

УДК 533.2

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВЫХ КРУГОВЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПРЫЖКОВ

© 2020 г. А. Асади^а, С. М. Малек Джафарян^{а,*}, А. Р. Теймурташ^б

^а Department of Mechanical Engineering, University of Birjand, Birjand, Iran

^б Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

*E-mail: mmjafarian@birjand.ac.ir

Поступила в редакцию 09.07.2019 г.

После доработки 30.01.2020 г.

Принята к публикации 06.02.2020 г.

Геометрия преграды, расположенной ниже по потоку от кругового гидравлического прыжка, является одним из основных параметров, определяющих диапазон устойчивости прыжка; однако, до сих пор этот вопрос остается недостаточно исследованным. В настоящей работе рассмотрено влияние геометрии такой преграды, а также таких параметров, как расход жидкости, диаметр струи и высота преграды, на диапазон устойчивости круговых гидравлических прыжков. Полученные результаты показывают, что увеличение диаметра жидкой струи приводит к сужению диапазона устойчивости гидравлических прыжков. Также и увеличение высоты преграды приводит к уменьшению радиуса гидравлического прыжка и диапазона его устойчивости. Диапазон устойчивости кругового прыжка в случае преграды квадратной формы меньше, чем в случае треугольной преграды, но больше, чем для круговой преграды.

Ключевые слова: круговой гидравлический прыжок, диапазон устойчивости, расположенная ниже по потоку преграда, теория Ватсона

DOI: 10.31857/S0568528120040039

При ударе струи жидкости о горизонтальную плоскость происходит ее радиальное растекание во всех направлениях. На некотором определенном расстоянии от места удара струя внезапно утолщается, и состояние потока меняется от закритического к докритическому. Это означает, что произошел круговой гидравлический прыжок.

Согласно гидродинамической теории, течение жидкости до перехода через гидравлический прыжок – закритическое¹. В прыжке, возникающем на определенном расстоянии от места удара, закритическое течение переходит в докритическое. В случае круговой струи, перпендикулярной горизонтальной плоскости, возникает круговой гидравлический прыжок; схематически эта ситуация проиллюстрирована на рис. 1. Вследствие осевой симметрии кругового гидравлического прыжка изображена лишь половина поперечного сечения прыжка. На рисунке обозначены радиус сопла a , расстояние от сопла до горизонтальной плоскости h_N , радиус прыжка R_j , высота прыжка вниз по потоку h_2 и другие параметры гидравлического прыжка.

Основной целью большинства работ по рассматриваемому вопросу было определить положение, или радиус гидравлического прыжка. Основными приложениями данного свойства являются промывание поверхностей, а также операции охлаждения и осушения в промышленности [1, 2].

Первое научное исследование гидравлических прыжков было предпринято британским физиком лордом Рэлеем. Он разработал теорию течения жидкости в открытом канале фиксирован-

¹ Согласно классификации течений по числу Фруда, в критическом течении число Фруда равно единице. Число Фруда $Fr = v/c$ есть скорость жидкости v , поделенная на скорость волны в мелкой воде $c = \sqrt{gy}$. Если скорость жидкости больше скорости волны, то течение закритическое и оно уносит волну за собой, так что волна не может перемещаться вверх по течению. В этих условиях влияние любого процесса, происходящего в потоке, передается лишь вниз по потоку. Если же скорость жидкости меньше скорости волны, то течение докритическое, волна может перемещаться вверх по течению и процессы, происходящие в потоке, также передаются вверх по потоку.

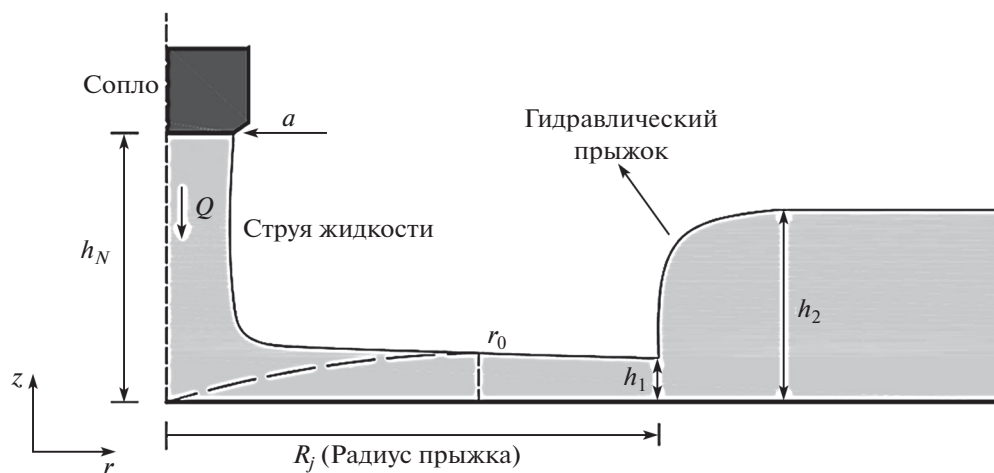


Рис. 1. Схематическое изображение удара вертикальной струи о горизонтальную плоскость и образования кругового гидравлического прыжка.

ной ширины, предполагая течение невязким, применяя законы сохранения массы и импульса на ширине прыжка и рассматривая потери в прыжке [3].

Исследование невязких круговых гидравлических прыжков было продолжено Биркгофом и Сарантонелло [4], которые развили подробную теорию таких прыжков. Согласно невязкой теории, имеет место баланс между давлением и импульсом в месте расположения прыжка. Однако, ввиду тонкости жидкого слоя, особенно перед прыжком, существенным будет влияние вязкости, в результате чего невязкая теория оказывается неспособной предсказать радиус кругового гидравлического прыжка.

Ватсон [5] первым исследовал влияние вязкости на круговой гидравлический прыжок, применив теорию пограничного слоя для течения перед прыжком. Однако его теория не учитывала эффект поверхностного натяжения, в чем заключался ее основной недостаток. Пытаясь решить основные уравнения методом подобия, Ватсон предполагал течение ламинарным и пренебрегал изменением гидростатического давления в радиальном направлении (в отличие от вязких напряжений). Это дало ему возможность ввести параметр подобия.

Различные исследователи, включая самого Ватсона [5] и авторов работ [6–8], исследовали теорию Ватсона экспериментально. По результатам этих работ был сделан вывод, что данная теория не соответствует экспериментальным результатам в случае малых круговых прыжков.

В работе [9] основной дефект теории Ватсона был исправлен. Эффект поверхностного натяжения был включен в теорию, что позволило улучшить ее результаты, которые оказались в хорошем согласовании с экспериментом. Этот эффект был учтен включением в рассмотрение радиальной компоненты поверхностного натяжения, связанной с кривизной прыжка. Для определения радиуса кругового гидравлического прыжка были предложены следующие уравнения:

$$\frac{R_j h_2^2 g a^2}{Q^2} \left(1 + \frac{2}{\text{Bo}}\right) + \frac{a^2}{2\pi^2 R_j h_2} = 0.10132 - 0.1297 \left(\frac{R_j}{a}\right)^{3/2} \text{Re}^{-1/2}, \quad R < r_o \quad (0.1)$$

$$\frac{R_j h_2^2 g a^2}{Q^2} \left(1 + \frac{2}{\text{Bo}}\right) + \frac{a^2}{2\pi^2 R_j h_2} = 0.01676 \left[\left(\frac{R_j}{a}\right)^3 \text{Re}^{-1} + 0.1826 \right]^{-1}, \quad R_j \geq r_o \quad (0.2)$$

Здесь R_j – радиус прыжка, r_o – радиус, на котором пограничный слой достигает поверхности потока, h_2 – высота прыжка вниз по потоку, g – ускорение силы тяжести, a – радиус сопла, из которого истекает струя, Q – расход жидкости, Bo – число Бонда и Re – число Рейнольдса. Числа Рейнольдса и Бонда определяются следующим образом:

$$\text{Bo} = \frac{\rho g R_j \Delta H}{\sigma} \quad (0.3)$$

$$\text{Re} = \frac{Q}{\sigma v} \quad (0.4)$$

где ρ — плотность, σ — поверхностное натяжение, ν — кинематическая вязкость жидкости и ΔH — перепад высот жидкости вверх и вниз по потоку от прыжка.

В работах [6, 8, 10] были исследованы различные структуры круговых гидравлических прыжков, а в [11] дана регулярная классификация этих структур. Согласно этой классификации, существуют структуры круговых гидравлических прыжков типа I, Ia и Ib.

В работе [12] исследование круговых гидравлических прыжков проведено на основе теории мелкой воды. При помощи осреднения уравнений Навье—Стокса по высоте жидкого слоя удалось применить теорию мелкой воды к определению средней радиальной скорости и высоты жидкости. В этом исследовании глубина жидкости (или высота жидкого слоя) была исключена из уравнений сохранения массы и импульса, в результате чего было получено и решено обыкновенное дифференциальное уравнение для скорости. Это уравнение имеет критическую особую точку, в окрестности которой и образуется гидравлический прыжок; таким образом, было получено масштабное соотношение, позволяющее вычислить радиус прыжка. Было показано, что имеет место прямая связь между радиусом прыжка и расходом жидкости и обратная связь с вязкостью и ускорением силы тяжести. В работе [13] была предложена простая вязкая теория для течений со свободной поверхностью, при помощи которой возможно определить точку отрыва потока и оценить структуру стационарного гидравлического прыжка.

В работе [14] численно исследован гидравлический прыжок, возникающий в ламинарном течении тонкого слоя жидкости по ограниченной горизонтальной плоскости. Расчет внутреннего течения и области, окружающей прыжок, выполнен в приближении пограничного слоя. Согласно данной работе, учет поверхностного натяжения и изменений давления и приближение пограничного слоя можно рассматривать как последовательные шаги в описании течений во всех плоских гидравлических прыжках при бесконечных числах Рейнольдса.

В работах [15, 16] численно исследован переход прыжка от типа I к типу II, который наблюдался в экспериментах. Согласно этой работе, данный переход тесно связан с увеличением давления непосредственно вниз по потоку за прыжком. Структура кругового гидравлического прыжка была численно исследована при умеренных числах Рейнольдса; результаты показали, что увеличение давления под поверхностью прыжка существенно влияет на возникновение обратного течения, которое необходимо для создания и сохранения вихря. Была установлена также связь между полем давления и силой поверхностного натяжения.

В работе [17] выполнено трехмерное численное моделирование круговых гидравлических прыжков. Целью работы было сравнение различных противопоточных схем для аппроксимации конвективного члена в уравнениях Навье—Стокса. В этой модели эффект поверхностного натяжения не учитывался.

В работе [18] разработан интегральный метод для течений мелкой воды со свободной поверхностью при наличии отрывов применительно к круговым гидравлическим прыжкам. Метод был в состоянии моделировать мелкие вихри и отрывы потока. При заданной переменной радиальной скорости (аналогично методу Кармана—Польгаузена) была выведена система двух обыкновенных дифференциальных уравнений для стационарного состояния. Полученные результаты очень хорошо совпадали с экспериментальными данными.

В работе [19] были изучены стационарные и движущиеся волны в круговых гидравлических прыжках. В [20] рекомендована простая диффузионная модель для круговых гидравлических прыжков, следующая из анализа принципа Бернулли. Был также выполнен начальный анализ прыжков типа I и II, т.е. прыжков с образованием одного или двух вихрей. Сравнение с экспериментом оказалось удовлетворительным.

В работе [21] проведено параметрическое исследование, в котором изучено влияние объемного расхода жидкости, высоты вниз по потоку, вязкости и силы тяжести на радиус кругового гидравлического прыжка и его характерные особенности. Это численное исследование выполнено при помощи метода объемов [22] с учетом поверхностного натяжения. Проведено сравнение численных результатов с экспериментальными данными.

В экспериментах [23] было впервые обращено внимание на феномен некруговых или полигональных гидравлических прыжков. По данным этой работы устойчивые полигональные формы, по-видимому, образуются в случае сильно вязких жидкостей (с вязкостью, примерно в 11 большей, чем вязкость воды) и когда вниз по течению расположена преграда определенной высоты H . Эта преграда, изготовленная из стекла либо плексигласа, представляла собой плоский

полый круг, расположенный на отражающем экране и концентрический с вертикально падающей струей. Было показано, что количество углов многоугольника зависит от расхода жидкости, высоты сопла над плоскостью и высоты преграды для сопла с внутренним радиусом 0.5 см.

Критическим фактором при классификации круговых и некруговых гидравлических прыжков является их устойчивость. На устойчивость прыжка влияют высота слоя вниз по потоку за прыжком, расход жидкости, вязкость, поверхностное натяжение и сила тяжести. Увеличение высоты преграды меняет устойчивую структуру прыжка на нестационарную и даже турбулентную [24]. Увеличение поверхностного натяжения также приводит к неустойчивости прыжка [9]. Существует критический уровень поверхностного натяжения, при котором устойчивый круговой прыжок больше не может существовать, что указывает на переход к некруговому прыжку [25].

В работах [11, 26] был сделан вывод, что неустойчивость кругового прыжка и образование некруговых прыжков могут быть связаны с неустойчивостью Рэлея—Плато. В [11] предложено эмпирическое соотношение для длины волны неустойчивости устойчивых некруговых прыжков, которая зависит от поверхностного натяжения, плотности и конечной радиальной скорости. Было также отмечено, что в водном растворе глицерина, когда поверхностное натяжение уменьшается, благодаря добавлению в жидкость поверхностно-активного вещества, полигональный гидравлический прыжок превращается в круговой прыжок, радиус которого увеличивается на 20%.

Из анализа других относящихся к данной теме работ можно заключить, что наличие преграды за устойчивым круговым гидравлическим прыжком делает прыжок неустойчивым и превращает его в полигональный. В прошлых исследованиях этот феномен приписывался неустойчивости Рэлея—Плато. Однако основные причины этого явления остаются неясными и спустя двадцать лет после его открытия. В настоящей работе, помимо исследования причин возникновения неустойчивости круговых прыжков, делается попытка исследовать диапазон устойчивости круговых прыжков и влияние геометрических форм преград (круг, квадрат и треугольник) на устойчивость.

1. ЭКСПЕРИМЕНТ

На рис. 2 представлена схема экспериментальной установки, использованной в данной работе. Вкратце, установка состоит из основного резервуара для хранения жидкости (1), насоса, обеспечивающего циркуляцию жидкости в системе (2), удерживающих стоек, стеклянных трубок в качестве сопел, кругового отражательного экрана (7), емкости для слива жидкости (9), механизмов горизонтального и вертикального выравнивания (6, 10), экспонометра и визуализирующего устройства, расходомера (5), системы измерения высоты жидкой пленки (11), цифрового нутромера и термометра.

Рабочей жидкостью был этиленгликоль с плотностью $\rho = 1.1 \text{ г/см}^3$, вязкостью $\nu = 11.8 \text{ сСт}$ и поверхностным натяжением $\sigma = 47.5 \text{ дин см}^{-1}$.

Для создания осесимметричной струи жидкости использовались стеклянные вертикальные трубки длиной 120 см. По выходе из стеклянной трубки жидкость совершала вертикальный удар об отражательный экран 7, который представлял собой круглую стеклянную пластину диаметром 45 см и толщиной 6 мм. Пластина была расположена на 3 см выше дна емкости для слива лишней жидкости, в который эта жидкость стекала, а оттуда направлялась в основной резервуар 1 или, при необходимости, в расходомер. Таким образом, завершался экспериментальный цикл. Преграды, располагавшиеся ниже по потоку от прыжка, были изготовлены из стекла или плексигласа. Во всех экспериментах расстояние между соплом и отражательным экраном составляло 1 см.

Под сливной емкостью 9 находилась регулируемая удерживающая треножная стойка 10. Она использовалась как механизм горизонтального выравнивания, задавая правильное положение отражательного экрана. Механизм вертикального выравнивания 6 обеспечивал вертикальное положение трубки, из которой истекала струя, по отношению к отражающему экрану. Цифровой нутромер 11 с точностью 0.01 мм измерял расстояния, диаметры и высоты прыжка, а также высоту преграды. Температура измерялась термометром с точностью 1°C.

Прецизионный расходомер 5 измерял расход жидкости по данным о времени наполнения жидкостью определенного объема. Он функционировал таким образом, что жидкость, направленная в определенном направлении, заполняла особый резервуар. По обеим сторонам резервуара были размещены два оптических сенсора. Когда жидкость проходила мимо первого сенсора, цифровой таймер начинал работать, и останавливался, когда жидкость проходила мимо второго таймера. Таким образом, расход жидкости измерялся с максимально возможной точностью.

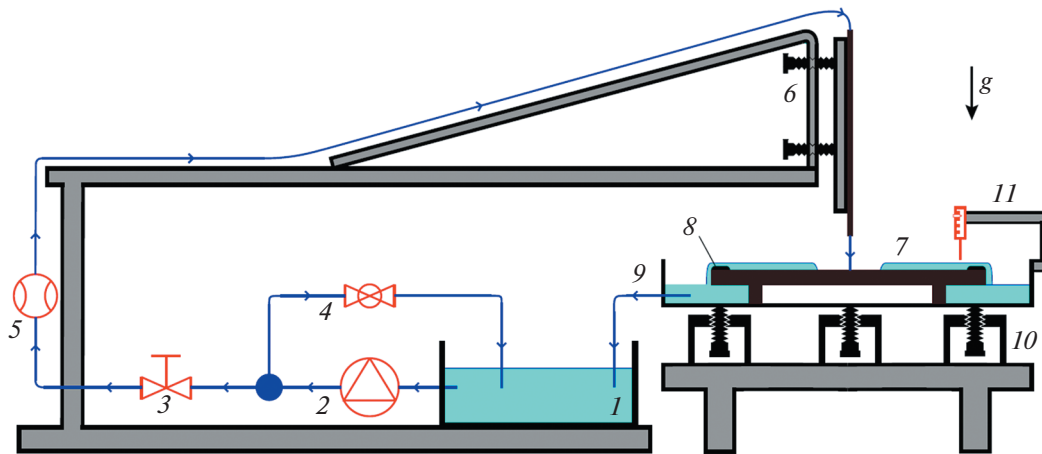


Рис. 2. Схематическое изображение экспериментальной установки; 1 – резервуар жидкости; 2 – насос; 3 – контрольный клапан потока; 4 – вспомогательный клапан; 5 – расходомер; 6 – механизм вертикального выравнивания; 7 – стеклянный отражательный экран; 8 – преграда; 9 – резервуар для слива жидкости; 10 – механизм горизонтального выравнивания; 11 – система измерения толщины жидкости [24].

В настоящих экспериментах точности измерения объемов и времени были 1 мл и 0.01 с соответственно.

Самый важный параметр гидравлического прыжка, а именно его радиус, измерялся путем обработки изображений. Изображения снимались из-под дна стеклянной пластины, а затем обрабатывались посредством соответствующего программного обеспечения, например, программы Photoshop. С этой целью использовалась виртуальная мерная рейка с точностью 0.05 мм.

2. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для исследования точности экспериментальной системы, использованной в данной работе, было проведено сравнение кругового гидравлического прыжка типа I с теорией Ватсона, которая считается наиболее достоверной теорией круговых прыжков (рис. 3). Эксперимент был проведен в отсутствие преграды за прыжком, на абсолютно горизонтальной отражающей поверхности с двумя струями диаметром $2a = 6.96$ мм и $2a = 9.76$ мм. Можно видеть, что полученные результаты согласуются с теорией Ватсона, что подтверждает высокую точность работы настоящей экспериментальной установки.

При установке круговой плоской преграды за круговым гидравлическим прыжком ранее отмечалось образование полигонального прыжка типа IIb [24]. Как указано во введении, возмущения, присутствующие в потоке, приводят к образованию осцилляций или волн в круговом прыжке. При наличии поверхностного натяжения эти осцилляции нарушают устойчивость кругового прыжка и преобразуют его форму в полигональную (рис. 4а). В данной работе сделана попытка минимизировать существующие возмущения и осцилляции в потоке, с тем чтобы сохранить устойчивость гидравлического прыжка при наличии расположенной ниже по течению преграды. С этой целью были проведены изменения в использованной экспериментальной установке. Они включали использование полипропиленовых трубок и арматуры вместо металлических, шаровых регулирующих клапанов вместо двухпозиционных запорных клапанов и устранение вибраций и осцилляций отражательного экрана. Главным итогом этих введений было то, что гидравлический прыжок оставался устойчивым и круговым при наличии преграды (рис. 4б). Максимальный диапазон устойчивости кругового прыжка достигался при числах Рейнольдса от 312 до 4624.8. Поскольку стеклянная трубка была досконально отшлифована, течение во всех экспериментах было ламинарным. Это подтвердилось тестом Рейнольдса и впрыском чернил в струю жидкости. При числах Рейнольдса, меньших $Re = 312$, гидравлический прыжок не образуется. Иными словами, у жидкости не хватает импульса, чтобы образовать гидравлический прыжок. Однако в предыдущих экспериментах наличие неустойчивостей и возмущений приводило к образованию гидравлического прыжка полигональной формы при числах Рейнольдса, больших $Re = 500$ [24]. Это число Рейнольдса представляет собой минимум, при котором начинает образовываться двусторонний гидравлический прыжок или прыжок в форме глаза. Как показа-

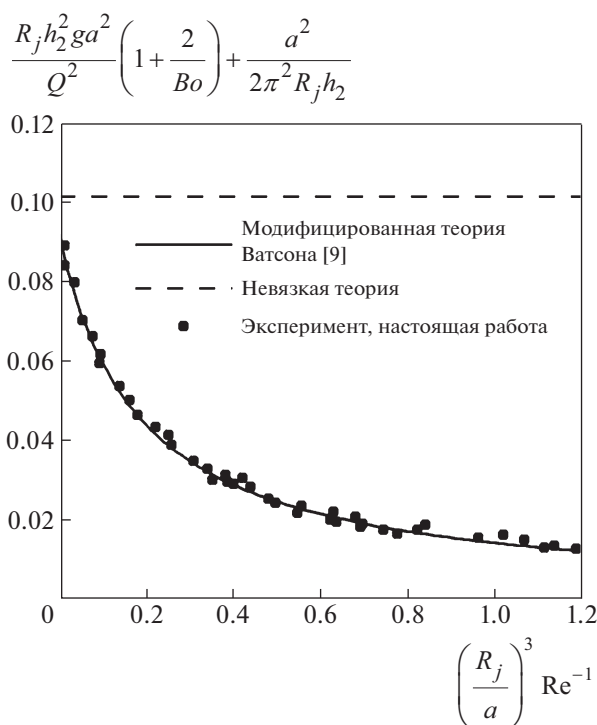


Рис. 3. Сравнение данных по круговому гидравлическому прыжку с модифицированной теорией Ватсона [9].

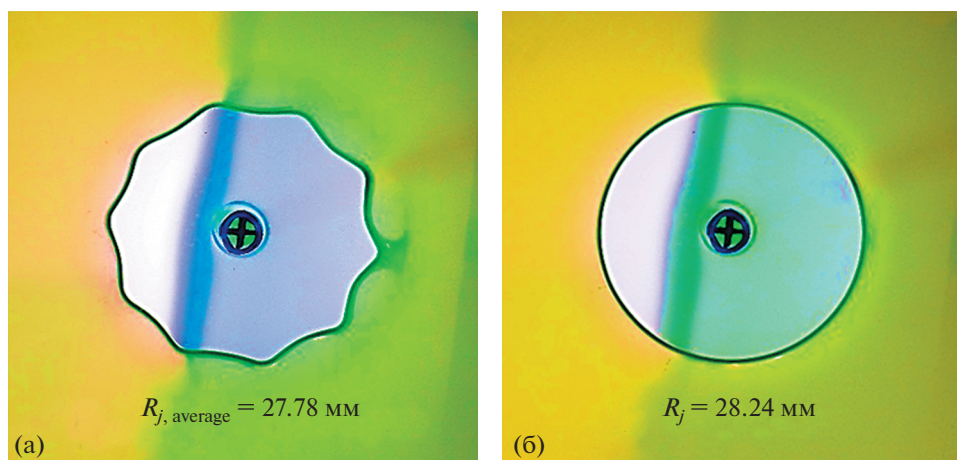


Рис. 4. (а) полигональный гидравлический прыжок типа IIb при наличии круговой преграды ($H = 2.10$ мм, $Q = 64.19$ мл/с), (б) устойчивый круговой гидравлический прыжок типа IIb при наличии круговой преграды после минимизации дестабилизирующих факторов ($H = 2.10$ мм, $Q = 64.19$ мл/с).

но на рис. 4б, устойчивый круговой гидравлический прыжок имел место при наличии преграды высотой $H = 2.10$ мм. Радиус этого прыжка возрастал с увеличением расхода жидкости. Если бы расход жидкости (либо число Рейнольдса) продолжал увеличиваться, то малые возмущения в потоке могли бы нарастать, приводя к неустойчивости кругового прыжка при некотором значении расхода. Это значение расхода может быть измерено. Однако в предыдущих исследованиях устойчивые полигональные гидравлические прыжки образовывались даже при малых значениях расхода.

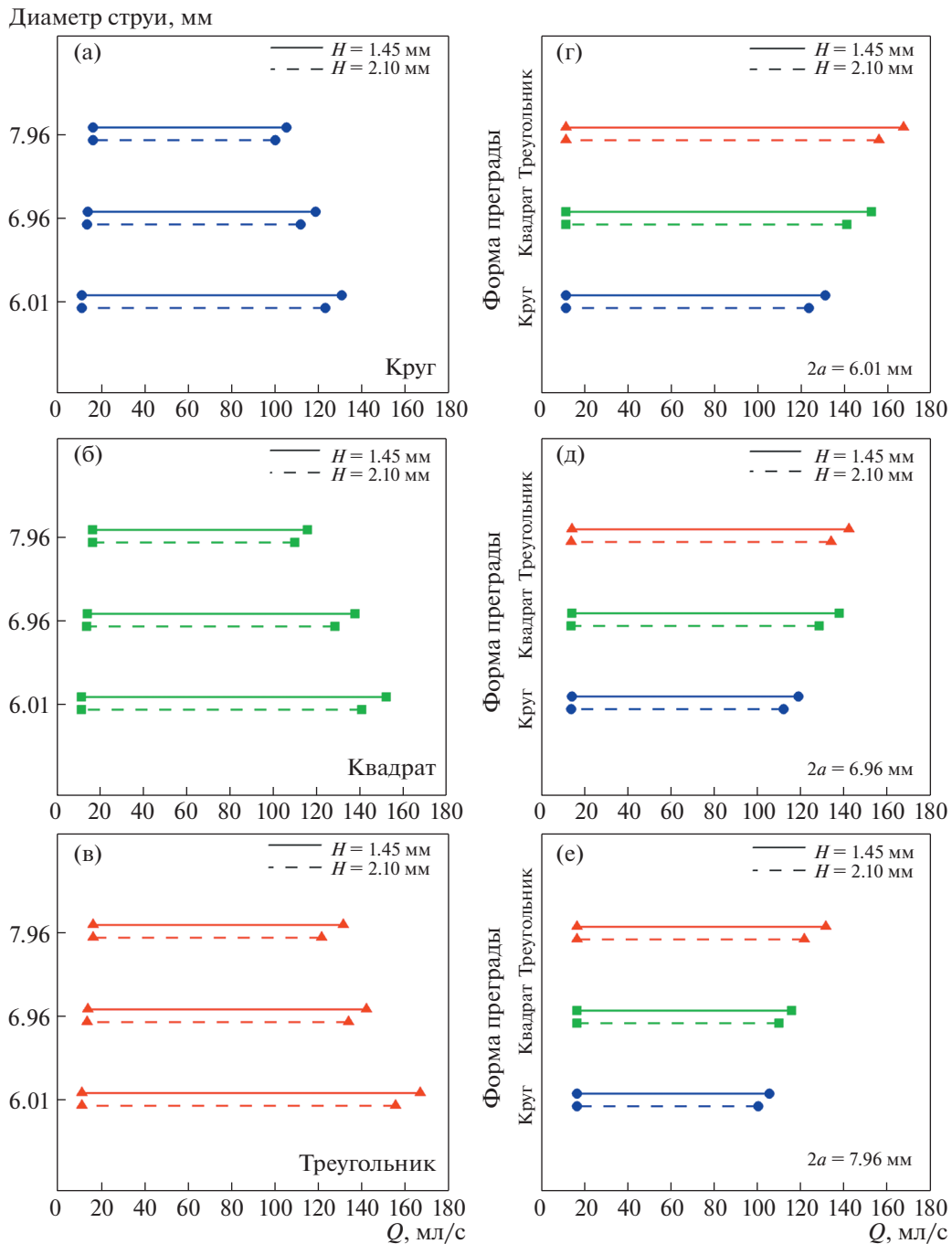


Рис. 5. Диапазоны устойчивости круговых гидравлических прыжков при различных диаметрах струи и геометрических формах преграды.

После минимизации возмущений и неустойчивостей и создания устойчивого кругового прыжка при наличии расположенной ниже по течению преграды можно было измерить диапазон устойчивости прыжка. На рис. 5 представлен диапазон расходов жидкости, при котором круговой прыжок оставался устойчивым. На этом рисунке исследовано влияние высоты преграды, диаметра струи жидкости и формы преграды. Рассмотрены преграды трех форм: круговая, квадратная и треугольная, с гидравлическим диаметром $d_h = 277.13$ мм; при этом диаметры сопел были $2a = 6.01$ мм, $2a = 6.96$ мм и $2a = 7.9$ мм соответственно. Были рассмотрены преграды с высо-

тами $H = 1.45$ мм и $H = 2.10$ мм. Минимальный расход на рис. 5 относится к случаю наименьшего устойчивого кругового гидравлического прыжка с радиусом, примерно равным радиусу струи, а максимальный расход связан с возникновением его неустойчивости. Во всех случаях, представленных на рис. 5, структура прыжка имеет тип IIb. Диаграммы на рис. 5а, 5б и 5в показывают диапазон расходов, обеспечивающий устойчивость кругового прыжка для различных диаметров сопел и при наличии преград различных геометрических форм. Как можно видеть на всех трех рисунках, наиболее широкий диапазон расходов, в котором круговой прыжок устойчив, имеет место при диаметре струи $2a = 6.01$ мм. При увеличении диаметра струи диапазон устойчивости прыжка сужается. Иными словами, для струй малого диаметра возмущения менее склонны расти и прыжок остается круговым и устойчивым при больших значениях расхода. С увеличением диаметра струи возмущения растут с большей быстротой и интенсивностью, приводя к дестабилизации кругового прыжка. Заметим, что на приведенных диаграммах увеличение высоты преграды (что приводило и к росту высоты жидкости вниз по потоку за прыжком) уменьшало диапазон устойчивости кругового прыжка.

На диаграммах рис. 5г, 5д и 5е представлены диапазоны расходов, соответствующие устойчивости кругового прыжка, для преград различных форм и при различных диаметрах струи жидкости. Очевидно, что в случае преграды в виде равностороннего треугольника диапазон устойчивости расширяется, так что прыжок может оставаться круговым и устойчивым при более высоких расходах жидкости. Напротив, в случае квадратной преграды диапазон устойчивости сужается. Этот диапазон еще меньше в случае круговой преграды. Иными словами, в случае максимально возможного расхода для устойчивого кругового прыжка радиус прыжка при наличии треугольной преграды больше, чем в случае квадратной преграды. Радиус прыжка при наличии квадратной преграды больше, чем в случае круговой преграды. При фиксированном гидравлическом диаметре площадь треугольной преграды больше, чем квадратной преграды, которая, в свою очередь, больше, чем площадь круговой преграды. В этом случае формирование гидравлического прыжка происходит в большем геометрическом пространстве и в результате прыжок менее подвержен влиянию кромок преграды. Таким образом, гидравлический прыжок более устойчив при повышении расхода жидкости. Следует заметить, что при всех геометрических формах преграды давление жидкости равномерно распределено в окрестности прыжка после удара о преграду, и форма прыжка остается круговой. На всех представленных диаграммах увеличение высоты преграды приводит к уменьшению диапазона устойчивости кругового гидравлического прыжка. Наибольшее достигнутое число Рейнольдса составляло $Re = 4624.81$ ($Q = 166.77$ мл/с, рис. 5г). При этом числе Рейнольдса радиус устойчивого гидравлического прыжка был $R_j = 64.18$ мм.

На рис. 6, 7 представлена зависимость радиуса устойчивого кругового прыжка от расхода жидкости. Показано влияние диаметра струи жидкости и геометрической формы преграды. Высота преграды была равной $H = 2.10$ мм, $H = 1.45$ мм и $H = 0$ (т.е. в отсутствие преграды). Очевидно, что радиус прыжка возрастает с увеличением расхода. Уменьшение диаметра струи стабилизирует круговой гидравлический прыжок в более широком диапазоне расходов (рис. 6а–6в и 7а–7в). Это справедливо для всех трех геометрических форм (круг, квадрат, треугольник) рассмотренных преград.

В случае треугольной преграды при фиксированном диаметре струи устойчивость кругового прыжка достигалась в более широком диапазоне расходов (рис. 6г–6е и 7г–7е). Диапазон расходов, в котором круговой прыжок устойчив, был уже в случае квадратного препятствия, чем в случае треугольного. Этот диапазон был также уже в случае кругового препятствия, чем в случае квадратного (рис. 6г–6е и 7г–7е). Результаты по диапазону устойчивости и радиусу гидравлического прыжка по величине $\log(Re \cdot We)$ при наличии различных преград сходны с результатами, полученными в зависимости от расхода.

Уровень точности показан на рис. 6, 7. Расчет уровня точности осуществляется сравнением с модифицированной теорией Ватсона, единственной теорией, адекватно описывающей круговые гидравлические прыжки. При низких значениях расхода, когда расположенная ниже по течению преграда не оказывает заметного влияния на гидравлический прыжок, точность результатов выше. Однако при более высоких значениях расхода, когда эффект преграды более значителен, ошибка несколько возрастает. Следует также заметить, что модифицированная теория

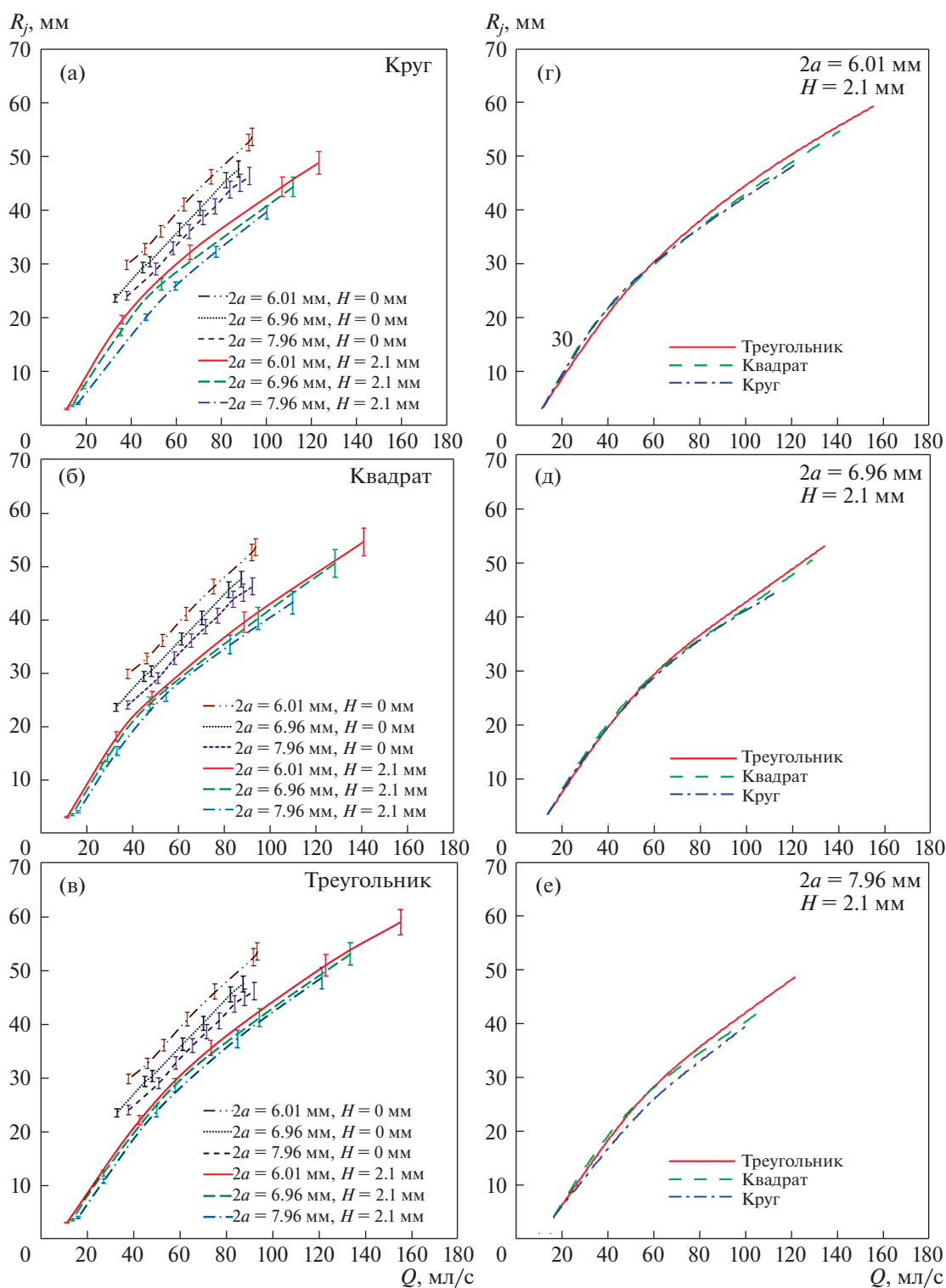


Рис. 6. Зависимость радиуса прыжка от расхода жидкости при наличии преград различных геометрических форм ($H = 2.10$ мм).

Ватсона развита для прыжков типа I, тогда как прыжки на рис. 6 и 7 принадлежат типу IIb. Таким образом, использование теории Ватсона для расчета точности измерений само вносит некоторую ошибку.

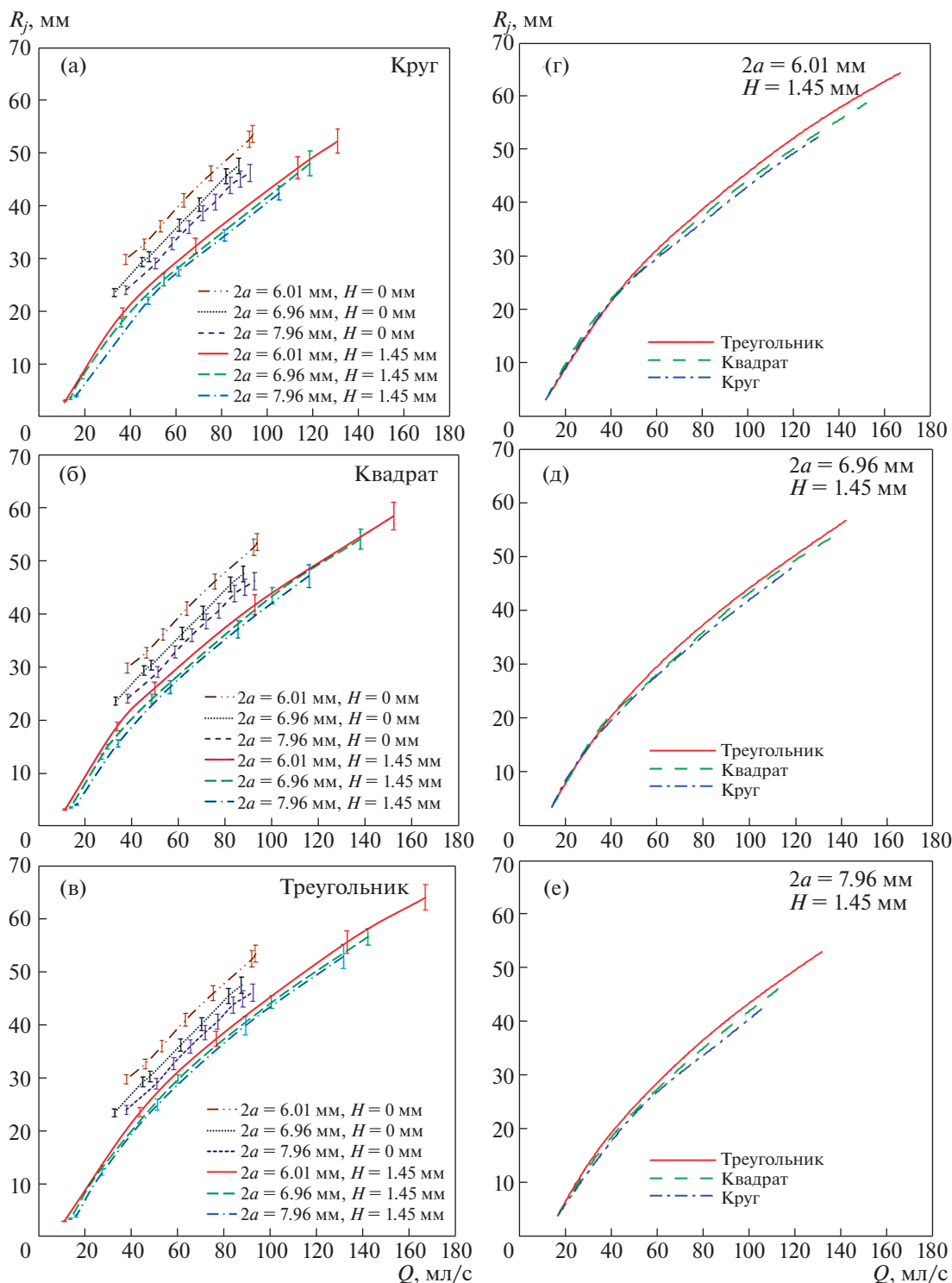


Рис. 7. Зависимость радиуса прыжка от расхода жидкости при наличии преград различных геометрических форм ($H = 1.45$ мм).

Как указано во введении, наиболее обоснованной и состоятельной теорией круговых гидравлических прыжков является теория Ватсона [5], модифицированная в работе [9]. На рис. 8 проведено сравнение результатов настоящей работы с модифицированной теорией Ватсона. Как можно видеть, полученные результаты находятся в соответствии с теорией Ватсона, причем наи-

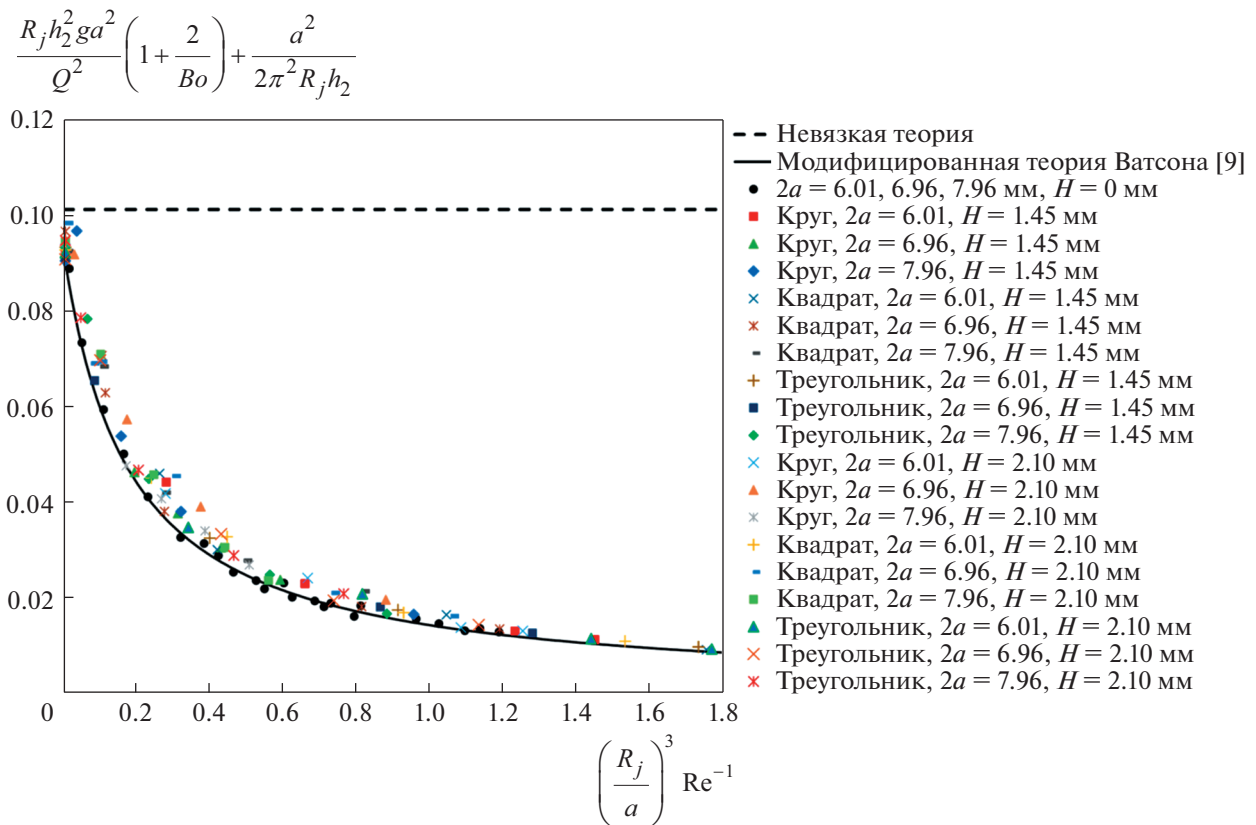


Рис. 8. Сравнение данных по круговым прыжкам, полученным в данной работе, с модифицированной теорией Ватсона [9].

лучшее согласование имеет место при малых и больших радиусах. Однако при средних радиусах наблюдается некоторое несоответствие, что может быть объяснено тем обстоятельством, что теория Ватсона разработана для скачков типа I. Напротив, в данной работе все круговые скачки, образовавшиеся при наличии преград (рис. 5–8), принадлежат типу IIb.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследована устойчивость круговых гидравлических прыжков при наличии вниз по потоку от прыжка преград трех различных форм (круг, квадрат, треугольник). Проанализировано влияние различных параметров на прыжок. Этими параметрами являются расход жидкости, диаметр жидкой струи, высота преграды и три ее геометрические формы. Получены следующие результаты.

При распознанном и пониженном уровне возмущений в потоке жидкости структура и окружение гидравлического прыжка являются круговыми и устойчивыми даже при наличии преграды, расположенной ниже по потоку от прыжка.

При усилении неустойчивостей и возмущений диапазон устойчивости кругового прыжка сужается при увеличении диаметра струи.

С ростом высоты преграды, независимо от ее формы, радиус гидравлического прыжка и диапазон устойчивости кругового прыжка уменьшаются.

Диапазон устойчивости кругового прыжка шире в присутствии треугольной преграды, чем в случае квадратной преграды. Диапазон устойчивости кругового прыжка больше в присутствии квадратной преграды, чем в случае круговой преграды.

Устойчивые круговые гидравлические прыжки в настоящем экспериментальном исследовании, независимо от их типа (тип IIb), находятся в соответствии с модифицированной теорией Ватсона, развитой для прыжков типа I.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Avedisian C., Zhao Z.* The circular hydraulic jump in low gravity // *Proc. Roy. Soc. London. Ser. A.* 2000. V. 456. P. 2127–2151.
2. *Kate R., Das P., Chakraborty S.* An Investigation on non-circular hydraulic jumps formed due to obliquely impinging circular liquid jets // *Exp. Therm. Fluid Sci.* 2008. V. 32. P. 1429–1439.
3. *Lord Rayleigh* On the theory of long waves and bores // *Proc. Roy. Soc. London. Ser. A.* 1914. V. 90. № 619. P. 324–328.
4. *Birkhoff G., Zarantonello E.* Jets, wakes, and cavities. N.Y.: Acad. Press, 1957.
5. *Watson E.* The radial spread of a liquid jet over a horizontal plane // *J. Fluid Mech.* 1964. V. 20. P. 481–499.
6. *Craik A., Latham R., Fawkes M., Gribbon P.* The circular hydraulic jump // *J. Fluid Mech.* 1981. V. 112. P. 347–362.
7. *Errico M.* A study of the interaction of liquid jets with solid surfaces. San Diego: Univ. California, 1986.
8. *Liu X., Lienhard J.H.* The hydraulic jump in circular jet impingement and in other thin liquid films // *Exp. Fluids.* 1993. V. 15. P. 108–116.
9. *Bush J.W., Aristoff J.M.* The influence of surface tension on the circular hydraulic jump // *J. Fluid Mech.* 2003. V. 489. P. 229–238.
10. *Ellegaard C., Hansen A.E., Haaning A., Bohr T.* Experimental results on flow separation and transitions in the circular hydraulic jump // *Physica Scripta.* 1996. V. T67. P. 105–110.
11. *Bush J.W., Aristoff J.M., Hosoi A.* An experimental investigation of the stability of the circular hydraulic jump // *J. Fluid Mech.* 2006. V. 558. P. 33–52.
12. *Bohr T., Dimon P., Putkaradze V.* Shallow-water approach to the circular hydraulic jump // *J. Fluid Mech.* 1993. V. 254. P. 635–648.
13. *Bohr T., Putkaradze V., Watanabe S.* Averaging theory for the structure of hydraulic jumps and separation in laminar free-surface flows // *Phys. Rev. Lett.* 1997. V. 79. P. 1038.
14. *Higuera F.* The hydraulic jump in a viscous laminar flow // *J. Fluid Mech.* 1994. V. 274. P. 69–92.
15. *Yokoi K., Xiao F.* A numerical study of the transition in the circular hydraulic jump // *Phys. Lett. A.* 1999. V. 257. P. 153–157.
16. *Yokoi K., Xiao F.* Mechanism of structure formation in circular hydraulic jumps: Numerical studies of strongly deformed free-surface shallow flows // *Physica D: Nonlinear Phenomena.* 2002. V. 161. P. 202–219.
17. *Ferreira V., Tome M., Mangiavacchi N., Castelo A., Cuminato J., Fortuna A., McKee S.* High-order upwinding and the hydraulic jump // *Int. J. Numer. Methods Fluids.* 2002. V. 39. P. 549–583.
18. *Watanabe S., Putkaradze V., Bohr T.* Integral methods for shallow free-surface flows with separation // *J. Fluid Mech.* 2003. V. 480. P. 233–265.
19. *Ray A.K., Bhattacharjee J.K.* Standing and travelling waves in the shallow-water circular hydraulic jump // *Phys. Lett. A.* 2007. V. 371. P. 241–248.
20. *Mikielewicz J., Mikielewicz D.* A simple dissipation model of circular hydraulic jump // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2009. V. 52. P. 17–21.
21. *Passandideh-Fard M., Teymourtash A.R., Khavari M.* Numerical study of circular hydraulic jump using volume-of-fluid method // *J. Fluids Eng.* 2011. V. 133. P. 011401.
22. *Hirt C.W., Nichols B.D.* Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // *J. Comput. Phys.* 1981. V. 39. P. 201–225.
23. *Ellegaard C., Hansen A.E., Haaning A., Hansen K., Marcussen A., Bohr T., Hansen J.L., Watanabe S.* Cover illustration: Polygonal hydraulic jumps // *Nonlinearity.* 1999. V. 12. P. 1.
24. *Teymourtash A.R., Mokhlesi M.* Experimental investigation of stationary and rotational structures in non-circular hydraulic jumps // *J. Fluid Mech.* 2015. V. 762. P. 344–360.
25. *Kasimov A.R.* A stationary circular hydraulic jump, the limits of its existence and its gasdynamic analogue // *J. Fluid Mech.* 2008. V. 601. P. 189–198.
26. *Martens E.A., Watanabe S., Bohr T.* Model for polygonal hydraulic jumps // *Phys. Rev. E.* 2012. V. 85. P. 036316.