

УДК 532.517.4:536.252

СТРУКТУРА И ДИНАМИКА КРУПНОМАСШТАБНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ В ТУРБУЛЕНТНОЙ КОНВЕКЦИИ ПРИ ВЫСОКИХ ЧИСЛАХ ПРАНДТЛЯ

© 2020 г. А. Ю. Васильев^{а,*}, А. Н. Сухановский^а, П. Г. Фрик^а

^а Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

*E-mail: vasiliev.a@icmm.ru

Поступила в редакцию 15.01.2020 г.

После доработки 12.03.2020 г.

Принята к публикации 12.03.2020 г.

Экспериментально исследованы структура и динамика крупномасштабной циркуляции в турбулентной конвекции Рэлея–Бенара в кубической полости для жидкостей с умеренными и высокими числами Прандтля (от 3.5 до 64). Разложение двумерных полей скорости на фурье-моды показало, что при изменении числа Прандтля от 3.5 до 24 в течении доминирует одна крупномасштабная мода. При дальнейшем росте числа Прандтля структура течения существенно меняется и энергия распределяется между несколькими основными фурье-модами. Происходит также существенное изменение временной динамики доминирующей моды.

Ключевые слова: турбулентная конвекция, крупномасштабная циркуляция, большие числа Прандтля

DOI: 10.31857/S0568528120060134

Отличительной особенностью турбулентной конвекции Рэлея–Бенара в замкнутых полостях является возникновение на фоне мелкомасштабных пульсаций крупномасштабной циркуляции (КМЦ) [1, 3]. Изучение процесса формирования крупномасштабного среднего потока в конвекции Рэлея–Бенара с помощью теневых методов и методов цифровой трассерной визуализации показало, что КМЦ является результатом самоорганизации горячих и холодных термиков [1–3]. Более детально динамика КМЦ изучалась в цилиндрических полостях с помощью набора датчиков температуры, расположенных вдоль азимута в различных горизонтальных плоскостях [4–6]. Впервые такая методика была использована в экспериментах на ртути (число Прандтля $Pr = 0.024$) [4], в которых при помощи разложения азимутального профиля температуры в ряд Фурье были обнаружены интересные особенности в динамике КМЦ. Амплитуда основной моды характеризует при этом интенсивность циркуляции, а ее фаза – ориентацию плоскости КМЦ. В упомянутых экспериментах амплитуда колебалась около устойчивого среднего значения и никогда не равнялась нулю, а фаза варьировалась в диапазоне от $-\pi$ до π . Изменение фазы без существенного изменения скорости потока интерпретировалось как азимутальное вращение всей структуры. Аналогичные экспериментальные исследования были выполнены в цилиндрической полости, заполненной водой [5, 6]. Помимо азимутального вращения плоскости крупномасштабной циркуляции, в них наблюдался другой способ ее переориентации, сопровождаемый значительным снижением интенсивности циркуляции с последующим возобновлением циркуляции в произвольном направлении (переориентация с “приостановкой”).

Публикаций, посвященных особенностям турбулентного крупномасштабного когерентного потока в кубических полостях, сравнительно немного. В работе [7] для чисел Рэлея $Ra \sim 10^7$ и числа Прандтля $Pr = 0.024$ (ртуть) было показано, что КМЦ ориентируется параллельно одной из вертикальных стенок куба. Смена ориентации КМЦ происходит в результате ее остановки, после которой формирование КМЦ может происходить в том же или перпендикулярном направлении. При более высоких значениях чисел Рэлея ($Ra = 5 \times 10^8$) поток ориентируется вдоль одной из диагоналей. Детальное исследование динамики КМЦ в кубической полости (вода, $Pr = 3.5–6.1$) [8–11] показало, что возможны случайные переориентации с одной диагонали на другую. Основным объяснением смены ориентации КМЦ до настоящего времени является ази-

мутальный поворот КМЦ [9, 10], хотя возможность поворота КМЦ как когерентной структуры вызывает большое сомнение, так как в системе нет явных источников, которые могут вызвать спонтанное крупномасштабное азимутальное движение. В работе [11] был предложен другой подход к описанию процесса переориентации КМЦ в кубической полости. Принципиальным отличием этого подхода является представление КМЦ как суперпозиции двух ортогональных квазидвумерных валов, динамика которых и определяет процесс переориентаций.

Важной особенностью конвективной турбулентности Рэлея–Бенара в замкнутых объемах являются устойчивые низкочастотные колебания скорости [12, 13] и температуры [14, 15], которые наблюдаются во всем объеме. Анализ пространственной структуры показал наличие, по меньшей мере, двух режимов колебаний, определяемых в англоязычной литературе как “torsional” (торсионный) [16–18] и “sloshing” (“плескательный” или “шлепковый” – проблематичность прямого перевода привела к закреплению английского термина sloshing и в русском языке) [19–21].

Ключевыми параметрами, определяющими структуру и динамику конвективной турбулентности в замкнутых объемах, являются число Рэлея, число Прандтля и геометрия полости (характеризуемое тем или иным аспектным отношением). Влияние основных управляющих параметров, таких как число Рэлея (от 10^8 до 10^{11}) и число Прандтля (от 3 до 1205) на толщину динамического пограничного слоя было изучено в [22]. Динамика КМЦ исследовалась в очень широком диапазоне чисел Рэлея и аспектных отношений. Большинство экспериментов, упомянутых выше, проводилось с жидкими металлами ($Pr \ll 1$) и водой ($Pr \approx 5$). Гораздо меньше внимания было уделено изучению особенностей свойств турбулентных конвективных течений для больших чисел Прандтля. Исследований динамики КМЦ в замкнутых полостях при больших числах Прандтля очень мало. Нам известна только одна такая работа [23], в которой было показано, что в турбулентной конвекции Рэлея–Бенара при $Pr = 19.4$ наблюдались два способа переориентации КМЦ в цилиндрической полости: азимутальное вращение и “приостановка” крупномасштабного потока. Также были зарегистрированы переходные течения в моменты переориентации. В экспериментальной работе [24] было показано, что структура течения и интенсивность слабо меняются при изменении Pr от 6 до 24. При дальнейшем увеличении числа Прандтля до $Pr = 64$ было обнаружено, что в течении происходят структурные изменения. В исследуемом вертикальном сечении вместо одного крупномасштабного вала формировались несколько вихрей меньшего масштаба. В данной работе экспериментально исследуются структура и динамика крупномасштабной циркуляции при высоких числах Прандтля. Особое внимание уделяется выделению фурье-мод, содержащих в себе основную энергию течения, и анализу колебаний энергонесущих мод.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Экспериментальная установка представляет собой кубическую полость со стороной $L = 250$ мм (рис. 1). Вертикальные стенки изготовлены из плексигласа толщиной 25 мм. Горизонтальные стенки изготовлены из меди толщиной 30 мм и выступают в качестве теплообменников. Температура медных теплообменников поддерживается постоянной при помощи термостатов, которые прокачивают термостатирующую жидкость (тосол) по каналам теплообменников. В ходе проведения экспериментов температура теплообменников поддерживалась постоянной с точностью 0.1°C и контролировалась с помощью термопар. Управляющими параметрами в рассматриваемой задаче являются число Рэлея и число Прандтля:

$$Ra = \frac{g\beta L^3 \Delta T}{\nu \kappa}, \quad Pr = \frac{\nu}{\kappa}$$

где g – ускорение свободного падения, β – коэффициент теплового расширения, ΔT – перепад температуры между теплообменниками, ν – кинематическая вязкость и κ – температуропроводность жидкости. В экспериментах число Рэлея варьировалось в диапазоне $8 \times 10^8 < Ra < 3 \times 10^{10}$. В качестве рабочих жидкостей выступали дистиллированная вода, 25% водный раствор пропиленгликоля и чистый пропиленгликоль. Экспериментальные исследования конвективной турбулентности в кубической полости проводились при средних температурах жидкости $50, 25^\circ\text{C}$ (для воды) и 20°C (для 25% водного раствора пропиленгликоля и чистого пропиленгликоля), что соответствует средним числам Прандтля $Pr = 3.5$, $Pr = 6.1$, $Pr = 24$ и $Pr = 64$. Ниже представлены физические свойства рабочих жидкостей:

Таблица 1.

Название и обозначение	Пропиленгликоль	
	25%	100%
Плотность ρ_0 , кг/м ³	1.02×10^3	1.04×10^3
Коэффициент температурного расширения β , 1/К	5.40×10^{-4}	7.20×10^{-4}
Кинематическая вязкость ν , м ² /с	2.79×10^{-6}	5.40×10^{-6}
Температуропроводность C_p , Дж/(кг К)	1.17×10^{-7}	8.47×10^{-6}
Удельная теплоемкость C_p , Дж/(кг · К)	3.98×10^3	2.48×10^3
Теплопроводность λ , Вт/(м К)	4.78×10^{-1}	2.18×10^{-1}

Длительность каждого эксперимента составляла не менее 4 ч.

Измерения двумерных полей скорости в центральном вертикальном сечении xOy проводились с помощью методов цифровой трассерной визуализации (PIV). Временная задержка между двумя последовательными изображениями подбиралась так, чтобы получить оптимальное смещение трассеров для каждого значения числа Рэлея и варьировалась от 40 до 300 мс. При вычислении двумерного поля скорости система обеспечивала пространственное разрешение 3 мм при разбиении поля зрения на элементарные расчетные области 32×32 пикселя, с 50% перекрытием соседних расчетных областей. Относительная погрешность измерения скорости не превышала 5%.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ

Конвективные течения с большими числами Прандтля характеризуются сильной диссипацией энергии и невысокими числами Рейнольдса даже при высоких числах Рэлея. В экспериментах число Рейнольдса $Re = u'L/\nu$ (здесь $u' = \sqrt{\langle u^2 \rangle_{A,t}}$ – среднеквадратичное значение скорости, усредненное по времени и по всей области) изменялось в интервале от $Re \approx 10^2$ (при $Ra = 8 \times 10^8$,

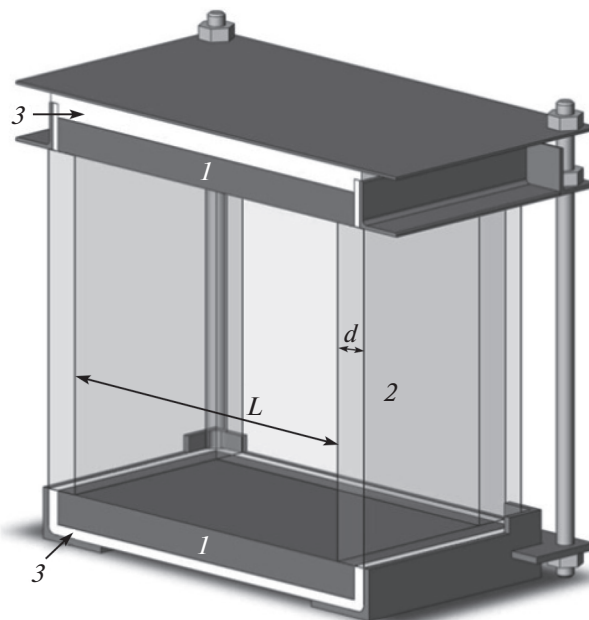


Рис. 1. Экспериментальная установка в разрезе: 1 – медные теплообменники, 2 – плексигласовые боковые стенки толщиной $d = 25$ мм, 3 – теплоизолятор.

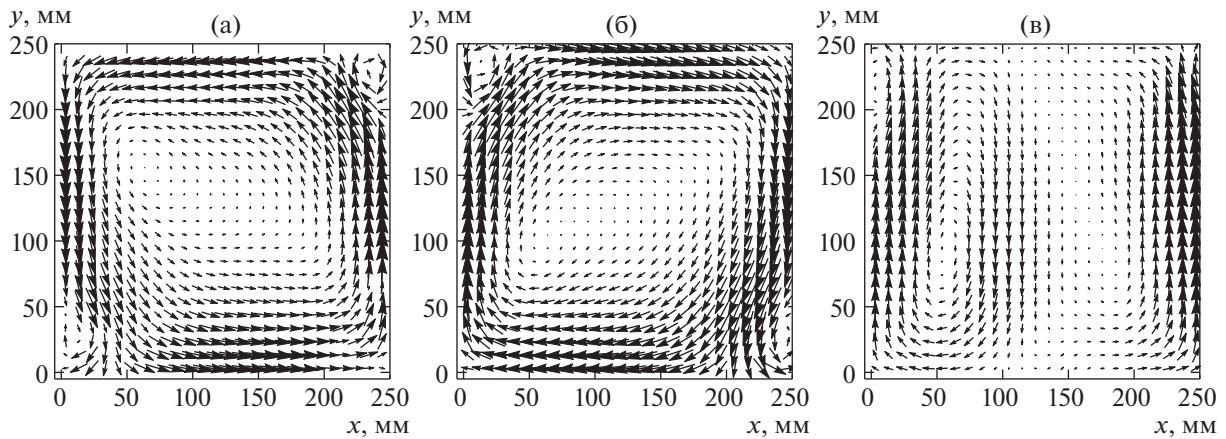


Рис. 2. Средние по времени поля скорости: (а) – $Pr = 61$, $Ra = 2.0 \times 10^9$, (б) – $Pr = 24$, $Ra = 1.3 \times 10^9$, (в) – $Pr = 64$, $Ra = 1.3 \times 10^9$.

$Pr = 64$) до $Re \approx 10^4$ (при $Ra = 3 \times 10^{10}$, $Pr = 3.5$). Несмотря на маленькие значения числа Рейнольдса при $Pr = 64$, течение в кубической полости является турбулентным со слабо выраженным инерционным интервалом, отношение масштаба Колмогорова λ к интегральному масштабу $\lambda/L \approx Re^{-3/4} \approx 0.03$. В конвективной турбулентности Рэлея–Бенара отношение λ/L зависит от Ra , Pr и Nu и имеет следующий вид $\lambda/L \approx Pr^{1/2}/((Nu - 1)Ra)^{1/4}$ [25, 26]. Для режима $Ra = 8 \times 10^8$, $Pr = 64$ величина λ/L приблизительно равно 0.02, что хорошо согласуется с оценкой, полученной по числу Рейнольдса. Кроме того, отношение общей энергии пульсации скорости к энергии среднего течения составляет приблизительно 11. Однако основное внимание в данной работе уделено не характеристикам мелкомасштабной турбулентности (что также представляет большой интерес), а структуре и временной динамике осредненного крупномасштабного течения.

Структура осредненного поля скорости в исследуемом сечении для трех режимов с близкими значениями числа Рэлея ($Ra \approx 10^9$) и различных чисел Прандтля представлена на рис. 2. Осредненное течение при $Pr = 6.1$ и $Pr = 24$ подобно и представляет собой вихрь, который занимает всю полость с двумя зонами рециркуляции в противоположных углах. Качественное изменение структуры среднего течения наблюдается при $Pr = 64$. В этом случае среднее течение представляет собой двухвихревую структуру, т.е. в центре полости жидкость опускается и поднимается вдоль боковых стенок. Отметим, что эксперименты по конвекции в кубической полости при $Pr = 6.1$ и $Pr = 3.5$ показали, что пространственная структура крупномасштабного течения при фиксированном числе Рэлея подобна [8].

Для количественного описания структуры потока и интенсивности крупномасштабной циркуляции проведем разложение мгновенных двумерных полей скорости (u_x, u_y) на фурье-моды

$$B_{nm}(t) = \frac{4}{L^2} \int_0^L \int_0^L u_x \sin\left(\frac{\pi nx}{L}\right) \cos\left(\frac{\pi my}{L}\right) dx dy$$

$$A_{nm}(t) = \frac{4}{L^2} \int_0^L \int_0^L u_y \cos\left(\frac{\pi nx}{L}\right) \sin\left(\frac{\pi my}{L}\right) dx dy$$

и рассмотрим $n, m = 1, 2, 3$ и 4. Разложение мгновенных полей скорости на фурье-моды широко применяется при исследовании инверсий КМЦ и теплообмена в двумерных и квазидвумерных постановках [27–29]. Энергия низших пространственных мод есть

$$E_{nm} = \langle A_{nm}^2 + B_{nm}^2 \rangle_t / 2$$

где $\langle \dots \rangle_t$ подразумевают осреднение по времени. Нормированная энергия низших пространственных мод $E_{nm} / \sum E_{nm}$ для трех обсуждаемых режимов представлена на рис. 3. Рисунок пока-

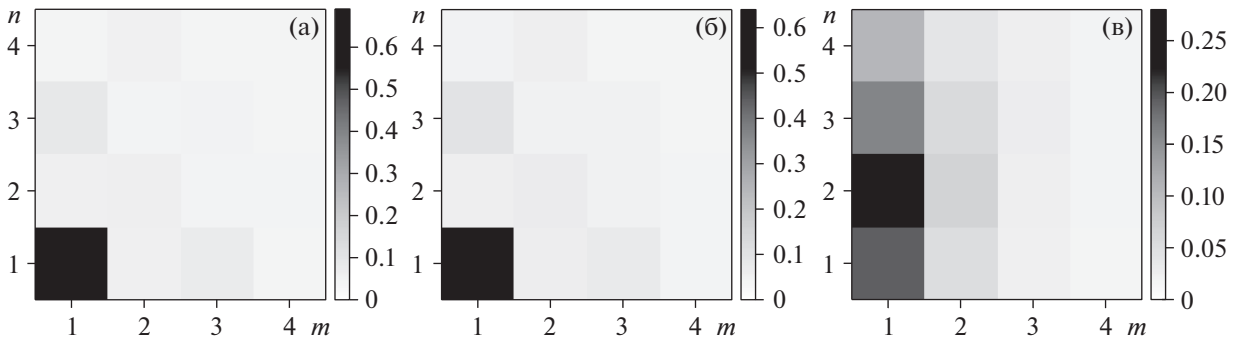


Рис. 3. Нормированная энергия фурье-мод: (а) – $Pr = 6.1$, $Ra = 2.0 \times 10^9$, (б) – $Pr = 24$, $Ra = 1.3 \times 10^9$, (в) – $Pr = 64$, $Ra = 1.3 \times 10^9$.

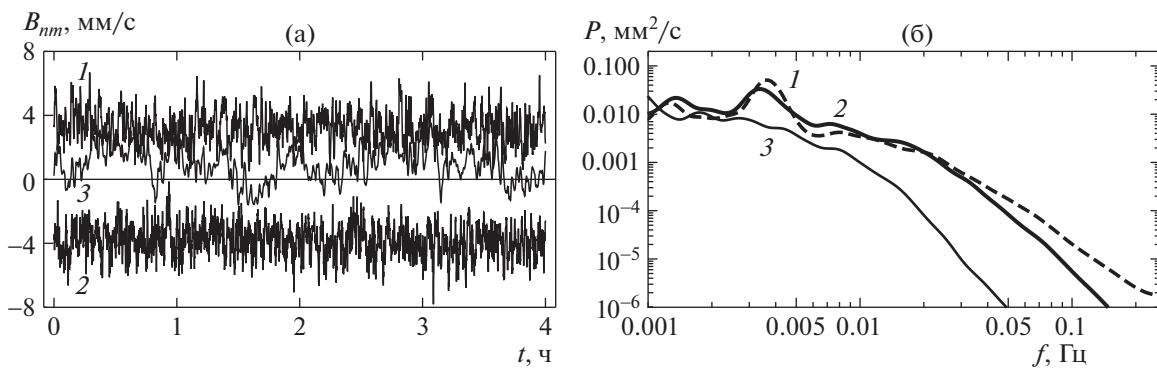


Рис. 4. Временная эволюция доминирующей фурье-моды (а) и спектральная плотность энергии пульсаций B_{nm} (б): 1 – B_{11} ($Pr = 6.1$, $Ra = 2.0 \times 10^9$), 2 – B_{11} ($Pr = 24$, $Ra = 1.3 \times 10^9$) и 3 – B_{21} ($Pr = 64$, $Ra = 1.3 \times 10^9$).

зывает, что при $Pr = 6.1$ и $Pr = 24$ в течении доминирует мода E_{11} , которая приблизительно в 4 раза интенсивнее, чем другие моды. При $Pr = 64$ основная энергия течения распределена между фурье-модами (1,1), (2,1), (3,1) и (4,1), и наиболее интенсивной модой является мода E_{21} , которой соответствует двухвихревая структура.

Ключевым вопросом при изучении крупномасштабной циркуляции в свободно-конвективных системах является характер временной эволюции параметров КМЦ. На рис. 4а представлена временная эволюция амплитуд доминирующих мод для трех чисел Прандтля. При $Pr = 6.1$ и $Pr = 24$ амплитуда B_{11} осциллирует вокруг устойчивых средних значений $\langle B_{11} \rangle = -3.84$ мм/с и $\langle B_{11} \rangle = 3.23$ мм/с, соответственно, с вариациями амплитуды в интервале $0.0 < |B_{11}| < 7.0$ мм/с. Направление циркуляции остается неизменным в течение 4 ч, что соответствует приблизительно времени 100 оборотов крупномасштабного вихря. Увеличение числа Прандтля приводит не только к качественной перестройке структуры КМЦ, но и к изменению ее динамики. Так, из рис. 4а видно, что амплитуда B_{21} имеет более сложную динамику и характеризуется наличием интервалов времени, в которых B_{21} меняет знак или колеблется вокруг нуля. Длительность этих выделенных интервалов времени носит случайный характер.

Интересно проследить за изменением спектрального состава колебаний амплитуды КМЦ при различных числах Прандтля. На рис. 4б представлена спектральная плотность энергии пульсаций B_{nm} . В экспериментах с $Pr = 6.1$ и $Pr = 24$ в низкочастотной части спектра присутствует выделенная частота f_0 , которая характеризует низкочастотные колебания КМЦ. Увеличение числа Прандтля приводит к тому, что в низкочастотной части спектра (в области $f < 0.01$ Гц) отсутствуют выделенные частоты. Энергия пульсаций монотонно падает с частотой, причем в высокочастотной области спектр становится круче.

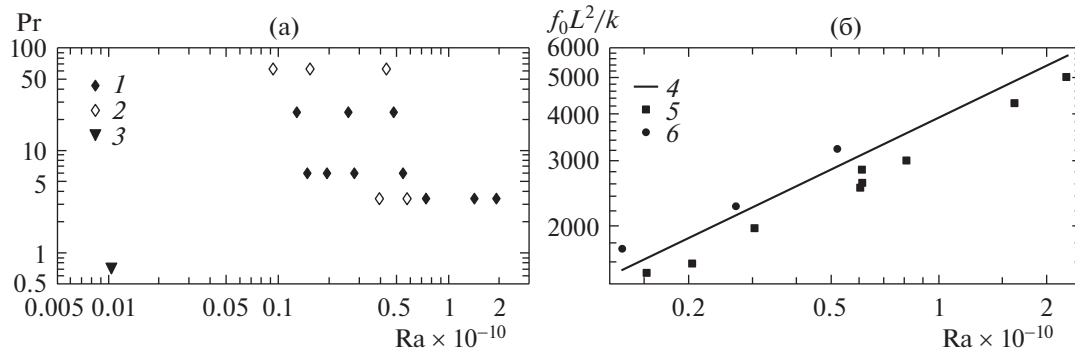


Рис. 5. Карта режимов на плоскости параметров Ra – Pr (а) и зависимость безразмерной частоты колебаний КМЦ от числа Рэлея в двойных логарифмических координатах (б); 1 – режимы с выделенной частотой в спектре КМЦ, 2 – режимы без выделенной частоты в спектре КМЦ, 3 – численное моделирование [11], 4 – сплошная линия показывает степенной закон $f_0 L^2 / k \sim Ra^{0.46}$, 5 – данные из работы [8] $Pr = 3.5$ и $Pr = 6.1$, 6 – $Pr = 24$.

Экспериментальные исследования показали, что низкочастотные колебания КМЦ наблюдаются не во всех режимах. На рис. 5а все выполненные эксперименты представлены на плоскости параметров Ra – Pr различными символами, соответствующими режимам с доминирующей частотой и без выделенной частоты колебаний. Видно, что в спектрах пульсаций амплитуды КМЦ выделенная частота не наблюдалась ни в одном эксперименте для $Pr = 64$, и также в экспериментах с $Pr = 3.5$ при относительно малых числах Рэлея ($Ra < 8.0 \times 10^9$).

Зависимость безразмерной частоты колебаний КМЦ для различных Pr от Ra показана на рис. 5б в двойных логарифмических координатах. Наряду с результатами этой работы на рисунке представлены и данные о зависимости безразмерной выделенной частоты от числа Рэлея для кубической полости из работы [8]. Прямая линия на рисунке соответствует степенному закону $f_0 L^2 / k \sim Ra^\gamma$ с показателем степени $\gamma = 0.46$. В экспериментах с $Pr = 24$ безразмерная частота выросла приблизительно на 15%, однако показатель степени при этом не изменился.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Крупномасштабная циркуляция, возникающая на фоне турбулентной конвекции Рэлея–Бенара в кубической полости, исследована в лабораторных экспериментах с жидкостями, характеризующимися различными значениями числа Прандтля. В качестве рабочих жидкостей использовались дистиллированная вода ($Pr = 3.5$ и $Pr = 6.1$), 25% водный раствор пропиленгликоля ($Pr = 24$) и чистый пропиленгликоль ($Pr = 64$). Число Рэлея варьировалось в диапазоне от 8.0×10^8 до 3.0×10^{10} .

Разложение двумерных полей скорости на фурье моды показало, что при изменении числа Прандтля от 3.5 до 24 в течении доминирует мода (1,1), которая представляет собой одновихревую структуру. Качественно иная структура крупномасштабного течения наблюдалась при максимальном из изученных чисел Прандтля. При $Pr = 64$ в течении доминирует мода (2,1), интенсивность которой приблизительно в четыре раза больше интенсивности моды (1,1). При этом изменилась не только структура КМЦ, но и ее временная динамика. Доминирующая мода также подвержена интенсивным колебаниям, но устойчивого направления вращения нет, а интервалы времени с сохраняющимся направлением вращения имеют произвольную длительность.

Исследование спектров колебаний интенсивности крупномасштабной циркуляции показало, что доминирующая частота колебаний КМЦ пропадает как при наименьших, так и наибольших значениях числа Прандтля. При этом при больших ($Pr = 64$) режимов с выделенными колебаниями не наблюдалось вовсе, а при малых ($Pr = 3.5$) колебания пропадали с уменьшением числа Рэлея, а именно, при $Ra < 8.0 \times 10^9$. Этот результат не представляется тривиальным и очевидно, что имеющийся набор точек на карте режимов (рис. 5а) явно недостаточен для построения общих выводов и объяснения ограниченности области существования низкочастотных колебаний на карте Ra – Pr .

Хорошо известно, что безразмерная частота колебаний КМЦ увеличивается с числом Рэлея по степенному закону $f_0 L^2 / \kappa \sim \text{Ra}^\gamma$. Этот результат с близкими значениями показателя степени $\gamma \approx 0.46\text{--}0.49$ получен в целом ряде работ [8, 13, 14, 30, 31]. Безразмерные частоты, полученные в экспериментах с различными жидкостями, были впервые сопоставлены в работе [4] для ртути ($\text{Pr} = 0.024$) и газообразного гелия (число Прандтля варьировалось между 0.65 и 1.5). Эксперименты показали, что частота в гелии выше, чем в ртути. Полученные в данной работе результаты при $\text{Pr} = 24$ дополняют сложившуюся картину. Можно сделать вывод, что с ростом числа Прандтля значение безразмерной выделенной частоты колебаний КМЦ также увеличиваются. Отметим также, что при изменении геометрии полости меняется связь между периодом колебаний КМЦ $\tau_0 = 1/f_0$ и средним временем оборота крупномасштабного вихря $\tau_p = 4L/U_m$, где U_m есть максимальная скорость вдоль боковой стенки полости. Хорошо известно, что в цилиндрической полости $\tau_0 \approx \tau_p$. Выполненные эксперименты показали, что в кубической полости $\tau_0 \approx 2\tau_p$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В целом, представленные результаты показывают, что изменение физических свойств жидкости меняет и структуру крупномасштабной циркуляции, и характер ее временной динамики. Структура КМЦ, в свою очередь, может влиять на процессы тепло-массопереноса в замкнутых полостях, а характер и частота возникающих в конвективных системах колебаний температуры важны во многих приложениях, так как низкочастотные температурные пульсации приводят к механическим деформациям стенок полости, что может существенно снижать ресурс различных инженерных систем.

БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Пермского края (проект № 19–41–590004).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Зимин В.Д., Фрик П.Г.* Турбулентная конвекция. М.: Наука, 1988. 178 с.
2. *Krishnamurti R., Howard L.N.* Large-scale flow generation in turbulent convection // Proc. Natl. Acad. Sci USA. 1988. V. 78. № 4. P. 1981–1985.
<https://doi.org/10.1073/pnas.78.4.1981>
3. *Xi H.-D., Lam S., Xia K.-Q.* From laminar plumes to organized flows: the onset of large-scale circulation in turbulent thermal convection // J. Fluid. Mech. 2004. V. 503. P. 47–56.
<https://doi.org/10.1017/S0022112004008079>
4. *Cioni S., Ciliberto S., Sommeria J.* Strongly turbulent Rayleigh-Bénard convection in mercury // J. Fluid. Mech. 1997. V. 335. P. 111–140.
<https://doi.org/10.1017/S0022112004008079>
5. *Brown E., Nikolaenko A., Ahlers G.* Reorientation of the Large-Scale Circulation in Turbulent Rayleigh-Bénard Convection // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. P. 084503.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.084503>
6. *Brown E., Ahlers G.* Rotations and cessations of the large-scale circulation in turbulent Rayleigh-Bénard convection // J. Fluid Mech. 2006. V. 568. P. 351–386.
<https://doi.org/10.1017/S0022112006002540>
7. *Gallet B., Herault J., Laroche C., Pétrélis F., Fauve S.* Reversals of a large-scale field generated over a turbulent background // Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics. 2012. V. 106. №. 4–5. P. 468–492.
<https://doi.org/10.1080/03091929.2011.648629>
8. *Vasiliev A., Sukhanovskii A., Frick P., Budnikov A., Fomichev V., Bolshukhin M., Romanov R.* High Rayleigh number convection in a cubic cell with adiabatic sidewalls // Int. J. Heat Mass Transf. 2016. V. 102. P. 201–212.
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.06.015>
9. *Bai K., Ji D., Brown E.* Ability of a low-dimensional model to predict geometry-dependent dynamics of large-scale coherent structures in turbulence // Phys. Rev. E. 2016. V. 93. P. 023117.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.93.023117>
10. *Foroozani N., Niemela J.J., Armenio V., Sreenivasan K.R.* Reorientations of the large-scale flow in turbulent convection in a cube // Phys. Rev. E. 2017. V. 95. P. 033107.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.95.033107>
11. *Vasiliev A., Frick P., Kumar A., Stepanov R., Sukhanovskii A., Verma M.K.* Transient flows and reorientations of large-scale convection in a cubic cell // Int. Commun. Heat Mass Transf. 2019. V. 108. P. 104319.
<https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2019.104319>

12. *Qiu X.-L., Yao S.H., Tong P.* Large-scale coherent rotation and oscillation in turbulent thermal convection // *Phys. Rev. E.* 2000. V. 61. P. R6075–R6078.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.61.R6075>
13. *Qiu X.-L., Shang X.-D., Tong P., Xia K.-Q.* Velocity oscillations in turbulent Rayleigh-Bénard convection // *Phys. Fluids.* 2004. V. 16. P. 412–423.
<https://doi.org/10.1063/1.1637350>
14. *Qiu X.-L., Tong P.* Onset of Coherent Oscillations in Turbulent Rayleigh-Bénard Convection // *Phys. Rev. Lett.* 2001. V. 87. P. 094501.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.87.094501>
15. *Qiu X.-L., Tong P.* Temperature oscillations in turbulent Rayleigh-Bénard convection // *Phys. Rev. E.* 2002. V. 66. P. 026308.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.66.026308>
16. *Funfschilling D., Ahlers G.* Plume Motion and Large-Scale Circulation in a Cylindrical Rayleigh-Bénard Cell // *Phys. Rev. Lett.* 2004. V. 92. P. 194502.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.92.194502>
17. *Funfschilling D., Brown E., Ahlers G.* Torsional oscillations of the large-scale circulation in turbulent Rayleigh-Bénard convection // *J. Fluid Mech.* 2008. V. 607. P. 119–139.
<https://doi.org/10.1017/S0022112008001882>
18. *Khalilov R., Kolesnichenko I., Pavlinov A., Mamykin A., Shestakov A., Frick P.* Thermal convection of liquid sodium in inclined cylinders // *Phys. Rev. Fluids.* 2018. V. 3. № 4. P. 043503.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.3.043503>
19. *Xi H.-D., Zhou S.-Q., Zhou Q., Chan T.-S., Xia K.-Q.* Origin of the Temperature Oscillation in Turbulent Thermal Convection // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 102. P. 044503.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.102.044503>
20. *Zhou Q., Xi H.-D., Zhou S.-Q., Sun C., Xia K.-Q.* Oscillations of the large-scale circulation in turbulent Rayleigh-Bénard convection: the sloshing mode and its relationship with the torsional mode // *J. Fluid Mech.* 2009. V. 630. P. 367–390.
<https://doi.org/10.1017/S0022112009006764>
21. *Zwirner L., Khalilov R., Kolesnichenko I., Mamykin A., Mandrykin S., Pavlinov A., Shestakov A., Teimurazov A., Frick P., Shishkina O.* The influence of the cell inclination on the heat transport and large-scale circulation in liquid metal convection // *J. Fluid Mech.* 2020. V. 884. A18.
<https://doi.org/10.1017/jfm.2019.935>
22. *Lam S., Shang X.-D., Zhou S.-Q., Xia K.-Q.* Prandtl number dependence of the viscous boundary layer and the Reynolds numbers in Rayleigh-Bénard convection // *Phys. Rev. E.* 2002. V. 65. P. 066306.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.65.066306>
23. *Xie Y.-C., Wei P., Xia K.-Q.* Dynamics of the large-scale circulation in high-Prandtl-number turbulent thermal convection // *J. Fluid Mech.* 2013. V. 717. P. 322–346.
<https://doi.org/10.1017/jfm.2012.574>
24. *Vasiliev A., Sukhanovskii A., Frick P.* Turbulent convective flows in a cubic cavity at high Prandtl number // *J. Phys.: Conf. Ser.* 2016. V. 754. P. 022010.
<https://doi.org/10.1088/1742-6596/754/2/022010>
25. *Shishkina O., Stevens R.J.A.M., Grossmann S., Lohse D.* Boundary layer structure in turbulent thermal convection and its consequences for the required numerical resolution // *New J. Phys.* 2010. V. 12. N. 7. P. 075022.
<https://doi.org/10.1088/1367-2630/12/7/075022>
26. *Kunnen R.P.J., Clercx H.J.H., Geurts B.J., van Bokhoven L.J.A., Akkermans R.A.D., Verzicco R.* Numerical and experimental investigation of structure-function scaling in turbulent Rayleigh-Bénard convection // *Phys. Rev. E.* 2008. V. 77. P. 016302.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.77.016302>
27. *Chandra M., Verma M.K.* Dynamics and symmetries of flow reversals in turbulent convection // *Phys. Rev. E.* 2011. V. 83. P. 067303.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.83.067303>
28. *Wagner S., Shishkina O.* Aspect-ratio dependency of Rayleigh-Bénard convection in box-shaped containers // *Phys. Fluids.* 2013. V. 25. P. 085110.
<https://doi.org/10.1063/1.4819141>
29. *Petschel K., Wilczek M., Breuer M., Friedrich R., Hansen U.* Statistical analysis of global wind dynamics in vigorous Rayleigh-Bénard convection // *Phys. Rev. E.* 2011. V. 84. P. 026309.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.84.026309>
30. *Ciliberto S., Cioni S., Laroche C.* Large-scale flow properties of turbulent thermal convection // *Phys. Rev. E.* 1996. V. 54. P. R5901–R5904.
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.54.R5901>
31. *Niemela J.J., Skrbek L., Sreenivasan K.R., Donnelly R.J.* The wind in confined thermal convection // *J. Fluid Mech.* 2001. V. 449. P. 169–178.
<https://doi.org/10.1017/S0022112001006310>