

УДК 532.5.032

ЭФФЕКТ СНИЖЕНИЯ ВЯЗКОГО ТРЕНИЯ ПУТЕМ БЛОКИРОВАНИЯ ДИССИПАЦИИ

© 2020 г. А. А. Абрамов^{а,*}, Ф. А. Абрамов^{а,**}, А. В. Бутковский^{а,***}, С. Л. Чернышёв^{а,****}

^а Центральный аэрогидродинамический институт им. проф. Н.Е. Жуковского (ФГУП “ЦАГИ”) Жуковский, Россия

*E-mail: alabr54@mail.ru

**E-mail: teodorabramov@gmail.com

***E-mail: albutkov@mail.ru

****E-mail: slc@tsagi.ru

Поступила в редакцию 25.12.2019 г.

После доработки 12.03.2020 г.

Принята к публикации 12.03.2020 г.

Рассмотрена стационарная задача Куэтта о течении между двумя плоскопараллельными пластинами конечной толщины. Рассматриваются жидкости, у которых вязкость уменьшается с увеличением температуры. Показано, что в практически важном случае малых расстояний между пластинами может нарушаться условие изотермичности поперек пластин. Это приводит к возможности использовать диссипацию для нагрева жидкости и, как следствие, к существенному снижению трения без дополнительного подвода энергии.

Ключевые слова: течение Куэтта, диссипация энергии, снижение трения

DOI: 10.31857/S0568528120060018

Снижение сопротивления трения движущихся тел является одной из актуальных задач аэрогидродинамики и механики. Например, если бы удалось без энергетических затрат ламинаризовать обтекание летательного аппарата, это бы привело к значительному снижению расхода топлива на крейсерском режиме полета самолета. В настоящее время имеются обзоры [1–7], посвященные проблеме управления течением жидкости с целью снижения трения. В [4, 5] дана классификация способов управления течением жидкости. Одним из таких способов управления является пассивное управление течением, т.е. когда не осуществляется подвод энергии в жидкость. С экономической точки зрения привлекательным может быть также случай активного управления течением (с подводом энергии), если выигрыш от снижения трения превышает энергетические затраты. В связи с этим представляет интерес исследование простых течений, в которых наглядным образом демонстрируются физические механизмы, позволяющие снизить трение.

Задачи снижения сопротивления для внутренних течений, включающих течения в каналах и течение Куэтта, не менее значимы, чем задачи снижения сопротивления во внешней аэродинамике. Уменьшение трения в каналах важно для снижения стоимости транспортировки жидкости и газов в трубопроводах. Из работ в этой области отметим [8–13].

Для течения Куэтта, которое можно рассматривать в качестве простейшей модели подшипника скольжения на жидкой смазке, с практической и научной точки зрения представляет интерес ситуация, когда вязкость жидкости является функцией температуры. В этом случае диссипативный нагрев жидкости может менять гидродинамику течения, в частности вязкое трение. Исследования в этой области рассмотрены в монографии [14]. Интересный результат получается, когда коэффициент вязкости жидкости зависит от температуры по гиперболическому закону [15]. В этом случае имеет место немонотонное поведение вязкого трения в зависимости от относительной скорости пластин. По мере увеличения относительной скорости пластин трение возрастает до максимального значения, а затем после определенного значения скорости стремится к нулю.

Теоретический анализ влияния диссипативного нагрева на крутящий момент сил, действующий на цилиндрический подшипник скольжения в зависимости от угловой скорости вращения

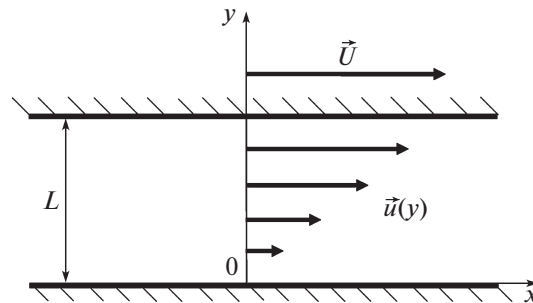


Рис. 1. Течение Куэтта между двумя плоскопараллельными пластинами.

(внутренний цилиндр вращается, внешний неподвижен), рассмотрен в [14], и показано, что результаты численного расчета и эксперимента согласуются. Установлено, что в определенном диапазоне угловых скоростей вращения цилиндра крутящий момент, действующий на подшипник, уменьшается при увеличении угловой скорости вращения. Таким образом, диссипативный нагрев жидкости приводит к уменьшению трения и моментов сил, действующих на цилиндры.

В настоящей статье, на примере задачи Куэтта, исследуется способ снижения вязкого трения без подвода энергии при заданных свойствах жидкости, относительной скорости пластин и температуры поверхности.

1. КЛАССИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА КУЭТТА

Рассмотрим в рамках уравнений Навье–Стокса стационарное течение Куэтта вязкой теплопроводной жидкости между двумя движущимися относительно друг друга плоскопараллельными пластинами. Без потери общности нижнюю пластину будем считать неподвижной, а верхнюю — движущейся со скоростью U (рис. 1).

Течение описывается системой уравнений

$$\begin{cases} \frac{d}{dy} \left(\mu \frac{du}{dy} \right) = 0 \\ \frac{d}{dy} \left(\lambda \frac{dT}{dy} + u\mu \frac{du}{dy} \right) = 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

граничные условия имеют вид

$$u(0) = 0, \quad T(0) = T_1, \quad u(L) = U, \quad T(L) = T_2 \quad (1.2)$$

x и y — продольная и поперечная координаты, L — расстояние между пластинами, u , T — скорость и температура жидкости, T_1 и T_2 — заданные температуры нижней и верхней пластин, μ — коэффициент динамической вязкости, λ — коэффициент теплопроводности. Будем считать, что коэффициенты вязкости и теплопроводности жидкости зависят только от температуры $\mu = \mu(T)$, $\lambda = \lambda(T)$.

Для описания течения Куэтта необходимо решить краевую задачу (1.1), (1.2). Система уравнений (1.1) представляет собой законы сохранения импульса и энергии в приближении Навье–Стокса, т.е. для тензора напряжения трения P_{xy} и компоненты вектора потока тепла q_y , справедливы соотношения

$$P_{xy} = -\mu \frac{du}{dy}, \quad q_y = -\lambda \frac{dT}{dy} \quad (1.3)$$

Если ввести преобразование координаты

$$\bar{s} = \frac{\int_0^y d\tilde{y}/\mu}{\int_0^L d\tilde{y}/\mu} \quad (1.4)$$

то закон сохранения импульса сводится к линейному уравнению второго порядка

$$\frac{d^2 u}{d\bar{s}^2} = 0$$

которому с учетом граничных условий удовлетворяет распределение скорости

$$u(\bar{s}) = U\bar{s} \quad (1.5)$$

Закон сохранения энергии с учетом (1.5) и граничных условий для температуры сводится к уравнению

$$\phi(T_1, T) + \frac{U^2}{2} \bar{s}^2 - \left(\frac{U^2}{2} + \phi(T_1, T_2) \right) \bar{s} = 0 \quad (1.6)$$

где

$$\phi(T_1, T) = \int_{T_1}^T \frac{\lambda(t)}{\mu(t)} dt$$

Уравнение (1.6) является нелинейным алгебраическим уравнением относительно T . При заданных $\mu(T)$ и $\lambda(T)$ методом Ньютона можно найти распределение температуры жидкости между пластинами. Для величин P_{xy} , $q_{y_1} = q_y|_{y=0}$, $q_{y_2} = q_y|_{y=L}$, используя (1.3)–(1.6), получим простые выражения:

$$P_{xy} = -\frac{U}{L} \tilde{\mu}, \quad q_{y_1} = -\left(\frac{U^2}{2} + \phi(T_1, T_2) \right) \tilde{\mu}/L, \quad q_{y_2} = \left(\frac{U^2}{2} - \phi(T_1, T_2) \right) \tilde{\mu}/L \quad (1.7)$$

где $\tilde{\mu} = \int_0^1 \mu(T(\bar{s})) d\bar{s}$

Используя выражения (1.7), получим

$$q_{y_2} - q_{y_1} = \frac{U^2}{L} \tilde{\mu} = -P_{xy} U$$

обозначим

$$\tau_{xy} = -P_{xy}, \quad E_{y_2} = q_{y_2}, \quad E_{y_1} = -q_{y_1}$$

откуда

$$E_{y_2} + E_{y_1} = \tau_{xy} U \quad (1.8)$$

Соотношение (1.8) представляет собой закон сохранения энергии для стационарного случая. Ранее аналогичное соотношение было получено в [16] для течения Куэтта для газа, описываемого уравнением Больцмана. Величина $\tau_{xy} U$ представляет собой энергию, диссипируемую в виде тепла в слое жидкости между пластинами благодаря вязкости, а $E_{y_2} + E_{y_1}$ — тепло, выводимое из объема жидкости посредством теплопроводности. Для течения несжимаемой жидкости постоянной вязкости в канале установлено, что трение на стенке пропорционально диссипации [8].

На рис. 2 и 3 показаны результаты численного расчета классической задачи Куэтта без теплопередачи между пластинами ($T_1 = T_2$) при различных значениях температуры пластин. Расстояние между пластинами $L = 4 \cdot 10^{-5}$ м.

В качестве рабочих жидкостей брались моторное масло и вода. Ниже приводятся приближенные формулы расчета коэффициентов динамической вязкости и теплопроводности в зависимости от температуры T [17, 18].

Для моторного масла М14Г2ЦС теплопроводность и вязкость в диапазоне температур от 10°C до 90°C задаются следующими зависимостями

$$\lambda = 0.1427 e^{-0.0009971T} \text{ (Вт/м} \cdot \text{°C)}$$

$$\mu = 2.29042 e^{(6.818 - 0.000718T)} T^{-2.60746} \text{ (Па} \cdot \text{с)}$$

Для воды в том же диапазоне температур теплопроводность и вязкость равны

$$\lambda = 0.553(1 + 0.0037T) \text{ (Вт/м} \cdot \text{°C)}$$

$$\mu = \frac{0.001772346}{(0.984 + 0.000483T)(1 + 0.0337T + 0.000221T^2)} \text{ (Па} \cdot \text{с)}$$

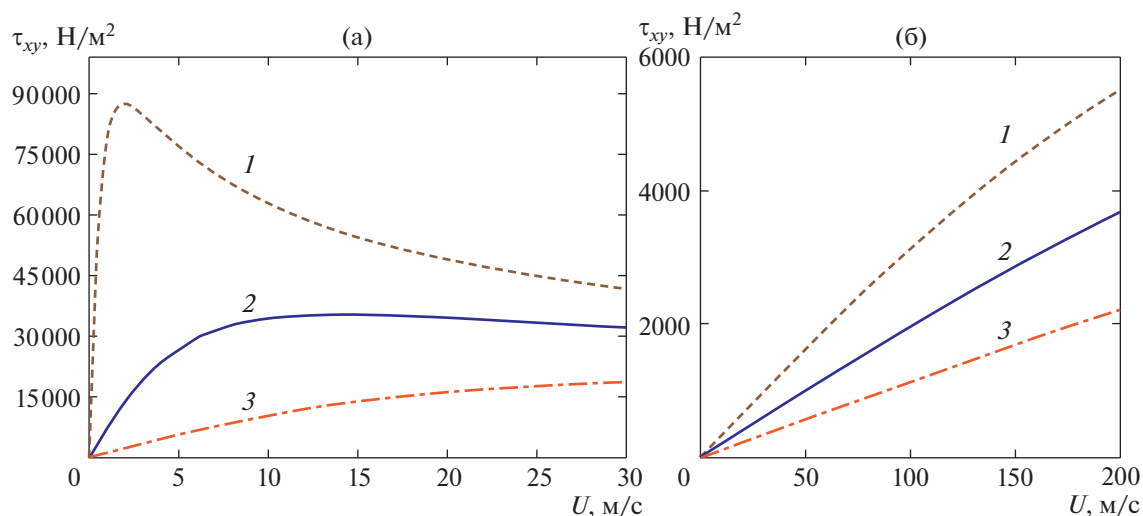


Рис. 2. Зависимость напряжения трения от скорости пластины при различных значениях температур пластин в случае (а) моторного масла и (б) воды: 1–3 – $T_1 = 10, 30, 60^\circ\text{C}$.

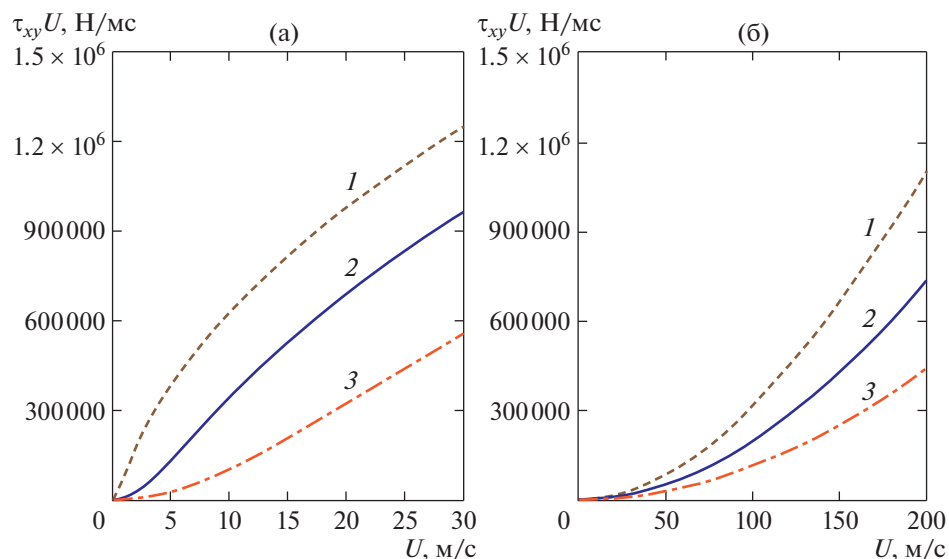


Рис. 3. Зависимость диссипируемой энергии от скорости пластины при различных значениях температур пластин в случае (а) моторного масла и (б) воды: 1–3 – $T_1 = 10, 30, 60^\circ\text{C}$.

Из рис. 2а видно, что для $T_1 = 10^\circ\text{C}$ при малых значениях U , зависимость трения от скорости пластины линейная. Это обусловлено тем, что диссипативные эффекты малы и вязкость можно считать постоянной. При больших значениях U происходит диссипативный нагрев жидкости, тем самым повышается температура, уменьшается вязкость, и, как следствие, уменьшается τ_{xy} . Наличие максимума трения в задаче Куэтта с зависящей от температуры вязкостью обнаружена ранее в [15] из анализа интегрального уравнения соответствующего краевой задаче. Однако никаких конкретных расчетов сделано не было.

Отметим, что несмотря на уменьшение трения с увеличением скорости (рис. 2а), диссипируемая энергия увеличивается с ростом скорости (рис. 3а).

При фиксированной скорости U из рис. 2 видно, что увеличение T_1 ведет к уменьшению τ_{xy} . Увеличить T_1 можно, например, с использованием энергии подводимой от внешних источников, но это дополнительные энергетические затраты.

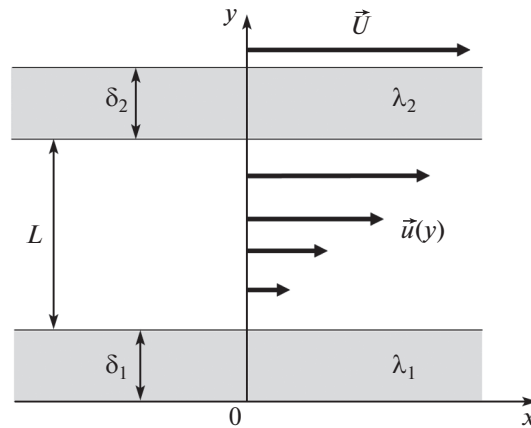


Рис. 4. Модифицированное течение Куэтта.

Однако, существует альтернативный источник энергии — диссипируемая энергия. Идея предлагаемого подхода состоит в использовании диссипируемой энергии для снижения трения. Далее будет показано, как это можно реализовать.

2. МОДИФИЦИРОВАННАЯ ЗАДАЧА КУЭТТА

Рассмотрим течение Куэтта с пластинами конечной толщины (δ_1 и δ_2) и обладающими теплопроводными свойствами, а также имеющими заданную фиксированную температуру на внешних границах пластин T_{w_1} и T_{w_2} — рис. 4. Коэффициенты теплопроводности λ_1 и λ_2 нижней и верхней пластин полагаются постоянными.

Для решения модифицированной задачи Куэтта необходимо решить самосогласованную задачу в следующих трех областях.

В области $0 \leq y \leq \delta_1$ решается уравнение теплопроводности для нижней пластины

$$\frac{d^2 T}{dy^2} = 0$$

с граничными условиями

$$T(0) = T_{w_1}, \quad T(\delta_1) = T_1$$

В области $\delta_1 \leq y \leq L + \delta_1$ решается классическая задача Куэтта, описываемая системой уравнений (1.1) с граничными условиями

$$\begin{cases} \frac{d}{dy} \left(\mu \frac{du}{dy} \right) = 0 \\ \frac{d}{dy} \left(\lambda \frac{dT}{dy} + u \mu \frac{du}{dy} \right) = 0 \end{cases}$$

$$u(\delta_1) = 0, \quad T(\delta_1) = T_1, \quad u(L + \delta_1) = U, \quad T(L + \delta_1) = T_2$$

В области $L + \delta_1 \leq y \leq L + \delta_1 + \delta_2$ решается уравнение теплопроводности для верхней пластины

$$\frac{d^2 T}{dy^2} = 0$$

с граничными условиями

$$T(L + \delta_1) = T_2, \quad T(L + \delta_1 + \delta_2) = T_{w_2}$$

где T_1 , T_2 — неизвестные температуры на границе раздела двух фаз (жидкость—твердое тело), которые находятся из условия непрерывности потока тепла на межфазной границе [19]

$$-\lambda \frac{dT}{dy} \Big|_{y=\delta_1} = -\lambda_1 \frac{dT}{dy} \Big|_{y=\delta_1}, \quad -\lambda \frac{dT}{dy} \Big|_{y=L+\delta_1} = -\lambda_2 \frac{dT}{dy} \Big|_{y=L+\delta_1}$$

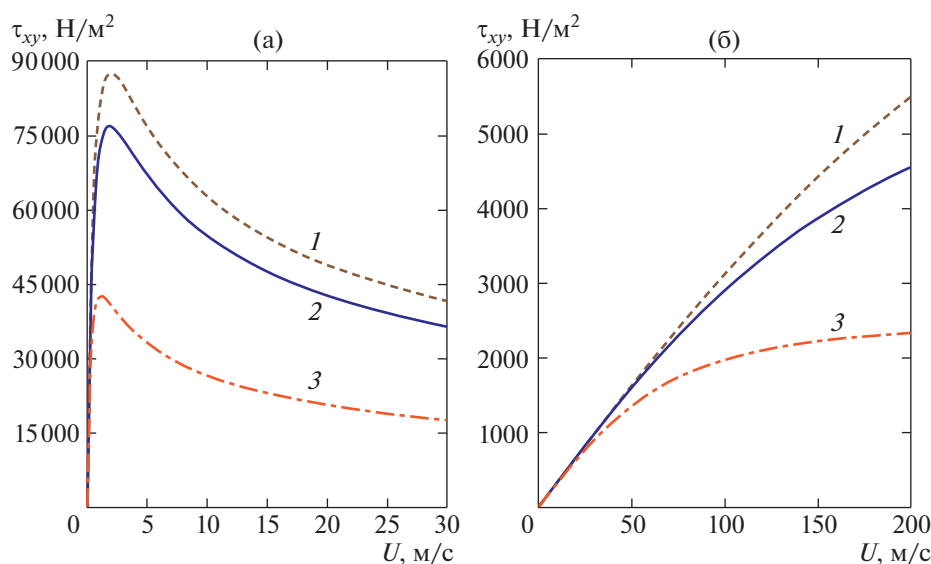


Рис. 5. Зависимость трения от скорости пластины при различных значениях теплопроводности пластин λ_1 в случае (а) моторного масла и (б) воды при температуре внешних границ $T_{w1} = 10^\circ\text{C}$: 1–3 – $\lambda_1 \rightarrow \infty$, $\lambda_1 = 100$ (Вт/м · °С), $\lambda_1 = 10$ (Вт/м · °С).

Для наглядной демонстрации влияния вязкой диссипации рассмотрим течение Куэтта без теплопередачи между пластинами ($T_{w1} = T_{w2}$) для симметричного случая ($\lambda_1 = \lambda_2$, $\delta_1 = \delta_2$).

Из условия непрерывности потока тепла на границе двух фаз при постоянной теплопроводности λ_1 следует

$$Q_{y1} = -q_y|_{y=\delta_1} = \lambda_1 \frac{T_1 - T_{w1}}{\delta_1}$$

откуда

$$T_1 = T_{w1} \left(1 + \frac{\delta_1 Q_{y1}}{\lambda_1 T_{w1}} \right) \quad (2.1)$$

Обозначим $f = rQ_{y1}/T_{w1}$, $r = \delta_1/\lambda_1$, где f – относительный перепад температур на толщине пластины, характеризующий степень ее неізотермичности, r – величина термического сопротивления пластины на единицу площади. Тогда (2.1) примет вид

$$T_1 = T_{w1}(1 + f)$$

В [14] для расчета течения Куэтта сделано предположение об изотермичности пластин ($T_1 = T_{w1}$), поскольку коэффициент теплопроводности металла значительно больше коэффициента теплопроводности жидкости $\lambda_1 \gg \lambda$ (что соответствует $f \ll 1$). Этот случай соответствует ранее рассмотренной классической задаче Куэтта. В этом случае вся диссипируемая энергия выводится наружу и при заданных свойствах жидкости, и заданных L и U изменить трение можно только с помощью внешнего подогрева пластин (увеличения T_{w1}).

В нашей задаче параметр f может варьироваться от нуля до значений порядка единицы. При увеличении f пластина становится неізотермической, жидкость на межфазной границе нагревается, что приводит к снижению трения. Этот нагрев жидкости происходит не за счет подводимой энергии извне (изменение величины T_{w1}), а за счет вязкой диссипации.

Как видно из определения f , ее значение при фиксированных внешних температурах пластин T_{w1} и заданной жидкости можно увеличить за счет:

- увеличения r (уменьшить теплопроводность пластин или увеличить их толщину);
- увеличения Q_{y1} (уменьшить зазор между пластинами или увеличить их относительную скорость).

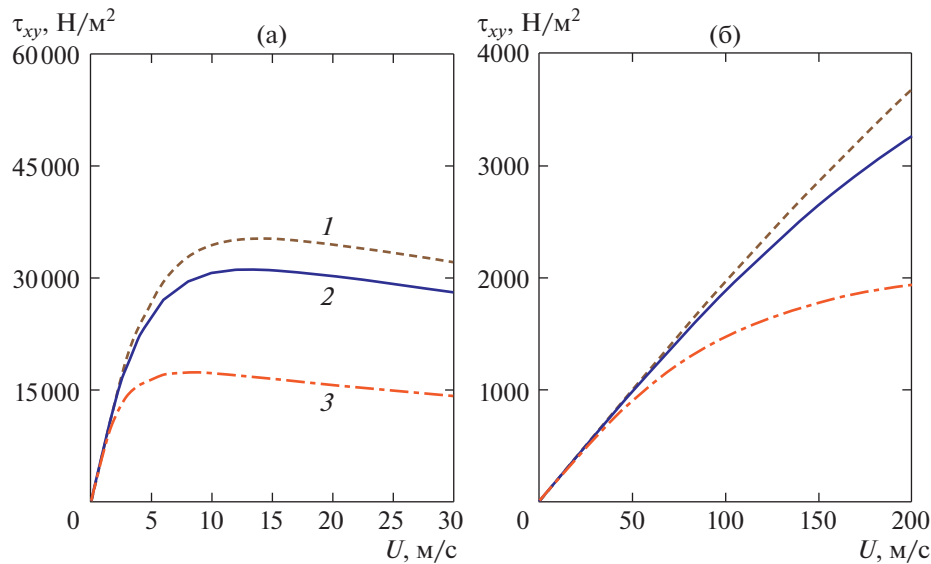


Рис. 6. Зависимость трения от скорости пластины при различных значениях теплопроводности пластин λ_1 в случае (а) моторного масла и (б) воды при температуре внешних границ $T_{w1} = 30^\circ\text{C}$: 1–3 – $\lambda_1 \rightarrow \infty$, $\lambda_1 = 100$ ($\text{Вт/м} \cdot ^\circ\text{C}$), $\lambda_1 = 10$ ($\text{Вт/м} \cdot ^\circ\text{C}$).

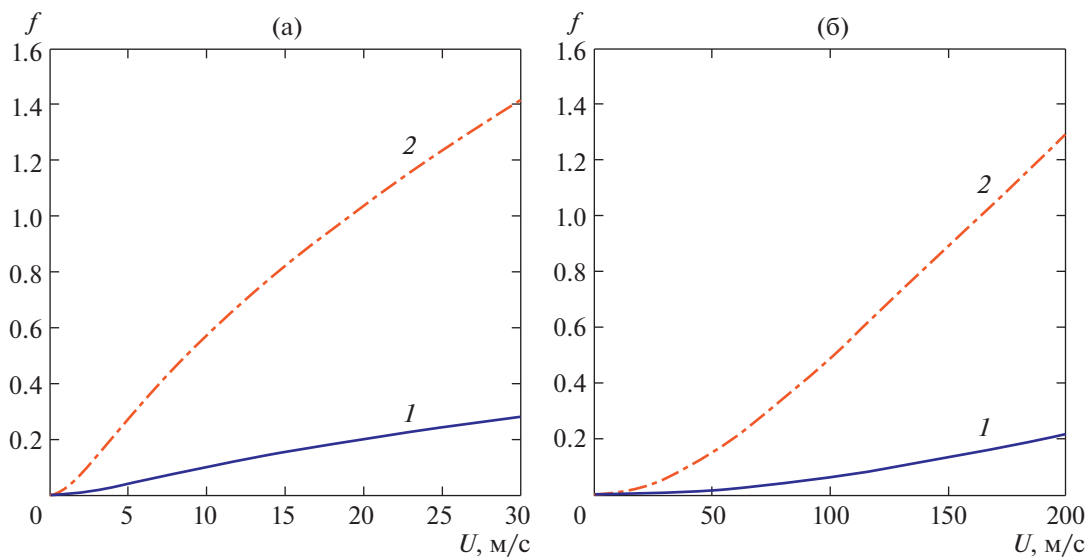


Рис. 7. Зависимость степени неизомеричности f от скорости пластины при различных значениях теплопроводности пластин λ_1 в случае (а) моторного масла и (б) воды при температуре внешних границ $T_{w1} = 30^\circ\text{C}$: 1–2 – $\lambda_1 = 100$ ($\text{Вт/м} \cdot ^\circ\text{C}$), $\lambda_1 = 10$ ($\text{Вт/м} \cdot ^\circ\text{C}$).

С практической точки зрения интересен случай, когда увеличение термического сопротивления r происходит без изменения геометрии задачи. В этом случае увеличение r можно получить за счет замены материала менее теплопроводным.

Уравнение (2.1) является нелинейным уравнением относительно T_1 , поскольку Q_{y1} зависит от T_1 . Определение T_1 осуществлялось методом Ньютона.

Результаты расчетов модифицированной задачи Куэтта без теплопередачи между пластинами ($T_{w1} = T_{w2}$) для симметричного случая ($\lambda_1 = \lambda_2$, $\delta_1 = \delta_2$) при различных значениях температуры на внешних границах пластин показаны на рис. 5–7. Параметры задачи: толщина пластин $\delta_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ м, расстояние между пластинами $L = 4 \cdot 10^{-5}$ м.

Проведенные расчеты показывают, что уменьшение λ_1 приводит к значительному уменьшению τ_{xy} . Это связано с тем, что уменьшение теплопроводности пластин ведет к блокированию теплоотвода, и тем самым приводит к более сильному разогреву жидкости, увеличивая степень неизотермичности пластин — см. рис. 7.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На примере модифицированной задачи Куэтта продемонстрирован эффект снижения вязкого трения, без дополнительных энергетических затрат.

Уменьшение выводимой диссипируемой энергии оказывается эффективным средством для снижения вязкого трения. Результаты расчетов показывают, что при уменьшении коэффициента теплопроводности пластин можно существенно снизить вязкое трение.

Энергия, необходимая для снижения трения, берется за счет вязкой диссипации, а не от внешних источников.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 16-19-10407.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Choi K.-S. European drag-reduction research — recent developments and current status // Fluid Dynamics Research. 2000. V. 26. № 5. P. 325–335.
2. Bushnell D.M. Aircraft drag reduction — a review // Proc. Inst. Mech. Eng. 2003. V. 217. № 1. P. 1–18.
3. Ashill P.R., Fulker J.L. and Hackett K.C. A review of recent developments in flow control // The Aeronautical J. 2005. V. 109. № 1095. P. 205–232.
4. Корнилов В.И. Проблемы снижения турбулентного трения активными и пассивными методами (обзор) // Теплофизика и аэромеханика. 2005. Т. 12. № 2. С. 183–208.
5. Брутян М.А. Задачи управления течением жидкости и газа. М.: Наука, 2015. 271 с.
6. Beck N., Landa T., Seitz A., Boermans L., Liu Y., Radespiel R. Drag reduction by laminar flow control // Energies. 2018. V. 11. № 1. P. 252.
7. Corke T.C., Thomas F.O. Active and passive turbulent boundary-layer drag reduction // AIAA journal. 2018. V. 56. № 10. P. 3835–3847.
8. Frohnafel B. Flow control of near-wall turbulence. PhD thesis. University of Erlangen-Nuremberg, Shaker Verlag, Aachen, 2007.
9. Frohnafel B., Jovanovic J., Delgado A. Experimental investigation of turbulent drag reduction by surface-embedded grooves // J. Fluid Mech. 2007. V. 590. P. 107–116.
10. Frohnafel B., Hasegawa Y., Quadrio M. Money versus time: evaluation of flow control in terms of energy consumption and convenience // J. Fluid Mech. 2012. V. 700. P. 406–418.
11. Marusic I., Joseph D.D., Mahesh K. Laminar and turbulent comparisons for channel flow and flow control // J. Fluid Mech. 2007. V. 570. P. 467–477.
12. Fukagata K., Sugiyama K., Kasagi N. On the lower bound of net driving power in controlled duct flows // Physica D: Nonlinear Phenomena. 2009. V. 238. № 13. P. 1082–1086.
13. Daschiel G. Strategies to reduce friction losses and their implications for the energy efficient design of internal flow domains. PhD thesis. Karlsruhe Institute of Technology, KIT Scientific Publ., Karlsruhe. 2014.
14. Yershina Sh.A. Paradoxes in Aerohydrodynamics. Springer International Publishing AG, Cham. 2017. P. 375.
15. Каганов С.А. Течение жидкости между вращающимися соосными цилиндрами с учетом теплоты трения и зависимости вязкости от температуры // Инж.-физ. журн. 1965. Т. 8. № 1. С. 307–310.
16. Abramov A.A., Butkovskii A.V. The extended Reynolds analogy for the Couette problem: similarity parameters // Int. J. Heat Mass Transfer. 2018. V. 117. P. 313–318.
17. Shepelev V.A., Shepelev A.V. www.highexpert.ru/content/liquids/oil.html
18. Shepelev V.A., Shepelev A.V. www.highexpert.ru/content/liquids/water.html
19. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 733 с.