УДК 532.5

# ЭВОЛЮЦИЯ ЧЕРЕДУЮШЕЙСЯ СТРУКТУРЫ ТЕЧЕНИЯ В ПРОСВЕТЕ МЕЖДУ ТАНДЕМОМ ЦИЛИНДРОВ И БЛИЖНЕМ СЛЕДЕ ЗА НИМИ

### © 2021 г. Сянцзюнь Шань<sup>*a*,\*</sup>, Фанцзинь Сунь<sup>*b,c,\*\**</sup>

<sup>a</sup> College of Mechanics and Engineering, Liaoning Technical University, Fuxin, 123000, China
 <sup>b</sup> Guangxi Key Laboratory of New Energy and Building Energy Saving, Guilin, 541004, China
 <sup>c</sup> College of Civil and Architectural Engineering, Guilin University of Technology, Guilin, 541000, China

\**E-mail: x\_j\_shan@outlook.com* \*\**E-mail: e\_dm@163.com* Поступила в редакцию 09.06.2020 г. После доработки 09.11.2020 г. Принята к публикации 01.12.2020 г.

Эволюция структуры течения в просвете между двумя расположенными тандемом цилиндрами и в ближнем следе за ними, происходящая в режиме чередования, исследована при помощи разрывного метода Галеркина высокого порядка. Нестационарные поля течения, завихренности и давления, а также нестационарные окружные распределения давления и распределения продольной скорости вдоль центральной линии следа изучены при числе Рейнольдса 200 и безразмерном расстоянии между цилиндрами, равном 2.3. Результаты исследования показывают, что течение в просвете между цилиндрами происходит в чередующемся режиме, образуя при взаимодействии с квазистатическими вихрями либо одностороннее, либо двустороннее присоединение оторвавшегося сдвигового слоя. Кроме того, под влиянием течения в просвете за задним цилиндром образуется ближний вихревой след, который существенным образом влияет на длину циркуляционной зоны. В заключение обсуждается физический механизм присоединения сдвигового слоя и образования течения в просвете в рассмотренном чередующемся режиме.

*Ключевые слова:* разрывный метод Галеркина, повышенная точность, тандем цилиндров, ближний след, нестационарные характеристики

DOI: 10.31857/S0568528121030099

Аэродинамические характеристики тела, находящегося в следе другого тупого тела, и его влияние на структуру течения привлекают широкий интерес в связи с такими проблемами, как влияние ветра на тросы мостов, дымовые трубы, небоскребы. Наиболее распространенной моделью при изучении таких явлений является обтекание двух одинаковых цилиндров, что отражено в доступной литературе [1–3].

В задаче об обтекании двух расположенных тандемом цилиндров гидродинамическая реакция и топология течения сильно зависят от относительного шага конфигурации l = L/D, т.е. отношения расстояния между цилиндрами к их диаметру, так что возможна классификация течений по этому признаку. В работе [4] режимы течений в докритическом состоянии подразделяются на режим вытянутого тела ( $1 \le l \le 1.2 \sim 1.8$ ), режим присоединения ( $1.2 \sim 1.8 < l < 3.4 \sim 3.8$ ) и режим совместного схода вихрей ( $l \ge 3.8$ ). При малых числах Рейнольдса (Re = 200), соответствующих ламинарному течению, в работе [5] в качестве примера были выбраны три значения шага и для них определены три различных режима схода вихрей. Значение l = 1.5 соответствует симметричному режиму течения в просвете между цилиндрами тандема, при котором в просвете образуется пара почти симметричных вихрей. Когда *l* возрастает до 2.3, происходит смена на режим чередования. В этом режиме концентрация вихрей в просвете между цилиндрами поочередно возрастает и убывает по обе стороны от центральной линии цилиндров. Наконец, при l = 5 в просвете образуются сходящие вихри; этот режим называется режимом следа в просвете. Другие исследования, касающиеся классификации течений в просвете, содержатся в [6, 7]. Поскольку в

#### ШАНЬ, СУНЬ

данной работе условия аналогичны принятым в [5], далее используется классификация, принятая в этой статье.

Режим чередования, также называемый режимом присоединения, является промежуточным, а переход к двум другим режимам весьма сложен. В работах [5, 8] обнаружено, что значение l, соответствующее переходу между режимами чередования и симметрии, крайне неустойчиво, как и возникающее при этом течение. В работах [9, 10] отмечается, что существует критическое значение шага  $l_c$  перехода от режима чередования к совместному сходу, так что при  $l > l_c$  фундаментальные характеристики течения внезапно меняются. Таким образом, понимание течения в режиме чередования крайне важно для изучения обтекания тандема цилиндров. Основной чертой чередующегося режима является присоединение оторвавшегося сдвигового слоя к заднему цилиндру [11–14]. В работе [7] показано, что явление присоединения почти непрерывно и характеризуется образованием квазистатического вихря в просвете. Наблюления в работе [8] показали. что течение в просвете тандема цилиндров обладает периодическими характеристиками и является источником неустойчивости, а в [15] показано, что эта неустойчивость, вероятно, обусловлена несимметричным отрывом течения. В [16, 17] сообщается, что сдвиговый слой периодически присоединяется к заднему цилиндру. В [18] показано, что эффект присоединения и скорость оторвавшегося сдвигового слоя оказывают существенное влияние на теплоперенос в системе расположенных тандемом цилиндров.

Предыдущие исследования были сосредоточены на изучении зависимости характеристик обтекания тандема цилиндров от Re или l и в большинстве из этих работ рассматривался лишь чередующийся режим, при котором Re и l изменяются в некотором ограниченном диапазоне. Однако, некоторые детали течения в чередующемся режиме, такие как структура течения и законы ее изменения в просвете и ближнем следе, форма присоединения оторвавшегося сдвигового слоя и физический механизм этого течения все еще остаются неясными. Поэтому цель настоящей работы состоит в прояснении указанных деталей течения путем расчетов разрывным методом Галеркина повышенной точности [19–21].

Имеется много работ по численному моделированию обтекания тандема цилиндров, выполненных в диапазонах параметров  $2 \le l \le 3$  и Re  $\le 200$  [22–24]. Помимо того, течение имеет

сходную вихревую структуру при  $200 \le \text{Re} \le 1 \times 10^5$  [12, 25]. Поэтому в настоящей работе выбраны значения l = 2.3 и Re = 200, соответствующие чередующемуся режиму в работе [5], обеспечивающие четкую вихревую картину и позволяющие избежать трехмерных эффектов в течении [26].

В разд. 1 дано описание численного метода, а его верификация представлена в разд. 2. Нестационарные характеристики полей течения, завихренности и давления, а также нестационарные распределения давления в окружном направлении и продольной скорости описаны в разд. 3. В Заключении представлены основные выводы к работе.

### 1. ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Нестационарное течение описывается уравнениями

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \nabla^2 \mathbf{u}$$
(1.2)

Здесь **u** – вектор скорости,  $\rho$  – плотность жидкости, p – скалярное давление и v – кинематическая вязкость. Эти уравнения решаются разрывным методом Галеркина [19]. Пространственная область разбивается на совместимые треугольные элементы, а неизвестные величины аппроксимируются интерполяционными полиномами высокого порядка с использованием точки Гаусса–Лобатто–Лежандра в каждом элементе. Интегрирование по времени осуществляется при помощи устойчивой трехшаговой схемы с расщеплением [27].

Числа Рейнольдса и Струхаля и коэффициенты сопротивления, подъемной силы и давления определяются следующим образом:

$$\operatorname{Re} = \frac{u_{\infty}D}{v}, \quad St = \frac{fu_{\infty}}{d}, \quad C_D(t) = \frac{F_x(t)}{\frac{1}{2}\rho u_{\infty}^2 D}, \quad C_L(t) = \frac{F_y(t)}{\frac{1}{2}\rho u_{\infty}^2 D}, \quad C_p(t) = \frac{p(t) - p_{\infty}}{\frac{1}{2}\rho u_{\infty}^2}.$$
(1.3)



Рис. 1. Расчетная область и граничные условия (а) и схематическое изображение тандема цилиндров (б).

Осредненное по времени сопротивление и среднеквадратичный коэффициент подъемной силы рассчитываются по формулам

$$\bar{C}_{D} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} C_{D}(t) dt, \quad C_{L,rms}' = \sqrt{\frac{\int_{0}^{T} C_{D}(t)^{2} dt}{T}}$$
(1.4)

где f – частота флуктуаций коэффициента подъемной силы,  $u_{\infty}$  – скорость набегающего потока,  $F_x$  и  $F_y$  – горизонтальная и вертикальная компоненты результирующей силы, действующей на цилиндры соответственно, и T – период флуктуаций. Безразмерное время определяется как  $t^* = tu_{\infty}/D$ .

### 2. ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ И ЕЕ ВАЛИДАЦИЯ

### 2.1. Расчетная область и граничные условия

Как показано на рис. 1, расчетная область представляет собой прямоугольник. Размеры области определяются в соответствии с результатами исследования о необходимой расчетной области для расчета двумерного обтекания цилиндра [28]. Эти размеры достаточны, чтобы исключить влияние дальнего поля и эффект блокировки.

Граничные условия показаны на рис. 1а; на поверхности цилиндров ставилось условие прилипания. Начальные условия при  $t^* = 0$  таковы:  $u/u_{\infty} = 1$ ,  $v/u_{\infty} = 0$  и  $p/\rho u_{\infty}^2 = 0$ . Для давления ставятся граничные условия типа Неймана всюду, за исключением выходной границы, где давление принимается равным нулю [19]. Для удовлетворения условиям Куранта–Фридрихса–Леви шаг по времени выбирается следующим образом:

$$\Delta t = \min(r_D) / (N_P + 1)^2 \tag{1.5}$$

где  $N_p$  – порядок интерполяционного полинома, а  $r_D$  – радиус окружности, вписанной в треугольный элемент [29].

#### 2.2. Расчетная сетка и проверка сеточной зависимости

Моделированию течений предшествовала проверка сеточной зависимости численных решений. На рис. 2а показана типичная неструктурированная сетка, применяемая при расчете обтекания тандема цилиндров при l = 2.3; она состоит из 1784 элементов. Имеет место сгущение сетки в радиальном направлении вокруг цилиндров. Для того чтобы удовлетворить требованиям по точности при вычислении интеграла Гаусса по элементу границы, используется геометрическая аппроксимация высокого порядка криволинейных границ цилиндров [30, 31], как показано на рис. 26.

Сеточное разрешение исследовано путем изменения порядка интерполяционных полиномов, как показано в табл. 1. Тестируемыми величинами были осредненный коэффициент сопротивления  $\overline{C}_D$  и среднеквадратичный коэффициент подъемной силы  $C'_{L,rms}$  для обоих цилиндров,

ИЗВЕСТИЯ РАН. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА № 3 2021



**Рис. 2.** Типичная неструктурированная сетка для тандема цилиндров при *L/D* = 2.3; расчетная сетка в глобальной пространственной области (а) и детали сетки вблизи цилиндров (б).

а также число Струхаля St. Индексы 1 и 2 соответствуют переднему и заднему цилиндрам. В табл. 1 показано, что, благодаря использованию интерполяции высокого порядка, результаты, полученные во всех случаях, весьма близки. Так, различие в глобальных параметрах при  $N_p = 6$  и  $N_p = 7$  менее 0.1%. Имея в виду соображения по требуемой точности расчетов и необходимых вычислительных затратах, было принято решение о проведении расчетов при  $N_p = 6$ . Для дальнейшей проверки точности расчетов в табл. 2 приводятся данные по тестируемым величинам при l = 2 и 3 и Re = 200, а результаты решений для одиночного цилиндра при Re = 200 даны в табл. 3.

**Таблица 1.** Изменение тестируемых параметров при изменении порядка интерполяционного полинома при *l* = 2.3 и Re = 200

$N_p$	$\overline{C}_{D1}$	$\overline{C}_{D2}$	$C'_{L1,rms}$	$C'_{L2,rms}$	St
5	1.03384223	-0.17434946	0.02352701	0.14501277	0.13250074
6	1.03374616	-0.17510115	0.02418974	0.14937265	0.13250054
7	1.03388324	-0.17492981	0.02429842	0.14957995	0.13250041
8	1.03418336	-0.17504020	0.02435423	0.14985745	0.13250033

	$\overline{C}_{D1}$	$\overline{C}_{D2}$	$C'_{L1,rms}$	$C'_{L2,rms}$	St
l	2				
Настоящая работа	1.0568	-0.2007	0.027	0.1072	0.135
[32]	1.062	-0.206	—	—	—
[8]	1.03852	-0.19832	0.02147	0.10377	0.13297
[23]	1.03	-0.16	—	—	0.138
[33]	1.06	-0.21	—	—	_
[12]	1.03	-0.17	—	—	0.13
l	3				
Настоящая работа	1.0227	-0.1213	0.0216	0.2133	0.13
[24]	1.018	-0.13	0.022	0.212	0.125
[34]	1.043	-0.129	0.023	0.212	0.127
[23]	1.0	-0.08	—	—	0.129
[33]	1.051	-0.56	0.029	0.269	0.13
[35]	1.02	-0.12	—	—	0.128

**Таблица 2.** Проверка тестируемых параметров для случая тандема цилиндров при *l* = 2 и 3 и Re = 200

### ЭВОЛЮЦИЯ ЧЕРЕДУЮШЕЙСЯ СТРУКТУРЫ ТЕЧЕНИЯ

	$\bar{C}_D$	$C_{L,rms}$	St
Настоящая работа	1.366	0.4924	0.1967
[36]	1.337	0.685	0.1955
[18]	1.362	0.487	0.197
[37]	1.35	0.48	0.196
[24]	1.4	0.488	0.195
[38]	1.33	_	0.186
[34]	1.376	0.495	0.190
[39]	1.337	0.474	0.195
[22]	$1.348\pm0.05$	0.659	0.196
[12]	1.3	_	0.196
Эксперименты			
[40]	_	0.247-0.495	0.18-0.197
[41]	_	—	0.196
[42]	_	_	0.17-0.19

Таблица 3. Проверка тестируемых параметров для случая одиночного цилиндра при Re = 200

Эти результаты находятся в удовлетворительном согласовании с данными из литературы, а также с результатами экспериментальных исследований.

### 3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

#### 3.1. Нестационарное поле течения

На рис. 4 представлены мгновенные картины линий тока, соответствующие характерным моментам времени из устойчивого цикла изменения подъемной силы заднего цилиндра, приведенным на рис. 3. В момент времени *a* в просвете между цилиндрами существуют два квазистатических вихря, что согласуется с осредненными распределениями линий тока, приводимыми во многих работах (см. [14, 18, 32]). Линии тока в ближнем следе искажены наличием градиента противодавления. В момент *b* имеет место интересное явление входа части жидкости извне в просвет у верхней левой части заднего цилиндра. Эта жидкость протекает между двумя квазистатическими вихрями и вытекает из просвета за передним цилиндром. Это течение будем называть течением в просвете. Аналогично, малый вихрь позади заднего цилиндра назовем ближним вихревым следом. Течение в просвете и ближний вихревой след сильнее развиты в момент *c*. Затем, в момент *d*, течение в просвете ослабевает, а ближний вихревой след смещается вниз по потоку. Наконец, в момент *f* течение в просвете и ближний вихревой след исчезают, и структура течения в просвете возвращается к комбинации двух квазистатических вихрей. Как явствует из рис. 4, в



**Рис. 3.** Типичные моменты времени при эволюции коэффициента подъемной силы заднего цилиндра при l = 2.3 и Re = 200.

ИЗВЕСТИЯ РАН. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА № 3 2021



**Рис. 4.** Мгновенные линии тока в различные типичные моменты времени ( $x^* = x/D$  по горизонтали и  $y^* = y/D$  по вертикали).

моменты f-j и a-e топология течений симметрична и закономерности течений одинаковы; поэтому в дальнейшем рассматривается лишь одна из этих последовательностей. Нужно заметить, что мгновенные состояния течения, которые наблюдались в экспериментальной работе [43] при Re = 1 × 10<sup>4</sup> и l = 2, согласуются с картинами, приведенными на рис. 46 и 4в. При последующем анализе в качестве примера обсуждается ситуация, имеющая место в моменты a-e.

#### 3.2. Нестационарное поле завихренности

На рис. 5 изображено мгновенное поле завихренности в просвете и ближнем следе для моментов a-e (рис. 3). Можно видеть, что особенностью этого поля является то, что существуют две



**Рис. 5.** Изолинии нормализованной мгновенной завихренности  $\omega_z D/u_\infty$  в моменты a-e (по горизонтали отложено  $x^* = x/D$ ).

малых области концентрированной завихренности противоположных знаков, расположенные у поверхностей цилиндров, обращенных к просвету. В соответствии с рис. 4, это связано с взаимодействием между двумя квазистатическими противонаправленными вихрями при наличии условий прилипания, наложенных на поверхности цилиндров. На задней поверхности заднего цилиндра имеется небольшая область концентрированной завихренности, обусловленная протеканием здесь жидкости. Кроме того, по каждую сторону от центральной линии просвета существуют две относительно большие области концентрированной завихренности противоположных знаков. Две эти области соединены с верхним и нижним сдвиговыми слоями и интенсивность вихрей быстро убывает в направлении к центральной линии. Эта область завихренности связана главным образом с диффузией завихренности в сдвиговых слоях в направлении центральной линии. В то же время размеры областей концентрации завихренности по обе стороны от центральной линии поочередно возрастают и убывают (см., например, рис. 5а и 5в). Аналогичное явление наблюдалось в работах [5, 8]. Его причина состоит в изменении интенсивности квазистатических вихрей и характера течения в просвете.

#### 3.3. Нестационарные коэффициенты давления

На рис. 6 построены распределения мгновенных значений коэффициентов давления по поверхностям цилиндров в окружном направлении для моментов времени a-e; направление изменения угловой координаты показано на рис. 16. Мгновенное давление на поверхности переднего цилиндра меняется незначительно; имеется лишь небольшое изменение на его верхней поверхности. Это изменение связано, главным образом, с изменением квазистатической завихренности в просвете. Напротив, мгновенное давление на поверхности заднего цилиндра изменяется сильно и оно всегда отрицательно. В момент *а* коэффициент давления имеет пик при  $\theta \approx 294^\circ$ , который соответствует присоединению сдвигового слоя, оторвавшегося от переднего цилиндра [9, 44, 45]. Это означает, что в указанный момент оторвавшийся сдвиговый слой только что присоединился к нижней левой части заднего цилиндра; подобная ситуация называется односторонним присоединением. При  $\theta \approx 100 \sim 190^\circ$  коэффициент давления существенно возрастает, ШАНЬ, СУНЬ



**Рис. 6.** Мгновенные распределения коэффициента давления по окружности цилиндров в моменты *a*-*e*; (а) передний цилиндр и (б) задний цилиндр.

что связано с воздействием части жидкости на заднюю поверхность тела через градиент backpressure, как показано на рис. 4а. В момент *b* пиковое давление несколько убывает, тогда как давление при  $\theta \approx 70 \sim 190^{\circ}$  значительно возрастает. Это происходит, потому что в этот момент имеет место течение в просвете, как показано на рис. 4б. Под влиянием этого течения поток жидкости у верхней поверхности заднего цилиндра сокращается, что приводит к уменьшению скорости течения и росту давления. В момент *c* коэффициент давления имеет два пика, так что оторвавший-ся сдвиговый слой присоединяется с двух сторон; эту ситуацию назовем двусторонним присоединением. Присоединение к верхней части поверхности происходит при  $\theta \approx 70^{\circ}$ , тогда как положение присоединения к нижней части поверхности остается без изменений. В этот момент дует также заметить, что в этот момент коэффициент давления силы достигает максимума, как показано на рис. 3. В момент *d* коэффициент давления снова имеет лишь один пик, а положение одностороннего присоединения соответствует  $\theta \approx 68^{\circ}$ . В момент *e* одностороннее присоединения соответствует  $\theta \approx 68^{\circ}$ . В момент *e* одностороннее присоединения соответствует  $\theta \approx 68^{\circ}$ . В момент *e* одностороннее присоединение присоединения соответствует  $\theta \approx 68^{\circ}$ . В момент *e* одностороннее присоединение имеет лишь один пик, а положение одностороннего присоединения соответствует  $\theta \approx 68^{\circ}$ . В момент *e* одностороннее присоединение ние имеет место при  $\theta \approx 65^{\circ}$ . Положение присоединения верхней части сдвигового слоя меняется в ходе течения в просвете и стремится к передней точке торможения заднего цилиндра.

### 3.4. Нестационарная продольная скорость

Для анализа влияния вихревого ближнего следа на течение на рис. 7 показано распределение мгновенной продольной скорости по центральной линии следа. Во многих работах промежуток, где продольная скорость меняется с отрицательной на положительную, рассматривается как длина циркуляционной зоны (пузыря) [13, 46, 47]. Из рисунка можно видеть, что течение в просвете не является полностью развитым, и поэтому обсуждать изменения циркуляционной зоны имеет смысл лишь в ближнем следе. Наблюдения показывают, что длина циркуляционной зоны меняется немонотонно. Она максимальна в момент с и минимальна в момент d. Результаты показывают, что вихревой ближний след существенно влияет на длину циркуляционной зоны. Под действием течения в просвете вдоль задней поверхности заднего цилиндра образуется перепад давлений, который, взаимодействуя с градиентом противодавления, приводит к формированию вихревого ближнего следа (см., например, рис. 4б). В моменты а и е в следе отсутствует вихревой ближний след, так что размеры циркуляционной зоны в обоих случаях примерно одинаковы. В момент b ближний вихревой след зарождается, что приводит к удлинению циркуляционной зоны. В момент с размеры и интенсивность вихревого ближнего следа максимальны, вместе с длиной циркуляционной зоны. В момент d ближний вихревой след смещается вниз по потоку, а его интенсивность ослабевает. В этот момент длина циркуляционной зоны минимальна, а восстановление дефицита скорости по отношению к набегающему потоку происходит наиболее медленно.



**Рис. 7.** Мгновенные распределения продольной скорости по центральной линии следа в моменты a-e  $(u^* = u/u_{\infty}, x^* = x/D).$ 

#### 3.5. Нестационарное поле давления

Для подтверждения формы присоединения оторвавшегося сдвигового слоя на рис. 8 приводится поле давления вблизи двух цилиндров для моментов времени a-e. Сравнение данных на рис. 4 и 6 показывает, что помеченные области соответствуют положению присоединения сдвигового слоя. Давление в этой области значительно выше, чем в окружающей жидкости. В моменты a и b существует лишь одна область присоединения к нижней поверхности, т.е. имеет место одностороннее присоединение. В момент c области присоединения присутствуют на обеих сторонах, т.е. имеет место двустороннее присоединение. Однако к этому моменту давление в нижней области присоединения уже мало. В моменты d и e нижняя область присоединения исчезает и происходит возвращение к одностороннему присоединению.

### 3.6. Обсуждение

На основании рассчитанных мгновенных полей течения, завихренности и давления ниже проведен общий анализ течения в просвете между цилиндрами и в ближнем следе за ними в режиме чередования. Далее на основании вышеупомянутого анализа, на примере мгновенных процессов, протекающих в моменты a-e, делается попытка объяснить физический механизм присоединения сдвигового слоя и возникновения течения в просвете.

Вследствие асимметричного отрыва потока с переднего цилиндра [15], оторвавшийся сдвиговый слой присоединяется к нижней стороне заднего цилиндра под действием силы инерции. Часть присоединенного сдвигового слоя сворачивается в просвете, так что нижний квазистатический вихрь становится более интенсивным, а другая часть обтекает задний цилиндр и действует на его заднюю поверхность под влиянием градиента противодавления, как показано на рис. 4а. Это случай одностороннего присоединения, обусловленный асимметричным отрывом потока (рис. 8a). В работе [5] показано, что течению в просвете при l = 2.3 свойственна кооперативная эллиптическая неустойчивость, сходная с той, что имеет место для пары противонаправленных вихрей. Таким образом, вследствие этой неустойчивости и присоединения оторвавшегося сдвигового слоя на нижней стороне, два противонаправленных квазистатических вихря создают в просвете эффект, подобный эффекту накачки. Эти два квазистатических вихря испытывают сильное притяжение со стороны верхней жидкости, вследствие чего возникает течение в просвете, как показано на рис. 46. Далее течение в просвете и квазистатический вихрь смыкаются, область, занятая течением в просвете, постепенно расширяется и перепад давления между двумя квазистатическими вихрями постепенно сводится на нет. Когда интенсивность "накачки", т.е. протяженности течения в просвете, достигает максимума, верхний сдвиговый слой присоединяется к верхней поверхности заднего цилиндра, как показано на рис. 4в. Это соответствует ситуации двустороннего присоединения на рис. 8в. Присоединение на верхней стороне вызвано течением в просвет, а присоединение на нижней стороне по-прежнему обусловлено асимметричным отрывом потока. Однако интенсивность присоединения к нижней стороне



**Рис. 8.** Мгновенное поле давления в ближнем следе за цилиндрами в моменты a-e.

к этому времени ослабевает, как показано для момента c на рис. 66. По мере того как верхний квазистатический вихрь постепенно увеличивается в размерах и становится обширнее нижнего вихря, в просвете возникает противоположно направленный градиент давления, как показано на рис. 8г и 8д. Это частично восстанавливает симметрию отрывного течения за передним цилиндром и одностороннее присоединение обусловлено теперь только течением в просвете. Наконец, течение в просвете исчезает и топология течения становится той же, что и в момент времени a.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Эволюция структуры течения в просвете между двумя расположенными тандемом цилиндрами, происходящая в режиме чередования, численно исследована при помощи разрывного метода Галеркина высокой точности. Рассмотрено двумерное течение несжимаемой жидкости. Изучены нестационарные поля течения, завихренности и давления и нестационарные распределения давления по поверхности цилиндров и продольной скорости по центральной линии следа.

В рассмотренном режиме между цилиндрами тандема возникает течение в просвете. В силу неустойчивости течения в просвете и присоединения сдвигового слоя два противонаправленных квазистатических вихря создают эффект, подобный эффекту "накачки", так что они испытывают сильное притяжение с нижней стороны цилиндра, создавая течение в просвете.

повения течения в просвете лишь одна сторона едонновно слоя присоединяется к заднему цилиндру, что соответствует одностороннему присоединению, обусловленному асимметричным отрывом потока. После того как течение в просвете возникло, перепад давления между квазистатическими вихрями постепенно убывает, а область, занятая течением в просвете, расширяется. Когда диапазон течения в просвете достигает максимума, происходит двустороннее присоединение. По мере усиления слияния в просвете возникает противоположный градиент давления и симметрия потока, оторвавшегося с переднего цилиндра, восстанавливается. Следовательно, присоединение, вызванное асимметричным отрывом потока, постепенно ослабевает и, наконец, исчезает, а на смену ему приходит одностороннее присоединение, обусловленное течением в просвете.

Под действием течения в просвете и градиента противодавления позади заднего цилиндра возникает вихревой ближний след. Изменения в вихревом ближнем следе существенно влияют на размеры циркуляционной зоны. Ее длина возрастает с увеличением размеров и интенсивности вихревого ближнего следа.

Информация о деталях течения в просвете между расположенными тандемом цилиндрами и в ближнем следе за ними проясняет эволюцию структуры обтекания пары цилиндров в режиме чередования, что может быть полезно для дальнейшего понимания физического механизма этого течения и управления им в технических приложениях.

Работа выполнена при поддержке Национального фонда естественных наук Китая (грант № 51108345), Государственной головной лаборатории гражданского строительства и предотвращения катастроф Китая (грант № SLDRCE-MB-04), Головной лаборатории новых источников энергии и энергообеспечения зданий автономного района Гуаньси (грант № 19-J-21-14), Совместной программы Национальных фондов естественных наук района Гуаньси (грант № 2019ЈЈА160127), Исследовательского инновационного проекта молодых талантов района Гуаньси (грант № 2019АС20022), Специального фонда талантов Технического университета г. Гуйлинь (грант № RD19100163 и № RD19100166) и Департамента образования провинции Ляонинь (грант № LJYL030).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Zdravkovich M. REVIEW Review of flow interference between two circular cylinders in various arrangements // ASME Transactions Journal of Fluids Engineering. 1977. V. 99. P. 618–633.
- 2. Sumner D. Two circular cylinders in cross-flow. A review // J. Fluid Struct. 2010. V. 26. № 6. P. 849–899.
- 3. *Zhou Y., Alam M.M.* Wake of two interacting circular cylinders: A review // Int. J. Heat Fluid Flow. 2016 V. 62. P. 510–537.
- 4. Zdravkovich M.M. The effects of interference between circular cylinders in cross flow // J. Fluid Struct. 1987. V. 1. № 2. P. 239–261.
- 5. *Carmo B.S., Meneghini J.R., Sherwin S.J.* Secondary instabilities in the flow around two circular cylinders in tandem //J. Fluid Mech. 2010. V. 644. P. 395–431.
- 6. *Xu G., Zhou Y.* Strouhal numbers in the wake of two inline cylinders // Exp. Fluids. 2004. V. 37. № 2. P. 248–256.
- 7. *Igarashi T*. Characteristics of the flow around two circular cylinders arranged in tandem (1st report) // Bull. Japan. Soc. Mech. Eng. 1981. V. 24. № 188. P. 323–331.
- 8. *Wang R., Zhu H.B., Bao Y., Zhou D., Ping H., Han Z.L., Xu H.* Modification of three-dimensional instability in the planar shear flow around two circular cylinders in tandem // Phys. Fluids. 2019. V. 31. № 10. P. 15.
- 9. Wang L.J., Alam M.M., Zhou Y. Two tandem cylinders of different diameters in cross-flow: effect of an upstream cylinder on wake dynamics // J. Fluid Mech. 2018. V. 836. P. 5–42.
- Yang W.C., Stremler M.A. Critical spacing of stationary tandem circular cylinders at Re approximate to 100 // J. Fluid Struct. 2019. V. 89. P. 49–60.
- 11. *Mittal S., Kumar V., Raghuvanshi A.* Unsteady incompressible flows past two cylinders in tandem and staggered arrangements // Int. J. Numer. Meth. Fl. 1997. V. 25. P. 1315–1344.
- 12. *Meneghini J.R., Saltara v, Siqueira C.L.R., Ferrari J.A.* Numerical simulation of flow interference between two circular cylinders in tandem and side-by-side arrangements // J. Fluid Struct. 2001. V. 15. № 2. P. 327–350.
- 13. *Zhang W., Dou H.S., Zhu Z.C., Li Y.* Unsteady characteristics of low-Re flow past two tandem cylinders // Theor. Comput. Fluid Dyn. 2018. V. 32. № 4. P. 475–493.
- 14. *Dwivedi A.R., Dhiman A.K.* Flow and heat transfer analysis around tandem cylinders: critical gap ratio and thermal cross-buoyancy // J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng. 2019. V. 41. № 11. P. 25.

ИЗВЕСТИЯ РАН. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА № 3 2021

### ШАНЬ, СУНЬ

- 15. *Schewe G., Jacobs M.* Experiments on the Flow around two tandem circular cylinders from sub- up to transcritical Reynolds numbers // J. Fluid Struct. 2019. V. 88. P. 148–166.
- 16. *Kitagawa T., Ohta H.* Numerical investigation on flow around circular cylinders in tandem arrangement at a subcritical Reynolds number // J. Fluid. Struct. 2008. V. 24. № 5. P. 680–699.
- 17. *Ljungkrona L., Sunden B.* Flow visualization and surface pressure measurement on two tubes in an inline arrangement // Exp. Therm. Fluid Sci. 1993. V. 6. № 1. P. 15–27.
- 18. *Zafar F., Alam M.M.* A low Reynolds number flow and heat transfer topology of a cylinder in a wake // Phys. Fluids. 2018. V. 30. № 8. P. 18.
- 19. Hesthaven J.S. Nodal discontinuous Galerkin methods. New York, Springer, 2008.
- Massa F.C., Noventa G., Lorini M., Bassi F., Ghidoni A. High-order linearly implicit two-step peer schemes for the discontinuous Galerkin solution of the incompressible Navier-Stokes equations // Computers Fluids. 2018. V. 162. P. 55–71.
- Paipuri M., Fernández-Méndez S., Tiago C. Comparison of high-order continuous and hybridizable discontinuous Galerkin methods for incompressible fluid flow problems // Mathematics and Computers in Simulation. 2018. V. 153. P. 35–58.
- 22. *Ding H., Shu C., Yeo K.S., Xu D.* Numerical simulation of flows around two circular cylinders by mesh-free least square-based finite difference methods // Int. J. Numer. Meth. Fluids. 2007. V. 53. № 2. P. 305–332.
- 23. Dehkordi B.G., Moghaddam H.S., Jafari H.H. Numerical simulation of flow over two circular cylinders in tandem arrangement // J. Hydrodyn. 2011. V. 23. № 1. P. 114–126.
- 24. *Alam M.M.* Lift forces induced by phase lag between the vortex sheddings from two tandem bluff bodies // J. Fluid Struct. 2016. V. 65. P. 217–237.
- 25. *Slaouti A., Stansby P.K.* Flow around two circular cylinders by the random-vortex method // J. Fluid Struct. 1992. V. 6. № 6. P. 641–670.
- 26. *Carmo B.S., Meneghini J.R.* Numerical investigation of the flow around two circular cylinders in tandem // J. Fluid Struct. 2006. V. 22. № 6–7. P. 979–988.
- 27. Karniadakis G.E., Israeli M., Orszag S.A. High-order splitting methods for the incompressible Navier-Stokes equations // J. Comput. Phys. 1991. V. 97. № 2. P. 414–443.
- 28. Jiang H.Y., Cheng L., Draper S., An H.W., Tong F.F. Three-dimensional direct numerical simulation of wake transitions of a circular cylinder // J. Fluid. Mech. 2016. V. 801. P. 353–391.
- 29. *Toulorge T., Desmet W.* Optimal Runge-Kutta schemes for discontinuous Galerkin space discretizations applied to wave propagation problems // J. Comput. Phys. 2012. V. 231. P. 2067–2091.
- 30. *Kroll N., Hirsch C., Bassi F., Johnston C., Hillewaert K.* IDIHOM: Industrialization of high-order methods-A top-down approach. New York: Springer, 2015.
- 31. Gordon W.J., Hall C.A. Transfinite element methods: Blending-function interpolation over arbitrary curved element domains // Numer. Math. 1973. V. 21. № 2. P. 109–129.
- 32. Darvishyadegari M., Hassanzadeh R. Heat and fluid flow around two co-rotating cylinders in tandem arrangement // Int. J. Therm. Sci. 2019. V. 135. P. 206–220.
- 33. *Mahir N., Altac Z.* Numerical investigation of convective heat transfer in unsteady flow past two cylinders in tandem arrangements // Int. J. Heat Fluid Flow. 2008. V. 29. № 5. P. 1309–1318.
- Koda Y., Lien F.S. Aerodynamic effects of the early three-dimensional instabilities in the flow over one and two circular cylinders in tandem predicted by the lattice Boltzmann method // Computers Fluids. 2013. V. 74. P. 32–43.
- 35. *Papaioannou G.V., Yue D.K.P., Triantafyllou M.S., Karniadakis G.E.* Three-dimensionality effects in flow around two tandem cylinders // J. Fluid Mech. 2006. V. 558. P. 387–413.
- 36. *Liu M.M.* The predominant frequency for viscous flow past two tandem circular cylinders of different diameters at low Reynolds number // Proc. Inst. Mech. Eng. Part M- J. Eng. Marit. Environ. 2019. P. 1–13.
- Shaaban M., Mohany A. Flow-induced vibration of three unevenly spaced in-line cylinders in cross-flow // J. Fluid Struct. 2018. V. 76. P. 367–383.
- 38. *Vu H.C., Ahn J., Hwang J.H.* Numerical simulation of flow past two circular cylinders in tandem and side-byside arrangement at low Reynolds numbers // KSCE J. Civ. Eng. 2016. V. 20. № 4. P. 1594–1604.
- 39. *Singha S., Sinhamahapatra K.P.* High-resolution numerical simulation of low Reynolds number incompressible flow about two cylinders in tandem // J. Fluids Eng.-Trans. ASME. 2010. V. 132. № 1. P. 10.
- 40. *Norberg C.* Fluctuating lift on a circular cylinder: review and new measurements // J. Fluid Struct. 2003. V. 17. Nº 1. P. 57–96.
- 41. *Williamson C.H.K.* 2-D and 3-D aspects of the wake of a cylinder and their relation to wake computations // Vortex Dynamics and Vortex Methods. 1991. V. 28. P. 719–751.
- 42. *Roshko A*. On the drag and shedding frequency of two-dimensional bluff bodies // Ed. by National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) Washington: United States, 1954.

- 43. *Lin J.C., Yang Y., Rockwell D.* Flow past two cylinders in tandem: instantaneous and averaged flow structure // J. Fluid Struct. 2002. V. 16. № 8. P. 1059–1071.
- 44. *Igarashi T., Suzuki K.* Characteristics of the flow around three circular cylinders // Jsme International Journal. 1984. V. 24. № 233. P. 2397–2404.
- 45. *Alam M.M., Moriya M., Takai K., Sakamoto H.* Fluctuating fluid forces acting on two circular cylinders in a tandem arrangement at a subcritical Reynolds number // J. Wind. Eng. Ind. Aerodyn. 2003. V. 91. № 1. P. 139–154.
- 46. *Hu X.F., Zhang X.S., You Y.X.* On the flow around two circular cylinders in tandem arrangement at high Reynolds numbers // Ocean. Eng. 2019. V. 189. P. 20.
- 47. *Prsic M.A., Ong M.C., Pettersen B., Myrhaug D.* Large eddy simulations of flow around tandem circular cylinders in the vicinity of a plane wall // J. Mar. Sci. Technol. 2019. 24. № 2. P. 338–358.

Перевод с англ. М.Г. Лебедева

## Evolution of the Flow Structure in the Gap and Near Wake of Two Tandem Cylinders in the AG Regime

Xiangjun Shan<sup>1,#</sup> and Fangjin Sun<sup>2,3,##</sup>

<sup>1</sup> College of Mechanics and Engineering, Liaoning Technical University, Fuxin, 123000, China
 <sup>2</sup> Guangxi Key Laboratory of New Energy and Building Energy Saving, Guilin, 541004, China
 <sup>3</sup> College of Civil and Architectural Engineering, Guilin University of Technology, Guilin, 541000, China
 <sup>#</sup>E-mail: x\_j\_shan@outlook.com

<sup>##</sup>E-mail: e\_dm@163.com

A high-order discontinuous Galerkin method was employed to study the evolution of the flow structure in the gap and near wake of two tandem cylinders in the alternating in the gap (AG) regime. The transient characteristics of the flow field, vorticity field and pressure field, the transient circumferential pressure distribution and the streamwise velocity along the centerline of the wake were studied under a Reynolds number of 200 and a pitch ratio of 2.3. The results showed that gap-flow occurred between two tandem cylinders in the AG regime, and the gap-flow interacted with the quasistatic vortices in the gap to cause unilateral or bilateral reattachment of the separated shear layer. In addition, under the influence of the gap-flow, a near-wake vortex was generated behind the downstream cylinder, which significantly affected the length of the recirculation bubble. Finally, the physical mechanism of reattachment of the shear layer and the generation of gap-flow in the AG regime were discussed

Keywords: discontinuous Galerkin, higher-order accuracy, tandem cylinders, near wake, transient characteristics