УДК 534.7

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ГРУППЫ ЦИЛИНДРОВ ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

© 2021 г. Цзянь Инь^{*a*}, Тао Цзя^{*a*,*}, Ди Гао^{*b*}

^a Department of Thermal Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan, 030024, China ^b Department of Mathematics and Statistics, Sam Houston State University, 1905 University Ave, Huntsville, TX 77340, United States

> **E-mail: tjcoch@163.com* Поступила в редакцию 03.06.2020 г. После доработки 30.09.2020 г. Принята к публикации 01.10.2020 г.

Численно исследовано обтекание группы семи разнесенных цилиндров. С этой целью уравнения Навье—Стокса для двумерного течения несжимаемой жидкости решаются методом конечных элементов при числе Рейнольдса 200 и в диапазоне безразмерных расстояний между цилиндрами L/D = 1.1-5. В соответствии с характерными гидродинамическими параметрами обтекания и расположением вихревых дорожек, можно выделить три существенно различные формы течения в следе за телами, а именно, режим обтекания системы как единого тупого тела (1.1 < L/D < 1.5), режим отклоняющегося потока (1.5 < L/D < 3) и режим вихревого соударения (3 < L/D < 5). Для более глубокого исследования характерных особенностей упомянутых режимов течения проанализированы изменения гидродинамических сил, действующих на семь цилиндров, механизмы, определяющие эти изменения, и структуры следов. Результаты этого анализа показывают, что в разных упомянутых режимах течение в просвете между телами по-разному влияет на изменение гидродинамических характеристик. Показано, что изменение структуры следа тесно связано с переменой режима обтекания.

Ключевые слова: обтекание цилиндров, малые числа Рейнольдса, режимы течения в следе, гидродинамические силы, структура следа

DOI: 10.31857/S0568528121020134

Проблема обтекания тупых тел имеет большое научное и практическое значение. В последние годы много внимания уделяется поперечному обтеканию связок труб ввиду широких практических приложений при проектировании теплообменных аппаратов, морских гидросооружений, систем охлаждения ядерных станций и других. Сложность явлений, связанных с отрывом потока и взаимодействием свободных сдвиговых слоев, порожденных массивами цилиндров, обусловила пристальный интерес к этой проблеме в прошлом. Так, большое количество экспериментальных и численных исследований было посвящено динамике вихрей в течении за одним или двумя круговыми цилиндрами [1–6].

Для практики проблема обтекания системы многих цилиндров важнее, чем случай одного или двух тел, так как характер этого обтекания значительно сложнее, завися от угла наклона потока, расстояния между телами, числа Рейнольдса и других параметров. В работе [7] рассмотрено обтекание системы цилиндров, расположенных в виде равностороннего треугольника, и показано, что можно различать режимы взаимодействия между цилиндрами, соответствующие малым (1.7 < L/D < 2.0), переходным (L/D = 2.2), средним (2.5 < L/D < 3.0) и большим (L/D > 4.0) расстояния между телами. При всех углах наклона набегающего потока между цилиндрами возникают струйные течения, образуя две отчетливо различимые области следа, широкий след и узкий след, а длина зоны возвратного течения зависит от угла наклона [8]. В работах [9-11] измерены распределения давления и силы, действующие на четыре расположенные квадратом цилиндра, причем отмечено, что режим обтекания существенно влияет на распределения давления и коэффициенты сил. Результаты трассерной визуализации течения (PIV) и численного моделирования в работах [12, 13] позволили установить наличие нескольких различных режимов течения в зависимости от расстояния между телами. В [14] выполнено трехмерное численное иссле-

ИНЬ и др.

дование течения в следе за четырьмя цилиндрами при L/D = 2 и 100 < Re < 500; обнаружены четыре различных режима течения. В первых трех режимах (100 < Re < 380) течение между передними и задними цилиндрами было в основном двумерным, а в последнем режиме (400 < Re < 500) оно было трехмерным.

При дальнейших, более углубленных исследованиях рассматривались и более сложные конфигурации связок труб. Так, в [15] численно исследовалось обтекание кругового массива цилиндров при числе Рейнольдса 100 и диаметре массива, равном 21 D. В этом случае доля пустого пространства в конфигурации обратно пропорциональна количеству цилиндров в массиве и является фактором, определяющим картину течения. По результатам моделирования выявлены три различных структуры течения в следе. В работе [16] исследован турбулентный след за двумерной круговой конфигурацией, состоящей из круговых цилиндров, и показано, что безразмерная длина общего следа за телами возрастает с увеличением "пористости" конфигурации. Основываясь на определениях эйлеровой и лагранжевой средних скоростей и их разложении на компоненты. соответствующие ближнему и дальнему полю, в работе [17] предложена численная модель для анализа невязкого обтекания группы тел. В работе [18] выполнено моделирование обтекания группы круглых труб в квалратной и разнесенной конфигурациях. Существенно, что характеристики обтекания четырех квадратных массивов, расположенных цепочкой и состоящих из по меньшей мере 15 цилиндров каждый, были изучены экспериментально. Исследованы режимы течения и эффекты турбулентности и подтвержден спонтанный переход из одного режима в другой. Моделирование методом крупных вихрей (LES) обтекания цепочки четырех квадратных массивов также подтвердило экспериментальные результаты [19, 20]. Большое количество исследований проведено в работах [21, 22] при n > 10.

В настоящее время мало исследовано обтекание семи цилиндров в разнесенной конфигурации. Цель настоящей работы состоит в том, чтобы добиться понимания сложной физики процесса в данном случае. Исследована чувствительность режимов течения, коэффициентов сил и осредненного по времени течения от безразмерного расстояния между цилиндрами. Авторы выражают надежду, что полученные ими результаты будут способствовать лучшему пониманию сложной гидродинамики обтекания систем многих цилиндров с различными геометриями, а также смогут создать базу данных для дальнейшего исследования обтекания систем многих цилиндров, встречающихся в технических приложениях. Статья организована следующим образом. В разд. 1 описана численная схема, а основные результаты изложены в разд. 2. В Заключении приведены основные выводы работы.

1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

1.1. Основные уравнения и определяющие параметры

Течение однородной несжимаемой вязкой жидкости описывается уравнениями неразрывности и Навье–Стокса

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$
(1.2)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$
(1.3)

Здесь ρ – плотность жидкости, t – время, P – давление, u – x-компонента скорости, v – y-компонента скорости и μ – динамическая вязкость. Пространственная дискретизация конвективных членов осуществляется по противопоточной схеме второго порядка, а диффузионных членов – по центральной схеме второго порядка. Дискретизация по времени осуществляется согласно неявной схеме второго порядка. Взаимодействие между скоростью и давлением обеспечивается при помощи схемы SIMPLEC [23, 24].

Безразмерные параметры, такие как коэффициенты подъемной силы и сопротивления, а также число Струхаля, определяются следующим образом:

$$C_L = \frac{2F_L}{\rho U_0^2 D} \tag{1.4}$$



Рис. 1. Конфигурация группы цилиндров.

$$C_D = \frac{2F_D}{\rho U_0^2 D} \tag{1.5}$$

$$C'_{L} = \sqrt{\frac{n \sum_{i=1}^{n} (C_{Li} - \bar{C}_{L})^{2}}{n}}$$
(1.6)

$$\dot{C}_{D} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (C_{DiB} - \bar{C}_{D})^{2}}{n}}$$
 (1.7)

$$S_t = \frac{fD}{U_0} \tag{1.8}$$

Здесь F_L – подъемная сила, F_D – сопротивление, а f – частота схода вихрей.

1.2. Конфигурация и граничные условия

Расчеты проведены при числе Рейнольдса 200 (Re = $\rho U_0 D/\mu$, где U_0 – скорость равномерного набегающего потока, а D – диаметр цилиндра). Расстояние от группы цилиндров до входной границы выбрано равным 10D, до выходной границы – 40D, а до верхней и нижней границ – 20D. Расстояние между центрами двух цилиндров равно L; далее в качестве определяющего параметра рассматривается безразмерное расстояние L/D. Область, в которой производится отбор данных, и конфигурация цилиндров показаны на рис. 1. Область отбора данных в поле течения представляет собой квадрат со стороной длины D; на рис. 1 она показана штриховой линией. Производится ее перемещение вдоль пунктирной линии.

Граничные условия выбраны следующими. Входная и выходная границы расположены на левой и правой сторонах прямоугольной расчетной области (рис. 1). На поверхностях цилиндров ставятся условия прилипания, на входной границе задаются условия, соответствующие равномерному потоку, на выходной границе ставятся условия свободного истечения, а на верхней и нижней границах ставятся условия симметрии (рис. 1).

1.3. Сетка

Дискретизация расчетной области выполнена посредством неструктурированных сеток, причем на поверхностях цилиндров строятся двухслойные скошенные сетки. Локальное сгущение сетки осуществляется в особо чувствительных к счету областях, таких как поверхности цилиндров и область следа. Сетка, сгенерированная для случая L/D = 3, показана на рис. 2.

ИЗВЕСТИЯ РАН. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА № 2 2021



Рис. 2. Сетка, используемая при моделировании.

1.4. Валидация модели

Для проверки надежности численного моделирования были выполнены расчеты обтекания одного цилиндра при Re = 200 и семи цилиндров при Re = 100 и проведено сравнение полученных результатов с данными, известными из литературы. Результаты сравнения приведены в табл. 1. В случае единственного цилиндра значения \overline{C}_D и C'_L , рассчитанные в настоящей работе, находятся между результатами, полученными методами граничных элементов [25] и конечных объемов [27], а значение C'_D находится между значениями, рассчитанными методами конечных элементов [26] и конечных объемов [27]. Результаты находятся внутри области разброса экспериментальных результатов [28]. В случае семи цилиндров полученные результаты близки к литературным данным [29]. Таким образом, использованный численный метод хорошо моделирует обтекание цилиндров.

2. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Ниже описано численное исследование обтекания группы цилиндров при различных расстояниях между ними. Из аналитических исследований известно, что диапазон безразмерных расстояний может быть разбит на три поддиапазона, соответствующие режиму обтекания единого тупого тела (1.1 < L/D < 1.5), режиму с отклонением потока (1.5 < L/D < 3) и режиму вихревого соударения (3 < L/D < 5).

2.1. Характеристики режимов течения

2.1.1. Режим обтекания единого тупого тела. При 1.1 < L/D < 1.5 течение в следе за цилиндрами сходно со случаем обтекания одного цилиндра, причем на верхней и нижней сторонах следа образуются вихревые дорожки Кармана. Такое поведение в основном обусловлено относительно малыми расстояниями между телами и взаимодействием внутренних сдвиговых слоев между цилиндрами. Между цилиндрами имеет место движение мелких вихрей, а интенсивность внешнего сдвигового слоя гораздо больше, чем внутреннего сдвигового слоя. Благодаря развитию течения

п	Источник	\bar{C}_D	C_D'	C_L'	\overline{S}_t
1	[25]	1.36	—	0.51	0.196
(Re = 100)	[26]	1.30	0.032	0.50	0.196
	[27]	1.32	0.026	0.426	0.196
	[28]	1.30~1.35	_	0.32~0.50	0.190~0.210
	Настоящая работа	1.33	0.027	0.443	0.192
7	[29]	0.3707	—	—	3.3695
(Re = 100)	Настоящая работа	0.382	—	—	3.375

Таблица 1. Сравнение результатов расчетов

во внутренней зоне, внешний сдвиговый слой и малый вихрь, сошедший с поверхности заднего цилиндра, вступают в сложный процесс взаимодействия. Однако отчетливо видно, что эти взаимодействующие сдвиговые слои в конце концов сливаются в крупномасштабные вихри, закручивающиеся по обеим сторонам следа и теряющие интенсивность, так что картина течения становится подобной случаю обтекания одного цилиндра. Как видно на рис. За, благодаря малому расстоянию между цилиндрами, сдвиговый слой, отделившийся от поверхности цилиндра C1, не свертывается, а распространяется вдоль просвета и в конце концов примыкает к поверхности заднего цилиндра.

2.1.2. Режим отклоняющегося потока. При 1.5 < L/D < 2 течение в просвете между цилиндрами и внутренний сдвиговый слой постепенно интенсифицируются по мере роста расстояния между телами; однако, они еще остаются на предварительной стадии развития. Течение в просвете за расположенным вниз по потоку цилиндром начинает проявлять нерегулярные отклонения. Тем временем сдвиговый слой переднего цилиндра начинает вливаться в течение в просвете за задним цилиндром. С постепенным изменением картины течения интенсивность течения в просвете значительно возрастает. Как показано на рис. 36, при L/D = 2 течение в просвете отклоняется в сторону цилиндра C6, а за цилиндром С7 образуется зона возвратного течения. Однако интенсивность внутренних сдвиговых слоев у цилиндров С6 и С7 еще мала, так же как и взаимодействие между ними и их протяженность, а диссипация вихрей еще не началась. Кроме того, внешний сдвиговый слой группы цилиндров начинает создавать вихри на расстояниях $6D \sim 12D$ от края группы цилиндров под действием внутреннего сдвигового слоя.

При 2 < L/D < 3, хотя имеет место отрыв свободного сдвигового слоя вслед за цилиндром C1, четкой картины схода вихрей за цилиндром не наблюдается. Это исключительно область взаимодействия сдвиговых слоев. В этом месте почти все сдвиговые слои переднего цилиндра входят в просвет между двумя задними цилиндрами. Как можно видеть на рис. 3в, течение во внутреннем просвете между цилиндрами C6 и C7 попеременно отклоняется в сторону одного из этих цилиндров. Это обусловлено тем фактом, что внутренний сдвиговый слой значительно усиливается с ростом расстояния между цилиндрами, что приводит к неустойчивости и отклонениям течения в просвете. Вследствие попеременного отклонения течения между C6 и C7 в сторону того или иного цилиндра ширина следа за цилиндрами претерпевает сужения [30–32]. Течение в просвете, показанное на рисунке, отклоняется в сторону цилиндра C7, так что ширина следа за цилиндрами C7 имеет вытянутую форму и ближе к задней части цилиндра, в связи с чем коэффициент сопротивления у цилиндра C7 больше. Внешний сдвиговый слой цилиндра C6 широк и короток, сильнее удален от задней части цилиндра, а коэффициент сопротивления этого цилиндра меньше.

2.1.3. Режим вихревого соударения. При 3 < L/D < 4.5, как показано на рис. 3г, после отрыва сдвигового слоя с поверхности цилиндра C1 имеет место процесс всеохватывающего схода вихрей за цилиндром. Верхний вихрь в следе за цилиндром C1 непосредственно соударяется с поверхностью цилиндра C3. В этот момент времени нижний сдвиговый слой цилиндра C3 находится в стадии отрыва, деформируется и провоцирует срыв вихря. Сорвавшийся вихрь не оказывает непосредственного воздействия на цилиндра C6, но вихрь с верхней стороны цилиндра C1 непосредственного воздействия на цилиндра C6 и расщепляется на две части. Цилиндры, находящиеся в хвосте группы, подвергаются более сильному воздействию со стороны расположенных выше по потоку цилиндров, характер взаимодействия между сдвиговыми слоями становится сложнее, а течение во внутренней зоне наполняется вихрями. Большое количество вихрей сходит с цилиндров, испытывает изгибную деформацию и сливается между собой во внутренней зоне между телами. Движение этих вихрей неупорядоченное.

При 4.5 < L/D < 5, как показано на рис. Зд, между цилиндрами имеется достаточно пространства, чтобы сдвиговый слой каждого цилиндра имел возможность свернуться и даже сорваться с тела. Это особенно верно для цилиндров C1~C5; в следах за этими телами могут периодически формироваться, а затем срываться полностью развившиеся вихри. Срыв вихрей с первого ряда цилиндров производит удар по третьему ряду цилиндров, а срыв вихрей со второго ряда тел почти не сказывается на третьем ряде. Интенсивность вихрей, сошедших с первого ряда, велика при малом расстоянии между цилиндрами, что существенно влияет на отрыв сдвигового слоя с цилиндров третьего ряда. После отрыва сдвиговых слоев срываются и вихри, но они разбиваются на мелкие образования и еще не образуют регулярной вихревой дорожки. С увеличением расстояния между цилиндрами постепенно развивается течение в просвете. Это приводит к взаимодействию вихрей друг с другом в следе за цилиндрами, к ослаблению их интенсивности и быстрей-



Рис. 3. Мгновенные линии равной завихренности и линии тока.

шей диссипации, так что эффект удара вихрей, сорвавшихся с первого ряда, о третий ряд ослабевает. Из-за срыва вихрей с цилиндров третьего ряда за ними начинают формироваться регулярные вихревые дорожки. Это состояние потока упоминается также в работе [29].

Причиной различия режимов обтекания групп цилиндров при изменении расстояния между ними является тот факт, что с образованием течения в просвете сдвиговые слои, порожденные потоками, обтекающими цилиндры, взаимодействуют со сдвиговым слоем, порожденным набе-



Рис. 4. Зависимость коэффициентов сопротивления цилиндров от расстояния между ними.

гающим потоком, обтекающим внешнюю границу группы тел. Когда течение в просвете мало интенсивно, первые из упомянутых сдвиговых слоев еще недостаточно сильны, чтобы разрушить сворачивание сдвигового слоя при обтекании передней границы группы, так что после некоторого интервала взаимодействия крупномасштабные вихри еще формируются и сходят с задней границы. Этот режим течения подобен случаю единичного цилиндра. Однако, эффект течения в просвете оказывается доминирующим, когда расстояние между цилиндрами велико. В этом случае большая доля сдвигового слоя на границе группы цилиндров сворачивается и разрушается, а распределение завихренности в следе нарушается.

2.2. Средние значения коэффициентов сопротивления и подъемной силы

Как видно на рис. 4, средние (т.е. осредненные по времени) коэффициенты сопротивления \overline{C}_{D} цилиндров первого и второго ряда значительно выше, чем у цилиндров третьего ряда. При малых расстояниях между цилиндрами (1.1 < L/D < 2) средний коэффициент сопротивления каждого из цилиндов убывает с ростом этого расстояния. Это обусловлено тем фактом, что сопротивление жидкости оказывают в основном цилиндры переднего ряда, тогда как задние цилиндры находятся под прикрытием сдвиговых слоев передних цилиндров. Средний коэффициент сопротивления каждого из цилиндров достигает минимума при расстояниях между цилиндрами, равными 1.5 или 2. Это связано с тем, что между цилиндрами начинают течь струи, вихри не сходят с тел и соответствующие значения *S*, близки к нулю. Однако при *L/D* > 2.5 средний коэффициент сопротивления каждого цилиндра начинает возрастать. При 2 < L/D < 3 можно видеть, что средние коэффициенты сопротивления цилиндров второго ряда (а также и третьего) больше не равны. В режиме обтекания с отклонением потока цилиндр, к которому отклоняется течение в просвете, испытывает большее сопротивление; для другого цилиндра сопротивление меньше. Это согласуется с анализом картин течения, связывающим различие в средних коэффициентах сопротивления с интенсивностью и углом отклонения течения в просвете. При L/D = 5 средние коэффициенты сопротивления можно подразделить на три группы. Наибольшие значения имеют коэффициенты второго ряда, за ними следуют коэффициенты первого ряда, а наименьшие значения у коэффициентов третьего ряда. Отличается от других поведение среднего коэффициента сопротивления цилиндра С4. Это связано с воздействием следов за цилиндрами С1 и С2 и неустойчивостью течения в просвете, что приводит к немонотонному изменению этой величины.

В целом очевидна симметрия значений среднего коэффициента подъемной силы (обозначенного \overline{C}_{I}) в каждом ряду цилиндров. Абсолютные значения средних коэффициентов подъемной



Рис. 5. Зависимость коэффициентов подъемной силы цилиндров от расстояния между ними.

силы в каждом ряду одинаковы. С увеличением расстояния между цилиндрами значение среднего коэффициента подъемной силы стремится к нулю, как показано на рис. 5. В данной работе коэффициент подъемной силы считается положительным, если сила направлена вверх. Имеет место взаимное отталкивание цилиндров, если \overline{C}_{L3} положительно, а \overline{C}_{L5} отрицательно; в противном случае имеет место взаимное притяжение. Средние коэффициенты подъемной силы цилиндров первого и второго ряда достигают максимума, когда L/D = 1.1 (величина \overline{C}_{L4} слабо флукту-ирует вокруг нуля, значения \overline{C}_{L1} и \overline{C}_{L2} равны ± 1.13 , а \overline{C}_{L3} и \overline{C}_{L5} равны ± 0.81). При 2 < L/D < 3 цилиндры C3 и C5 притягиваются друг к другу. При L/D > 3 цилиндры C3 и C5 отталкиваются друг от друга (аналогичная ситуация имеет место для C6 и C7). Это связано с тем, что вихрь, сходящий с переднего цилиндра, толкает вихрь к заднему цилиндру. В результате давление в просвете возрастает, а интенсивность внешнего свободного сдвигового слоя превосходит интенсивность внутреннего сдвигового слоя. Таким образом, происходит взаимное отталкивание. Взаимодействие между цилиндрами и при больших расстояниях свободный сдвиговый слой переднего цилиндра начинает свободно сворачиваться и сходить с тела. Это явление связано с переключением соответствующих режимов обтекания.

2.3. Пульсации коэффициентов сопротивления и подъемной силы

Под пульсациями коэффициентов сил далее понимаются максимальные отклонения этих величин от их средних значений на протяжении длительного интервала времени (порядка 2000 шагов по времени в расчетах). При 1.1 < L/D < 1.5 пульсации коэффициентов сопротивления (обозначенные C_D) каждого из цилиндров убывают (рис. 6). При L/D > 1.5 пульсации коэффициентов сопротивления со срывом сдвиговых слоев с поверхностей цилиндров С6 и С7 и формированием нерегулярных вихрей, подверженных влиянию следа за передними цилиндрами, что и приводит к существенным пульсациям коэффициентов. При 1.5 < L/D < 3 пульсации коэффициентов сопротивления цилиндров первого и второго рядов меньше, чем 0.1, и их изменения относительно слабы. Анализ картин течения показывает, что сдвиговые слои цилиндров первого ряда почти полностью входят в просвет между цилиндрами второго ряда, так что интенсивность течения в просвете возрастает. Значительного срыва вихрей не происходит ни с одного из тел, так что пульсации коэффициентов коэффициентов сопротивления и со дного из тел, так что пульсации коэффициентов коэффициентов сопротивления и со дного из тел, как и пульсации коэффициентов сопротивления цилиндров первого и второго рядов. При L/D > 3 картина течения, очевидно, меняется, как и пульсации коэффициентов сопротивления цилиндров первого и второго рядов. Пульсации коэффициентов сопротивления и коэффициентов сопротивления и коэффициентов сопротивления и коэффициентов сопротивления и коэффициентов сопротивления на просвете возрастает. Значительного срыва вихрей не происходит ни с одного из тел, так что пульсации коэффициентов сопротивления относительного срыва вихрей не происходит ни с одного из тел, так что пульсации коэффициентов сопротивления и полностью востаются невелики. При L/D > 3 картина течения, очевидно, меняется, как и пульсации коэффициентов сопротивления и цилиндров первого и второго рядов. Пульсации коэффициентов сопротивления и цилиндров первого и второго рядов.



Рис. 6. Зависимость пульсаций коэффициентов сопротивления от расстояния между цилиндрами.

менный подъем, за которым следует падение. Коэффициенты второго ряда цилиндров существенно возрастают. Это связано со срывом вихрей с цилиндров первого ряда и их взаимодействием с вихрем, сходящим со среднего цилиндра второго ряда. В связи с отталкиванием вихрей, срывающихся с поверхностей цилиндров первого ряда, вихри, срывающиеся с поверхностей цилиндров второго ряда, оказываются ближе к задней части тел, так что коэффициенты сопротивления значительно возрастают между цилиндрами.

При 1.1 < L/D < 2 пульсации коэффициентов подъемной силы (обозначенные C'_L) каждого ряда резко убывают (рис. 7). При 1.5 < L/D < 3 пульсации коэффициентов подъемной силы цилиндров первого ряда почти нулевые. Это связано с тем, что в данный момент сдвиговые слои этих цилиндров ограничены расположенными ниже по потоку цилиндрами и осцилляции почти отсутствуют. При L/D > 3 пульсации коэффициентов подъемной силы цилиндров первого ряда начинают существенно возрастать и достигают относительно высоких значений при L/D = 5 (C'_L = 0.645).

Что касается цилиндров второго и третьего ряда, при 2 < L/D < 3 пульсации коэффициентов подъемной силы каждого из этих цилиндров начинают возрастать, благодаря тому, что сдвиговые слои начинают срываться с поверхностей этих тел (сдвиговый слой цилиндра C4 ограничен течением в просвете, поэтому соответствующий коэффициент мал). При 3 < L/D < 5 пульсации коэффициентов подъемной силы каждого цилиндра сильно осциллируют. При L/D = 3.5 пульсации коэффициентов подъемной силы каждого цилиндров C3 и C5 достигают максимума, а цилиндров C4, C6 и C7 — минимума. С постепенным ростом расстояния между цилиндрами внутренние сдвиговые слои получают больше пространства для своего развития, в связи с чем возрастает интенсивность вихрей. Величина силы, действующей на цилиндр, весьма чувствительна к параметрам вычислительной сетки и алгоритму вычислений. Помимо того, внутренний вихрь между цилиндрами C6 и C7 сжимается сдвиговыми слоями, сходящими с передних цилиндров; в связи с этим он находится ближе к цилиндрам, что способствует увеличению пульсаций коэффициентов подъемной силы.

2.4. Число Струхаля

На рис. 8 представлена зависимость числа Струхаля S_t от расстояния между цилиндрами. При 1.1 < L/D < 2 число Струхаля каждого цилиндра убывает, хотя и с различной скоростью; минимальные значения достигаются, когда расстояние между цилиндрами равно 1.5 или 2. При 2 < L/D < 3 число Струхаля резко возрастает и достигает максимума, когда расстояние между цилиндрами равно 2.5 или 3. Это связано со сходом сдвиговых слоев и началом образования вих-



Рис. 7. Зависимость пульсаций коэффициентов подъемной силы от расстояния между цилиндрами.



Рис. 8. Зависимость числа Струхаля цилиндров от расстояния между ними.

рей в следе. При L/D > 3.5 число Струхаля каждого цилиндра меняется незначительно и выходит на постоянное значение, равное 0.191, при L/D = 5. Значение S_t для каждого цилиндра приближается к значению для случая единичного цилиндра, находящемуся в соответствии с результатами работ [28, 33]. Подобный же результат для конфигурации семи разнесенных цилиндров получен в работе [29] при Re = 100.

2.5. Распределения средней продольной скорости

На рис. 9 представлены распределения средней продольной скорости (\overline{u}/U_0) в различных поперечных сечениях ближнего следа группы цилиндров; здесь $\Delta X/D$ представляет собой безразмерное расстояние от внешней кромки седьмого цилиндра. Когда расстояние между цилиндрами мало (L/D = 1.1), распределение средней продольной скорости в каждом сечении имеет тот



Рис. 9. Распределения средней продольной скорости в различных поперечных сечениях.

же вид, что и в случае единичного цилиндра, и строго симметрично. При 1.5 < L/D < 3 распределение средней продольной скорости становится хаотичным, что показывает анализ картины течения. Это связано с несбалансированностью вихрей и отклонением течения в просвете. При 3 < L/D < 4 течение в следе симметрично относительно y/D = 0, но ситуация усложняется при дальнейшем увеличении расстояния между цилиндрами. При 4.5 < L/D < 5 в распределениях средней продольной скорости можно наблюдать отклонения от симметрии. В этом случае влияние передних цилиндров ослабевает, но сдвиговые слои цилиндров С6 и С7 больше не образуют регулярных вихрей, что и приводит к нерегулярным картинам течения, изображенным на рис. Зд.

2.6. Средняя скорость

Как показано на рис. 10, при L/D < 1.5 изменения средней скорости в следе за группой цилиндров аналогичны соответствующим изменениям в следе за единичным цилиндром. При L/D = 1.1 группа цилиндров образует приблизительно шестиугольник, так что структура следа претерпевает изменения. После того как возник режим отклоняющегося течения, средняя скорость существенно меняется при 1.5 < L/D < 2, в распределении начинает появляться "полка". Ее положение непрерывно удаляется с ростом расстояния между цилиндрами: оно составляет 7*D* от края группы цилиндров при L/D = 2,9D при L/D = 2.5 и 14*D* при L/D = 3. Второй переход в поведении средней скорости имеет место при 3.5 < L/D < 5: в этом случае скорость плавно убывает с ростом расстояния. Из приведенного анализа следует, что изменение структуры следа связано с режимом обтекания. При изменении режима обтекания меняется и структура следа.



Рис. 10. Средняя скорость в окне опроса.

Поведение средней скорости в окне опроса можно разбить на три диапазона в соответствии с расстоянием между цилиндрами: L/D < 1.5, 2 < L/D < 3.5 и 4 < L/D < 5.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнено численное исследование обтекания группы семи цилиндров при малом числе Рейнольдса (около 200) и безразмерных расстояниях между цилиндрами L/D = 1.1 - 5. По результатам расчетов могут быть сделаны следующие выводы.

В зависимости от гидродинамических характеристик и расположения вихрей можно выделить три режима обтекания. В режиме обтекания единого тупого тела (1.1 < L/D < 1.5) сдвиговый слой присоединен к внешней границе группы цилиндров и характеристики течения аналогичны случаю обтекания единичного цилиндра. В режиме отклоняющегося потока (1.5 < L/D < 3)течение в просвете происходит с отклонением. В режиме вихревого соударения (3 < L/D < 5)вихри, срывающиеся с перелних цилиндров, уларяются о залние цилиндры и возлействуют на них.

Выполнен детальный анализ гидродинамических характеристик. В режиме отклоняющегося потока средние коэффициенты сопротивления цилиндров второго ряда (так же как и третьего ряда) не одинаковы. Отклонение течения в сторону одного цилиндров приводит к тому, что на этот цилиндр действует бо́льшая сила сопротивления. При L/D = 5 наибольшими средними коэффициентами сопротивления обладают цилиндры второго ряда, за ними следуют цилиндры первого ряда, а у цилиндров третьего ряда коэффициенты сопротивления минимальны. Анализ поведения средних коэффициентов подъемной силы показывает, что при переходе из режима отклоняющегося потока в режим вихревого соударения взаимное притяжение между цилиндрами второго (также и третьего) ряда сменяется взаимным отталкиванием. Пульсации коэффициентов сопротивления каждого цилиндра имеют бо́льшие значения в режимах единого тела и вихревого соударения. Присоединение сдвигового слоя к передним цилиндрам в режиме единого тела и отталкивание вихрей от передних цилиндров в режиме вихревого соударения заставляют след за задними цилиндрами приблизиться к телу.

Представлены распределения средней продольной скорости в различных поперечных сечениях следа и в окнах опроса, что дает возможность определить осредненную структуру следа и связать ее с режимом обтекания группы. Трем различным режимам обтекания соответствуют три различных структуры следа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Williamson C.H.K. Vortex dynamics in the cylinder wake // Annu. Rev. Fluid Mech. 1996. V. 28. № 1. P. 477–539.
- 2. *Михеев А.Н., Михеев Н.И., Молочников В.М.* Процесс вихреобразования за цилиндром в пульсирующем потоке // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2014. № 5. С. 38–44.

- 3. *Гозмен Шанли Б., Акилли Х.* Влияние проницаемости цилиндра на структуру его обтекания в глубокой воде // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2018. № 5. С. 134–145.
- 4. Papaioannou G.V., Yue D.K.P., Triantafyllou M.S., Karniadakis G.E. Three-dimensionality effects in flow around two tandem cylinders // J. Fluid Mech. 2006. V. 558. P. 387–413.
- Sumner D., Price S. J., Païdoussis M.P. Flow-pattern identification for two staggered circular cylinders in crossflow // J. Fluid Mech. 2000. V. 411. P. 263–303.
- 6. *Younis M.Y., Alam M.M., Zhou Y.* Flow around two non-parallel tandem cylinders // Phys. Fluids. 2016. V. 28. № 12. P. 125106.
- 7. *Gu Z.F., Sun T.F.* Classifications of flow patterns on three circular cylinders in equilateral-triangular arrangements // J. Wind Engineering Industrial Aerodynamics. 2001. V. 89. № 6. P. 553–568.
- 8. *Bansal M.S., Yarusevych S.* Experimental study of flow through a cluster of three equally spaced cylinders // Experimental Therm. Fluid Sci. 2017. V. 80. P. 203–217.
- 9. Lam K., Fang X. The effect of interference of four equispaced cylinders in cross flow on pressure and force coefficients // J. Fluids Structures. 1995 V. 9. № 2. P. 195–214.
- 10. Lam K., Li J.Y., Chan K.T., So R.M.C. Flow pattern and velocity field distribution of cross-flow around four cylinders in a square configuration at a low Reynolds number // J. Fluids Structures. 2003. V. 17. № 5. P. 665–679.
- Lam K., Li J.Y., Chan K.T., So R.M.C. Force coefficients and Strouhal numbers of four cylinders in cross flow // J. Fluids Structures. 2003. V. 18. № 3–4. P. 305–324.
- 12. *Lam K., Zou L.* Experimental study and large eddy simulation for the turbulent flow around four cylinders in an in-line square configuration // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2009. V. 30. № 2. P. 276–285.
- 13. *Lam K., Zou L.* Three-dimensional numerical simulations of cross-flow around four cylinders in an in-line square configuration // J. Fluids Structures. 2010. V. 26. № 3. P. 482–502.
- 14. Tong F., Cheng L., Zhao M., Zhou T., Chen X. The vortex shedding around four circular cylinders in an in-line square configuration // Phys. Fluids. 2014. V. 26. № 2. P. 024112.
- Nicolle A., Eames I. Numerical study of flow through and around a circular array of cylinders // J. Fluid Mech. 2011. V. 679. P. 1–31.
- Zong L., Nepf H. Vortex development behind a finite porous obstruction in a channel // J. Fluid Mech. 2011. V. 691. P. 368–391.
- 17. *Eames I., Hunt J.C.R., Belcher S.E.* Inviscid mean flow through and around groups of bodies // J. Fluid Mech. 2004. V. 515. P. 371–389.
- 18. *Ghadiri Dehkordi B., Houri Jafari H.* Numerical simulation of flow through tube bundles in in-line square and general staggered arrangements // Intern. J. Numer. Methods for Heat Fluid Flow. 2009. V. 19. № 8. P. 1038–1062.
- 19. *Da Silva B.L., Luciano R.D., Utzig J., Meier H.F.* Flow patterns and turbulence effects in large cylinder arrays // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2018. V. 69. P. 136–149.
- 20. *Da Silva B.L., Luciano R.D., Utzig J., Meier H.F.* Analysis of flow behavior and fluid forces in large cylinder bundles by numerical simulations // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2019. V. 75. P. 209–226.
- 21. *Chang W.Y., Constantinescu G., Tsai W.F.* Effect of array submergence on flow and coherent structures through and around a circular array of rigid vertical cylinders // Phys. Fluids. 2020. V. 32. № 3. P. 035110.
- 22. *Chang K., Constantinescu G.* Numerical investigation of flow and turbulence structure through and around a circular array of rigid cylinders // J. Fluid Mech. 2015. V. 776. P. 161–199.
- 23. *Barth T.J., Jespersen D.C.* The design and application of upwind schemes on unstructured meshes // AIAA Paper 89-0366 (1989).
- 24. *Rice J.G., Schnipke R.J.* An equal-order velocity-pressure formulation that does not exhibit spurious pressure modes // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. 1986. V. 58. № 2. P. 135–149.
- 25. *Farrant T., Tan M., Price W.G.* A cell boundary element method applied to laminar vortex-shedding from arrays of cylinders in various arrangements // J. Fluids Structures. 2000. V. 14. № 3. P. 375–402.
- 26. *Meneghini J.R., Saltara F., Siqueira C.L.R., Ferrari J.A.* Numerical simulation of flow interference between two circular cylinders in tandem and side-by-side arrangements // J. Fluids Structures. 2001. V. 15. № 2. P. 327–350.
- 27. *Lam K., Gong W.Q., So R.M.C.* Numerical simulation of cross-flow around four cylinders in an in-line square configuration // J. Fluids Structures. 2008. V. 24. № 1. P. 34–57.
- 28. Norberg C. Flow around a circular cylinder: Aspects of fluctuating lift //J. Fluids Structures. 2001. V. 15. P. 459–469.
- 29. *Nicolle A., Eames I.* Numerical study of flow through and around a circular array of cylinders // J. Fluid Mech. 2011. V. 679. P. 1–31.
- 30. *Bansal M.S., Yarusevych S.* Experimental study of flow through a cluster of three equally spaced cylinders // Experimental Therm. Fluid Sci. 2017. V. 80. P. 203–217.
- 31. Lam K., Cheung W.C. Phenomena of vortex shedding and flow interference of three cylinders in different equilateral arrangements // J. Fluid Mech. 1988. V. 196. P. 1–26.
- 32. *Zhang A.S., Zhang L.* Equilateral arrangement of three cylindrical flow around the numerical analysis // Chinese J. Appl. Mech. 2003. V. 20. № 1. P. 31–36.
- 33. *Liu C., Zheng X, Sung C.H.* Preconditioned multigrid methods for unsteady incompressible flows // J. Comp. Phys. 1998. V. 139. P. 35–57.