УЛК 532.527+532.517.4

# МАССООБМЕН МЕЖДУ АТМОСФЕРОЙ ТУРБУЛЕНТНОГО ВИХРЕВОГО КОЛЬЦА И ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ

© 2021 г. В. В. Никулин<sup>а,\*</sup>

<sup>a</sup> Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия
\*E-mail: nikulin@hydro.nsc.ru
Поступила в редакцию 22.03.2021 г.
После доработки 25.03.2021 г.
Принята к публикации 25.03.2021 г.

Методом теневой визуализации исследован массообмен между атмосферой турбулентного вихревого кольца и окружающей жидкостью на начальной стадии движения. Для этого создаются вихревые кольца, жидкость в которых имеет другую плотность, чем в окружающей среде. Эксперименты выполнены при различных значениях разностей плотностей, скоростях и размерах вихря. Определяются характерные временной и пространственный масштабы массообмена. Делается вывод, что основным механизмом массообмена является турбулентная диффузия. Используя характерное время обмена, дается оценка коэффициента турбулентной диффузии в атмосфере вихревого кольца.

Ключевые слова: вихревое кольцо, массообмен, турбулентная диффузия

**DOI:** 10.31857/S0568528121040101

## **ВВЕДЕНИЕ**

Вихревое кольцо представляет собой тороидальный объем завихренной жидкости или газа (ядро вихря), вместе с которым движется некоторый окружающий ядро объем среды, называемый атмосферой вихря [1] или пузырем [2]. Форма атмосферы близка к эллипсоиду вращения, сплюснутому в направлении движения. В данной работе рассматриваются вихревые кольца в жидкости. По мере движения между атмосферой вихря и окружающей средой происходит непрерывный массообмен. Окружающая среда проникает внутрь атмосферы, смешивается с имеющейся там жидкостью и практически столько же жидкости уходит из атмосферы наружу. При этом незначительная часть проникшей жидкости остается внутри, что приводит к медленному увеличению объема атмосферы [2]. Количество остающейся жидкости (вовлечение) можно найти экспериментально путем определения изменения объема атмосферы. В то же время, помимо вовлечения, важным является установить, сколько жидкости попадает и уходит из атмосферы, т.е. параметры массообмена.

Исследование массообмена между атмосферой вихревого кольца и окружающей средой имеет научное и прикладное значение. Научное значение обусловлено фундаментальностью проблемы массообмена в гидродинамике и тем, что вихревое кольцо является, по сути дела, единственным примером изолированного концентрированного вихря, поэтому закономерности, установленные при его исследовании, связаны с вихревым характером течения и могут быть перенесены на другие концентрированные вихри. Практическое значение связано с тем, что вихревые кольца нередко возникают в различных техногенных и природных процессах (например, при взрывах, извержении вулканов). Перенос мелкодисперсного порошка вихревыми кольцами нашел применение в вихрепорошковом методе тушения пожаров на аварийно фонтанирующих газовых и нефтяных скважинах [1]. В указанных случаях необходимо уметь оценивать характеристики массообмена, поскольку в его результате происходит унос примесей, тепла и завихренности из вихря.

Механизм массообмена до настоящего времени не установлен. Обмен может осуществляться конвективным путем, т.е. потоками жидкости, втекающими и вытекающими из атмосферы, либо за счет турбулентной диффузии. Конвективный массообмен может происходить в случае, если осредненная форма атмосферы вихревого кольца не окружена замкнутой линией тока, обтекаемой внешним потоком, т.е. имеются входящие внутрь атмосферы и выходящие из нее линии

тока. В работе [2] предполагается, что окружающая жидкость втекает через переднюю границу атмосферы, смешивается с внутренней и вытекает через заднюю границу в след. Однако такая структура обмена является предположением, поскольку достоверных экспериментальных полтверждений не имеет. Параметры конвективного массообмена можно установить путем измерения поля скорости на границе атмосферы в системе отсчета, связанной с вихрем. Однако для отдельного вихря это сделать невозможно, поскольку его нельзя остановить в пространстве и, следовательно, течение нестационарно. Поэтому поле скорости определяется осреднением по ансамблю вихрей, генерируемых в одинаковых условиях [3, 4]. В [3] установлено, что атмосфера замкнута и конвективного обмена нет. В [4] отмечается, что из-за разброса траекторий и параметров отдельных вихрей доверять осредненным данным полностью нельзя. Однако осреднение в работе выполнено и получено, что осредненная форма атмосферы не замкнута, происходит уход из нее жидкости через заднюю по ходу движения часть границы. Данный результат не соответствует наблюдениям, поскольку означает, что вовлечения нет, а есть потери, т.е. объем атмосферы должен уменьшаться. Таким образом, можно сделать вывод, что конвективного массообмена либо нет, либо он настолько незначительный, что его не удается зарегистрировать. На основании этого в настоящей работе конвективным массообменом пренебрегается, а полагается, что основной массообмен происходит за счет турбулентной диффузии через границу атмосферы, отделяющей ее от внешнего потока.

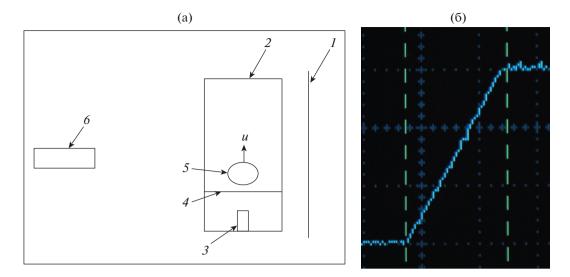
В [5] определялись потери пассивной примеси по мере движения вихревого кольца. Было установлено, что примесь теряется быстро, примерно ее половина после прохождения около 4 диаметров кольца. Отсюда следует, что массообмен примерно в три раза больше, чем вовлечение. Однако какой-либо характерный временной или пространственный масштаб для потерь установлены не были.

В работах [6—8] предложен новый метод наблюдения массообмена между вихревым кольцом и окружающей средой. Создаются вихри, плотность жидкости в которых отличается от плотности жидкости в окружающей среде; плотность больше [6, 7] или меньше [8]. В [6, 7] рассмотрены вихри одного размера, в [6] при одной разности плотностей, в [7] — при трех. При этом безразмерные масштабы не вводились. В [8] было введено безразмерное характерное время массообмена. Рассматривались вихри одного размера и при одной разности плотностей, каких-либо закономерностей для вихрей различных размеров не устанавливалось. Создание вихрей, плотность жидкости в которых отлична от окружающей, позволило выполнить теневую визуализацию процесса. Оказалось, что теневое изображение вихря ведет себя неожиданным образом; сначала темнеет, достигает максимума потемнения, затем светлеет. Было предположено, что данное явление связано с турбулентным обменом между вихрем и окружающей жидкостью.

В настоящей работе исследован массообмен между атмосферой турбулентного вихревого кольца и окружающей жидкостью на начальной стадии движения по методике [6–8]. Эксперименты выполнены при различных значениях разностей плотностей, скоростях и размерах вихря. В отличие от [6–8], в качестве характерного размера вихря принимается половина максимального поперечного размера его атмосферы, а не радиус ядра. Подобное изменение связано с тем, что граница атмосферы в месте измерения не размыта, ее размеры определяются более точно, чем диаметр ядра. Результаты обработаны в безразмерном виде, что позволило выявить закономерности массообмена для вихрей, обладающих различными размерами и скоростями. На основе предположения о турбулентном характере массообмена и, используя данные о характерном времени обмена, сделана оценка коэффициента турбулентной диффузии в атмосфере вихревого кольца для вихрей, обладающих различными размерами и скоростями.

# 1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Экспериментальная установка аналогична [6—8]. На рис. 1а показана ее схема при движении вихрей снизу вверх. При движении сверху вниз установка отличается лишь тем, что генератор вихрей стоит сверху сосуда и его выходное сопло направлено вниз. Установка состоит из однородно освещенного матового экрана — I, вертикального сосуда с поперечным сечением  $150 \times 150$  мм и высотой 300 мм — 2. Сосуд наполнен двухслойной жидкостью: верхний слой — вода плотностью  $\rho_1 = 1 \text{ г/см}^3$ , нижний — раствор сахара, плотность которого  $\rho_2$  изменяется от 1.02 до  $1.08 \text{ г/см}^3$ . Вихри формируются в одном из слоев выталкиванием поршнем импульсной струи из цилиндрической камеры диаметром 21 мм через сопло диаметром 12.5 или 14 мм — 3. Поршень приводится в движение ударом тяжелого маятника на длинном подвесе по копиру, который трансформирует свое горизонтальное движение в вертикальное движение поршня. Длина выталкиваемой струи

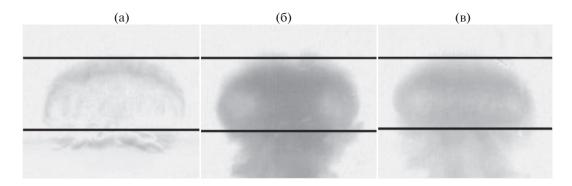


**Рис. 1.** (а). Схема экспериментальной установки при движении вихрей снизу вверх: (1) — матовый экран, (2) — сосуд наполненный двухслойной жидкостью, (3) — сопло, (4) — граница раздела, (5) — вихревое кольцо, (6) — скоростная видеокамера. (6). Осциллограмма напряжения на реостатном датчике, показывающая закон движения поршня. По горизонтали — время, по вертикали — напряжение на осциллографе, пропорциональное перемещению. Ход поршня — 10 мм, длительность движения — 3.7 мс.

варьируется ходом поршня. При движении вихрей снизу вверх для сопла 12.5 мм ход поршня составляет 8 и 12 мм, для сопла 14 мм -20 мм. При движении вихрей сверху вниз диаметр сопла -12.5 мм, ход поршня -10 мм. Таким образом, длина струи не превышает 3.5 диаметров сопла, что достаточно для предотвращения образования вторичных вихрей вслед за основным [9]. Расстояние от края сопла до границы раздела -4 составляет 40-50 мм, что достаточно для формирования вихревого кольца в первом слое [10]. Движение поршня контролируется реостатным датчиком, при этом напряжение, подаваемое на осциллограф, растет пропорционально перемещению поршня. На рис. 16 показана типичная осциллограмма напряжения, из которой следует, что, за исключением коротких участков разгона и торможения, скорость движения поршня постоянна.

После формирования вихрь пересекает границу раздела и выходит во второй слой, оставаясь заполненным жидкостью другой плотности, чем окружающая -5. Его движение во втором слое регистрируется скоростной видеокамерой -6. Производится теневая съемка на просвет перпендикулярно направлению движения с частотой от 125 до 1000 кадров в секунду. В экспериментах измеряются скорость вихря u и ширина максимального поперечного размера его атмосферы 2l в момент, когда вихрь находится на расстоянии 15-20 мм от границы раздела, а также расстояние от вихря до границы раздела. Отметим, что размеры вихрей, формируемых в одинаковых условиях, не были строго постоянны. В экспериментах при движении снизу вверх величина 2/ имеет три средних значения, соответствующих указанным выше диаметрам сопла и ходам поршня, с дисперсией:  $2l = (19 \pm 0.5)$ ;  $(23 \pm 0.7)$  и  $(29.2 \pm 0.7)$  мм. При движении сверху вниз  $2l = (21.7 \pm 0.7)$  мм. Величина, принимаемая в качестве расстояния от границы раздела до вихря, будет указана ниже. По значениям u. l и кинематической вязкости воды, принятой равной  $10^{-2} \,\mathrm{cm}^2/\mathrm{c}$ , рассчитывается число Рейнольдса. Время движения вихрей меньше 0.5 с, а их размеры больше 10 мм. Коэффициент диффузии раствора сахара в воде равен  $3 \times 10^{-6}$  см<sup>2</sup>/с. Тогда характерный путь молекулярной диффузии меньше  $1.2 \times 10^{-2}$  мм, что много меньше размеров вихря. Следовательно, молекулярной диффузией сахара можно пренебречь.

Как показано в [6—8], независимо от того, плотность жидкости в вихре больше или меньше, чем вне его, теневое изображение ведет себя одинаковым образом. После выхода из первого слоя во второй атмосфера вихря прозрачна, затем изображение темнеет, достигает максимума потемнения, затем светлеет. Данный эффект проиллюстрирован на рис. 1 работы [7], где приведены теневые изображения вихревого кольца, содержащего жидкость более плотную, чем окружающая, на различных расстояниях от границы раздела при движении снизу вверх. Подобное поведение теневого изображения, очевидно, связано с массообменом. Сразу после выхода из первого слоя жидкость внутри атмосферы однородна и поэтому прозрачна. Градиенты плотности, а следовательно, и показателя преломления есть на границе атмосферы, поэтому визуализируется, в

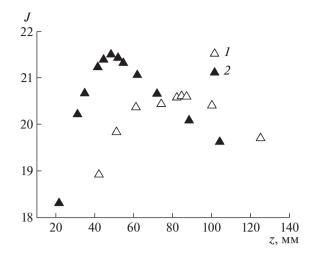


**Рис. 2.** Теневые фотографии вихревого кольца после вычитания фонового изображения на различных расстояниях от границы раздела: a - 5, 6 - 30, B - 83 мм. Горизонтальные линии выделяют атмосферу вихря. Плотность нижнего слоя  $\rho_2 = 1.08$  г/см<sup>3</sup>, скорость вихря u = 290 см/с, 2l = 22.6 мм.

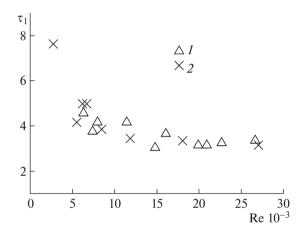
основном, граница атмосферы. Затем внутрь проникает внешняя жидкость, возникают градиенты плотности и показателя преломления, в результате чего происходит теневая визуализация. По мере замешения первоначальной жилкости в атмосфере внешней сначала количество неолнородностей растет и изображение темнеет. После того, как первоначальной жидкости внутри атмосферы останется недостаточно для увеличения количества неоднородностей, ее изображение начнет светлеть. Таким образом, поскольку изменение теневого изображения связано с массообменом, то данный метод визуализации позволяет выделить характерные пространственный и временной масштабы массообмена. В качестве пространственного масштаба принимается расстояние от границы раздела до вихря в момент максимального потемнения теневого изображения, а временного — время движения от границы раздела до этого положения вихря. Такой выбор делается потому, что, во-первых, очевидно, что в момент максимального потемнения заметная доля первоначальной жидкости заменяется окружающей, по порядку величины примерно половина. Во-вторых, максимальное потемнение есть всегда и его можно четко определить. Таким образом, целью экспериментов является определение расстояния от границы раздела до положения вихря, когда его теневое изображение достигает максимума потемнения. Чтобы реализовать поставленную цель, необходимо дать количественную характеристику величины потемнения теневого изображения атмосферы и определить, что понимается под расстоянием от границы раздела до вихря.

Для получения количественной характеристики потемнения используется следующая методика. Из каждой теневой фотографии вычитается начальная фотография, где вихря еще нет. Таким путем убирается общий фон. В результате остаются изображения атмосферы и следа, рис. 2. После выхода вихря из первого слоя граница его атмосферы хорошо видна, рис. 2а. Используя это изображение, находится вертикальный размер атмосферы и создается горизонтальная область такого размера (между параллельными линиями на рис. 2a). Отметим, что проблема выделения атмосферы вихря возникала и в работе [10] при вычислении завихренности в ней. Для этого в месте нахождения вихря выделялась прямоугольная область размером 1.4 × 2.4 диаметров сопла генератора вокруг атмосферы без удаления фона, [10]. Предлагаемый в настоящей работе метод атмосферы вихря выделяет более точно. Найденный размер накладывается на теневые фотографии, полученные после удаления фона, при этом он позиционируется одинаковым образом относительно передней, по ходу движения, границы атмосферы, фиг. 2б,в. Затем находится среднее потемнение на один пиксель внутри выделенной области. Эта величина принимается в качестве меры потемнения вихря и обозначается через Ј. В качестве расстояния от границы раздела до вихревого кольца принимается расстояние от границы раздела до горизонтальной линии, отстоящей от передней границы выделенной области на 2/3 ее ширины. Такой выбор связан с тем, что примерно на таком расстоянии от передней границы атмосферы находится ядро вихревого кольца.

На рис. З показана зависимость среднего потемнения J от расстояния до границы раздела z для двух вихрей близкого размера, имеющих разную скорость. Видно, что потемнение имеет выраженный максимум. Подобный максимум наблюдается во всех исследованных случаях. Расстояние от границы раздела до положения вихря с максимумом потемнения обозначается через  $z^*$ . Как отмечено выше, данное расстояние принимается в качестве характерного для процесса массообмена. Тогда характерным временем массообмена будет  $t^* = z^*/u$ . Поскольку в данной работе



**Рис. 3.** Потемнение вихревого кольца J в зависимости от расстояния до границы раздела. Плотность нижнего слоя  $\rho_2 = 1.06 \text{ г/см}^3$ , u = 85 см/c, 2l = 28.6 мм (Re = 12140) — l; u = 340 см/c, 2l = 29.6 мм (Re = 50460) — 2.



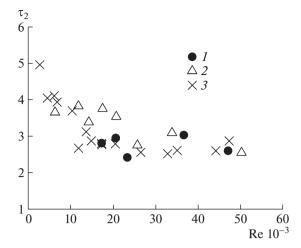
**Рис. 4.** Безразмерный характерный масштаб массообмена  $\tau_1$  в зависимости от числа Рейнольдса для вихревых колец, движущихся снизу вверх с  $2l=(19\pm0.5)$  мм, при различных плотностях нижнего слоя:  $\rho_2=1.04$  (1);  $1.08 \text{ г/см}^3$  (2).

рассматриваются вихревые кольца разных размеров, то вводится характерное безразмерное расстояние и время:  $\tau = z^*/l = t^* \cdot u/l$ . На рис. 4—7 представлены зависимости  $\tau$  от числа Рейнольдса для вихрей различных размеров и при разных значениях плотности нижнего слоя.

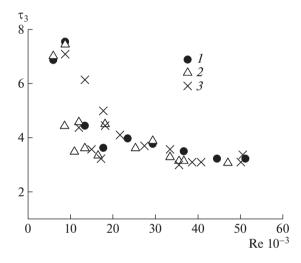
Из рис. 4—7 следует, что с увеличением числа Рейнольдса величина  $\tau$  убывает, а при Re > 20000 группируется вокруг некоторого среднего значения  $\tau^*$ . Средние значения  $\tau^*$  с дисперсией равны:  $\tau_1^* = 3.26 \pm 0.2$ ;  $\tau_2^* = 2.9 \pm 0.33$ ;  $\tau_3^* = 3.56 \pm 0.51$ ;  $\tau_4^* = 4 \pm 0.3$ .

#### 2. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ И ОСНОВНЫЕ ВЫВОЛЫ

При анализе видеокадров заметных потоков жидкости, втекающих через переднюю границу атмосферы вихревого кольца внутрь нее и вытекающих через заднюю границу, не обнаружено. Установлено, что граница возмущается, и с нее срываются турбулентные объемы, которые внешним обтекающим (относительно вихря) потоком сносятся в след. Отметим, что подобная картина наблюдалась и в [2]. В то же время известно, что в атмосфере вихря наблюдается высокий уровень турбулентности [4, 10]. Таким образом, есть основания предположить, что основной массообмен между атмосферой вихревого кольца и окружающей жидкостью идет за счет турбулентной диффузии.

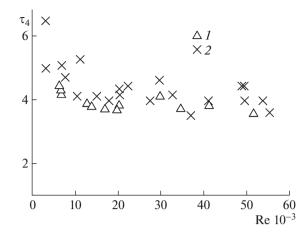


**Рис. 5.** Безразмерный характерный масштаб массообмена  $\tau_2$  в зависимости от числа Рейнольдса для вихревых колец, движущихся снизу вверх с  $2l = (23 \pm 0.7)$  мм, при различных плотностях нижнего слоя:  $\rho_2 = 1.02$  (1); 1.04 (2); 1.08 г/см<sup>3</sup> (3).



**Рис. 6.** Безразмерный характерный масштаб массообмена  $\tau_3$  в зависимости от числа Рейнольдса для вихревых колец, движущихся снизу вверх с  $2l=(29.2\pm0.7)$  мм, при различных плотностях нижнего слоя:  $\rho_2=1.02-1$ ; 1.04-2; 1.06 г/см<sup>3</sup> -3.

Тогда наблюдаемый эффект может быть объяснен следующим образом. В результате турбулентной диффузии, согласно подходу Прандтля, жидкие объемы наружной жидкости проникают внутрь атмосферы, а внутренние уходят наружу. Внутри атмосферы, за счет вращения вокруг ядра, поступившие извне жидкие объемы распределяются по всей атмосфере. Поскольку плотности жидкостей внутри и снаружи, а значит и показатели преломления различны, то на этих жидких объемах возникают резкие градиенты показателя преломления, приводящие к теневой визуализации. Вначале при увеличении их количества происходит потемнение. Затем, когда наружная жидкость заменит более половины внутренней, начнется просветление теневого изображения. По этой причине качественные эффекты не зависят от знака разности плотностей. Однако количественные эффекты отличаются. Это связано с тем, что время массообмена зависит от величины коэффициента турбулентной диффузии в атмосфере вихревого кольца. Поскольку  $t^* = \tau^* l/u$ , а при Re > 20000 величина  $\tau^* \approx \text{const}$ , то характерное время массообмена  $t^*$  при больших числах Рейнольдса будет пропорционально размерам и обратно пропорционально скорости вихря. Из найденных количественных значений величин  $\tau^*$  следует, что время обмена в случае, когда плотность жидкости в вихре меньше, чем снаружи, превышает время обмена при противо-



**Рис. 7.** Безразмерный характерный масштаб массообмена  $\tau_4$  в зависимости от числа Рейнольдса для вихревых колец, движущихся сверху вниз с  $2l=(21.7\pm0.7)$  мм, при различных плотностях нижнего слоя:  $\rho_2=1.04-1$ ;  $1.08 \, \text{г/см}^3-2$ .

положной разности плотностей. Это означает, что коэффициент турбулентной диффузии при меньшей плотности будет меньше.

Если массообмен между атмосферой вихревого кольца и окружающей жидкостью идет за счет турбулентной диффузии, то, используя характерное время массообмена, можно оценить величину коэффициента турбулентной диффузии в атмосфере вихревого кольца. Для этого сравним характерное время диффузии  $t_d$  из эллипсоида вращения с размерами, равными атмосфере вихря с экспериментально полученным характерным временем. Теоретическая оценка, которую можно рассматривать как нулевое приближение, делается при следующих предположениях. Осредненная граница атмосферы вихревого кольца, отделяющая ее от внешнего течения, замкнута, нет входящих и выходящих линий тока. Коэффициент турбулентной диффузии постоянен во всей атмосфере вихревого кольца. То, что внутренняя жидкость, согласно экспериментам, собирается в следе, не означает, что турбулентная диффузия идет в основном в след. Диффузия идет по всей поверхности, но вынесенная жидкость собирается в следе обтекающим атмосферу внешним потоком. Поскольку внутренняя жидкость, вышедшая за границу атмосферы, уносится в след, то полагается, что атмосферу все время окружает внешняя жидкость. Это означает, что концентрацию внутренней жидкости на границе атмосферы можно принять равной нулю. В результате для оценки массообмена решается уравнение диффузии, в котором не учитываются конвективные члены с нулевыми условиями на границе. Таким образом, задача эквивалентна задаче об остывании твердого тела с нулевыми граничными условиями. Например, для шара задача остывания имеет аналитическое решение [11]. Характерное время остывания равно  $(R^2/\kappa\pi^2)$ , к – коэффициент температуропроводности, R – радиус шара. В экспериментах атмосфера вихря представляет собой эллипсоид вращения с отношением полуосей 1: 0.6. Для него задача решается численно. Из численного решения можно найти, что концентрация внутри эллипсоида падает в три раза за время  $t_d \approx 0.12 l^2/\mathrm{D}$ , D — коэффициент турбулентной диффузии в эллипсоиде с большой полуосью *l*. Приравнивая  $t_d$  к  $t^*$ , получим:  $D = 0.12 lu/\tau^*$ . Таким образом, при больших числах Рейнольдса коэффициент турбулентной диффузии в атмосфере вихревого кольца примерно пропорционален ее размерам и скорости вихря. Найдем количественные оценки коэффициента турбулентной диффузии при больших числах Рейнольдса для вихрей, имеющих различные размеры, знак разности плотностей и одинаковую скорость u = 100 см/с. Например, для вихрей с начальной плотностью больше окружающей получим: при l=0.95 см,  $\tau_1^*=3.26$ , D  $\approx$  $4.23~\mathrm{cm^2/c}$ ; при  $l=1.15~\mathrm{cm}$ ,  $au_2^*=2.9$ ,  $\mathrm{D}\approx4.76~\mathrm{cm^2/c}$ ; при  $l=1.46~\mathrm{cm}$ ,  $au_3^*=3.56$ ,  $\mathrm{D}\approx4.9~\mathrm{cm^2/c}$ . Для вихрей с начальной плотностью меньше окружающей найдем: l = 1.085 см,  $\tau_4^* = 4$ ,  $D \approx 3.26$  см<sup>2</sup>/с. Отсюда видно, что коэффициент турбулентной диффузии при больших числах Рейнольдса, в основном, определяется размерами и скоростью вихря. Однако на него влияют условия формирования и знак разности плотностей. В условия формирования входят: отношение длины струи и диаметра камеры к диаметру сопла, возможно, форма выходного сопла и закон движения поршня. Два последних параметра в данной работе не изменялись. Влияние условий формирования на коэффициент турбулентной диффузии может быть обусловлено их воздействием на уровень турбулентности в атмосфере вихревого кольца. Влияние скорости и размеров вихря, по-видимому, связано с энергией и масштабом турбулентных пульсаций.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 18-08-00824.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Ахметов Д.Г. Вихревые кольца. Новосибирск: ГЕО. 2007. 152 с.
- 2. Maxworthy T. Turbulent vortex rings // J. Fluid Mech. 1974. V. 64. № 2. P. 227–239.
- 3. *Ахметов Д.Г.*, *Кисаров О.П.* Гидродинамическая структура кольцевого вихря // ПМТФ. 1966. № 4. С. 120—123.
- 4. Gledzer A., Coles D. An experimental study of a turbulent vortex ring // J. Fluid Mech. 1990. V. 211. P. 243–283.
- 5. *Тарасов В.Ф., Якушев В.И.* Экспериментальные исследования переноса примеси турбулентным вихревым кольцом// ПМТФ. 1974. № 1. С. 130—136.
- 6. Nikulin V.V., Panenko R.A. Experimental observation of turbulent exchange between vortex ring and surrounding medium of different density // J. Phys.: Conf. Ser. 2018. 1128. 012022. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1128/1/012022
- 7. *Никулин В.В.* Теневая визуализация турбулентного обмена между вихревым кольцом и окружающей средой при различных плотностях жидкостей в вихре и вне его // Письма в ЖТФ. 2019. Т. 45. Вып. 7. С. 8-10.
  - https://doi.org/10.21883/PJTF.2019.07.47527.17350
- 8. *Nikulin V.V., Panenko R.A.* Experimental observation of turbulent exchange between heterogeneous vortex ring and surrounding medium by shadowgraph method // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. 1421. 012006. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1421/1/012006
- 9. *Gharib M., Rambod E., Shariff K.* A universal time scale for vortex ring formation // J. Fluid Mech. 1998. V. 360. P. 121–140.
- 10. *Gan L.*, *Nickels T.B.* An experimental study of turbulent vortex rings during their early development // J. Fluid Mech. 2010. V. 649. P. 467–496.
- 11. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. 724 с.