ИЗВЕСТИЯ РАН. МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА, 2020, № 3, с. 36–44

УДК 532.526:533.6.011.55

АВТОКОЛЕБАНИЯ, ОТВЕТВЛЯЮЩИЕСЯ ОТ НЕЙТРАЛЬНОЙ КРИВОЙ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

© 2020 г. С. А. Гапонов[a],*, Н. М. Терехова[a],**

[a] *Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск, Россия*

**E-mail: gaponov@itam.nsc.ru*

***E-mail: terekh@itam.nsc.ru*

Поступила в редакцию 09.07.2019 г.
После доработки 08.10.2019 г.
Принята к публикации 08.10.2019 г.

В рамках слабонелинейной теории устойчивости исследуется мягкое и жесткое порождение периодических колебаний в сверхзвуковом пограничном слое при умеренном (M = 2) и высоком числах Маха (M = 5.35). Модель включает эффекты самовоздействия, присущие течениям несжимаемой жидкости (порождение стационарных вторичных гармоник и генерацию возмущений двойных частот), а также появляющиеся только для сжимаемого газа кубические члены исходных колебаний. Изучение характера порождения периодических режимов вблизи нейтральной кривой в сжимаемых течениях полезно, так как оно может привести к новым результатам, необходимым для понимания закономерностей ламинарно-турбулентного перехода.

Ключевые слова: пограничные слои сжимаемого газа, гидродинамическая устойчивость, слабонелинейная теория

DOI: 10.31857/S0568528120020036

Представление о начале естественного перехода в пограничных слоях связано с возбуждением и селективным усилением квазигармонического возмущения, развитие которого на исходном участке носит автономный характер и существенно определяет весь процесс [1–5].

В настоящее время делаются попытки исследовать эволюцию возмущений, используя прямые методы интегрирования уравнений Навье–Стокса. К сожалению, численному моделированию присущи трудности, связанные с обработкой большого массива данных (достоверность которых не всегда очевидна) и физической интерпретацией полученных результатов. Поэтому, например, в [6] при обзоре публикаций по численному моделированию ламинарно-турбулентного перехода сверхзвуковых пограничных слоев не сделано обобщающих выводов по нелинейному взаимодействию возмущений. Гораздо более эффективными для моделирования нелинейных процессов оказались методы теории возмущений. Благодаря им удается построить модель начальной стадии развития неустойчивости течения (приближение слабой нелинейности), существенно упрощающую анализ и позволяющую дифференцировать управляющие процессом механизмы.

Существует несколько сценариев перехода к турбулентности. При малых уровнях внешних возмущений после линейного усиления наступает стадия нелинейного взаимодействия волн. Одним из наиболее типичных и часто реализуемых начальных стадий нелинейности является субгармонический трехволновой резонанс (квадратичная нелинейность). В основе резонансной модели лежит процесс взаимодействия трех волн в условиях синхронизации их фаз $\theta_1 = \theta_2 + \theta_3$ [7–11].

Наряду с трехволновым резонансным взаимодействием важная роль принадлежит резонансу, имеющему место при взаимодействии колебаний основной частоты со стационарным вторичным течением и возмущением удвоенной частоты, описываемому кубическими по амплитуде членами модельных уравнений [12–17]. В отсутствие трехволнового фазового синхронизма такой механизм становится доминирующим.

Обзор статей по изучению самовоздействия квазигармонического возмущения (волны Толлмина—Шлихтинга) в дозвуковых течениях и, прежде всего, вопросам существования и характеру вторичных установившихся режимов как в пограничных слоях, так и в слоях смешения имеется в [4].

Большинство выполненных исследований ограничено анализом развития уединенной двумерной синусоидальной волны. Данная ситуация соответствует случаю, когда селективно усиленное на линейном участке возмущение существенно превосходит все колебания других типов, взаимодействие с которыми оказывается пренебрежимо малым. В ходе эволюции такая волна искажает исходное течение и генерирует гармоники, что в свою очередь изменяет степень передачи энергии к возмущению и скорость роста ее по сравнению с линейным. В результате в одних случаях, в устойчивой области линейных возмущений могут существовать усиливающиеся конечные флуктуации. В других случаях учет нелинейности может подавить линейное нарастание, стабилизировать амплитуду и привести к возникновению периодических вторичных течений в линейно неустойчивой области.

Периодические вторичные течения могут быть определены на основе теории ветвления решений уравнений Навье—Стокса [4, 12, 13]. Установлено два типа ветвления: жесткий, если периодические движения возможны при числах Рейнольдса $\mathrm{Re}_{\mathrm{nel}}$, меньших числа Рейнольдса $\mathrm{Re}_{\mathrm{lin}}$ на нейтральной кривой $\mathrm{Re}_{\mathrm{nel}} < \mathrm{Re}_{\mathrm{lin}}$ и мягкий, если $\mathrm{Re}_{\mathrm{nel}} > \mathrm{Re}_{\mathrm{lin}}$.

Кратко опишем характер поведения возмущений, основанный на решении амплитудных уравнений Ландау [1—3]. Уравнение Ландау описывает изменение амплитуды колебаний во времени. Для периодических во времени колебаний, амплитуда которых зависит от пространственной координаты X, вблизи нейтральной кривой амплитудное уравнение можно записать в виде $d|A|^2/dX = -2\alpha^i|A|^2 + 2b^r|A|^4$. В предположении параллельности линий тока основного течения величины α^i и b^r можно считать постоянными. Ясно, что на нейтральной кривой, там где инкременты $\alpha^i = 0$, характер эволюции амплитуды A определяется знаком коэффициента b^r.

При положительных значениях b^r как в устойчивой, так и в неустойчивой областях возможен взрывной характер смены режима течения.

Все процитированные выше труды, относящиеся к данной теме, касаются исследования дозвуковых ограниченных (плоские каналы) и полуограниченных (пограничные слои на обтекаемых поверхностях) течений. В [4] приводится полная сводка этих объектов. Но до сих пор нет сведений о том, как меняется характер автоколебаний в сверхзвуковых пограничных слоях сжимаемых газов, неустойчивость которых связана с трехмерными возмущениями. Этому есть несколько объяснений.

Во-первых, установившиеся вторичные периодические режимы дозвуковых течений являются режимами, существенно, двумерного типа, а как известно, в сверхзвуковых пограничных слоях наиболее важны трехмерные колебания, и, следовательно, трехмерные режимы. Во-вторых, в течениях сжимаемого газа наряду с квадратичной нелинейностью, присущей течениям несжимаемой жидкости, появляются кубические члены. Поэтому изучение характера порождения периодических течений вблизи нейтральной кривой в сжимаемых течениях полезно, так как оно может привести к новым результатам, необходимым для управления ламинарно-турбулентным переходом сверхзвуковых пограничных слоев.

В настоящей работе, в рамках квадратичной и кубической нелинейности рассчитан второй коэффициент Ландау. При этом для умеренного сверхзвукового числа M = 2 рассчитаны области устойчивого или неустойчивого ответвления периодических решений (жесткого или мягкого возбуждения) как для двумерных, так и трехмерных вихревых возмущений. Для высокого сверхзвукового числа M = 5.35 тестирование проведено для двумерных вихревых и акустических возмущений. Учтены как квадратичные, так и кубические члены по амплитуде волн.

Для получения второго коэффициента Ландау полезны исследования [16, 17], в которых изучено комбинационное взаимодействие двух плоских волн в сверхзвуковом пограничном слое при M = 2. Они показали, что механизм может быть применен для объяснения ряда особенностей эволюции возмущений большой амплитуды в пограничных слоях сжимаемого газа. Но там авторы не ставили перед собой цель рассмотреть характер ветвления вблизи нейтральной кривой.

1. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Обозначим через ε масштаб пульсационного поля. Тогда построение амплитудного уравнения можно описать следующей схемой. Самовоздействие волны порядка ε^2 приводит к генерации вторичных компонент – нулевых гармоник, вызывающих искажение среднего поля потока, и обертонов с удвоенной фазой. В третьем порядке по ε взаимодействие вторичных волн с исходными возмущениями и кубическое произведение первичной волны определяют нелинейную эволюцию амплитуд первичных колебаний. Реализуется классический автоколебательный режим: источник-усилитель-обратная связь.

Рассмотрим все составляющие такого взаимодействия.

Исходные положения нелинейной модели для сжимаемых пограничных слоев подробно изложены в [9, 17]. Следуя им, рассмотрим возмущенное поле скоростей u, v, w, плотности ρ, давления p и температуры T сжимаемого газа в безразмерной системе координат $X = x/\delta$, $Y = y/\delta$, $\delta = \sqrt{\mu_e x (U_e \rho_{0e})^{-1}}$. Здесь

$$
u = U(Y) + \varepsilon u', \quad v = \varepsilon v', \quad w = \varepsilon w', \quad \rho = \rho_0(Y) + \varepsilon\rho', \quad p = P + \varepsilon p',
$$
$$
T = T_0(Y) + \varepsilon', \quad \frac{p'}{P} = \frac{\rho'}{\rho_0} + \frac{\Theta'}{T_0} \tag{1.1}
$$

где δ – толщина пограничного слоя; μ – динамическая вязкость; индекс e соответствует параметрам на внешней границе $y \gg \delta$; величины со штрихами и без штрихов – пульсационные и средние компоненты соответствующих величин; масштабный параметр $\varepsilon \ll 1$. Обезразмеривание проведено параметрами потока на внешней границе. Введем число Рейнольдса по этим параметрам как $\mathrm{Re} = \sqrt{x\rho_{0e}U_e\mu_e^{-1}}$, причем безразмерные значения продольной координаты X совпадают со значением Re. Стационарные невозмущенные профили U, ρ_0, T_0 находятся по методике [18], а $T_0 = 1/\rho_0$.

Решение строится методом разложения решения по степеням амплитуды A.

В случае двумерных возмущений в локально-параллельном основном течении вводятся исходные переменные, относительно которых ищется решение, в виде вектора $\mathbf{Z} = |u', u'_Y, v', p', \Theta', \Theta'_Y|$, $u'_Y = du'/dY, \Theta'_Y = d\Theta'/dY$.

Подставляя (1.1) в полную систему уравнений движения для сжимаемого газа [18], с учетом квадратичной и кубической нелинейности получим

$$
L\mathbf{Z} = \mathbf{F} \tag{1.2}
$$

где L – линейный дифференциальный оператор, $\mathbf{F}$ – вектор нелинейных членов. Если линейную часть аппроксимировать приближением Дана–Линя–Алексеева [19], то (1.2) запишется в виде

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial z^1}{\partial Y} - z^2 = 0 \\
\frac{\mu}{\mathrm{Re}}\frac{\partial z^2}{\partial Y} - \rho_0\left(\frac{\partial z^1}{\partial t} + U\frac{\partial z^1}{\partial X} + \frac{\partial U}{\partial Y}z^3\right) - \frac{1}{\gamma \mathrm{M}^2}\frac{\partial z^4}{\partial X} = F^2 \\
\rho_0\left(\frac{\partial z^3}{\partial t} + U\frac{\partial z^3}{\partial X}\right) + \frac{1}{\gamma \mathrm{M}^2}\frac{\partial z^4}{\partial Y} = F^3 \\
\frac{\partial \rho}{\partial t} + U\frac{\partial \rho}{\partial X} + \frac{d\rho_0}{dY}z^3 + \rho_0\left(\frac{\partial z^1}{\partial X} + \frac{\partial z^3}{\partial Y}\right) = F^4
\end{gathered} \tag{1.3}
$$

Здесь $\rho = \rho_0(z^4/P - z^5/T)$.

Компоненты нелинейного вектора, содержащие только невязкие члены, имеют вид

$$
\begin{gathered}
F^2 = \rho(z^1 z^1_X + z^3 z^2) + \rho'(z^1_t + U z^1_X + U_Y z^3) \\
F^3 = \rho(z^1 z^3_X + z^3 z^3_Y) + \rho'(z^3_t + U z^3_X) \\
F^4 = \rho(z^1_X + z^3_Y) + \rho'_X z^1 + \rho_Y z^3 \\
F^6 = \rho'(z^5_t + U z^5_X + T_Y z^3) + \rho(z^1 z^5_X + z^3 z^6) + 2\gamma(\gamma - 1)\mathrm{M}^2 z^4(z^1_X + z^3_Y)
\end{gathered}
$$

Из-за того, что $\rho = \rho_0(Y) + \varepsilon\rho'$ в коэффициентах F^k появляются кубические члены вида $F^q = \rho'(z^i z_X^i + z^k z^l)$.

Краевые условия для возмущений стандартные

$$z^1 = z^3 = z^5 = 0, \quad Y = 0, \quad Y = \infty \tag{1.4}$$

Решение системы (1.3) ищется методом разложения по малому параметру A

$$\mathbf{Z} = \sum_{i=1}^{\infty} A^i(X)\mathbf{Z}^i \tag{1.5}$$

Подставляя (1.5) в (1.3) и приравнивая сумму членов одного порядка по амплитуде A, в первом приближении получаем однородную систему уравнений, коэффициенты которой в параллельном течении не зависят от времени и координаты X. В условиях нейтральной устойчивости $\mathbf{Z}_1$ имеет вид

$$\mathbf{Z}^1 = A_1(X)\exp(i\theta)\mathbf{Z}_1(Y) + A_{-1}(X)\exp(-i\theta)\mathbf{Z}_{-1} \tag{1.6}$$

где $\theta = \alpha X - \omega t$, индексом (-1) помечены комплексно сопряженные величины.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений Дана–Линя–Алексеева [19] с граничными условиями (1.4) является основой для нахождения собственных значений α при заданных значениях частоты ω и числа Рейнольдса Re, а также для построения амплитудных функций линейных волн вида (1.6) с неопределенной амплитудой A. Для функций выбрана нормировка $|z^3|_{\max} = 1$.

Во втором порядке по A система неоднородных дифференциальных уравнений (1.3) используется для построения вторичных гармоник. Исследуем характеристики вторичных волн.

При самовоздействии исходных волн вида (1.6) в нелинейных членах F^k появляются слагаемые вида: $A_1 A_{-1} z_1^i z_{-1}^j$, $A_1 A_1 z_1^i z_1^j \exp(2i\theta)$, $A_{-1} A_{-1} z_{-1}^i z_{-1}^j \exp(-2i\theta)$. Первое из них учитывает порождение гармоник с нулевыми фазами. Назовем их вторичными нулевыми гармониками, а соответствующие им решения – $\mathbf{Z}_{2,0}$. Заведомо стационарные вторичные нулевые гармоники вносят вклад в искажение средних характеристик пограничных слоев.

Из-за силового поля, создаваемого вторыми слагаемыми в F^k, генерируются гармоники с удвоенными фазами 2θ. Назовем их обертонами и обозначим соответствующие им решения через $\mathbf{Z}_{2,2}$, а сопряженные через $\mathbf{Z}_{2,-2}$. Таким образом, в режиме самовоздействия первичная волна порядка $O(A)$ порождает две вторичные компоненты.

Вторичные волны также удовлетворяют краевым условиям (1.4).

Если не учитывать зависимость амплитуды A от продольной координаты в третьем порядке (для $\mathbf{Z}_3$), появляются резонансные члены как в результате перемножения компонентов векторов $\mathbf{Z}_{2,0}$ и исходной волны типа $A_1 z_1^i(Y)\exp(i\theta)$, вектора $\mathbf{Z}_{2,2}$ и исходных членов $A_{-1} z_{-1}^k(Y)\exp(-i\theta)$, так и в результате тройного перемножения членов первого порядка $A_1^3(z_1^i z_{-1}^j z_1^k + z_1^i z_1^j z_{-1}^k + z_{-1}^i z_1^j z_1^k)\exp(i\theta)$.

Если же принять во внимание зависимость амплитуды A_1 от X, тогда в левой части системы наряду с членами классической теории появляются компоненты, пропорциональные $\mathrm{d}A_1/\mathrm{d}X$. Перенося их в правую часть, получаем вырожденный левый оператор, а $\mathrm{d}A_1/\mathrm{d}X$ и второй коэффициент Ландау b^r определяются из условия разрешимости системы уравнений с правой частью [20].

В случае трехмерных возмущений, пропорциональных $\exp[i(\alpha X + \beta Z - \omega t)n]$, где n – целое число, задача сводится к исследованию двумерных возмущений, если воспользоваться заменой $\alpha' X' = \alpha X + \beta Z$ [18]. При этом число Рейнольдса заменяется числом $\mathrm{Re}' = \alpha \mathrm{Re}/\alpha'$, число Маха – на $M' = \alpha M/\alpha'$, где $\alpha' = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$.

Выше установлено, что если $b^r < 0$, имеет место мягкое возбуждение, периодические устойчивые колебания ответвляются в неустойчивую область. При $b^r > 0$ имеет место жесткое возбуждение, существуют периодические неустойчивые решения в устойчивой относительно малых колебаний области.

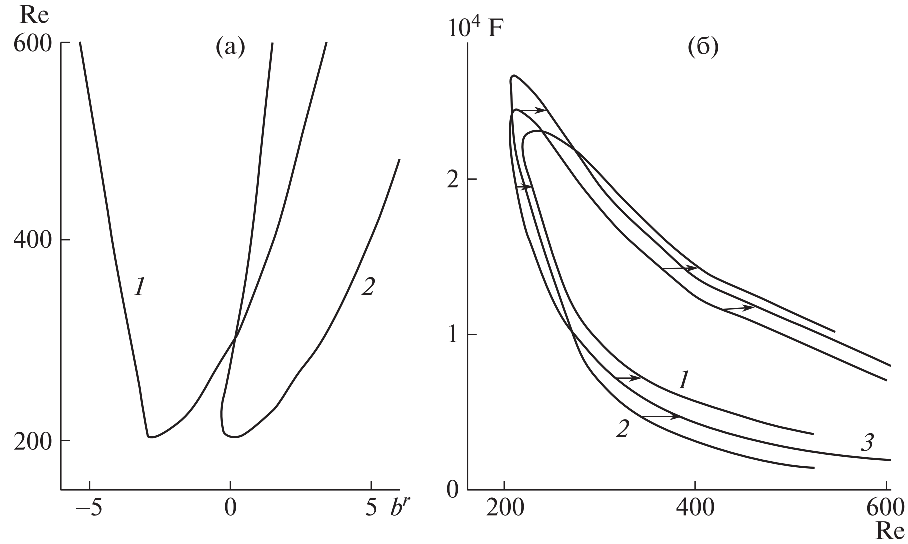

Рис. 1. Нелинейные коэффициенты b^r двумерных вихревых волн (а) для сжимаемого газа с учетом кубических членов *1* и без их учета *2*; нейтральная кривая бесконечно малых возмущений – *3* и тенденции сдвига этой кривой в нелинейной области для сжимаемого газа с учетом кубических членов *1* и без их учета *2* (б)

2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

При числе M = 2 рассматривались как двумерные, так и трехмерные (с небольшим азимутальным волновым числом β) вихревые возмущения первой моды в широком диапазоне чисел Рейнольдса $\mathrm{Re_c} < \mathrm{Re} < 700$, $\mathrm{Re_c}$ – критическое число Рейнольдса, на частотах с безразмерными частотными параметрами $0.1 \times 10^{-4} < F < 3 \times 10^{-4}$, $F = \omega/\mathrm{Re}$. Исходные данные соответствовали экспериментам [10], в опытах температура торможения была постоянной и составляла 310 K, $\gamma = 1.4$, $\sigma = 0.72$.

Подробные результаты изучения автоколебаний в окрестности нейтральной кривой только при учете влияния вторичных гармоник изложены в [20, 21]. Кратко процитируем [21]: там показано, что взаимодействие с вторичными нулевыми гармониками оказывает на двумерные первичные волны стабилизирующее влияние (все коэффициенты b^r отрицательны), а обертоны, напротив, дестабилизируют исходные возмущения (все b^r положительны). В результате на верхней ветви ветвление осуществляется в докритическую область, в область затухающих колебаний, что расширяет область растущих волн в сравнении с нейтральной кривой бесконечно малых колебаний. На носике нейтральной кривой суммарные коэффициенты имеют положительные значения. Смена знака этих коэффициентов (ветвление) имеет место при Re = 204.6, это чуть правее критического числа Рейнольдса $\mathrm{Re_c} = 204.4$. Таким образом, в $\mathrm{Re_c}$ реализуется довольно слабое мягкое возбуждение автоколебаний.

На нижней ветви до Re = 270 автоколебания осуществляются при Re, превосходящих нейтральные значения, это указывает на закритический режим возбуждения. Далее опять происходит смена ветвления и для Re > 270 – переход к докритическому режиму, как на верхней ветви нейтральной кривой (кривая *2* на рис. 1а).

На рис. 1б показана тенденция сдвига от нейтральных точек бесконечно малых возмущений (кривая *3*) в нелинейной модели такого приближения (*2*).

Дополним эти результаты, включая в нелинейные коэффициенты b^r влияние кубичных по амплитуде членов (кривая *1* на рис. 1а). Оказалось, что такое добавочное воздействие значительно меняет характер возбуждения, расширяя области закритических режимов и значительно увеличивая $\mathrm{Re_c}$. На рис. 1б гипотетическая нейтральная кривая для таких коэффициентов Ландау обозначена *1*.

Рассмотренные здесь установившиеся вторичные периодические режимы – режимы двумерного типа, в то время как в сверхзвуковых пограничных слоях наиболее важны трехмерные колебания, и, следовательно, трехмерные режимы. Трехмерный режим протестирован в настоящей работе для волн с невысоким азимутальным волновым числом (2β = 0.05). Оказалось, что

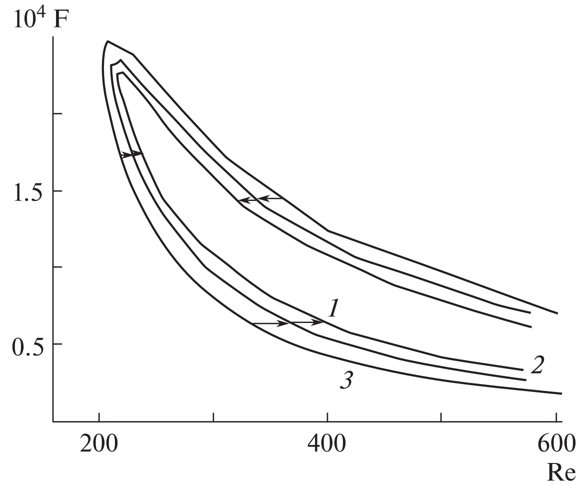

Рис. 2. Кривая нейтральной устойчивости для малых и тенденция ее сдвига для конечных трехмерных вихревых возмущений ($2\beta = 0.05$) при M = 2; обозначение кривых как на рис. 1б

для таких компонент процесс влияния искажения средних параметров намного превосходит дестабилизирующее влияние порождения обертона, и автоколебательный режим полностью осуществляется в закритических областях (мягкое возбуждение). При этом увеличивается Re_c и сужается область растущих частот (кривая *2* на рис. 2) в сравнении с исходным режимом для бесконечно малых возмущений (*3*). Учет кубических нелинейных членов усиливает это воздействие (*1*). Качественное подтверждение уменьшения амплитуд таких компонент с ростом Re зафиксировано в экспериментах с контролируемыми возмущениями.

Итак, сопоставляя представленные на рис. 1б и рис. 2 нейтральные кривые для бесконечно малых и конечных возмущений при M = 2, можно сделать вывод, что для вихревых волн в нелинейной области устойчивость пограничного слоя возрастает и лишь на верхней ветви остаются области дестабилизации. Наличие же азимутальной компоненты у трехмерных возмущений с невысокими азимутальными волновыми числами компенсирует и эту дестабилизацию. В целом это способствует затягиванию области ламинарного режима.

Представим результаты для высокого сверхзвукового числа Маха (M = 5.35). Как известно, в этой области M наряду с вихревыми волнами первой моды реализуются и более неустойчивые акустические колебания (вторая мода). Критические числа Рейнольдса двумерных волн этих мод $\mathrm{Re}_c = 136$ и 125.7 соответственно.

Для вихревых возмущений по [21] получены автоколебательные режимы, ответвляющиеся в докритическую область, так что в Re_c осуществляется жесткое возбуждение (кривая *2* на рис. 3). В этом случае очень значительным оказывается дестабилизирующее влияние порождения обертонов, которое не компенсируется более мягким влиянием вторичных нулевых гармоник, как это наблюдалось на M = 2. Получено очень высокое значение коэффициента b^r в районе Re_c. Этот эффект, скорее всего, связан с возрастанием сжимаемости газа, в [20] показано, что с ростом M происходит более сильное воздействие на характеристики возмущений в нелинейной области. Учет кубических членов в нелинейных коэффициентах и рассмотрение задачи в полной постановке усугубляют эту дестабилизацию. К сожалению, удалось получить решение не на всей нижней кривой (кривая *1* рис. 3), но тенденция ясна. Здесь же приведена соответствующая нейтральная кривая для малых колебаний (*3*).

Приведем данные для двумерных акустических волн 2 моды (M = 5.35). По данным [21] вторичные гармоники на нижней и верхней нейтральных ветвях ведут себя противоположно, осуществляя некую конкуренцию воздействий, что приводит к суммарным коэффициентам, показанным на рис. 4а линией *2*. На нижней ветви, в районе Re_c и на части верхней ветви при невысоких Re реализуется жесткое возбуждение и имеют место докритические автоколебательные режимы, сменяемые на верхней ветви закритическими при более высоких Re. Характерно, что в районе Re_c величина b^r мала, а потому уменьшение его незначительно.

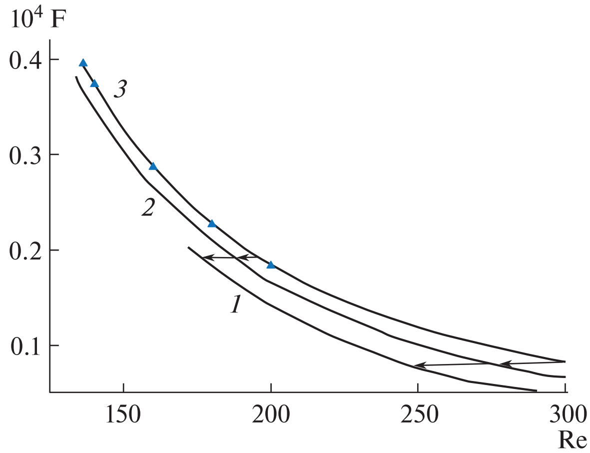

Рис. 3. Данные, аналогичные рис. 2 для двумерных вихревых волн при M = 5.35; обозначение кривых как на рис. 1б

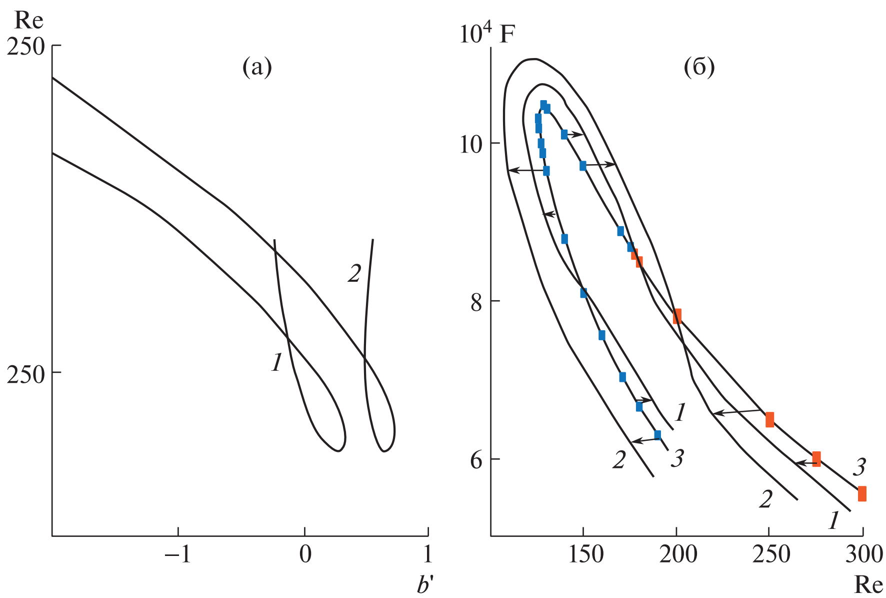

Рис. 4. Нелинейные коэффициенты b^r двумерных акустических волн (а) для сжимаемого газа с учетом кубических членов *1* и без их учета *2*; обозначение нейтральных кривых как на рис. 1б

Учет кубических членов значительно меняет эту картину. Во-первых, еще больше уменьшается b^r в районе Re_c, а, значит, и ослабляется жесткий характер возбуждения. Наряду с этим расширяются области закритических режимов (кривая *1* на рис. 4а).

Соответствующие гипотетические нейтральные кривые для акустической моды при M = 5.35 показаны на рис. 4б, обозначения кривых как на рис. 1б, 2, 3.

Сравнивая значения коэффициентов для этих двух мод в районе Re_c ($b^r > 50$ для первой моды и $b^r \sim 0.5$ для второй), ожидается, что в нелинейной области критическое число Рейнольдса вихревых возмущений может стать меньше, чем акустических. А это значит, что вихревые волны могут обогнать в росте акустические и стать превалирующими.

Среди вторичных гармоник наибольший интерес представляют нулевые, определяющие деформацию эпюр осредненной продольной скорости и средней температуры. На рис. 5 показаны их типичные распределения для вихревой моды при M = 2 и акустической при M = 5.35 на теплоизолированной стенке. Деформация средних значений записывается как $\Delta U = |A_1|^2 u_{2,0}$, она

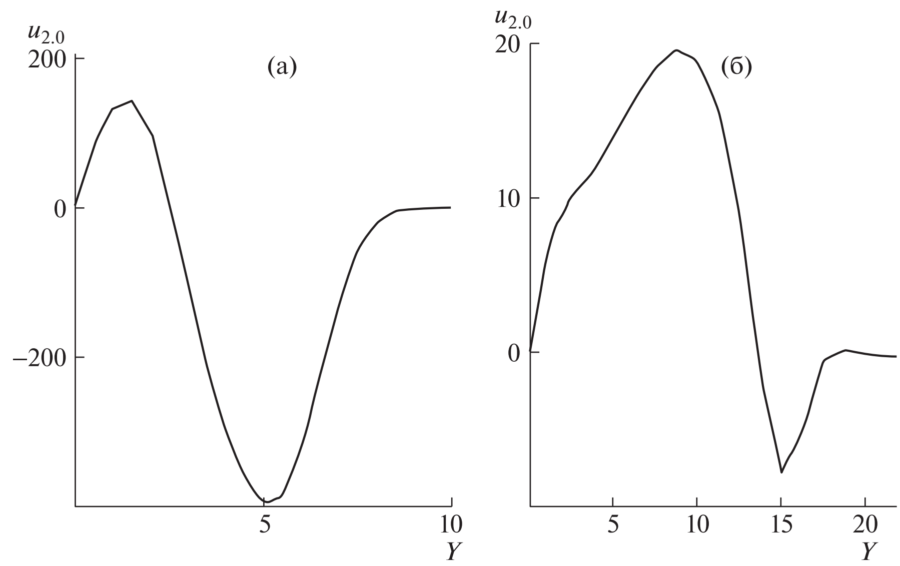

Рис. 5. Типичные вторичные нулевые гармоники $u_{2,0}$ для вихревых на M = 2 (а) и акустических волн при M = 5.35 (б)

определяется квадратами амплитуд исходных волн. Таким образом, вид вторичных нулевых гармоник показывает направление деформации средних значений в области высоких амплитуд возмущений, и он различен у волн разной природы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате настоящих исследований нелинейных волн определен характер ветвления автоколебательных режимов в пограничных слоях сжимаемого газа при сверхзвуковых скоростях (M = 2 и 5.35) обтекания на основе анализа нелинейных коэффициентов (коэффициентов Ландау). Установлено, что учет кубических членов значительно сказывается на характере ветвления автоколебательных режимов на верхней и нижней ветвях кривых нейтральной устойчивости.

Рассмотренные дву- и трехмерные вихревые возмущения при умеренном сверхзвуковом числе Маха обнаруживают мягкий характер возбуждения.

Для M = 5.35, напротив, установлен жесткий характер возбуждения как для вихревых, так и акустических колебаний, влияние вблизи Re_c для вихревой моды столь велико, что в нелинейной области эволюции эта мода может стать преобладающей.

Показано, что характер деформации средних скоростей при самовоздействии (образовании вторичных гармоник с нулевой фазой) для волн разной природы различен.

Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 гг. (проект АААА- 22.6.4).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Ландау Л. Д.* К проблеме турбулентности // Доклады АН СССР. 1944. Т. 44. С. 339–342.
2. *Гапонов С.А., Левченко В.Я.* Современные проблемы перехода пограничного слоя // Успехи механики. 1981. № 4. С. 47–90.
3. *Струминский В.В.* Аэродинамика и молекулярная газовая динамика. М.: Наука, 1985, 240 с.
4. *Гольдштик М.А., Штерн В.Н.* Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. Новосибирск: Наука, 1989, 366 с.
5. *Петров Г.В.* Гармоники волн Толлмина–Шлихтинга в сжимаемом пограничном слое // Теплофизика и аэромеханика. 2008. Т. 15. № 4. С. 599–602.
6. *Zhong L.X., Wang X.* Direct Numerical Simulation on the Receptivity, Instability, and Transition of Hypersonic Boundary // Annu. Rev. Fluid Mech. 2012. V. 44. P. 527–561.
7. *Craik A.D.D.* Non-linear resonant instability in boundary layers // J. Fluid Mech. 1971. V. 50. P. 393–413.

8. *Zelman M.B., Maslennikova I.I.* Tollmien–Schlichting wave resonant mechanism for subharmonic type transition // J. Fluid Mech. 1993. V. 252. P. 449–478.
9. *Гапонов С.А., Масленникова И.И.* Субгармоническая неустойчивость сверхзвукового пограничного слоя // Теплофизика и аэромеханика. 1997. Т. 4. № 1. С. 3–12.
10. *Ермолаев Ю.Г., Косинов А.Д., Семенов Н.В.* Характерные особенности слабонелинейного взаимодействия волн неустойчивости в сверхзвуковом пограничном слое // Вестник НГУ. Серия: Физика. 2008. Т. 3. Вып. 3. С. 3–13.
11. *Гапонов С.А., Терехова Н.М.* Трехволновые взаимодействия возмущений в гиперзвуковом пограничном слое на непроницаемой и пористой поверхностях // Изв. РАН. МЖГ. 2009. № 3. С. 36–46.
12. *Юдович В.И.* Об устойчивости стационарных течений вязкой несжимаемой жидкости // Доклады АН СССР. 1965. Т. 161. № 5. С. 1037–1040.
13. *Андрейчиков И.П., Юдович В.И.* Об автоколебательных режимах, ответвляющихся от течения Пуазейля в плоском канале // Доклады АН СССР. 1972. Т. 202. № 4. С. 791–794.
14. *Володин А.Г., Зельман М.Б.* Парные нелинейные взаимодействия волн Толлмина–Шлихтинга в течениях типа пограничного слоя // Изв. АН СССР. МЖГ. 1978. № 5. С. 78–84.
15. *Терехова Н.М.* Комбинационное взаимодействие неустойчивых возмущений в сверхзвуковой струе // Изв. СО РАН. Сер. Техн. наук. 1993. № 5. С. 82–93.
16. *Терехова Н.М.* Комбинационное взаимодействие возмущений в сверхзвуковом пограничном слое // ПМТФ. 2002. Т. 43. № 5. С. 41–48.
17. *Гапонов С.А., Терехова Н.М.* Эволюция возмущений повышенной интенсивности в сверхзвуковом пограничном слое // Аэромеханика и газовая динамика. 2003. № 1. С. 28–38.
18. *Гапонов С.А., Маслов А.А.* Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1980. 144 с.
19. *Алексеев М.А.* Об асимптотических приближениях в задаче устойчивости ламинарного пограничного слоя при сверхзвуковых скоростях // Труды ЦАГИ. 1972. Вып. 1420. 27 с.
20. *Гапонов С.А., Терехова Н.М.* Автоколебания, ответвляющиеся от нейтральной кривой в сверхзвуковом пограничном слое при М = 2 // Вестник НГУ. Сер. Физика. 2016. Т. 11. Вып. 3. С. 5–15.
21. *Терехова Н.М.* Автоколебания в сверхзвуковом пограничном слое // Теплофизика и аэромеханика. 2017. Т. 24. № 6. С. 973–976.