

УДК 532.59:534.23:534.6

## О СВЯЗИ ПУЛЬСАЦИЙ СКОРОСТИ И ДАВЛЕНИЯ НА ОСИ И В БЛИЖНЕМ ПОЛЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ

© 2021 г. О. П. Бычков<sup>а</sup>, Г. А. Фараносов<sup>а,\*</sup>

<sup>а</sup> Научно-исследовательский Московский комплекс ЦАГИ, Москва, Россия

\*E-mail: georgiy.faranosov@tsagi.ru

Поступила в редакцию 17.06.2020 г.

После доработки 19.12.2020 г.

Принята к публикации 24.12.2020 г.

Исследуется взаимная связь пульсаций давления и скорости в ближнем поле турбулентной дозвуковой струи и на ее оси. В работе проанализированы данные измерений пульсаций скорости на оси струи и пульсаций давления в ближнем поле вне струи. Показано, что спектральные характеристики пульсаций скорости на оси могут быть пересчитаны в спектры осесимметричной моды пульсаций давления вне струи. Для пересчета используются собственные функции пульсаций давления, полученные при решении задачи устойчивости цилиндрического слоя смешения конечной толщины в локально-параллельном приближении.

*Ключевые слова:* турбулентная струя, слой смешения, волны неустойчивости

**DOI:** 10.31857/S0568528121040046

Турбулентная струя остается объектом пристального исследования на протяжении многих десятилетий. Такое внимание во многом обусловлено тем, что реактивная струя является значимой составляющей авиационного шума на местности, а также источником значительных нестационарных нагрузок на близко расположенные элементы конструкции летательного аппарата. Решение задач снижения как нагрузок, создаваемых струей, так и излучаемого ей шума, требует достаточно глубокого понимания физической природы нестационарных процессов, имеющих место в струйных течениях. Несмотря на многолетние исследования, берущие начало с 1950-х годов [1], до сих пор отсутствует полное понимание как динамики турбулентного движения в струе в целом, так и той его малой части, которая отвечает за излучение шума [2].

Настоящая работа посвящена анализу тех пульсаций ближнего поля струи, которые относятся к так называемым “крупномасштабным” (когерентным) возмущениям. В сложной структуре турбулентного движения в струе обычно выделяют две составляющие: так называемую “мелкомасштабную турбулентность”, характеризующуюся вихревыми возмущениями с пространственными масштабами много меньше диаметра сопла  $D$ , и крупномасштабные структуры, имеющие характерные размеры, сравнимые с  $D$  и превышающие его [3]. Если в отношении шума струи до сих пор остается открытым вопрос о том, какие именно возмущения ответственны за его генерацию (в качестве источников шума рассматриваются мелкомасштабная турбулентность в слое смешения [4–6], крупномасштабные структуры, возникающие в слое смешения за счет неустойчивости Кельвина–Гельмгольца [7–10], комбинации этих источников [11] и даже пульсации во внешней по отношению к слою смешения области [12, 13]), то доминирование крупномасштабных структур в ближнем поле струи является надежно установленным в многочисленных экспериментах и расчетах фактом [14–17].

В работе [8] была предложена модель крупномасштабных пульсаций в струе в виде линейной суперпозиции волн неустойчивости различных частот и азимутальных порядков. Волны неустойчивости представляют собой возмущения, развивающиеся в слое смешения за счет неустойчивости Кельвина–Гельмгольца и обладающие большим продольным масштабом. По сути, они являются широкополосным откликом струи на возмущения, приходящие из сопла (например, из пограничного слоя), или мелкомасштабные пульсации, имеющие место в объеме самого слоя смешения. Вследствие нарастания толщины слоя смешения инкремент неустойчивости по мере распространения волны вниз по потоку падает, а затем возмущения становятся нейтрально устойчивыми и наконец затухают. В результате на каждой частоте формируется так

называемый волновой пакет [8, 9, 16]. Отметим, что в струях с относительно малыми числами Рейнольдса, а также в струях, подверженных интенсивному внешнему возбуждению, волны неустойчивости могут достигать нелинейного режима и сворачиваться в крупные вихри [3, 17].

В случае высокоскоростных струй, когда фазовые скорости возмущений в волновом пакете оказываются близкими к скорости звука в окружающей среде или превышают ее, волновой пакет становится эффективным источником шума [8]. В дозвуковых струях, по-видимому, пакеты волн неустойчивости не являются доминирующими источниками шума, однако они во многом определяют структуру и интенсивность пульсаций в ее ближнем поле. В частности, рассеяние именно этих возмущений ближнего поля на кромке крыла, расположенного вблизи струи, отвечает за появление так называемого шума взаимодействия струи и крыла, интенсивность которого может в десятки раз превосходить интенсивность шума изолированной струи [18–21]. Они же определяют характер нестационарных нагрузок на близкорасположенные элементы конструкции.

В связи с этим, исследования пространственной структуры волновых пакетов в ближнем поле дозвуковой струи представляют значительный интерес. В работах [14, 15] проводились исследования ближнего поля микрофонными решетками. Было показано, что пульсации давления в области спектрального максимума имеют вид волновых пакетов с огибающими, соответствующими решению уравнений устойчивости для расширяющегося слоя смешения. В статье [22] исследовалась радиальная структура пульсаций скорости с помощью PIV-измерений, причем было отмечено, что пульсации продольной компоненты скорости в потенциальном ядре на оси струи соответствуют осесимметричным волновым пакетам, которые отвечают примерно за 50% энергии пульсаций ближнего поля струи. При этом согласованного детального исследования осесимметричных пульсаций скорости и давления, насколько известно авторам, не проводилось.

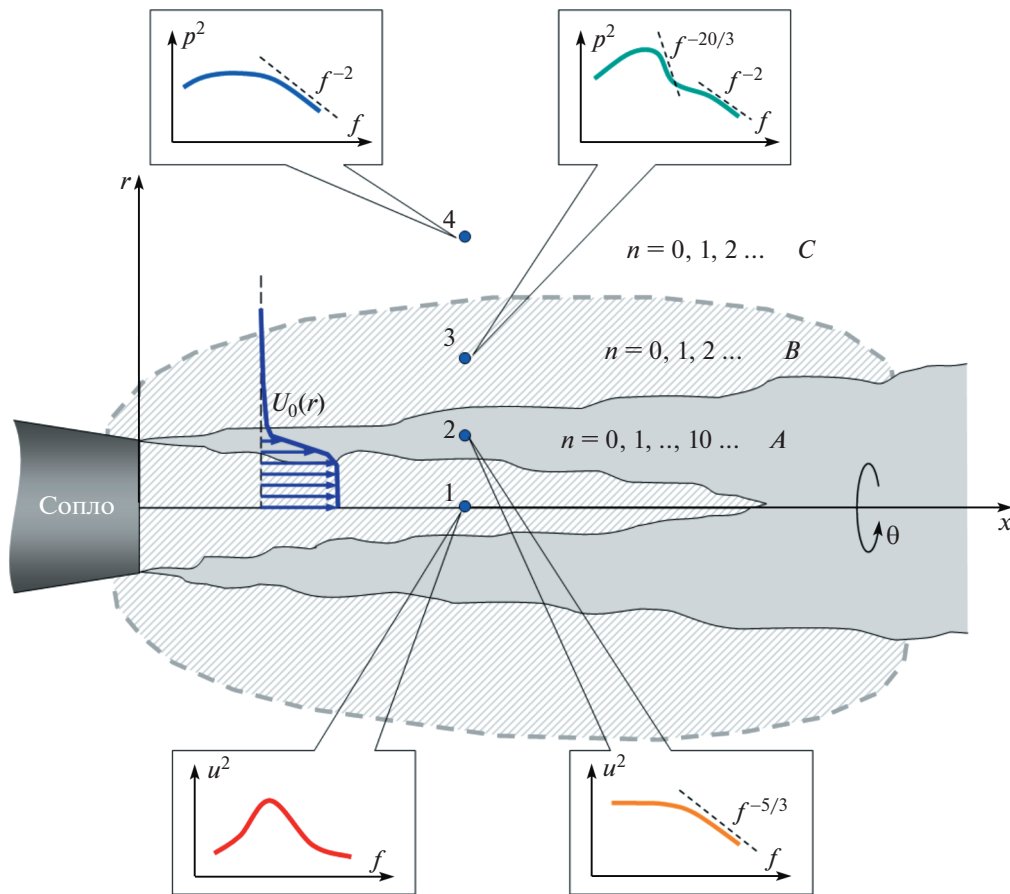
В настоящей работе проведено подробное исследование радиальной структуры осесимметричной компоненты возмущений на основе анализа имеющегося согласованного набора экспериментальных данных, состоящего из измерений пульсаций скорости на оси струи, выполненных термоанемометром [23], и измерений пульсаций давления в ближнем поле вне струи, проведенных с помощью микрофонной решетки [15].

## 1. СТРУКТУРА ПОЛЯ ПУЛЬСАЦИЙ В ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУЕ

На основе известных к настоящему времени экспериментальных, теоретических и численных результатов [14–16] в турбулентной дозвуковой струе с достаточно большим числом Рейнольдса (обычно более  $10^5$  при использовании диаметра сопла в качестве характерного размера) можно выделить три характерные области (рис. 1). Это, во-первых, область с ненулевой завихренностью, в которой и сосредоточено собственно турбулентное движение газа (область *A* на рис. 1). Далее, это область, в которой движение газа потенциально, но при этом в нем доминируют неакустические пульсации, характеризующиеся дозвуковой скоростью распространения и экспоненциальным затуханием по радиальному направлению (область *B* на рис. 1). И наконец, область чисто акустических пульсаций, простирающаяся от области *B* в бесконечность (область *C* на рис. 1). Отметим, что поле пульсаций в осесимметричной (в среднем) струе удобно представлять в виде разложения по азимутальным модам вида  $\cos(n\theta)$ ,  $\sin(n\theta)$ ,  $n = 0, 1, \dots$ , где  $\theta$  — азимутальный угол (рис. 1).

Наиболее сложной структурой обладают пульсации в области турбулентного движения газа — в слое смешения струи. Они, кроме наличия завихренности, характеризуются также богатым модальным составом (существенный вклад в пульсации могут вносить до десяти мод и более) и сравнительно малыми пространственными масштабами корреляции [22]. Подобные возмущения несут основную энергию турбулентного движения. В данной области течения, ввиду наличия среднего потока, обычно проводятся измерения пульсаций скорости (с помощью термоанемометров или бесконтактных методов типа PIV). Типичный вид частотного спектра пульсаций скорости  $u$  в области *A* приведен на рис. 1 (точка 2). Он характеризуется равномерно наполненной низкочастотной областью и монотонным спаданием в области высоких частот по закону “ $-5/3$ ”, характерному для развитого турбулентного течения [24].

Область *C* наиболее подробно изучена в работах акустической направленности [4–13]. В экспериментах в данной области обычно с помощью микрофонов регистрируются акустические пульсации давления  $p$ . Типичный частотный спектр таких пульсаций для излучения звука в боковом направлении также показан на рис. 1 (точка 4). Спектр отличается большой шириной, сравнительно слабовыраженным максимумом в области средних частот и высокочастотным спа-



**Рис. 1.** Схематическое изображение характерных областей течения в плоскости симметрии струи. Показаны три характерные области течения: *A*, *B* и *C*. Указаны номера доминирующих азимутальных мод. Для четырех точек поперечного сечения в области начального участка струи приведены в логарифмическом масштабе характерные спектры пульсаций скорости и давления. Также показан профиль средней скорости  $U_0$  для поперечного сечения в области начального участка струи.

данием по закону “ $-2$ ” [6]. В азимутальном составе звукового поля круглой струи доминируют три моды низших порядков:  $n = 0, 1, 2$  [6, 9, 10, 16].

В настоящей работе нас будет интересовать область *B*. Именно в ней доминируют пульсации, связанные с развитием в слое смещения когерентных структур [14–16, 25]. В той части области *B*, которая находится вне слоя смещения, средний поток, возникающий за счет эжекции внешнего газа в струю, достаточно мал, и в экспериментах измеряются, как и в акустическом поле *C*, пульсации давления  $p'$  [14, 15, 25]. На рис. 1 изображен типичный для этой зоны спектр пульсаций давления (точка 3), который отличается от чисто акустического спектра (точка 4) наличием ярко выраженного максимума в области низких частот, который и является “следом” волн неустойчивости в ближнем поле струи [20, 25]. Правый склон этого максимума имеет характерный наклон “ $-20/3$ ”, свойства этой части спектра подробно исследованы в [25]. Основной вклад в пульсации также дают первые три азимутальные моды [14–16, 20, 25], причем фазовые скорости соответствующих возмущений лежат (в зависимости от частоты) в диапазоне 20–80% скорости истечения струи  $U_j$  [20], т.е. заведомо ниже скорости звука. Таким образом, данные возмущения не являются акустическими, поэтому регистрируемые микрофонами соответствующие пульсации давления обычно называют “псевдозвуковыми”.

В той зоне области *B*, которая лежит внутри потенциального ядра струи, в эксперименте обычно измеряются пульсации скорости, поскольку присутствует мощный средний поток, препятствующий измерению пульсаций давления. В спектре пульсаций наблюдается ярко выраженный максимум (рис. 1, точка 1), который, также как и для ближнего поля (рис. 1, точка 3), ассоциируется с волнами неустойчивости [22].

Отметим, что указанные когерентные структуры присутствуют, разумеется, и внутри слоя смещения (область  $A$ ), неустойчивость которого является причиной их возникновения, однако в этой области они не являются доминирующими и могут быть маскированы более мощными мелкомасштабными возмущениями [17, 22].

В том случае, когда регистрируемые в области  $B$  пульсации действительно являются проявлением одного и того же объекта — волны неустойчивости, следует ожидать, что спектры пульсаций, измеренные в одной точке, можно пересчитывать в другие точки, если известна пространственная структура волн неустойчивости. Построению упрощенной процедуры такого пересчета посвящена настоящая работа.

Необходимо также отметить, что, как уже упоминалось, в слое смещения развиваются волновые пакеты, соответствующие различным азимутальным модам, поэтому упомянутый пересчет можно реализовать лишь для каждой моды по отдельности. Таким образом, для пересчета, например, пульсаций скорости из потенциального ядра струи в пульсации давления в ближнее поле вне струи требуется знание азимутальных компонент рассматриваемых пульсаций. В то время как разложение на азимутальные моды вне струи является сравнительно простой экспериментальной задачей, требующей размещения в интересующем сечении струи азимутальной решетки с достаточным числом микрофонов [10, 14, 15], разложение на азимутальные моды поля пульсаций скорости представляет значительные сложности. Для получения такого разложения можно, аналогично решетке микрофонов ближнего поля, использовать азимутальную решетку термоанемометров [26], однако это слишком громоздкий метод, к тому же являющийся существенно “инвазивным”, т.е. возмущающим поток. Неинвазивной альтернативой решетке термоанемометров является использование нестационарной стерео-PIV системы, позволяющей регистрировать спектральные свойства пульсаций скорости в заданной плоскости. Такой способ применялся в работе [22], однако подобные системы не являются пока распространенными и к тому же требуют тщательной калибровки.

В упомянутой работе [22] было отмечено, что измерения пульсаций продольной компоненты скорости на оси струи соответствуют осесимметричной моде неустойчивости, т.к. высшие моды не дают вклада в пульсации данной компоненты на оси. Таким образом, измерения лишь одним датчиком на оси струи достаточны для идентификации осесимметричной моды. Поскольку именно осесимметричные возмущения аккумулируют существенную долю энергии пульсаций ближнего поля, в настоящей работе мы сосредоточим внимание именно на анализе азимутальной моды  $n = 0$ .

## 2. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

В настоящей работе будет проведен анализ экспериментальных данных, полученных для дозвуковой струи, истекающей из круглого профилированного сопла диаметром  $D = 40$  мм. Число Маха истечения струи, вычисленное по скорости звука в окружающей среде, равно  $M_j = 0.53$ . Число Рейнольдса, рассчитанное по диаметру сопла и скорости истечения струи, составляло около  $4.8 \times 10^5$ .

Для указанной струи ранее [15, 23] были проведены измерения двух типов: измерения пульсаций давления многомикрофонной решеткой (пять колец по шесть микрофонов в каждом) вблизи внешней границы слоя смещения (рис. 2а), измерения скорости термоанемометром на оси струи и в нескольких поперечных сечениях (рис. 2б).

Параметры использованных микрофонов и термоанемометра, а также детальное описание точек измерений и методов обработки данных приведены в работах [15, 23]. На рис. 3 представлена сводная информация по имеющимся данным.

С помощью микрофонной решетки были измерены пульсации давления в точках, лежащих на трех конических поверхностях  $C1$ ,  $C2$  и  $C3$  с углом полураствора  $10.5^\circ$ , выбранного так, чтобы микрофоны гарантированно находились вне слоя смещения. Кольца располагались вдоль оси струи с расстоянием между соседними кольцами  $D$  (рис. 3). Первое кольцо в конфигурации  $C1$  располагалось на расстоянии  $x/D = 0.5$  от плоскости среза сопла, радиус кольца был  $r/D = 0.8$ .

При испытаниях временные реализации пульсаций давления синхронно записывались на каждом микрофоне. В каждом сечении струи проводилось разложение измеренного поля давления  $P(x, r, \theta, t)$  на азимутальные компоненты с учетом лишь первых трех мод, вносящих основной вклад в сигнал [15]:

$$P(x, r, \theta, t) \approx A_0(x, r, t) + \sum_{n=1}^2 (A_n(x, r, t) \cos n\theta + B_n(x, r, t) \sin n\theta) + A_3(x, r, t) \cos 3\theta + \dots \quad (2.1)$$

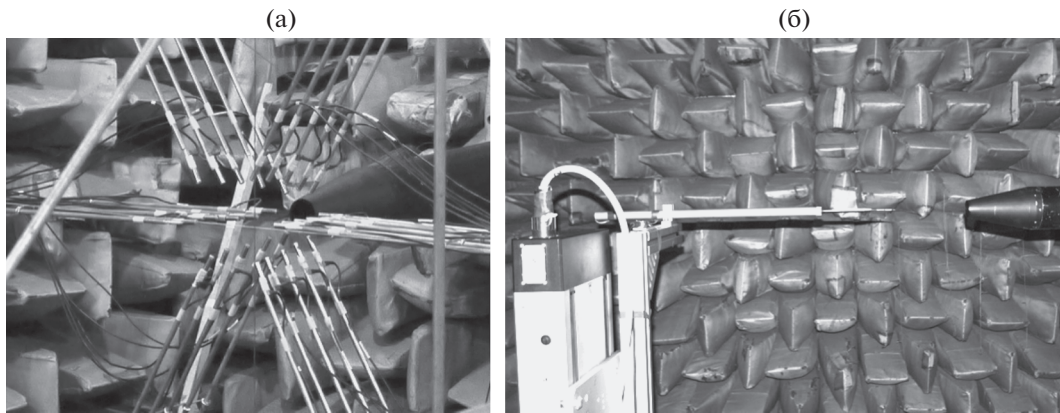


Рис. 2. Измерения микрофонами ближнего поля (а) и термоанемометром (б).

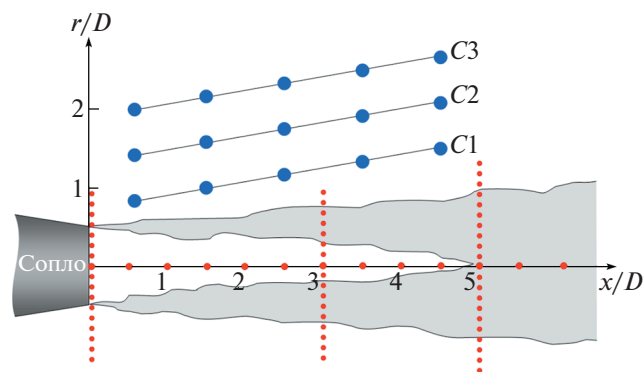


Рис. 3. Расположение точек сбора данных. Синие точки — положение микрофонов (показано для одного азимутального угла), красные — точки измерения термоанемометром.

Измерения термоанемометром проводились вдоль оси струи с шагом  $0.5D$ , а также в поперечных сечениях с координатами  $x/D = 0.075, 3, 5$  (рис. 3). Нить термоанемометра располагалась перпендикулярно основному потоку, и преимущественно регистрировала продольную компоненту скорости, которая представлялась в виде осредненного по времени значения и пульсаций:  $U = U_0 + u$ .

Как было отмечено в [22], пульсации продольной компоненты скорости, регистрируемые на оси круглой струи, соответствуют осесимметричной моде неустойчивости. Задачей настоящей работы является демонстрация того факта, что частотные спектры пульсаций скорости  $u$ , измеренные на оси в области начального участка ( $x/D < 5$ ), могут быть в каждом сечении пересчитаны в частотные спектры осесимметричной моды пульсаций давления  $A_0$  с помощью сравнительно простой процедуры решения линейной задачи устойчивости для цилиндрического слоя смешения.

### 3. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УСТОЙЧИВОСТИ ДЛЯ СЛОЯ СМЕШЕНИЯ

Волны неустойчивости в круглой струе рассматриваются на фоне осесимметричного среднего течения, которое, вообще говоря, неоднородно по продольному направлению  $x$ . Для описания волн неустойчивости используются линеаризованные уравнения, причем предполагается, что вязкость и теплопроводность не играют существенной роли в их развитии. На основании указанных допущений из полных уравнений Навье–Стокса выводятся уравнения для малых возмущений [8, 27].

Аксиальная симметрия среднего течения позволяет искать решения этих уравнений в виде отдельных азимутальных гармоник вида  $\exp(in\theta)$  в цилиндрических координатах  $(x, r, \theta)$  (рис. 1).

Решение ищется в частотной области в виде  $\exp(-i\omega t)$ . Предположим также, что средние значения плотности  $\rho_0$  и давления  $p_0$  одинаковы во всем пространстве, что вполне справедливо для дозвуковых ненагретых струй.

Благодаря тому, что среднее течение в струе характеризуется сравнительно медленным изменением параметров в продольном направлении, уравнения для возмущений могут быть упрощены. Самый простой вариант (так называемое, локально-параллельное приближение) заключается в пренебрежении изменением по  $x$  параметров среднего потока и, соответственно, переходе к решению задачи для параллельного течения, параметры которого выбираются в соответствии с представляющим интерес поперечным сечением струи. В этом случае для возмущений давления, которые представляются в виде разложения по продольным и азимутальным гармоникам  $p_n(\alpha, r)e^{-i\alpha x + in\theta - i\omega t}$ , можно получить известное уравнение

$$\frac{\partial^2 p_n}{\partial r^2} + \left( \frac{1}{r} - \frac{2\alpha}{\omega + \alpha U_0} \frac{dU_0}{dr} \right) \frac{\partial p_n}{\partial r} + \left( \frac{(\omega + \alpha U_0)^2}{c_0^2} - \alpha^2 - \frac{n^2}{r^2} \right) p_n = 0 \quad (3.1)$$

где  $c_0$  — скорость звука, функция  $U_0(r)$  описывает профиль скорости среднего течения, соответствующего некоторому поперечному сечению  $x$  струи.

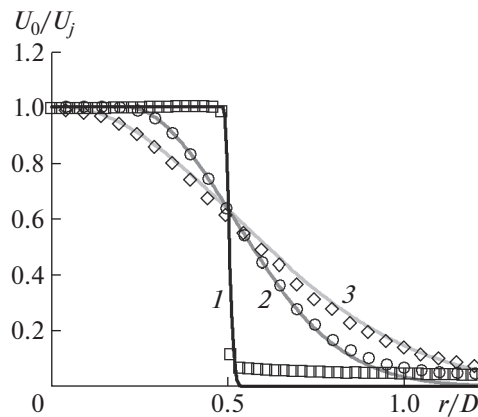
Решением спектральной задачи (3.1), которое будет описано ниже несколько подробнее, являются локальное волновое число  $\alpha$  и собственная функция  $p_n(\alpha, r)$ . В этом случае продольная координата входит в уравнение в качестве параметра, определяя вид функции  $U_0(r)$ .

Данный подход позволяет найти радиальную структуру собственного решения в заданном сечении, однако не пригоден для описания продольного развития волны неустойчивости, которая существенно зависит от соответствующей эволюции среднего течения. Учет продольной неоднородности потока может быть выполнен аналитически, с помощью введения малого параметра  $\epsilon$ , характеризующего медленное изменение течения с координатой  $x$ . Тогда решение исходных уравнений для возмущений можно искать в виде разложения по параметру  $\epsilon$  [8, 27]. В таком подходе решение уравнения (3.1) дает главное приближение, а неоднородность по  $x$  учитывается в следующем приближении по  $\epsilon$ .

Альтернативный вариант упрощенного учета неоднородности среднего течения состоит в решении так называемых параболизированных уравнений устойчивости [28], которые получаются из исходных уравнений для возмущений путем представления искомого решения в виде произведения медленно меняющейся функции (по сути — огибающей волнового пакета) и быстро меняющейся функции, описывающей волнообразный характер возмущений. Получившиеся уравнения решаются численно маршевым методом по продольной координате, что существенно проще численного решения исходных уравнений.

В настоящей работе мы сосредоточим внимание на решении простейшего уравнения (3.1) для моды  $n = 0$ . Как уже упоминалось, локально-параллельное приближение позволяет определить радиальную структуру волны неустойчивости в заданном сечении. Таким образом, предполагая, что пульсации скорости на оси струи и пульсации осесимметричной моды давления в ближнем поле являются проявлением одного и того же объекта — осесимметричной волны неустойчивости, можно ожидать, что решение уравнения (3.1) позволит осуществить пересчет экспериментальных данных с оси струи в ближнее поле в каждом сечении струи. Поскольку измерения на оси струи доступны в нескольких точках, нет необходимости аналитического восстановления продольной эволюции волны неустойчивости — эта информация будет доступна из эксперимента. При этом можно ожидать, что точность пересчета в целом при этом повысится, поскольку в дозвуковых струях угол расширения слоя смещения является не слишком малой величиной (около  $20^\circ$ ), и количественное согласие решений параболизированных уравнений с данными экспериментов не всегда удовлетворительно, особенно для сравнительно низких частот [22, 23].

Уравнение (3.1) для осесимметричной моды решалось численно методом, описанным в [28]. Решение искалось для граничных условий  $p_0 \sim I_0(\beta r)$  при  $r \rightarrow 0$  и  $p_0 \sim K_0(\gamma r)$  при  $r \rightarrow \infty$ , где  $I_0$  и  $K_0$  — модифицированные функции Бесселя, соответственно первого и второго рода, порядка 0,  $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - k^2}$ ,  $\beta = \sqrt{(\alpha - (k + M\alpha))(\alpha + (k + M\alpha))}$ . Разрезы для функций  $\gamma$  и  $\beta$  определяются таким образом, что их действительная часть была положительной на всем листе римановой поверхности [27].



**Рис. 4.** Сравнение измеренных поперечных профилей продольной скорости (символы) и профилей, рассчитанных с помощью (3.2) (линии): 1 –  $x/D = 0.075$ ; 2 –  $x/D = 3$ ; 3 –  $x/D = 5$ .

Профиль средней скорости в пределах начального участка струи задавался с использованием аналитических выражений [8]:

$$U_0 = \begin{cases} U_j, & r < H \\ U_j \exp\left(-\frac{\ln 2}{B^2}(r - H)^2\right), & r > H \end{cases} \quad (3.2)$$

где  $U_j$  – скорость на оси струи, в потенциальном ядре равная скорости истечения струи,  $B(x)$  – полуширина слоя смешения,  $H(x)$  – поперечный размер потенциального ядра струи. Зависимость функций  $B$  и  $H$  от  $x$  была взята аналогично работе [27]:

$$B(x) = \frac{\delta x}{L}, \quad H(x) = 1 - \frac{x}{L}$$

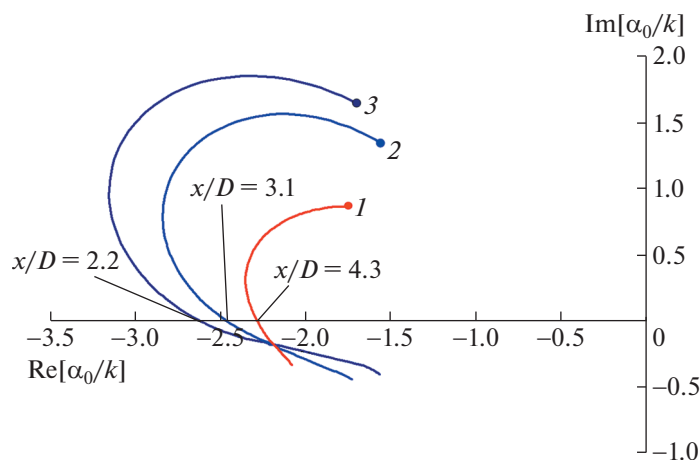
где величины  $\delta$  и  $L$  (длина потенциального ядра) подбирались из условия наилучшего совпадения модельных профилей скорости с экспериментально измеренными. Для рассмотренной струи были взяты значения  $\delta = 1.23$ ,  $L = 5.1D$ . Результаты сравнения модельных профилей с данными измерений приведены на рис. 4.

Уравнение (3.1) решалось для 90 значений параметра  $x/D$ , равномерно распределенных на отрезке 0.01–5.1, интегрирование по  $r$  проводилось в пределах от  $2 \times 10^{-4}D$  до  $3D$ . Решение проводилось для набора чисел Струхала ( $St = \omega D / (2\pi U_j)$ ) в диапазоне 0.1–0.8. В результате для каждого значения  $x/D$  и каждого  $St$  находилось собственное волновое число  $\alpha_0(x/D)$ , соответствующее неустойчивости Кельвина–Гельмгольца, и собственная функция давления  $p_0(r)$ . Траектории волновых чисел  $\alpha_0$ , нормированных на  $k = \omega/c_0$ , при изменении  $x/D$  от 0.01 до 5.1 показаны на рис. 5.

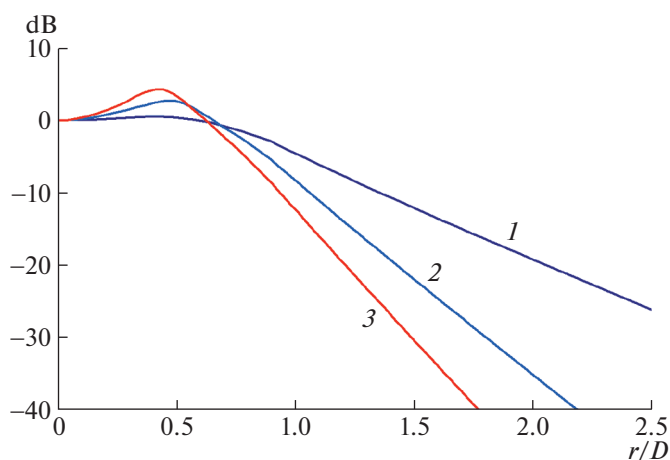
Отметим, что при некотором значении  $x/D$  волна становится нейтрально устойчивой ( $\text{Im}[\alpha_0] = 0$ ). В этом случае в уравнении (3.1) возникает критический слой, и решение при больших значениях  $x/D$  ищется как аналитическое продолжение решения при меньших  $x/D$ , для чего контур интегрирования по  $r$  деформируется вблизи корня уравнения  $\omega + \alpha U_0 = 0$  таким образом, чтобы сохранить обход логарифмической точки ветвления сверху [8, 27, 28]. Значение  $x/D$ , при котором достигается нейтральная устойчивость, характеризует положение максимума волнового пакета и его характерный продольный масштаб. Как видно из рис. 5, при повышении частоты (числа Струхала) продольный масштаб пакета уменьшается, что качественно соответствует данным измерений [14–16].

На рис. 6 для значения  $x/D = 3.5$  показаны соответствующие собственные функции давления. Функции показаны в логарифмическом масштабе (в дБ), нормировка выбрана так, чтобы на оси струи модуль функции равнялся единице.

Отметим также, что хотя параметры волновых пакетов зависят от частоты возмущений, суммарные спектры пульсаций ближнего поля все равно являются широкополосными, т.е. нет воз-



**Рис. 5.** Траектории собственных волновых чисел  $\alpha_0$  при изменении параметра  $x/D$  от 0.01 (отмечено точкой) до 5.1: 1 –  $St = 0.2$ ; 2 – 0.4; 3 – 0.6. Для каждой кривой указано значение  $x/D$ , соответствующее нейтрально устойчивой волне.



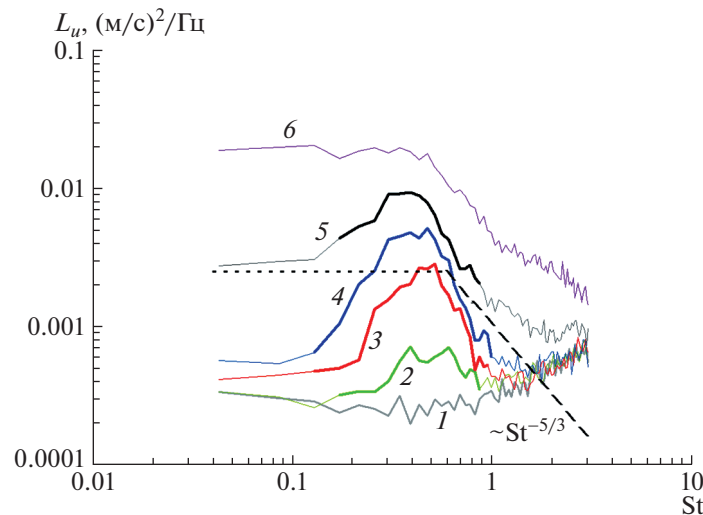
**Рис. 6.** Радиальные профили модуля собственной функции  $p_0$  при  $x/D = 3.5$  для различных чисел Струхала: 1 –  $St = 0.2$ ; 2 – 0.4; 3 – 0.6.

возможности указать на некую точку ближнего поля и сказать, что в ней доминируют пульсации на конкретной частоте. Волновые пакеты различных частот не являются локализованными в пространстве возмущениями и перекрываются друг с другом, что в итоге приводит к формированию широкополосного спектра в ближнем поле.

#### 4. ПЕРЕСЧЕТ ДАННЫХ С ОСИ СТРУИ В БЛИЖНЕЕ ПОЛЕ

Для пересчета пульсаций с оси струи на пульсации во вне струи с помощью найденных выше функций  $p_0(r)$  необходимо сначала пересчитать измеренные на оси пульсации скорости в пульсации давления. Для этого воспользуемся уравнением импульса в проекции на ось  $x$ . В данном уравнении присутствуют и играют значимую роль производные функций по продольной координате, поэтому локально-параллельное приближение для связи  $p$  и  $u$ , вообще говоря, не годится. Учтем тот факт, что на оси струи возмущения давления и скорости могут быть для заданной частоты представлены в виде произведения сравнительно плавной огибающей и бегущей волны:  $p = p_m(x)e^{i\omega(x/U_c - t)}$ ,  $u = u_m(x)e^{i\omega(x/U_c - t)}$ , где  $U_c$  – фазовая скорость возмущений. Тогда уравнение импульса примет вид

$$\rho_0 \left( (U_c - U_j) + iU_j \frac{U_c u'_m}{\omega u_m} \right) u_m = \left( 1 - i \frac{U_c p'_m}{\omega p_m} \right) p_m \quad (4.1)$$



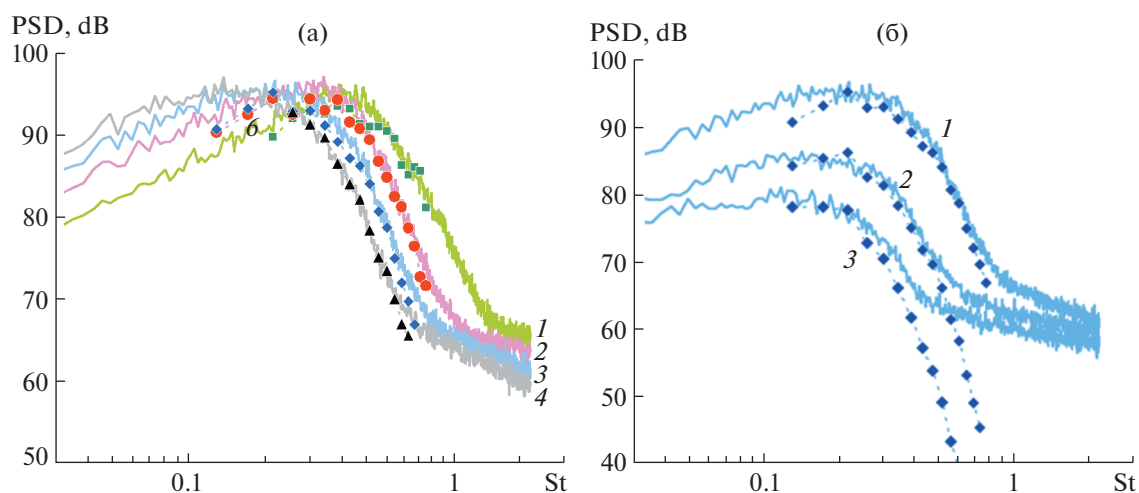
**Рис. 7.** Спектры пульсаций, измеренные на оси струи: 1 –  $x/D = 0.5$ ; 2 – 1.5; 3 – 2.5; 4 – 3.5; 5 – 4.5; 6 – 5.5. Жирными участками на кривых 2–5 отмечены области спектров, соответствующие доминированию волн неустойчивости и используемые для пересчета в ближнем поле. Штриховыми линиями обозначен приблизительный уровень сигнала при  $x/D = 4.5$ , связанного с турбулентностью слоя смешения.

Безразмерные продольные производные давления и скорости являются величинами одного порядка:  $U_c/u_m \times u'_m/\omega \sim U_c/p_m \times p'_m/\omega$ . Измерения скорости на оси струи в интересующем нас частотном диапазоне  $St \sim 0.2-0.6$  показывают (рис. 7), что характерная величина  $u'_m/u_m$  имеет порядок  $D^{-1}$ , тогда при типичном значении  $U_c \sim 0.7U_j$  [20] получим  $U_c/u_m \times u'_m/\omega \sim 0.7/(2\pi St)$ . Для не слишком малых чисел Струхала пренебрежение этой величиной по сравнению с единицей в правой части (4.1) вполне допустимо, учитывая, что спектры пульсаций давления выражаются с логарифмической точностью. Однако в левой части такое упрощение невозможно, поскольку второе слагаемое  $U_c - U_j \sim -0.3U_j$  имеет тот же порядок, что и  $U_j(U_c/u_m \times u'_m/\omega)$ . Таким образом, приближенно можно выразить спектральную плотность  $L_p$  пульсаций давления на оси струи через соответствующую спектральную плотность пульсаций скорости  $L_u$  следующим образом:

$$L_p(\omega) \approx \rho_0^2 \left| (U_c - U_j) + iU_j \frac{U_c u'_m}{\omega u_m} \right|^2 L_u(\omega) \quad (4.2)$$

Характерные спектры пульсаций скорости, измеренные вдоль оси струи в области начального участка, показаны на рис. 7. В области средних частот ( $St \sim 0.2-0.8$ ) при  $1 < x/D < 5$  явно виден максимум, который связывают с волнами неустойчивости [22]. При меньших значениях  $x/D$  сигнал становится слабым, и плохо различим на фоне собственных шумов датчика (кривая 1 на рис. 7). В области конца потенциального ядра и далее ниже по потоку в сигнале начинают доминировать пульсации, связанные с собственно турбулентным вихревым движением в слое смешения и имеющие типичный спектр с “полочкой” в области низких частот и спаданием по закону “ $-5/3$ ” [22] – в области высоких частот (штриховая линия и кривая 6 на рис. 7). Учитывая указанные факторы, сигнал, связанный с волнами неустойчивости, можно выделить лишь в ограниченном частотном интервале, зависящем к тому же от положения точки измерения  $x/D$ . На кривых 2–5 на рис. 7 жирными участками показаны частотные области, в которых пик, связанный с волнами неустойчивости, заведомо превышает уровни пульсаций, связанные с другими факторами (будь то фоновый шум датчика или широкополосный спектр мелкомасштабной турбулентности).

Результаты пересчета пульсаций скорости на оси струи в пульсации осесимметричной моды давления вне струи с помощью решения уравнения (3.1) и соотношения (4.2) приведены на рис. 8. В расчетах по (4.2) было принято, в соответствии с данными [20], что конвективная скорость возмущений  $U_c$  линейно растет с ростом  $x/D$  от  $0.6U_j$  при  $x/D = 1$  до  $0.8U_j$  при  $x/D = 4.5$ . Эта зависимость в целом соответствует поведению действительной части волнового числа  $\alpha_0$  при увеличе-



**Рис. 8.** Спектры пульсаций давления для осесимметричной моды в ближнем поле струи. Сплошные линии — измерения, линии с маркерами — результаты пересчета с оси струи. (а) — пульсации на поверхности  $C1$ : 1 —  $x/D = 1.5$ ; 2 — 2.5; 3 — 3.5; 4 — 4.5. (б) — пульсации на поверхностях  $C1$ ,  $C2$ ,  $C3$  при  $x/D = 3.5$ : 1 —  $C1$ ; 2 —  $C2$ ; 3 —  $C3$ .

нии  $x/D$  (рис. 5), однако локально-параллельное приближение дает несколько завышенные абсолютные значения конвективной скорости и затянутый участок ее снижения при малых  $x/D$ .

Результаты, показанные на рис. 8, в целом демонстрируют приемлемое согласование измеренных в ближнем поле спектров пульсаций осесимметричной моды давления и спектров, полученных пересчетом из пульсаций скорости на оси струи. Отметим еще раз, что в соответствии с соображениями, высказанными выше, пересчет данных с оси струи во внешнюю область возможен лишь для ограниченного частотного диапазона, зависящего от значения  $x/D$ , и не позволяет полностью восстановить низкочастотные и высокочастотные склоны спектра для  $x/D$ , близких к срезу сопла и к концу потенциального ядра. Полученные результаты косвенно подтверждают исходные предположения о том, что гидродинамические пульсации в областях потенциального течения вблизи слоя смещения (зона В на рис. 1) в основном связаны с волнами неустойчивости слоя, развивающимися в струе вследствие неустойчивости слоя смещения.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе построена упрощенная процедура, связывающая пульсации продольной компоненты скорости на оси струи (в зоне потенциального ядра) и пульсации осесимметричной моды давления в ближнем поле вне слоя смещения. Предлагаемый подход основан на допущении о том, что указанные пульсации в области средних частот ( $St \sim 0.2-0.8$ ) являются проявлением пакетов волн неустойчивости, развивающихся в струе за счет неустойчивости Кельвина—Гельмгольца. В отличие от подходов, использовавшихся в работах [21, 28] и основанных на решении параболизованных уравнений устойчивости, в настоящей работе использовано собственное решение для пульсаций давления, полученное в простейшем локально-параллельном приближении, а учет эволюции течения и, соответственно, структуры волновых пакетов по продольной координате, выполнен с использованием экспериментальных данных, полученных в нескольких точках на протяжении начального участка.

В результате показано, что с помощью предложенной процедуры пульсации скорости, измеренные на оси, могут быть с достаточной точностью пересчитаны в пульсации осесимметричной моды давления. Это, во-первых, косвенно подтверждает исходное допущение о том, что гидродинамические пульсации в потенциальном ядре струи и в области вне струи вблизи границы слоя смещения связаны именно с волнами неустойчивости.

Во-вторых, подобная процедура определения структуры осесимметричных пульсаций давления по измерениям скорости может быть полезна с точки зрения оценок шума струи в компоновке, для которых требуется знание поля давления, падающего на кромку крыла, в том числе при наличии спутного потока. Кроме того, возможность восстановления параметров осесимметричного волнового пакета по измерениям скорости может быть использована при разработке си-

стем активного управления волнами неустойчивости с целью снижения шума струи [15] и, возможно, позволит повысить эффективность и реализуемость таких систем за счет приближения датчика к соплу и замене многомикрофонных систем регистрации давления в ближнем поле [29] одноканальными измерениями скорости.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант 19-71-10064).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lighthill M.J.* On sound generated aerodynamically: I. general theory // *Proc. Royal Soc. Series A.* 1952. V. 211. P. 564–581.
2. *Jordan P., Gervais Y.* Subsonic jet aeroacoustics: associating experiment, modelling and simulation // *Experiments in Fluids.* 2008. V. 44. P. 1–21.
3. *Crow S.C., Champagne F.H.* Orderly structure in jet turbulence // *J. Fluid Mech.* 1971. V. 48. № 3. P. 547–591.
4. *Tam C., Auriant L.* Jet mixing noise from fine-scale turbulence // *AIAA Journal.* 1999. V. 37. № 2. P. 145–153.
5. *Goldstein M.E.* A generalized acoustic analogy // *J. Fluid Mech.* 2003. V. 488. P. 315–333.
6. *Копьев В.Ф., Чернышев С.А.* Новая корреляционная модель каскада турбулентных пульсаций как источника шума в струях // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58. № 4. С. 482–497.
7. *Седельников Т.Х.* О частотном спектре шума сверхзвуковой струи. *Физика аэродинамических шумов.* М.: Наука, 1967. 83.
8. *Tam C.K.W., Burton D.E.* Sound generated by instability waves of supersonic flows: Part 2. Axisymmetric jets // *J. Fluid Mech.* 1984. V. 138. P. 273–295.
9. *Зайцев М.Ю., Копьев В.Ф., Чернышев С.А.* Экспериментальное исследование роли волн неустойчивости в механизме излучения шума сверхзвуковой струей // *Изв. РАН. МЖГ.* 2009. № 4. С. 124–133.
10. *Kopiev V., Zaitsev M., Chernyshev S. and Ostrikov N.* Vortex ring input in subsonic jet noise // *International Journal of Aeroacoustics.* 2007. V. 6. № 4. P. 375–405.
11. *Tam C.K., Viswanathan K., Ahuja K.K., Panda J.* The sources of jet noise: experimental evidence // *J. Fluid Mech.* 2008. V. 615. P. 253–292.
12. *Бендерский Л.А., Крашенинников С.Ю.* Исследование шумообразования в турбулентных струях на основе вычислительного моделирования нестационарного течения в слое смешения // *Изв. РАН. МЖГ.* 2016. № 4. С. 149–162.
13. *Крашенинников С.Ю., Миронов А.К., Бендерский Л.А.* Анализ шумообразования турбулентных струй на основании исследования их ближнего акустического поля // *Акуст. журн.* 2018. Т. 64. С. 704–717.
14. *Suzuki T., Colonius T.* Instability waves in a subsonic round jet detected using a near-field phased microphone array // *J. Fluid Mech.* 2006. V. 565. P. 197–226.
15. *Беляев И.В., Бычков О.П., Зайцев М.Ю., Копьев В.А., Копьев В.Ф., Остриков Н.Н., Фараносов Г.А., Чернышев С.А.* Разработка стратегии активного управления волнами неустойчивости в невозбужденных турбулентных струях // *Изв. РАН МЖГ.* 2018. № 3. С. 14–27.
16. *Jordan P., Colonius T.* Wave Packets and Turbulent Jet Noise // *Annual Review of Fluid Mechanics.* 2013. V. 45. P. 173–195.
17. *Гиневский А.С., Власов Е.В., Каравосов Р.К.* Акустическое управление турбулентными струями. М.: Физматлит, 2001. 239 с.
18. *Cavalieri A.V.G., Jordan P., Wolf W.R., Gervais Y.* Scattering of wavepackets by a flat plate in the vicinity of a turbulent jet // *Journal of Sound and Vibration.* 2014. V. 333. P. 6516–6531.
19. *Lyu B., Dowling A.P., Naqvi I.* Prediction of installed jet noise // *Journal of Fluid Mechanics.* 2017. V. 811. P. 234–268.
20. *Бычков О.П., Фараносов Г.А.* Экспериментальное исследование и теоретическое моделирование шума взаимодействия струи и крыла самолета // *Акуст. журн.* 2018. Т. 64. № 4. С. 437–453.
21. *Faranosov G., Bychkov P., Kopiev V., Soares L.F., Cavalieri A.V.* The modeling of jet-plate interaction noise in the presence of co-flow // *AIAA Paper.* 2019. AIAA-2019-2492.
22. *Cavalieri A.V.G., Rodriguez D., Jordan P., Colonius T., Gervais Y.* Wavepackets in the velocity field of turbulent jets // *J. Fluid Mech.* 2013. V. 730. P. 559–592.
23. *Soares L.F.M., Cavalieri A.V.G., Kopiev V., Faranosov G.* Flight effects on turbulent-jet wavepackets // *AIAA Journal.* 2020. V. 58. № 9. P. 3877–3888.
24. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Гидродинамика. § 84. М.: Наука, 1986. С. 736.
25. *Arndt R.E.A., Long D.F., Glauser M.N.* The proper orthogonal decomposition of pressure fluctuations surrounding a turbulent jet // *J. Fluid Mech.* 1997. V. 340. P. 1–33.
26. *Citriniti J.H., George W.K.* Reconstruction of the global velocity field in the axisymmetric mixing layer utilizing the proper orthogonal decomposition // *J. Fluid Mech.* 2000. V. 418. P. 137–166.
27. *Kopiev V.F., Chernyshev S.A., Zaitsev M.Yu., Kuznetsov V.M.* Experimental validation of instability wave theory for round supersonic jet // *AIAA Paper.* 2006. AIAA-2006-2595.
28. *Gudmundsson K.* Instability wave models of turbulent jets from round and serrated nozzles. PhD thesis. 2010. California Institute of Technology.
29. *Faranosov G., Bychkov P., Kopiev V., Kopiev V.A., Moralev I., Kazansky P.* Plasma-based active closed-loop control of instability waves in unexcited turbulent jet. Part 1. Free jet // *AIAA Paper.* 2019. AIAA-2019-2557.