

УДК 532.135:532.55

ПОТЕРИ ДАВЛЕНИЯ ДЛЯ ТЕЧЕНИЯ СТЕПЕННОЙ ЖИДКОСТИ В ТРУБЕ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ

© 2021 г. Е. И. Борзенко^а, И. А. Рыльцев^{а,*}, Г. Р. Шрагер^а

^а Томский государственный университет, Томск, Россия

*E-mail: ryltsev_i@ftf.tsu.ru

Поступила в редакцию 18.03.2020 г.

После доработки 21.06.2020 г.

Принята к публикации 21.06.2020 г.

Выполнено численное моделирование установившегося ламинарного течения несжимаемой степенной жидкости в трубе с препятствием заданной формы. Для математического описания процесса используются уравнение переноса вихря и уравнение Пуассона для функции тока, при этом реологические свойства среды описываются степенным законом Оствальда-де Ваале. Получение стационарного решения сформулированной задачи осуществляется методом установления на основе конечно-разностной аппроксимации основных уравнений. Распределение давления находится численным решением уравнения Пуассона. Выполнены параметрические исследования кинематических и динамических характеристик течения в зависимости от основных параметров задачи для неньютоновских сред. Продемонстрировано влияние числа Рейнольдса, показателя нелинейности реологической модели и геометрических характеристик препятствия на значение коэффициента местного гидравлического сопротивления.

Ключевые слова: ламинарное течение, труба с сужением / расширением, степенная жидкость, модель Оствальда-де Ваале, уравнение Пуассона для давления, преобразование координат, местное гидравлическое сопротивление

DOI: 10.31857/S0568528121010023

Традиционно трубы с препятствиями в виде локальных участков сужения / расширения применяются в качестве конструктивных элементов современного теплообменного оборудования. Кроме того, исследование течений жидкости в таких каналах проводится в связи с изучением сосудистых патологий в кровеносных системах.

Для оценки влияния препятствия на распределения кинематических и динамических характеристик течения проведены многочисленные экспериментальные и численные исследования потоков в каналах и трубах с различной формой препятствия. Геометрия препятствия, рассматриваемая в данной работе, часто применяется при моделировании течений крови в стенозированных сосудах. Исследованию течений крови в сосудах с использованием ньютоновской модели реологического поведения посвящено большое количество работ [1–15]. Авторы экспериментальной работы [1] изучили течение жидкости в трубе для широкого диапазона чисел Рейнольдса и геометрических параметров препятствия. По результатам этих экспериментов удалось установить критические значения числа Рейнольдса для заданных геометрий, при которых происходит переход режима течения от ламинарного к турбулентному, описать структуру потока и определить потери давления, связанные с наличием препятствия в трубе. Известны исследования, например [4–7], где численно моделируется стационарный поток крови через стенозированную артерию. В [4] форма стеноза задается косинусоидальной функцией, а в [5, 6] – гауссовой функцией. Работа [8] посвящена изучению влияния формы стеноза на структуру течения. Авторы рассматривают четыре формы стеноза: прямоугольную, трапецеидальную и стеноз, задаваемый функцией косинуса и Гаусса. В [9] исследуются течения в каналах с несимметричными конфигурациями препятствия. В работах [10, 11] моделируются течения жидкости через два последовательно расположенных сужения, изучено влияние наличия второго сужения на распределения характеристик потока. В [12–14] рассматривается нестационарное течение ньютоновской жидкости в канале с препятствием заданной формы.

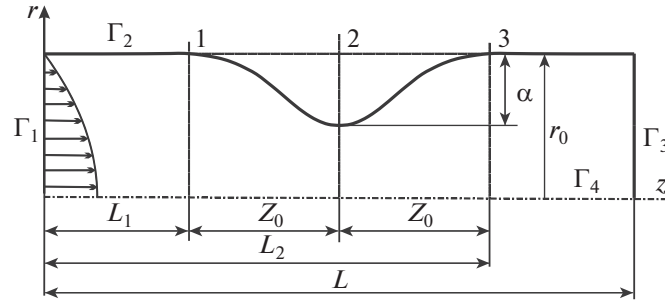


Рис. 1. Область течения.

Экспериментальные исследования показали, что кровь при низких скоростях сдвига проявляет неньютоновские свойства. Имеется значительно меньше работ по моделированию течений в каналах с препятствием, где в качестве исследуемой жидкости рассматривается реологически сложная среда [16–21]. В [16] численно исследуется течение в крупной артерии, а в качестве рассматриваемой среды используется вязкоупругая жидкость. В [17] для описания реологических свойств течения жидкости в плоском канале авторы используют степенную модель. В [18–20] исследуются пульсирующие течения неньютоновской среды, для описания которой применяются различные реологические модели, в частности, в [18] используется модель Балкли–Гершеля. В отмеченных работах по численному моделированию течений используется двумерная постановка задачи. Развитие средств численного моделирования позволило авторам [22] рассмотреть трехмерное течение в круглой трубе с препятствием, используя пакет прикладных программ ANSYS.

Цель настоящей работы заключается в изучении характеристик потока степенной жидкости в трубе с препятствием заданной формы и в расчете коэффициента местного гидравлического сопротивления для умеренных чисел Рейнольдса при различных значениях показателя нелинейности и геометрических характеристик препятствия.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается установившееся течение несжимаемой неньютоновской жидкости в осесимметричном канале с препятствием заданной формы. Область течения представлена на рис. 1.

Для математического описания течения используется постановка в переменных функция тока – вихрь, которая в безразмерной форме в цилиндрической системе координат записывается в виде [23]

$$\frac{\partial(u\omega)}{\partial z} + \frac{\partial(v\omega)}{\partial r} = \frac{B}{\text{Re}} \left(\nabla^2 \omega - \frac{\omega}{r^2} \right) + \frac{S}{\text{Re}} \quad (1.1)$$

$$\nabla^2 \psi - \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} = -r\omega \quad (1.2)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$$

$$S = 2 \frac{\partial^2 B}{\partial z \partial r} \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) + 2 \frac{\partial B}{\partial z} \frac{\partial \omega}{\partial z} + 2 \frac{\partial B}{\partial r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \left(\frac{\partial^2 B}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 B}{\partial r^2} \right) \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{\omega}{r} \frac{\partial B}{\partial r}$$

где безразмерные компоненты скорости и вихрь определяются формулами

$$u = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad v = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad \omega = \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial r}$$

Реологические свойства среды описываются уравнением Освальда-де Ваале [24], в котором безразмерная эффективная вязкость вычисляется по формуле

$$B = A^{m-1} \quad (1.3)$$

Здесь u, v – аксиальная и радиальная компоненты скорости соответственно, $Re = (\rho U^{2-m} r_0^m)/k$ – число Рейнольдса, ρ – плотность, U – среднерасходная скорость, $A = (2e_{ij}e_{ji})^{0.5}$, e_{ij} – компоненты тензора скоростей деформаций, k – консистенция жидкой среды, m – степень нелинейности жидкости. За масштабы обезразмеривания взяты следующие величины: длины – радиус трубы r_0 ; скорости – среднерасходная скорость U .

В сечении Γ_1 профиль скорости соответствует установившемуся течению степенной жидкости в круглой трубе с постоянным расходом. На границе Γ_2 выполняются условия прилипания, на оси симметрии Γ_4 используются условия симметрии, в выходном сечении Γ_3 реализуются мягкие граничные условия. Таким образом, условия на границах в переменных функция тока – вихрь запишутся в виде

$$\begin{aligned} \Gamma_1: \psi &= \int_0^r ur dr, & \omega &= -\frac{\partial u}{\partial r} \\ \Gamma_2: \frac{\partial \psi}{\partial n} &= 0, & \omega &= \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial n^2} \\ \Gamma_3: \frac{\partial \psi}{\partial z} &= 0, & \frac{\partial \omega}{\partial z} &= 0 \\ \Gamma_4: \psi &= 0, & \omega &= 0 \end{aligned}$$

где n – нормаль к границе $\Gamma_2, u = [(3m + 1)/(m + 1)](1 - r^{1/m+1})$ при $z = 0$.

Граница Γ_2 описывается функцией

$$f(z) = \begin{cases} 1 - \frac{\alpha}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi(z - L_1)}{Z_0} \right), & z \in [L_1; L_2] \\ 1, & z \in [0; L_1) \cup (L_2; L] \end{cases}$$

Значения L_1 и L_2 задаются такими, чтобы исключить влияние препятствия на характер течения в окрестности Γ_1, Γ_3 .

2. МЕТОД РАСЧЕТА

Решение дифференциальных уравнений для вихря и функции тока осуществляется численно с использованием метода установления, сущность которого заключается в преобразовании стационарной задачи в нестационарную. Для его реализации в уравнения (1.1) и (1.2) вводятся фиктивные производные по времени искомым функций ψ, ω и расчет по времени продолжается до обнуления введенных производных [25]. Для целей последующей разностной аппроксимации область течения с границей $f(z)$ при преобразовании координат $\xi = z, \eta = r/f(z)$ трансформируется в прямоугольную.

Уравнения (1.1), (1.2) с введенными производными по времени в системе координат (ξ, η) имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial(u\omega)}{\partial \xi} - g \frac{\partial(u\omega)}{\partial \eta} + \frac{1}{f} \frac{\partial(v\omega)}{\partial \eta} = \\ = \frac{B}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} + H \frac{\partial \omega}{\partial \eta} - 2g \frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi \partial \eta} + G \frac{\partial^2 \omega}{\partial \eta^2} + \frac{1}{f^2 \eta} \frac{\partial \omega}{\partial \eta} - \frac{\omega}{f^2 \eta^2} \right) + \frac{S}{Re} \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \left(H - \frac{1}{f^2 \eta} \right) \frac{\partial \psi}{\partial \eta} - 2g \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \eta} + G \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} = -f \eta \omega \quad (2.2)$$

где $G = \frac{1}{f^2} + \left(\eta \frac{f}{f} \right)^2, H = \eta \left(2 \frac{f'^2}{f^2} - \frac{f''}{f} \right), g = \eta \frac{f}{f}, S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4,$

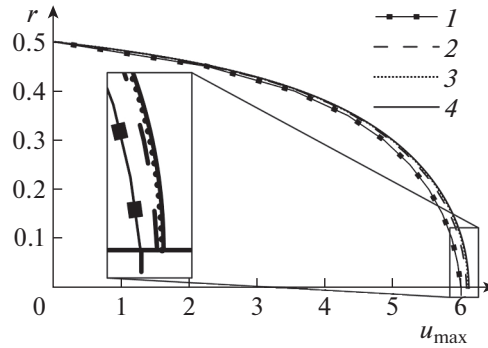


Рис. 2. Профиль аксиальной скорости $Re = 1$, $m = 0.6$, $\alpha = 0.5$, $Z_0 = 1$; $l-4-h = 0.1, 0.05, 0.025, 0.0125$.

$$S_1 = 2 \left(\frac{1}{f} \frac{\partial^2 B}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{g}{f \eta} \frac{\partial B}{\partial \eta} - \frac{g}{f} \frac{\partial^2 B}{\partial \eta^2} \right) \left(\frac{1}{f} \frac{\partial v}{\partial \eta} - \frac{\partial u}{\partial \xi} + g \frac{\partial u}{\partial \eta} \right),$$

$$S_2 = 2 \left(\frac{\partial B}{\partial \xi} - g \frac{\partial B}{\partial \eta} \right) \left(\frac{\partial \omega}{\partial \xi} - g \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right) + 2 \frac{1}{f^2} \frac{\partial B}{\partial \eta} \frac{\partial \omega}{\partial \eta},$$

$$S_3 = \left(\frac{\partial^2 B}{\partial \xi^2} + H \frac{\partial B}{\partial \eta} - 2g \frac{\partial^2 B}{\partial \xi \partial \eta} + \left(g^2 - \frac{1}{f^2} \right) \frac{\partial^2 B}{\partial \eta^2} \right) \left(\frac{1}{f} \frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{\partial v}{\partial \xi} - g \frac{\partial v}{\partial \eta} \right), \quad S_4 = \frac{\omega}{f^2 \eta} \frac{\partial B}{\partial \eta}$$

Область решения покрывается квадратной сеткой с шагом h . Для разностного представления уравнений в преобразованной системе координат (2.1) и (2.2) применяется явная разностная схема, конвективные слагаемые в основных уравнениях аппроксимируются разностями против потока. Условия сходимости итерационного процесса записываются в виде

$$\max_{i,j} \left| 1 - \frac{\omega_{i,j}^{l+1}}{\omega_{i,j}^l} \right| < \varepsilon, \quad \max_{i,j} \left| 1 - \frac{\psi_{i,j}^{l+1}}{\psi_{i,j}^l} \right| < \varepsilon$$

где ε – заданный итерационный параметр, l – номер шага по фиктивному времени. Значение параметра ε принималось равным 10^{-5} . Для расчета граничных значений вихря на твердой стенке используется условие Тома [23].

Для подтверждения аппроксимационной сходимости выполнены расчеты на последовательности вложенных сеток. Рисунок 2 демонстрирует профили аксиальной скорости на последовательности сеток в сечении 2 (рис. 1). В табл. 1 приведены значения аксиальной скорости на оси симметрии в сечении Γ_3 для разных значений h . Результаты расчетов, представленные на рис. 2 и в табл. 1, демонстрируют аппроксимационную сходимость предложенного алгоритма. Все дальнейшие расчеты проводились на сетке с шагом $h = 0.025$.

Таблица 1. Зависимость u_{\max} от шага сетки h : $Re = 1$, $m = 0.6$, $\alpha = 0.5$, $Z_0 = 1$

h	u_{\max}
0.1	1.7489
0.05	1.7518
0.025	1.7516
0.0125	1.7516
Аналитическое значение	1.75

3. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ДАВЛЕНИЯ

Для определения поля давления используется уравнение Пуассона, которое получается в результате математических преобразований из уравнений Навье–Стокса с учетом уравнения неразрывности [23], и в физических переменных (u, v, p) в безразмерной форме принимает вид

$$\begin{aligned} \nabla^2 p = 2 \left(\frac{\partial u \partial v}{\partial z \partial r} - \frac{\partial u \partial v}{\partial r \partial z} - \frac{v^2}{r^2} \right) + \\ + \frac{2}{\text{Re}} \left(\frac{\partial B}{\partial z} \times \nabla^2 u + \frac{\partial B}{\partial r} \times \nabla^2 v + \frac{\partial^2 B}{\partial z \partial r} \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2 B}{\partial z^2} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial^2 B}{\partial r^2} \frac{\partial v}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (3.1)$$

В качестве масштаба давления используется величина ρU^2 . Уравнение (3.1) в системе координат (ξ, η) принимает вид

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \xi^2} - 2g \frac{\partial^2 P}{\partial \xi \partial \eta} + \left(H + \frac{1}{f^2 \eta} \right) \frac{\partial P}{\partial \eta} + G \frac{\partial^2 P}{\partial \eta^2} \right) = 2 \left(S_5 \times S_6 - S_7 \times S_8 - \left(\frac{v}{f \eta} \right)^2 \right) + \\ + \frac{2}{\text{Re}} \left(S_9 \left(S_{10} + S_{11} + \frac{S_8}{f \eta} \right) + S_{12} \left(S_{13} + S_{14} + \frac{S_6}{f \eta} \right) + S_{15} (S_8 + S_7) + S_{16} \times S_5 + S_{17} \times S_6 \right) \end{aligned} \quad (3.2)$$

где

$$\begin{aligned} S_5 = \frac{\partial u}{\partial \xi} - g \frac{\partial u}{\partial \eta}, \quad S_6 = \frac{1}{f} \frac{\partial v}{\partial \eta}, \quad S_7 = \frac{\partial v}{\partial \xi} - g \frac{\partial v}{\partial \eta}, \quad S_8 = \frac{1}{f} \frac{\partial u}{\partial \eta} \\ S_9 = \frac{\partial B}{\partial \xi} - g \frac{\partial B}{\partial \eta}, \quad S_{10} = \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} - 2g \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} + H \frac{\partial u}{\partial \eta} + g^2 \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \\ S_{11} = \frac{1}{f^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2}, \quad S_{12} = \frac{1}{f} \frac{\partial B}{\partial \eta}, \quad S_{13} = \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} - 2g \frac{\partial^2 v}{\partial \xi \partial \eta} + H \frac{\partial v}{\partial \eta} + g^2 \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2} \\ S_{14} = \frac{1}{f^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \eta^2}, \quad S_{15} = \frac{1}{f} \frac{\partial^2 B}{\partial \xi \partial \eta} - \frac{g}{f \eta} \frac{\partial B}{\partial \eta} - \frac{g}{f} \frac{\partial^2 B}{\partial \eta^2} \\ S_{16} = \frac{\partial^2 B}{\partial \xi^2} - 2g \frac{\partial^2 B}{\partial \xi \partial \eta} + H \frac{\partial B}{\partial \eta} + g^2 \frac{\partial^2 B}{\partial \eta^2}, \quad S_{17} = \frac{1}{f^2} \frac{\partial^2 B}{\partial \eta^2} \end{aligned}$$

Для записи граничного условия на границе Γ_2 используются уравнения движения [23], которые с учетом условий прилипания на твердой стенке при $\eta = 1$ в системе координат (ξ, η) принимают вид

$$\frac{\partial P}{\partial \xi} - g \frac{\partial P}{\partial \eta} = - \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{B}{f} \left(\frac{\partial \omega}{\partial \eta} + \frac{\omega}{\eta} \right) + \frac{\omega}{f} \frac{\partial B}{\partial \eta} \right) \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \eta} = \frac{f}{\text{Re}} \left(B \left(\frac{\partial \omega}{\partial \xi} - g \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right) - \omega \left(\frac{\partial B}{\partial \xi} - g \frac{\partial B}{\partial \eta} \right) \right) \quad (3.4)$$

Из уравнений (3.3) и (3.4) получаем уравнение для расчета давления вдоль границы Γ_2

$$\frac{\partial P}{\partial \xi} = \frac{1}{\text{Re}} \left(g f \left(B \left(\frac{\partial \omega}{\partial \xi} - g \frac{\partial \omega}{\partial \eta} \right) - \omega \left(\frac{\partial B}{\partial \xi} - g \frac{\partial B}{\partial \eta} \right) \right) - \left(\frac{B}{f} \left(\frac{\partial \omega}{\partial \eta} + \frac{\omega}{\eta} \right) + \frac{\omega}{f} \frac{\partial B}{\partial \eta} \right) \right) \quad (3.5)$$

Граничное условие в сечении Γ_1 для уравнения Пуассона при $\xi = 0$ определяется из уравнения (3.3), в выходном сечении давление задается равным 0, на оси симметрии используются условия симметрии $\partial P / \partial \eta = 0$.

Уравнение Пуассона для давления решается методом установления. Все пространственные производные аппроксимируются со вторым порядком точности. Для определения сходимости процесса используется неравенство

$$\max_{i,j} \left| 1 - \frac{P_{i,j}^{l+1}}{P_{i,j}^l} \right| < \varepsilon$$

где ε принимается равным 10^{-7} .

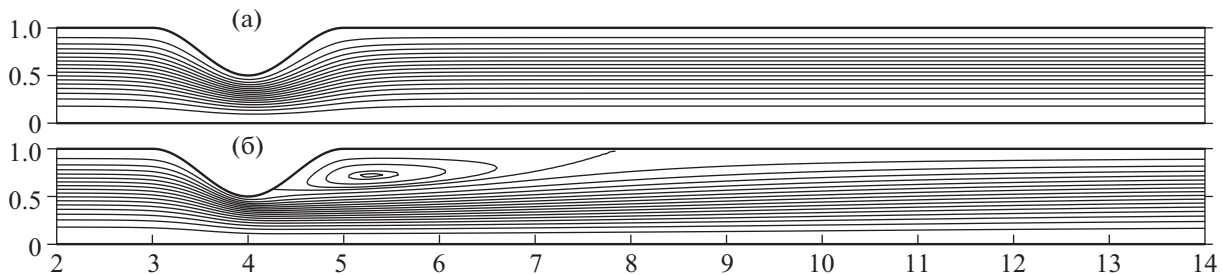


Рис. 3. Распределения линий тока при $m = 0.8$, $\alpha = 0.5$, $Z_0 = 1$: (а), (б) – $Re = 1, 25$.

4. РАСЧЕТ МЕСТНОГО ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Перепад давления между входным и выходным сечениями трубы с препятствием можно представить в виде суммы [26]

$$p_1 - p_2 = \Delta p = \Delta p_{\text{тр}} + \Delta p_{\text{м}}$$

где p_1, p_2 – значения давления на границах Γ_1 и Γ_2 соответственно, $\Delta p_{\text{тр}}$ – потери на трение, $\Delta p_{\text{м}}$ – местные потери, возникающие в окрестности препятствия. Отношение потерь на участке полного давления к динамическому напору определяет коэффициент гидравлического сопротивления [26]

$$C = \frac{\Delta p}{0.5\rho U^2} = C_{\text{тр}} + C_{\text{м}}$$

Таким образом, коэффициент местного гидравлического сопротивления рассчитывается по формуле

$$C_{\text{м}} = \frac{\Delta p_{\text{м}}}{0.5\rho U^2}$$

Значение $\Delta p_{\text{м}}$ вычисляется экстраполяцией давления с участков одномерного течения перед и за препятствием в сечение 1 (рис. 1). Давление на этих участках изменяется по линейному закону.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Согласно результатам [21], картины стационарного течения степенной жидкости в трубе с участком сужения/расширения характеризуются зонами одномерного течения перед и за препятствием и зоной двумерного течения в окрестности препятствия с образованием циркуляционной зоны. На рис. 3 показаны типичные распределения линий тока для псевдопластичной жидкости ($m < 1$), демонстрирующие появление циркуляционной зоны за препятствием с увеличением числа Рейнольдса.

На рис. 4а представлены зависимости перепада давления от числа Рейнольдса для ньютоновской жидкости. Такая область решения использовалась в работах [10, 27], где представлены результаты численного моделирования. Экспериментальное исследование течения в трубе данной геометрии описано в [1], где установлено, что значение числа Рейнольдса выше 250 при заданных геометрических параметрах приводит к потере устойчивости ламинарного режима. Наблюдается хорошее согласование результатов расчетов с данными, представленными в [1, 10, 27].

На рис. 4б показаны изменения давления вдоль оси симметрии трубы для трех значений показателя нелинейности. Полученное распределение давления при $m = 1$ практически совпадает с данными из [11]. Максимальное значение перепада давления реализуется в случае дилатантной жидкости ($m = 1.2$). Анализ графиков, представленных на рис. 4б, позволяет сделать вывод, что для псевдопластичной жидкости ($m = 0.8$) перепад давления между входным и выходным сечениями трубы уменьшается по сравнению с течением ньютоновской жидкости. Такое поведение распределения давления согласуется с изменениями распределений эффективной вязкости в зависимости от параметра нелинейности, представленными в [21].

На рис. 5 показаны распределения давления для псевдопластичной жидкости при трех значениях параметра α . Перепад давления в областях одномерного течения постоянный и соответствует течению Пуазейля в круглой трубе. Увеличение глубины перекрытия способствует росту

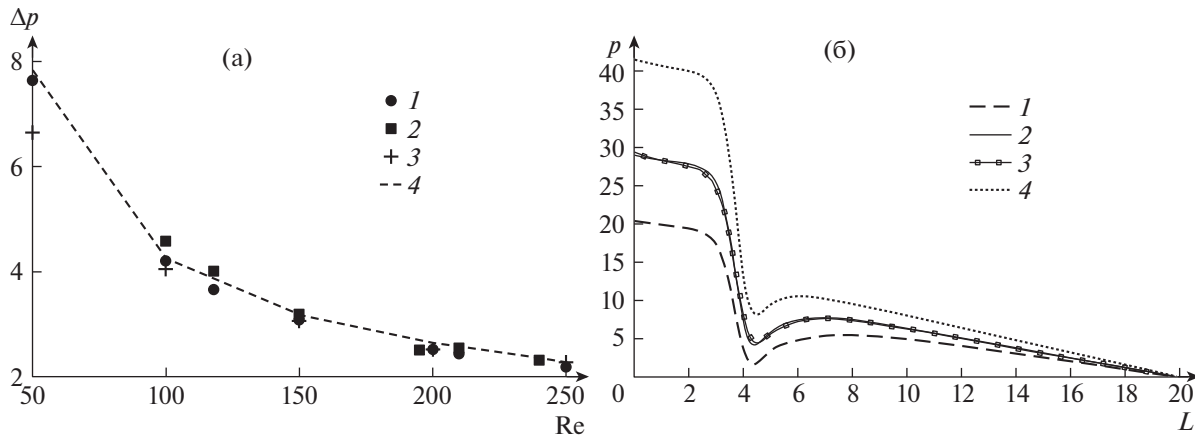


Рис. 4. (а) Зависимость перепада давления от Re при $m = 1$, $\alpha = 0.333$, $Z_0 = 4$, $L = 32$, $L_1 = 12$: 1 – настоящая работа; 2–4 – исследования [1, 10, 27]; (б) распределение давления вдоль оси z при $Re = 12.5$, $\alpha = 0.5$, $Z_0 = 2$: 5–8 – $m = 0.8, 1, 1$ ([11]), 1.2.

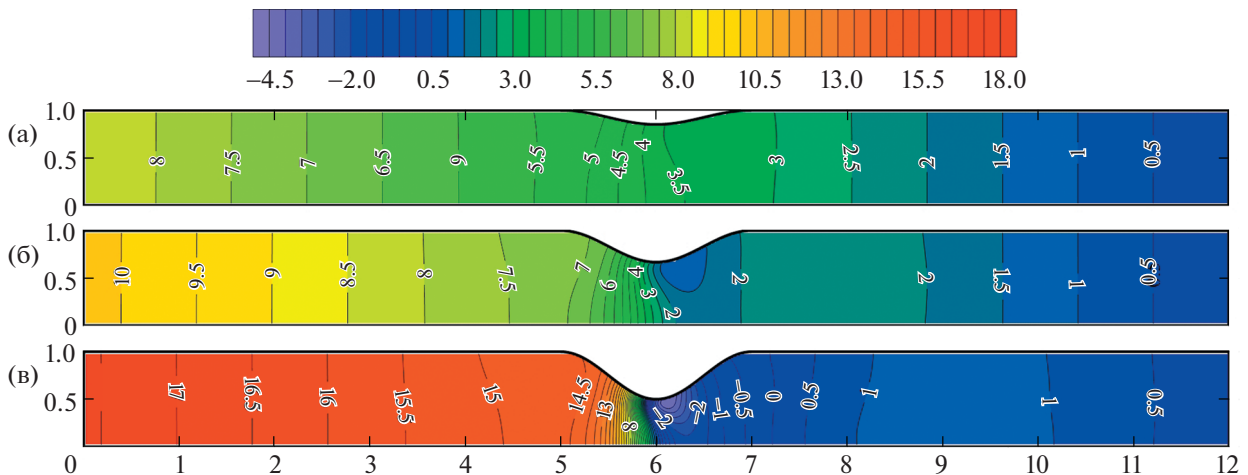


Рис. 5. Поле давления $Re = 10$, $m = 0.8$, $Z_0 = 1$: (а–в) – $\alpha = 0.15, 0.333, 0.5$.

зоны двумерного течения за препятствием. Формирование циркуляционной зоны за препятствием [21] приводит к возникновению области с минимальным давлением, локализованной в окрестности максимального сужения трубы.

Влияние параметра нелинейности для двух значений Re на коэффициент местного гидравлического сопротивления представлено на рис. 6. С уменьшением m коэффициент местного гидравлического сопротивления падает, что обусловлено ростом среднего уровня вязкости в области двумерного течения, влияние показателя нелинейности усиливается с уменьшением числа Рейнольдса.

Зависимости C_m от числа Рейнольдса для разных значений m и геометрических параметров α , Z_0 представлены на рис. 7. Графические зависимости показывают, что с ростом числа Рейнольдса коэффициент местного гидравлического сопротивления монотонно уменьшается. Уменьшение глубины перекрытия канала α также приводит к уменьшению значений коэффициента местного гидравлического сопротивления. Влияние параметра Z_0 становится существенным при малых значениях α .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполнено математическое моделирование течения степенной жидкости в трубе с препятствием. Разработан и реализован численный алгоритм решения поставленной задачи. Проведены параметрические исследования динамических характеристик потока для показателя нели-

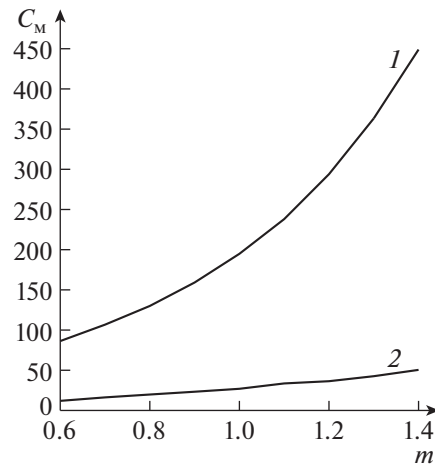


Рис. 6. Зависимости коэффициента местного гидравлического сопротивления от показателя нелинейности $\alpha = 0.5, Z_0 = 1$: 1, 2 – $Re = 1, 10$.

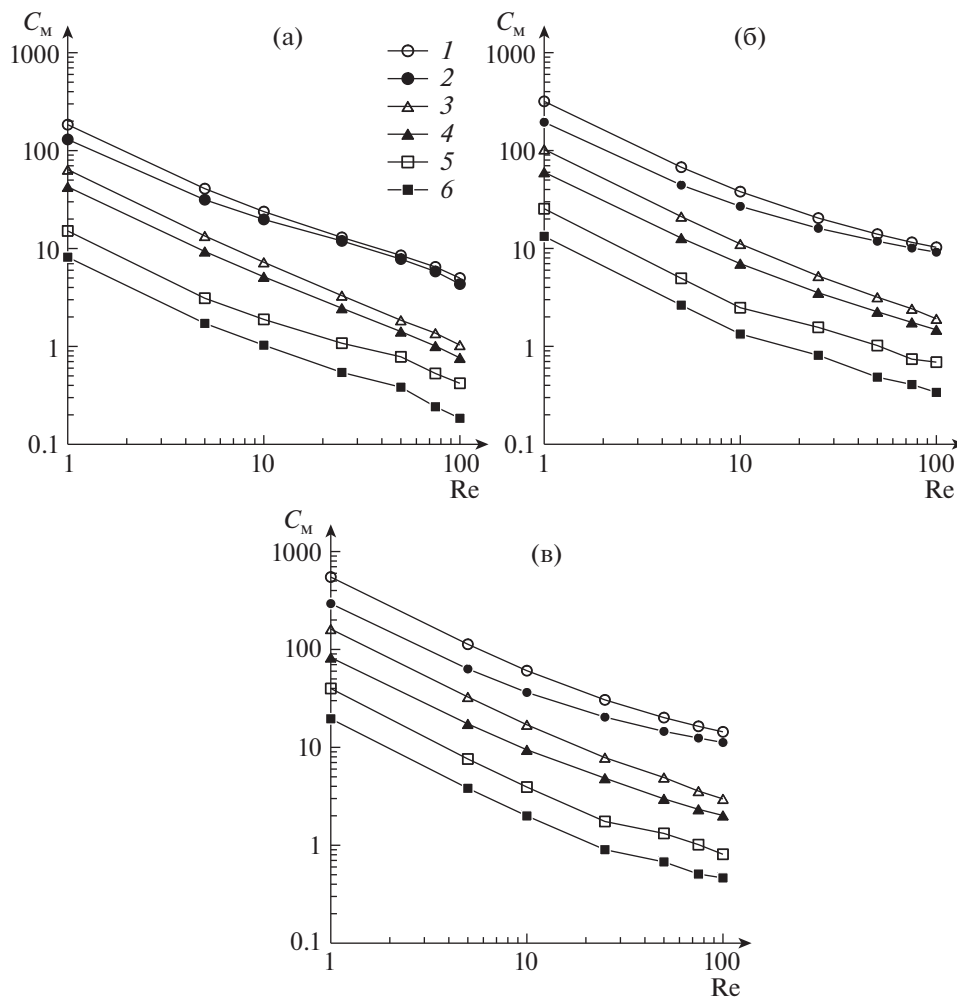


Рис. 7. Зависимость C_M от Re : (а–в) – $m = 0.8, 1, 1.2$; 1–6 – $(\alpha, Z_0) = (0.5, 2), (0.5, 1), (0.333, 2), (0.333, 1), (0.15, 2), (0.15, 1)$.

нейности $0.6 \leq m \leq 1.4$ и числа Рейнольдса в диапазоне от 1 до 100. Вычислены значения коэффициента местного гидравлического сопротивления и выявлены тенденции его изменения при исследовании основных параметров задачи. Установлено, что с увеличением числа Рейнольдса

коэффициент сопротивления уменьшается. Рост показателя нелинейности способствует увеличению коэффициента сопротивления. Уменьшение глубины перекрытия канала приводит к уменьшению значения коэффициента.

Исследование выполнено за счет гранта РФФИ (проект № 18-19-00021).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Young D.F., Tsai F.Y.* Flow characteristics in model of arterial stenoses-I. Steady flow // *J. Biomech.* 1973. V. 6. № 4. P. 395–402.
2. *Forrester J.H., Yang D.F.* Flow through a converging-diverging tube and its implications in occlusive vascular disease-I // *J. Biomech.* 1970. V. 3. № 3. P. 297–305.
3. *Liepsch D., Singh M., Lee M.* Experimental analysis of the influence of stenotic geometry on steady flow // *Biorheology.* 1992. V. 29. № 4. P. 419–431.
<https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=19535741000&eid=2-s2.0-0027093633>
4. *Deshpande M.D., Giddens D.P., Mabon R.F.* Steady laminar flow through modelled vascular stenosis // *J. Biomech.* 1976. V. 9. № 4. P. 165–174.
5. *Lee J.S., Fung Y.C.* Flow in locally constricted tubes at low Reynolds numbers // *J. Appl. Mech.* 1970. V. 37. № 1. P. 9–16.
6. *Lee T.S.* Steady laminar fluid flow through variable constrictions in vascular tubes // *J. Fluid Eng-T ASME.* 1994. V. 116. № 1. P. 66–71.
7. *Pontrelli G.* Blood flow through an axisymmetric stenosis // *P. I. Mech. Eng. H.* 2001. V. 215. № 1. P. 1–10.
8. *Banerjee M.K., Nag D., Ganguly R., Datta A.* Hemodynamics in stenosed arteries effects of stenosis shapes // *Int. J. Comp. Meth.* 2010. V. 7. № 3. P. 397–419.
9. *Mandal D.K., Manna N.K., Chakrabarti S.* Influence of different bell-shaped stenosis on the progression of the disease atherosclerosis // *J. Mech. Sci. Technol.* 2011. V. 25. № 8. P. 1933–1947.
10. *Lee T.S., Liao W., Low H.T.* Numerical simulation of turbulent flow through series stenosis // *Int. J. Numer. Meth. Fl.* 2003. V. 42. № 7. P. 717–740.
11. *Huang H., Lee T.S., Shu C.* Lattice-BGK simulation of steady flow through vascular tubes with double constrictions // *Int. J. Numer. Method. H.* 2006. V. 16. № 2. P. 185–203.
12. *O'Brien V., Ehrlich L.W.* I. Simple pulsatile flow in an artery with a constriction // *J. Biomech.* 1985. V. 18. № 2. P. 117–127.
13. *Tu C., Deville M., Dheur L., Vanderschuren L.* Finite element simulation of pulsatile flow through arterial stenosis // *J. Biomech.* 1992. V. 25. № 10. P. 1141–1152.
14. *Paul M.C., Molla M.M.* Investigation of physiological pulsatile flow in a model arterial stenosis using large-eddy and direct numerical simulations // *Appl. Math. Mod.* 2012. V. 36. № 9. P. 4393–4413.
15. *Егоров В.А., Резерер С.А., Шадрин Н.Х.* Особенности пульсирующего течения крови через резистивные кровеносные сосуды // *Изв. РАН. МЖГ.* 1994. № 2. С. 83.
16. *Leuprecht A., Perktold K.* Computer Simulation of Non-Newtonian Effects on Blood Flow in Large Arteries // *Comput. Method Biomec.* 2001. V. 4. № 2. P. 149–163.
17. *Gao W., Liu R., Duan Y.* Numerical investigation on non-newtonian flows through double constrictions by an unstructured finite volume method // *J. Hydrodyn.* 2009. V. 21. № 5. P. 622–632.
18. *Tu C., Deville M.* Pulsatile flow of non-Newtonian fluids through arterial stenosis // *J. Biomech.* 1996. V. 29. № 7. P. 899–908.
19. *Mukhopadhyay S., Mandal M.S., Mukhopadhyay S.* Effects of variable viscosity on pulsatile flow of blood in a tapered stenotic flexible artery // *Math. Method Appl. Sci.* 2019. V. 42. № 2. P. 488–504.
20. *Achab L.* Numerical simulations of the pulsatile blood flow in narrowing small vessels using different rheological models // *J. Phys. Conf. Ser.* 2019. V. 1294. № 2.
21. *Рыльцев И.А., Рыльцева К.Е., Шрагер Г.Р.* Кинематика течения степенной жидкости в трубе переменного сечения // *Вестн. Том. гос. ун-та. Математика и механика.* 2020. № 63. С. 125–138.
22. *Jung H., Choi J.W., Park C.G.* Asymmetric flows of non-Newtonian fluids in symmetric stenosed artery // *Korea-Aust. Rheol. J.* 2004. V. 16. № 2. P. 101–108.
23. *Роуч П.* Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980. 616 с.
24. *Ostwald W.* Ueber die rechnerische Darstellung des Strukturgebietes der Viskosität // *Kolloid Zeitschrift.* 1929. V. 47. № 2. P. 176–187.
25. *Годунов С.К., Рябенский В.С.* Введение в теорию разностных схем. М.: Физматгиз, 1962. 340 с.
26. *Идельчик И.Е.* Справочник по гидравлическим сопротивлениям / под ред. М.О. Штейнберга. 3-е изд. М.: Машиностроение, 1992. 672 с.
27. *Zendehbudi G.R., Moayeri M.S.* Comparison of physiological and simple pulsatile flows through stenosed arteries // *J. Biomech.* 1999. V. 32. № 9. P. 959–965.