УДК 532.59

# ПОДАВЛЕНИЕ ИНТЕНСИВНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЖИДКОСТИ СЛОЕМ ПЛАВАЮЩИХ ЧАСТИЦ

© 2020 г. В. А. Калиниченко<sup>*a,b,\**</sup>

<sup>а</sup> Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия <sup>b</sup> МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия \*E-mail: kalin@ipmnet.ru Поступила в редакцию 21.04.2020 г. После доработки 18.06.2020 г.

Принята к публикации 18.06.2020 г.

Обсуждаются результаты экспериментов по влиянию слоя частиц положительной плавучести на процесс разрушения и регуляризацию стоячей гравитационной волны Фарадея на свободной поверхности воды в прямоугольном сосуде. Рассмотрен эффект увеличения толщины слоя частиц на предельную крутизну регулярной волны и ее диссипативные свойства. Показано, что использование высококонцентрированной суспензии частиц полистирола в качестве верхнего слоя существенно меняет динамику баротропной волновой моды, обеспечивая регуляризацию волн с полным подавлением механизмов их разрушения.

*Ключевые слова:* регулярные, нерегулярные и разрушающиеся поверхностные волны Фарадея, слой плавающих частиц, высококонцентрированная суспензия, баротропные волны, диссипативные эффекты

DOI: 10.31857/S0568528120060067

Экспериментально установлено, что регуляризацию разрушающихся стоячих гравитационных волн на свободной поверхности воды в прямоугольном сосуде можно обеспечить двумя способами.

Во-первых, вместо воды можно использовать более вязкую жидкость, например, растительное масло. При превышении кинематической вязкости рабочей среды порогового значения происходит регуляризация волн при полном отсутствии их разрушения. Наблюдаемый в опытах механизм вязкой регуляризации волнового движения связан с наличием области коротковолновой отсечки, где вязкая диссипация становится доминирующим фактором и происходит подавление коротковолновых возмущений, ответственных за разрушение стоячей волны [1, 2].

Второй способ состоит в регуляризации разрушающихся гравитационных волн на свободной поверхности воды слоем более легкой (не смешивающейся с водой) вязкой жидкости [3, 4]. В этом случае колебания двухслойной системы происходят в баротропном режиме — свободная поверхность и граница раздела двухслойной системы совершают синфазные колебания. Опыты показали, что подавление механизма разрушения стоячих волн определяется формирующейся при интенсивных колебаниях несмешивающихся жидкостей эмульсии.

В настоящее время имеется ряд исследований [5–7], в которых или упоминался, или частично изучался эффект плавающих частиц на волновое движение жидкости со свободной поверхностью.

В [5] проведен анализ эффективности различных жидкостных гасителей колебаний высотных инженерных конструкций при нестационарных аэродинамических нагрузках. Отмечено 55% снижение отклика высотной башни при добавлении в демпферы нутации 1% (по массе) плавающих частиц полиэтилена. Каких-либо гидродинамических исследований авторами не проводилось.

Исследование [6] по динамике ветровых волн в маргинальной ледовой зоне показало интенсивное рассеивание волн в присутствии ледяного сала, шуги или слоя небольших льдин на поверхности океана. Для выявления механизма этого затухания недавно проведен эксперимент [7], в котором ледяное сало моделировалось слоем плавающих сферических частиц. По результатам этого лабораторного исследования сделан вывод об определяющем диссипативном воздействии

#### КАЛИНИЧЕНКО

слоя частиц на основную моду гравитационной стоячей волны в прямоугольном сосуде. Поскольку волновые движения в [7] создавались при быстром переводе первоначально приподнятого с одного края сосуда в горизонтальное положение, влияние частиц на механизм разрушения стоячей волны не изучалось.

Согласно положениям теории дисперсных систем (например, [8, 9]) слой плавающих частиц может рассматриваться как слой высококонцентрированной суспензии, частицы которой совершают сдвиговые колебания, определяемые полем скоростей стоячих гравитационных волн в прямоугольном сосуде. Опубликованных результатов исследований колебаний дисперсных систем указанного типа не обнаружено, однако для высококонцентрированных суспензий известны классические эксперименты [10, 11] с течением Куэтта в кольцевых коаксиальных сдвиговых каналах. В качестве дисперсной среды использовались частицы нейтральной плавучести диаметром d = 0.01-0.2 см, объемная концентрация  $c_v$  которых варьировалась от 13 до 60%. В зависимости от скорости сдвига  $\dot{\gamma}$  наблюдались два режима течения. При небольших значениях  $\dot{\gamma}$  инерцией частиц можно пренебречь, и реализуется квазистатический режим течения, определяемый кулоновским трением, — макровязкий режим течения суспензии. При больших скоростях сдвига наблюдается инерционный режим течения между частицами обусловлено неупругими соударениями.

Цель данного исследования — изучение эффекта слоя частиц положительной плавучести на процесс разрушения и регуляризацию стоячих поверхностных гравитационных волн. В экспериментах слой плавающих частиц помещался на свободную поверхность подсоленной воды, и эта двухслойная система совершала колебания как однородная жидкость — баротропный режим колебаний. Опыты продолжают цикл исследований [1–4] по выявлению возможных механизмов регуляризации разрушающихся гравитационных волн на свободной поверхности жидкости ограниченного объема.

### 1. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Влияние слоя плавающих частиц на колебания жидкости исследовалось для второй моды (n = 2) стоячих гравитационных волн на свободной поверхности дисперсной системы — слоя концентрированной суспензии частиц и дисперсионной жидкости — в прямоугольном сосуде длиной L = 50 см и шириной W = 4 см.

В экспериментах использовались частицы полистирола плотности  $\rho_p = 1.04 - 1.06$  г/см<sup>3</sup> двух форм. Калиброванные сферические частицы компании BLS имели диаметр d = 0.6 см, объем  $V_p = 0.11$  см<sup>3</sup> и массу m = 0.12 г. Также проводились опыты с гранулами полистирола в форме эллиптического цилиндра высотой  $3.36 \pm 0.05$  мм с большой  $1.71 \pm 0.20$  мм и малой  $1.25 \pm 0.10$  мм полуосями объемом  $V_p = 0.02$  см<sup>3</sup> и массой гранулы  $m = 0.024 \pm 0.003$  г; соответствующий объемно-эквивалентный диаметр  $d_V = 0.3$  см. Для обеспечения положительной плавучести частиц в качестве рабочей жидкости использовался водный раствор поваренной соли – плотность  $\rho_f = 1.11$  г/см<sup>3</sup> и кинематическая вязкость  $v_f = 1$  сСт. Толщина слоя  $h_p$  частиц изменялась от 1 до 3.6 см при неизменной общей глубине h = 15 см рассматриваемой двухслойной жидкости (рис. 1). В табл. 1 для каждого типа частиц приведены значения их количества N и объемного содержания  $c_v$  в слое толщиной  $h_p$ . Начальное значение  $c_v$  (табл. 1) рассчитывалось как отношение

объема ( $V_p N$ ) дисперсной фазы к объему ( $h_p L W$ ) дисперсной системы:  $c_v = V_p N (h_p L W)^{-1}$ .

В экспериментах со сферами 30 частиц были окрашены в черный цвет и использовались в качестве маркеров.

Аналогично [1—4] исследовались двумерные волновые движения двухслойной жидкости в режиме основного резонанса Фарадея, когда частота вертикальных колебаний сосуда Ω в два раза превышала частоту возбуждаемых поверхностных гравитационных волн.

Параметрическое возбуждение волн происходило при изменении частоты  $\Omega$  в диапазоне 20– 24 с<sup>-1</sup>, для которого крутизна  $\Gamma = H/\lambda$  стоячей поверхностной волны оценивалась интервалом 0.02–0.4. Здесь  $\lambda = L = 50$  см – длина волны; H – высота волны, определяемая как расстояние между ложбиной волны и ее гребнем. В условиях эксперимента перегрузка  $\varepsilon = s\Omega^2/g$  изменялась от 0.3 до 0.45.



**Рис. 1.** Двухслойная система в прямоугольном сосуде (а) и начальное размещение сферических частиц в верхнем слое (N = 2000,  $h_p = 1.9$  см) — близкая к гексагональной упаковка монодисперсных сферических частиц; фрагменты слоя плавающих сфер (N = 2000) и гранул (N = 7500) полистирола (б, в).

Волновые движения жидкости регистрировались посредством фотокамер DIMAGE Z2 и Canon PowerShot SX50HS со скоростью видеосъемки 30 и 120 кадров/с. Обработка видеоматериалов производилась с помощью программы ImageJ. Эксперименты проводились при температуре 20–21°C.

# 2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

#### 2.1. Регуляризация, предельная крутизна и затухание волн

Для воды [12] и водного раствора соли предельная крутизна регулярной волны достигает величины  $\Gamma = H/\lambda \sim 0.22$ . Профиль этих волн периодичен во времени и симметричен относитель-

Частицы	Ν	<i>h<sub>p</sub></i> , см	$c_v$ (%)
Сферы	1000	1.1	51.4
	2000	1.9	59.5
	3000	2.8	60.6
	4000	3.6	62.8
Гранулы	3000	0.9	37.3
	6000	1.4	48.0
	7500	1.6	52.5
	9000	1.9	53.1

#### Таблица 1

ИЗВЕСТИЯ РАН. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА № 6 2020

#### КАЛИНИЧЕНКО

но вертикали, проведенной через пучность волны. Для разрушающихся же волн Фарадея характерен срыв капель со свободной поверхности при полном нарушении периодичности и симметрии профиля — рис. 2a.

Однако размещение слоя плавающих сфер поверх соленой воды кардинально меняет волновую картину — наблюдается регуляризация разрушающихся волн (рис. 26). Крутизна показанной на последовательности видеокадров волны составляет  $\Gamma \sim 0.34$ , что значительно превышает соответствующее значение для солевого раствора ( $\Gamma \sim 0.22$ ). Волновому профилю присущи периодичность и симметрия; какие-либо признаки разрушения отсутствуют.

Дисперсная система на рис. 26 соответствует двухслойной жидкости, колеблющейся в баротропном режиме [3, 4]. Мелкомасштабных возмущений свободной поверхности, приводящих к образованию коллапсирующей полости и выбросу струи из растущих гребней, не наблюдается (рис. 2a и 2б). Как показано в [3, 4], влияние верхнего слоя вязкой жидкости на процесс регуляризации разрушающихся стоячих гравитационных волн Фарадея на свободной поверхности двухслойной системы связано с образованием эмульсионного слоя, который и обеспечивает дополнительную диссипацию энергии волн. В случае плавающих частиц имеем верхний слой концентрированной суспензии над слоем свободной от частиц дисперсионной фазы (соленая вода); для этой системы дополнительная диссипация определяется поведением частиц в суспензии.

Рассмотрим влияние слоя плавающих частиц на резонансные зависимости высоты H стационарной волны от частоты  $\Omega$  вертикальных колебаний сосуда. Именно эти зависимости  $H(\Omega)$  использовалась в [1–4] в качестве интегральных волновых характеристик регулярных волн Фарадея. Из рис. За следует, что по сравнению с однородными жидкостями (1, 2) высота регулярных волн растет с увеличением толщины слоя суспензии – например, для сфер при  $h_p = 3.6$  см высота волны оценивается значением  $H \sim 19$  см. И это верно для обоих типов частиц – сфер и гранул (3–10). Отметим отсутствие сдвига  $H(\Omega)$  в низкочастотную область с увеличением толщины слоя частиц, а именно такой сдвиг наблюдался в экспериментах [3, 4] с верхним слоем вязкой жидкости в двухслойной системе вследствие увеличения эквивалентной вязкости системы и соответствующего уменьшения собственной частоты. Кроме того, рассчитанная зависимость (11) хорошо описывает все данные эксперимента (1–10).

Резонансные зависимости  $H(\Omega)$  позволяют оценить предельную крутизну  $\Gamma$  регулярных волн в зависимости от толщины слоя частиц – рис. 36. Данные (1) получены в экспериментах с однородной жидкостью (вода/солевой раствор), для которой  $\Gamma \sim 0.22$ . В случае плавающих частиц (2) крутизна волны монотонно растет с увеличением толщины слоя и достигает значения  $\Gamma \sim 0.38$ при  $h^* = h_p/h = 0.24$ . Для сравнения на рис. 36 приведена полученная в [3, 4] экспериментальная зависимость (3) крутизны регулярной баротропной волны от толщины  $h_1$  верхнего слоя вязкой жидкости (двухслойная жидкость: растительное масло—вода). Видно, что согласно (3) предельная крутизна ограничена значением  $\Gamma \sim 0.3$ . Таким образом, использование слоя плавающих частиц представляет эффективный способ увеличения крутизны регулярной гравитационной волны.

Согласно результатам [1—4] диссипация волновой энергии служит определяющим фактором для регуляризации разрушающихся волн Фарадея. Лабораторные эксперименты [7] по демпфированию поверхностных волн плавающими сферическими частицами показали, что волновые движения полностью прекращались за конечное время. Для проверки выводов [7] был проведен детальный анализ процесса затухания второй моды, результаты которого и обсуждаются ниже.

На рис. 4а в полулогарифмическом масштабе приведены данные по затуханию гравитационных волн на свободной поверхности однородной (1) и двухслойной (2–4) жидкостей. Данные эксперимента аппроксимируются линейными функциями (прямыми), что свидетельствует об экспоненциальном затухании с декрементами  $\delta = 0.06$  для воды (солевого раствора) и  $\delta = 0.11$ , 0.23, 0.31 для двухслойной системы растительное масло–вода. Это означает, что амплитудные кривые на рис. 4а описываются функциями вида  $y = H/H_0 = \exp(-\delta z)$ , являющимися решением следующего линейного уравнения

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}z} = -\delta y$$

где z = t/T; T – период волны. Экспоненциальное затухание означает, что  $y \to 0$  при  $z \to \infty$ . Этот тип затухания (временного или пространственного) положен в основу практически всех теоретических волновых моделей с диссипацией.



**Рис. 2.** Разрушающаяся волна на свободной поверхности водного раствора соли (а) – последовательность снимков свободной поверхности на стадии перехода от ложбины к гребню волны в центре сосуда ( $\Omega = 21.83 \text{ c}^{-1}$ ): регулярная волна на свободной поверхности "двухслойной жидкости", образованной слоем плавающих сфер и водным раствором соли ( $\Omega = 20.69 \text{ c}^{-1}$ ; H = 17.1 см; N = 4000;  $h_p = 3.6 \text{ см}$ ) (б); скорость видеосъемки 120 к/с; момент времени указан в нижней части кадра.

Характер затухания изменяется в случае слоя плавающих сфер – рис. 46. Экспоненциальная функция (3) не описывает весь процесс демпфирования волны при наличии слоя сфер (2). Расхождение между экспериментальными данными (2) и аппроксимирующей функцией (3) начи-



**Рис. 3.** Резонансные зависимости  $H(\Omega)$  в случае регулярных волн (a): 1-2 – вода и водный раствор соли (однородные жидкости, h = 15 см); 3-6 – слой сфер,  $h_p = 1.1$ , 1.9, 2.8 и 3.6 см); 7-10 – слой гранул,  $h_p = 0.9$ , 1.4, 1.6 и 1.9 см; 11 – рассчитанная по модели [13] зависимость  $H(\Omega)$ ; зависимости предельной крутизны поверхностной гравитационной волны от толщины верхнего слоя при общей глубине двухслойной жидкости h = 15 см (б): I – вода/солевой раствор; 2 – плавающие частицы (сферы/гранулы); 3 – растительное масло–вода (данные [3, 4]);  $h^* = h_p/h$  для слоя частиц;  $h^* = h_1/h$  для верхнего слоя вязкой жидкости.



**Рис. 4.** Амплитудные кривые затухающих волн на свободной поверхности однородной и двухслойной жидкостей (а): *I* – вода/солевой раствор; *2*–*4* – растительное масло–вода при  $h_1 = 0.25$ , 1 и 5 см (данные [3, 4]); амплитудные кривые затухающих волн на свободной поверхности однородной жидкости (*I*) и двухслойной дисперсной системы (*2*) (б): *I* – вода/солевой раствор,  $\delta = 0.06$ ; *2* – слой сфер,  $h_p = 2.8$  см (*N* = 3000); *3* – экспоненциальное затухание, exp(–0.166 *z*); *4* – неэкспоненциальное затухание, (1 – *z*/15)<sup>1.9</sup>.

нается при  $H/H_0 \le 0.25-0.3$ . Наилучшая аппроксимация (4) экспериментальных данных (2) обеспечивается степенной функцией вида

$$y = \frac{H}{H_0} = \left(1 - \frac{z}{\tau_0}\right)^n$$
 ( $\tau_0 = 15, n = 1.9$ )

что совпадает с результатами исследования [7]. Таким образом, полное затухание волны в случае слоя плавающих сфер достигается за конечное число колебаний  $\tau_0 = 15$ .



Рис. 5. Затухание поверхностных волн Фарадея при наличии слоя плавающих сфер (а) и гранул (б) при изменении толщины  $h_p$  слоя суспензии: I – вода/солевой раствор ( $\delta = 0.06$ ); 2-5 – сферы,  $h_{p0} = 1.1$ , 1.9, 2.8, 3.6 см (N = 1000, 2000, 3000, 4000); 6-9 – гранулы,  $h_p = 0.9, 1.4, 1.6, 1.9$  см (N = 3000, 6000, 7500, 9000).

Следует отметить, что при неэкспоненциальном затухании дифференциальное уравнение для безразмерной высоты волны у принимает вид [6, 7]

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}z} = -\alpha y'$$

где  $\alpha = n/\tau_0, m = n - 1.$ 

Обобщенные данные по затуханию стоячих поверхностных гравитационных волн в присутствии слоя плавающих сфер и гранул показаны на рис. 5. Видно, что экспериментальные данные для всех используемых толщин хорошо аппроксимируются степенной функцией вида  $H/H_0$  =

 $= (1 - z/\tau_0)^n$ , параметры которой приведены в табл. 2.

Поскольку экспоненциальная функция хорошо аппроксимирует данные затухания до уровня  $H/H_0 \sim 0.3$ , соответствующие значения декремента приведены в последней строке табл. 2. В экспериментах процесс затухания волн анализировался при начальной высоте  $H_0 \leq 8-5$  см; следовательно, неэкспоненциальное демпфирование проявляется при значениях  $H \leq 2-1$  см. С другой стороны, экспериментальные оценки декремента  $\delta$  не превышают величины 0.25 (см. табл. 2), что значительно ниже декремента  $\delta \sim 0.3$ , полученного при использовании вязкой жидкости в качестве верхнего слоя [3, 4].

	Сферы				Гранулы			
N	1000	2000	3000	4000	3000	6000	7500	9000
<i>h</i> <sub>1</sub> , см	1.1	1.9	2.8	3.6	0.9	1.4	1.6	1.9
$\tau_0$	23	21	15	13	23	18	23	18
n	2.8	2.9	2.3	2.6	2.3	2.4	3.3	2.3
δ	0.146	0.166	0.166	0.250	0.131	0.165	0.165	0.160

Таблица 2



**Рис. 6.** Три последовательных фазы волны при наличии слоя плавающих сфер (N = 2000,  $\Omega = 21.82$  с<sup>-1</sup>; H = 13.5 см;  $h_{p0} = 1.9$  см; L = 50 см); N – положение узла нелинейной волны.

#### 2.2. Динамика слоя плавающих частиц

Рассмотрим динамику твердой фазы суспензии на примере сферических частиц, что упрощает проводимые количественные оценки.

Для исследуемых баротропных волн на свободной поверхности двухслойной дисперсной системы становятся существенными нелинейные эффекты, проявляющиеся в асимметрии волновых профилей и колебаниях узлов – рис. 6. Толщина слоя суспензии изменяется вдоль профиля и зависит от времени и горизонтальной координаты –  $h_p = h_p(x,t)$ . Система координат (x, y) показана на кадре I. Отметим, что основные изменения в слое частиц связаны с пучностью волны.

Воспользуемся материалами видеосъемки и проанализируем поведение частиц-маркеров в течение периода волны T = 0.586 с – рис. 7. На первом кадре (t = 0 с) под гребнем волны максимального развития толщина слоя частиц существенно превышает начальное значение  $h_{p0} = 1.9$  см. При t = 0.088 с свободная поверхность движется вниз, и можно выделить три маркера (1-3), расстояние между которыми с течением времени уменьшается. Визуально контакт маркеров наблюдается в момент t = 0.288 с – ложбина волны, в которой толщина слоя суспензии минимальная. Далее свободная поверхность смещается вверх, толщина слоя и расстояние между маркерами увеличиваются. На последнем кадре (t = 0.576 с) наблюдаем гребень волны с большой толщиной слоя. Отметим, что ни для одной фазы волны невозможно выделить послойное или линейное расположение частиц суспензии (см. рис. 1а). Частицы суспензии в рассматриваемом режиме колебаний движутся случайным образом, причем аудиально фиксируются их соударения между собой и со стенками сосуда.

Временная зависимость толщины слоя суспензии под пучностью волны показана на рис. 8а. Видно, что по данным эксперимента (1) под гребнем волны толщина в четыре раза превосходит первоначальную –  $h_p/h_{p0} \sim 4$ , хотя временной интервал, на котором  $h_p \sim h_{p0}$ , достаточно велик. Кривая (2) рассчитана с использованием переменных Лагранжа, описывающих нелинейные поверхностные волны Фарадея [3].

Толщина слоя суспензии в значительной степени определяется высотой стоячей гравитационной волны. На рис. 86 сравниваются значения  $h_p$  под гребнем (I) и узлом (II) волны при различной ее крутизне Г. Измерения проводились в точках x = 12.5 и 25 см в моменты максимального развития волны. Толщина слоя суспензии под узлом практически не отличается от начальной  $h_p \sim h_{p0}$  и не зависит от высоты волны. При  $\Gamma \sim 0.35$  имеем четырехкратное увеличение безразмерной толщины  $h_p/h_{p0}$  слоя в области гребня стоячей волны. При уменьшении крутизны различие в значениях  $h_p$  и  $h_{p0}$  снижается, и при  $\Gamma < 0.05$  толщина  $h_p(t)$  слоя суспензии в процессе колебаний дисперсной системы не отличается от первоначальной величины  $h_{p0}$  по всей длине сосуда. Указанное значение крутизны определяет гравитационные волны, высота которых менее H < 2.5 см. Именно в этом диапазоне H проявляется неэкспоненциальное затухание волн – рис. 5а, данные 2.

Как следует из рис. 9, этот же диапазон H < 2.5 см определяет баротропный режим колебаний дисперсной системы, при котором частицы суспензии располагаются по линиям, параллельным свободной поверхности — послойное (линейное) расположение частиц. Представленная на рисунке серия кадров получена при видеосъемке процесса затухания волны, в стационарном режиме колебаний показанной на рис. 7.



**Рис.** 7. Последовательность видеокадров, демонстрирующих регулярную волну при наличии слоя плавающих сфер в течение волнового периода (N = 2000,  $\Omega = 21.82 \text{ c}^{-1}$ ; H = 13.5 см;  $h_{p0} = 1.9 \text{ см}$ ; L = 50 см): 1-3 – частицы— маркеры. Вертикальные прямые на кадре соответствуют абсциссе x = 12.5, 37.5 см (узлы линейной волны) и x = 25 см (пучность волны). Время (с) приведено в левой верхней части кадра.

На кадрах I–IV рис. 9 показаны пучности стоячей волны в центральной части сосуда. При уменьшении высоты волны изменяется расположение частиц суспензии. При H = 9.2 см (I) упаковка частиц довольно рыхлая, расстояние между соседними частицами составляет величину порядка их диаметра. Снижение высоты волны до H = 2.2 см (III) приводит к линейному расположению частиц при небольшом различии значений  $h_p$  в гребне и ложбине. Эта разница полностью исчезает в случае (IV), для которого H = 1.4 см – линейное расположение частиц, их плотная упаковка.

Таким образом, можно отметить следующие структурные изменения суспензии сферических частиц, участвующих в баротропных колебаниях двухслойной системы.

При крутизне волны  $\Gamma > 0.05$  происходит утолщение слоя суспензии в гребне. Это сопровождается уменьшением плотности случайной упаковки частиц, что создает условия для их контактного взаимодействия друг с другом и стенками сосуда при переходе свободной поверхности от гребня к ложбине. Плотность упаковки частиц в ложбине возрастает и затем снова падает при дальнейшем переходе к гребню. Отметим, что плотность упаковки частиц суспензии оценивает-

ИЗВЕСТИЯ РАН. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА № 6 2020



**Рис. 8.** Толщина слоя плавающих частиц в течение волнового периода (a) (N = 2000,  $\Omega = 2\omega = 21.82$  c<sup>-1</sup>; H = 13.5 см;  $h_{p0} = 1.9$  см): I – эксперимент; 2 – расчет с использованием переменных Лагранжа [3]; зависимость толщины слоя суспензии от крутизны  $\Gamma$  (б): I–3 –  $h_{p0} = 1.9$ , 2.8, 3.6 см (N = 2000, 3000, 4000); I, II – толщина слоя суспензии под гребнем (x = 25 см) и в области узла (x = 12.5 см) волны.

ся по толщине слоя суспензии. Кроме того, значительных изменений толщины слоя частиц в узловых зонах волны не наблюдается.

При крутизне волны  $\Gamma < 0.05$  какие-либо структурные изменения слоя суспензии сферических частиц отсутствуют. В процессе баротропных колебаний дисперсной системы толщина слоя остается неизменной; упаковка частиц — плотная, близкая к начальной (гексагональной).

Оценим скорость сдвига в поле стоячей волны. В первом приближении потенциал скорости  $\Phi$  определяется как

$$\Phi(x, y, t) = -H \frac{\operatorname{\omegach} k(y+h)}{2k \operatorname{sh} kh} \cos kx \sin \omega t (\omega^2 = gk \operatorname{th} kh, k = 2\pi/\lambda)$$

где *H*,  $\omega$ , *k*, *h* – высота волны, частота волны, волновое число и глубина жидкости соответственно.

Тогда скорость сдвига

$$\dot{\gamma} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} = H \frac{\omega k \sinh k (y+h)}{2k \sinh kh} \sin kx \sin \omega t$$
$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0(x, y) \sin \omega t$$

зависит как от пространственных координат, так и от времени.

На рис. 10 приведены поле скоростей частиц жидкости и изолинии скорости сдвига при прохождении свободной поверхности горизонтального положения, что отвечает максимальным значениям компонент скорости (75 см/с). Рассматриваемая фаза волны соответствует промежуточному положению свободной поверхности при переходе от ложбины к гребню волны и отвечает моменту времени t = 0.416 с на рис. 7. Как следует из рис. 10, изолиния (5) скорости сдвига  $\dot{\gamma}_0 = 6.4$  с<sup>-1</sup> проходит вблизи узла (x > 12.5 см) при y > -2 см, причем касательные к ней векторы скорости частиц жидкости направлены к вертикали, проходящей через центр сосуда и определяющей пучность волны. Справа от вертикали имеем симметричные поле скоростей и изолинии скорости сдвига. Можно предположить, что указанная картина сдвигового течения обусловливает снос частиц суспензии в область под растущим гребнем – кадр t = 0.496 с на рис. 7.

Проведем сопоставление сделанных выводов с результатами [10, 11] по исследованию сдвигового течения высококонцентрированной суспензии в зазоре между коаксиальными цилиндрами.

В [10] введен безразмерный параметр – число Бэгнолда Ва =  $\rho v_f^{-1} \Lambda^{1/2} d^2 \dot{\gamma}$ , определяющий соотношение между силой инерции и вязкими напряжениями. Здесь  $\rho = \rho_p / \rho_f$  – относительная плотность твердой фазы; d – диаметр частицы;  $\dot{\gamma}$ ,  $v_f$  – скорость сдвига и кинематическая вязкость дисперсионной фазы;  $\Lambda$  – отношение диаметра частицы к среднему расстоянию между со-



**Рис. 9.** Расположение частиц суспензии в пучностях затухающей волны ( $h_{p0} = 1.9$  см, N = 2000): I–IV – H = 9.2, 4.8, 2.2, 1.4 см; вертикальная прямая соответствует центру сосуда x = 25 см; горизонтальная – невозмущенной свободной поверхности; L = 50 см.



**Рис. 10.** Поле скоростей частиц жидкости и изолинии скорости сдвига  $\dot{\gamma}_0(x, y)$  при горизонтальной свободной поверхности для второй волновой моды (H = 13.5 см;  $\omega = 10.85$  с<sup>-1</sup>; g = 981.7 см/с<sup>2</sup>;  $k = 2\pi/L = 0/126$  см<sup>-1</sup>):  $I-5-\dot{\gamma}_0 = 0, 1.6, 3.2, 4.8, 6.4$  с<sup>-1</sup>.

ИЗВЕСТИЯ РАН. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА № 6 2020

#### КАЛИНИЧЕНКО

седними частицами (линейная концентрация),  $\Lambda = [(c_{v \max}/c_v)^{1/3} - 1]^{-1}$  при текущей  $c_v$  и предельной  $c_{v \max}$  значениях объемной концентрации твердой фазы.

Согласно [10, 11] в случае стационарного сдвига инерционному режиму (контактное взаимодействие частиц) соответствуют значения числа Бэгнолда Ba > 450, тогда как для макровязкого режима (кулоновское трение) — Ba < 40.

При оценке числа Бэгнолда используем максимальное значение  $\dot{\gamma}_0 = 6.4 \text{ c}^{-1}$  при H = 13.5 см -рис. 10. При расчете линейной концентрации примем  $c_v = 60\%$  и  $c_{v \text{ max}} = 74\%$ . Тогда соответствующее число Бэгнолда Ва ~ 500 подходит инерционному режиму течения суспензии. Эта оценка локальная и верна для приузловой области суспензии. В общем случае следует учитывать пространственную неоднородность и нестационарность поля скорости сдвига.

Рассмотрим волну высотой H = 2.2 см (кадр III на рис. 9), при которой происходит переход к колебаниям слоя суспензии постоянной толщины по всей длине сосуда. В этом случае амплитуда горизонтальной/вертикальной скорости равна 12 см/с, скорость сдвига вблизи узла (x > 12.5 см) при y > -2 см составляет величину  $\dot{\gamma}_0 \sim 1$  с<sup>-1</sup>, и число Бэгнолда Ва  $\sim 80$ . По классификации [10, 11] полученное значение Ва определяет промежуточный (между инерционным и макровязким) режим течения суспензии.

Сложность описания движения частиц высококонцентрированной суспензии в стоячей баротропной волне связана с нестационарностью и пространственной неоднородностью полей скорости сдвига и объемной концентрации твердой фазы. Это, в свою очередь, не позволяет на данном этапе исследований выделить какой-либо один диссипативный механизм, ответственный за регуляризацию разрушающейся волны. По сравнению с однородной вязкой жидкостью дополнительная диссипация волновой энергии обусловлена протеканием жидкости в узких зазорах между соседними частицами или частицей и стенкой сосуда [8, 9]; эти потери характерны для всех режимов баротропных колебаний дисперсной системы — локально в приузловых областях при большой крутизне волны или вдоль всей поверхности волны малой высоты. Контактное или ударное взаимодействие частиц между собой и стенкой — следующий диссипативный механизм, характерный для волн любой высоты (подтверждается аудиозаписью шумов при затухании волн). Не исключен также эффект дилатансии [9], при котором смещение частиц приводит к их уплотнению, усилению взаимодействия и увеличению эффективной вязкости.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены новые экспериментальные результаты исследования влияния верхнего слоя плавающих частиц на процесс регуляризации разрушающихся стоячих гравитационных поверхностных волн.

Показано, что использование верхнего слоя сфер или гранул существенно меняет динамику волновой моды — регуляризация волн наблюдается при полном подавлении разрушающих механизмов. Плавающие частицы увеличивают предельную крутизну стоячей регулярной волны до величины 0.38 без изменения собственной частоты волны.

Проведенные эксперименты подтвердили результат о неэкспоненциальном затухании стоячих гравитационных волн в присутствии слоя плавающих частиц.

Для выявления физического механизм регуляризации разрушающихся стоячих гравитационных волн слоем плавающих частиц необходимо рассмотреть поведение частиц в слое колеблющейся концентрированной суспензии. Это — задача будущих исследований.

Работа выполнена по теме государственного задания № АААА-А20-120011690131-7.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Базилевский А.В., Калиниченко В.А., Рожков А.Н. Вязкая регуляризация разрушающихся волн Фарадея // Письма в ЖЭТФ. 2018. Т. 107. Вып. 11. С. 716–721. https://doi.org/10.7868/S0370274X1811005X
- 2. *Базилевский А.В., Калиниченко В.А., Рожков А.Н.* Влияние вязкости жидкости на поверхностные волны Фарадея // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 6. С. 30–42. https://doi.org/10.31857/S056852810002300-1

- 3. *Калиниченко В.А.* Регуляризация гравитационных баротропных волн в двухслойной жидкости // Изв. РАН. МЖГ. 2019. № 6. С. 1–13. https://doi.org/10.1134/S0568528119060069
- Kalinichenko V.A. Effect of an upper layer of viscous liquid on breaking surface gravity waves // J. Phys.: Conf. Ser. 2019. 1301 012017. https://doi.org/10.1088/1742-6596/1301/1/012017
- Modi V.J., Akinturk A., Tse W. A family of efficient sloshing liquid dampers for suppression of wind-induced instabilities // J. Vibration and Control. 2003. V. 9. P. 361–386. https://doi.org/10.1177/107754603030773
- 6. *Squire V.A.* A fresh look at how ocean waves and sea ice interact // Phil. Trans. R. Soc. A. 2018. V. 376, 20170342. https://doi.org/10.1098/rsta.2017.0342
- 7. Sutherland B., Balmforth N.J. Damping of surface waves by floating particles // Phys. Rev. Fluids. 2019. V. 4 (1). 014804.
  - https://doi.org/10.1103/PhysRevFluids.4.014804
- 8. *Урьев Н.Б., Кучин И.В.* Моделирование динамического состояния дисперсных систем // Успехи химии. 2006. Т. 75. № 1. С. 37–63.
- 9. *Малкин А.Я., Куличихин В.Г.* Дилатансия и динамическое стеклование концентрированных суспензий: Состояние проблемы // Коллоидный журнал. 2016. Т. 78. № 1. С. 3–10. https://doi.org/10.7868/S0023291216010109
- Bagnold R.A. Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear // Proc. R. Soc. London. Ser. A. 1954. V. 225. P. 49–63. https://doi.org/10.1098/rspa.1954.0186
- 11. Savage S.B., Mckeown S. Shear stresses developed during rapid shear of concentrated suspensions of large spherical particles between concentric cylinders // J. Fluid Mech. 1983. V. 127. № 1. P. 453–472. https://doi.org/10.1017/s0022112083002827
- 12. *Калиниченко В.А.* О разрушении волн Фарадея и формировании струйного всплеска // Изв. РАН. МЖГ. 2009. № 4. С. 112–122.
- 13. *Нестеров С.В.* Параметрическое возбуждение волн на поверхности тяжелой жидкости // Морские гидрофиз. исследования. 1969. № 3 (45). С. 87–97.