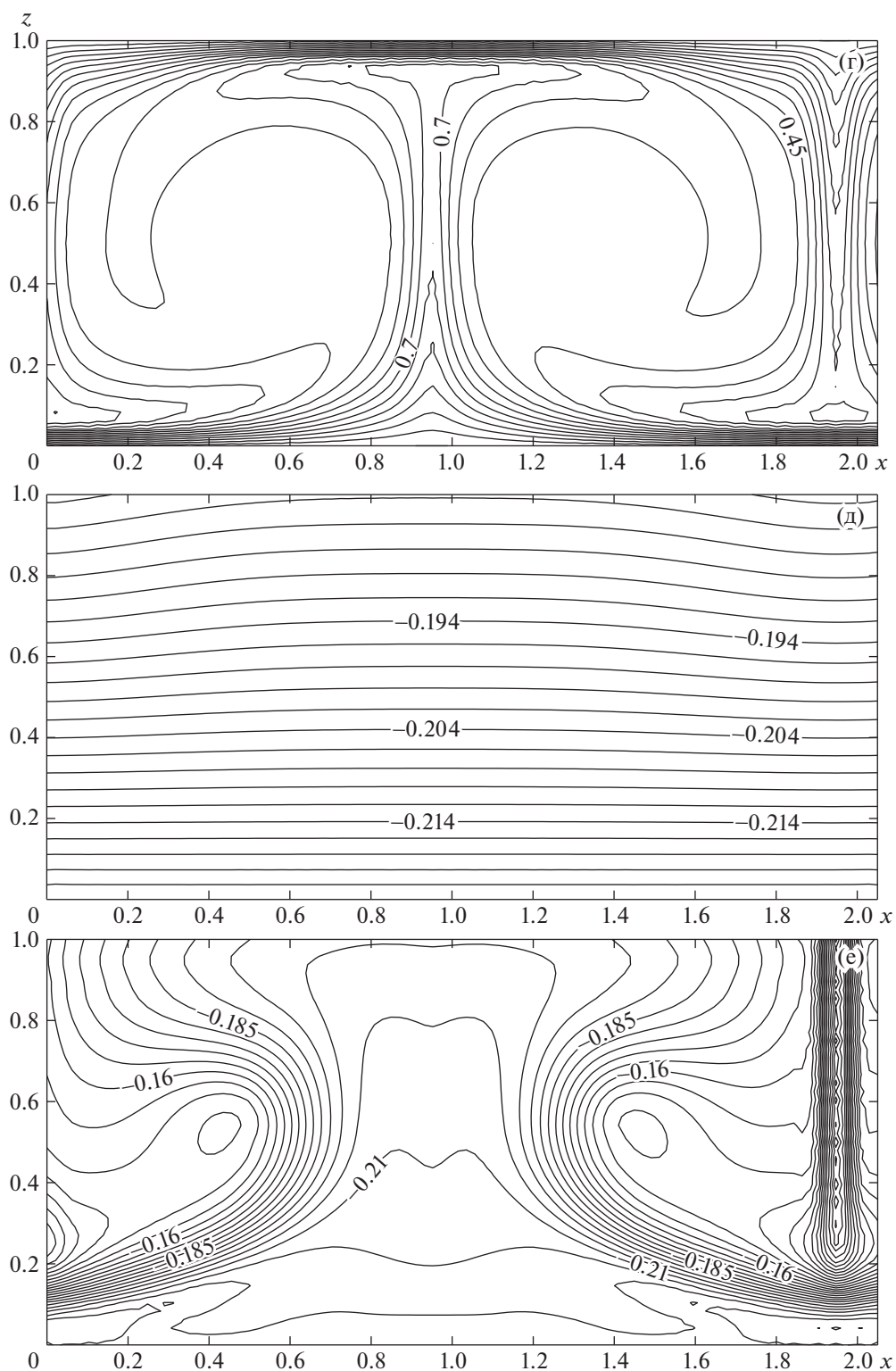


Рис. 3. Окончание.

Далее были рассмотрены пространственные характеристики режимов. Был проведен пространственный фурье-анализ (2.2) — вычислены абсолютные значения первых трех мод разложения в ряд фурье-функции тока ($|\psi_1|$, $|\psi_2|$, $|\psi_3|$), температуры ($|T_1|$, $|T_2|$, $|T_3|$) и плотности заряда ($|\rho_{e1}|$,

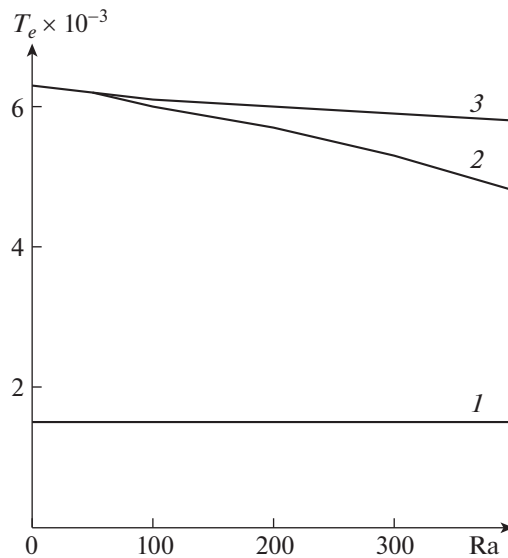


Рис. 4. Зависимость пороговых значений T_e от теплового числа Рэлея Ra для $M = 14.14$. Кривая 1 отображает пороги возникновения режима 2 с большой интенсивностью вихрей, 2 — пороги возникновения режима 1 с малой интенсивностью вихрей, 3 — пороги перехода от режима 1 к режиму 2.

$|\rho_{e2}|, |\rho_{e3}|$). Для каждого режима эти моды были нормированы на соответствующую режиму величину первой моды.

В слабоинтенсивном режиме для функции тока отношение модулей второй моды к первой получилось равным $|\psi_2|/|\psi_1| = 0.12$, третьей моды к первой: $|\psi_3|/|\psi_1| = 0.009$. В режиме большой интенсивности соответственно: $|\psi_2|/|\psi_1| = 0.095$, $|\psi_3|/|\psi_1| = 0.035$. Относительные значения вторых мод у режимов мало отличаются, но нормированная третья мода в режиме 2 почти в 4 раза больше, чем в режиме 1.

В слабоинтенсивном режиме для температуры отношение модулей второй моды к первой получилось равным $|T_2|/|T_1| = 0.017$, третьей моды к первой: $|T_3|/|T_1| = 0.095$. В режиме большой интенсивности соответственно: $|T_2|/|T_1| = 0.29$, $|T_3|/|T_1| = 1.13$. Относительное значение второй моды для температуры у режима большой интенсивности по сравнению с режимом слабой интенсивности больше в 17 раз, третьей моды — почти в 12 раз.

В режиме 1 для плотности заряда отношение модулей плотности заряда второй моды к первой получилось равным $|\rho_{e2}|/|\rho_{e1}| = 0.23$, третьей моды к первой: $|\rho_{e3}|/|\rho_{e1}| = 0.022$. В режиме 2 соответственно: $|\rho_{e2}|/|\rho_{e1}| = 0.516$, $|\rho_{e3}|/|\rho_{e1}| = 0.177$. Относительное значение второй моды заряда увеличилось более чем в 2 раза, третьей моды — почти в 8 раз. Пространственное распределение заряда в режиме 2 имеет более сложную структуру.

Пороги переходов между режимами электроконвекции для разных чисел Ra представлены на рис. 4. Как видно из него, с уменьшением числа Рэлея интервал существования режима 1 сужается, и режим исчезает.

При $Ra = 51$ режим 1 с малой интенсивностью еще существует. Вычисления показали, что при таком нагреве при $T_e = 6.1 \times 10^3$ мягко возникающий режим с малой интенсивностью вихрей наблюдается. При $T_e = 6.2 \times 10^3$ происходит скачкообразный переход к режиму 2 с большой интенсивностью вихрей. При движении в пространстве параметров справа налево режим 2 существует до $T_e = 1.5 \times 10^3$. При меньшей напряженности поля $T_e < 1.5 \times 10^3$ в системе независимо от начальных условий затухают все возмущения, и устанавливается равновесие.

При $Ra = 50$ режим 1 с малой интенсивностью не наблюдается. При $T_e = 6.1 \times 10^3$ после длительного переходного процесса устанавливается равновесие. При $T_e = 6.2 \times 10^3$ происходит скачкообразный переход к режиму 2 с большой интенсивностью. При меньшем числе Ra присутствует только режим 2 с большой интенсивностью. Точка перехода к режиму 2 продолжает расти, в невесомости ($Ra = 0$) этот переход происходит при $T_e = 6.3 \times 10^3$.

Проведем оценки, соответствующие реальной ситуации. Определим число Рэлея. Для трансформаторного масла $\chi = 7.56 \times 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$, $\beta = 6.9 \times 10^{-4} \text{ 1/}^\circ\text{C}$, толщину конденсатора возьмем $h = 1 \text{ см}$, тогда число Рэлея будет равно $Ra = 4 \times 10^3 \Theta$. Для $Ra = 400$ нагрев между пластинами конденсатора получится небольшим: $\Theta = 0.1^\circ\text{C}$. Для меньших чисел Рэлея нагрев будет еще меньше.

Определим напряжение в конденсаторе. В нашей задаче для рассматриваемых режимов $F = T_e \times 10^{-3}$ меняется примерно до 6.3. Если $U = F \times 10 \text{ кВ}$, то напряжение в реальной ситуации будет в пределах 63 кВ.

3. РЕЖИМЫ ЭЛЕКТРОКОНВЕКЦИИ ПРИ РАЗНЫХ СТЕПЕНЯХ ИНЖЕКЦИИ

При фиксированном нагреве ($Ra = 400$) производились расчеты по вычислению зависимости максимальной функции тока от параметра T_e при различных степенях инъекции заряда с катода — параметра A . Приведем данные вычислений для $A = 0.15$. Зависимость максимальной функции тока от электрического параметра T_e в этом случае аналогична зависимости, представленной на рис. 2.

Было обнаружено, что электроконвекция возникает мягким образом при $T_e = 11.6 \times 10^3$, наблюдается режим с малой интенсивностью вихрей (режим 1). При $T_e = 14.1 \times 10^3$ происходит скачкообразный переход к режиму с большой интенсивностью вихрей (режим 2). Интенсивность этого режима растет с ростом T_e . В интервале $2.6 \times 10^3 \leq T_e \leq 11.2 \times 10^3$ в зависимости от начальных условий реализуется либо равновесное распределение, либо стационарный режим 2, при $11.3 \times 10^3 \leq T_e \leq 14.0 \times 10^3$ может реализоваться как режим 1, так и режим 2. При $T_e \geq 14.1 \times 10^3$ сколь угодно малые возмущения приводят систему после переходных процессов к стационарному режиму 2 с большой интенсивностью вихрей.

Опишем различия найденных режимов: режима 1 при $T_e = 14 \times 10^3$ и режима 2 при $T_e = 14.1 \times 10^3$. Поток тепла в режиме 2 превосходит по интенсивности поток тепла в режиме 1 почти в 5 раз: в слабоинтенсивном режиме число Нуссельта $Nu = 2.4$, в режиме большой интенсивности $Nu = 11.6$. Максимальное значение функции тока в режиме 1 $\psi_{\max} = 0.9$, в режиме 2 $\psi_{\max} = 53$.

Заряды в обоих режимах мало различаются: в режиме 1 средний заряд $\bar{\rho}_e = -0.13$, в режиме 2 $\bar{\rho}_e = -0.15$; полные заряды в слое соответственно равны: $Q_1 = -115$ и $Q_2 = -99$. Но в режиме 2 заряд имеет более сложное поведение — разброс между максимальным и минимальным значениями заряда в нем больше ($\rho_{e\max} = -0.002$, $\rho_{e\min} = -0.15$), чем в слабоинтенсивном режиме ($\rho_{e\max} = -0.12$, $\rho_{e\min} = -0.14$).

В слабоинтенсивном режиме для функции тока отношение модулей функции тока второй моды разложения в ряд Фурье к первой моде получилось равным $|\psi_2|/|\psi_1| = 0.2$, третьей моды к первой: $|\psi_3|/|\psi_1| = 0.01$. В режиме большой интенсивности соответственно: $|\psi_2|/|\psi_1| = 0.1$, $|\psi_3|/|\psi_1| = 0.04$. Относительное значение второй моды функции тока уменьшилось, а третьей моды — увеличилось.

В слабоинтенсивном режиме для температуры отношение модулей температуры второй и третьей мод к первой получилось равным соответственно $|T_2|/|T_1| = 0.09$, $|T_3|/|T_1| = 0.17$. В режиме большой интенсивности соответственно: $|T_2|/|T_1| = 0.35$, $|T_3|/|T_1| = 1.03$. Относительные значения второй и третьих мод температуры увеличились.

В режиме 1 для плотности заряда отношение модулей плотности заряда второй моды к первой получилось равным $|\rho_{e2}|/|\rho_{e1}| = 0.36$, третьей моды к первой: $|\rho_{e3}|/|\rho_{e1}| = 0.03$. В режиме 2 соответственно: $|\rho_{e2}|/|\rho_{e1}| = 0.43$, $|\rho_{e3}|/|\rho_{e1}| = 0.36$. Относительные значения мод заряда увеличились.

В целом можно сделать вывод, что пространственные распределения функции тока, температуры и заряда в более интенсивном режиме имеют более сложную структуру, чем в слабоинтенсивном режиме.

Вычисления для разных значений параметра A были систематизированы и по ним построен график изменения значений порогов возникновения режимов и переходов между режимами в зависимости от параметра инъекции (рис. 5). Параметр инъекции A существенно изменяет плотность распределения заряда в слое. Как видно из рис. 5, с увеличением инъекции заряда ин-

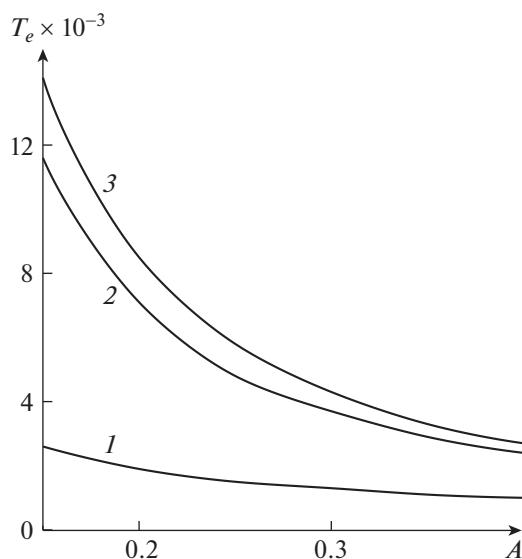


Рис. 5. Зависимость пороговых значений T_e от параметра инъекции A : 1–3 — то же, что на рис. 4.

тервал существования режима 1 с малой интенсивностью вихрей (расстояние между кривыми 2 и 3) уменьшается и пороги режимов понижаются.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено исследование нелинейных режимов электроконвекции неизотермической слабопроводящей жидкости, находящейся в горизонтальном конденсаторе в гравитационном и постоянном электрическом поле при униполярной инъекции заряда. Рассмотрен нагрев снизу и различные значения инъекции. Использована модель, в которой плотность инжектируемых с катода зарядов пропорциональна напряженности электрического поля в конденсаторе. Изучены нелинейные режимы электроконвекции. Обнаружены и исследованы два нелинейных стационарных режима со значительно отличающейся интенсивностью течения и гистерезисные переходы между ними. Изучено их различие по теплотоклу, заряду и пространственным фурье-спектрам. Найдены пороги возникновения режимов электроконвекции в зависимости от степени нагрева и степени инъекции заряда. Пространственные распределения полей в более интенсивном режиме имеют более сложную структуру, чем в слабоинтенсивном режиме.

Выявлено, что при уменьшении нагрева жидкости режим с малой интенсивностью течения исчезает, остается только режим с большой интенсивностью течения. С увеличением степени инъекции заряда пороги режимов уменьшаются, поскольку заряда в жидкости становится больше, электрическое поле эффективнее действует на движение жидкости, и оно возникает при меньших напряжениях.

Слабоинтенсивный режим возникает мягко. Более интенсивный режим, возникающий жестко, не определяется при линейном анализе, но был обнаружен при нелинейном анализе. В зависимости от параметров задачи возможно разное ветвление режимов, например, в работе [11] электроконвекция возникает мягко, в [12] описано жесткое возбуждение электроконвекции. Переход от мягкого ветвления к жесткому определяется коэффициентами в уравнении Ландау [18]. В дальнейшем планируется продолжить работу и произвести исследование по определению коэффициентов Ландау, из которого будут определены условия жесткого или мягкого ветвлений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Остроумов Г.А.* Взаимодействие электрических и гидродинамических полей: Физические основы электрогидродинамики. М.: Наука, 1979. 319 с.
2. *Саранин В.А.* Устойчивость равновесия, зарядка, конвекция и взаимодействие жидких масс в электрических полях. М.—Ижевск: НИЦ РХД, 2009. 332 с.
3. *Жакин А.И.* Электрогидродинамика // УФН. 2012. Т. 182. № 5. С. 495–520.

4. *Стишков Ю.К.* Электрофизические процессы в жидкостях при воздействии сильных электрических полей. М.: Юстицинформ, 2019. 262 с.
5. *Панкратьева И.Л., Полянский В.А.* Основные механизмы электризации слабопроводящих многокомпонентных сред // Изв. РАН. МЖГ. 2017. № 5. С. 15–22.
6. *Ильин В.А.* Модель электротермической конвекции идеального диэлектрика в горизонтальном конденсаторе // Изв. РАН. МЖГ. 2016. № 5. С. 10–16.
7. *Веларде М.Г., Смородин Б.Л.* Конвективная неустойчивость плоского горизонтального слоя слабопроводящей жидкости в переменных и модулированных электрических полях // Изв. РАН. МЖГ. 2000. № 3. С. 31–38.
8. *Ильин В.А., Пономарева Л.А.* Модель электроконвекции слабопроводящей жидкости в высокочастотном электрическом поле // Прикладная механика и техническая физика. 2018. Т. 59. № 2. С. 12–22.
9. *Ермолаев И.А., Жбанов А.И.* Численное исследование униполярной инжекции при электроконвективном движении в плоском слое трансформаторного масла // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 6. С. 1–7. 6.
10. *Смородин Б.Л., Тараут А.В.* Параметрическая конвекция слабопроводящей жидкости в переменном электрическом поле // Изв. РАН. МЖГ. 2010. № 1. С. 3–11.
11. *Смородин Б.Л., Тараут А.В.* Электроконвекция при наличии автономной униполярной инжекции и остаточной проводимости // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2012. Т. 142. Вып. 2 (8). С. 403–412.
12. *Смородин Б.Л., Тараут А.В.* Динамика волновых электроконвективных течений в модулированном электрическом поле // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2014. Т. 145. Вып. 1. С. 180–188.
13. *Верещага А.Н.* Унарная электроконвекция в плоском слое // Гидродинамика и процессы тепломассопереноса. 1989. С. 42–47.
14. *Мордвинов А.Н., Смородин Б.Л.* Электроконвекция при инжекции с катода и нагреве сверху // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2012. Т. 141. Вып. 5. С. 997–1005.
15. *Ильин В.А., Мордвинов А.Н., Петров Д.А.* Электроконвекция слабопроводящей жидкости при униполярной инжекции заряда в постоянном электрическом поле // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2015. Т. 147. Вып. 1. С. 181–188.
16. *Ильин В.А.* Электроконвекция слабопроводящей жидкости в горизонтальном конденсаторе при униполярной инжекции заряда // Журнал технической физики. 2017. Т. 87. Вып. 1. С. 5–9.
17. *Ильин В.А., Александрова В.Н.* Электроконвекция слабопроводящей жидкости при униполярной инжекции заряда в постоянном электрическом поле при нагреве сверху // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2020. Т. 157. Вып. 2. С. 349–356.
18. *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.