

УДК 532.613.5

ДИНАМИКА ВСПЛЫТИЯ КЛАСТЕРА ПУЗЫРЬКОВ В ПРИСУТСТВИИ ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНОГО ВЕЩЕСТВА

© 2020 г. В. А. Архипов^а, А. С. Усанина^{а,*}, С. А. Басалаев^а,
Л. Е. Каличкина^а, В. С. Мальков^а

^а Томский государственный университет, Томск, Россия

*E-mail: Usaninaanna@mail.ru

Поступила в редакцию 23.04.2019 г.

После доработки 26.05.2019 г.

Принята к публикации 24.07.2019 г.

Представлены результаты экспериментального исследования процесса всплытия компактного кластера монодисперсных пузырьков воздуха в жидкости, содержащей поверхностно-активное вещество, при числах Рейнольдса $Re = 0.001–1$. Для исследования эффекта ПАВ на движение кластера пузырьков разработана экспериментальная установка. Исследовано влияние размера пузырьков, концентрации кластера пузырьков и концентрации поверхностно-активного вещества в жидкости на динамику всплытия группы пузырьков. Получены эмпирические зависимости для коэффициента сопротивления кластера пузырьков, всплывающего в присутствии и в отсутствие поверхностно-активного вещества.

Ключевые слова: кластер пузырьков, поверхностно-активное вещество, коэффициент сопротивления, число Рейнольдса, экспериментальное исследование

DOI: 10.31857/S0568528120010028

Закономерности движения деформируемых частиц дисперсной фазы (капель или пузырьков) при наличии поверхностно-активного вещества (ПАВ) исследовались преимущественно для случая движения одиночной частицы [1–10]. Показано, что скорость движения одиночной сферической капли или пузырька в присутствии ПАВ уменьшается за счет изменения коэффициента поверхностного натяжения на границе раздела фаз и описывается стоковским режимом движения твердой сферы [11]. В зависимости от концентрации ПАВ в растворе выделяют три модели распределения ПАВ на поверхности частицы [12]. Первая модель характеризуется небольшим количеством ПАВ. За счет циркуляции жидкости молекулы ПАВ сносятся с передней поверхности частицы к ее кормовой части, поэтому в передней области частицы поверхностное движение сохраняется, а в кормовой — тормозится. При увеличении числа молекул ПАВ в растворе реализуется вторая модель, при которой происходит “затвердевание” всей поверхности частицы. Третья модель характеризуется большими значениями концентрации ПАВ, когда исчезает сила, стремящаяся затормозить поверхностное движение капли, и поверхностное движение капли восстанавливается.

В существующих в ограниченном количестве публикациях по движению кластера деформируемых частиц дисперсной фазы (системы равномерно распределенных в объеме жидкости частиц) в присутствии ПАВ данный вопрос рассматривается в контексте решения различных технологических и медицинских задач при задании конкретных условий процесса, в частности, интенсификация процесса гидратизации газов дроблением газовых пузырьков в ударных волнах [13], образование и поведение многослойных газовых пузырьков в составе бурового раствора и кольтмационном экране при вскрытии нефтегазоносных пластов с низким пластовым давлением [14, 15] и др.

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование динамики движения кластера монодисперсных пузырьков воздуха в жидкости, содержащей ПАВ, и расширение фундаментальных знаний о скорости (коэффициенте сопротивления) движения кластера деформируемых частиц дисперсной фазы в несущей дисперсионной среде при наличии ПАВ. При проведении экспериментов особое внимание уделялось обеспечению воспроизводимости результатов и тщательному анализу погрешностей определения измеряемых и расчетных параметров.

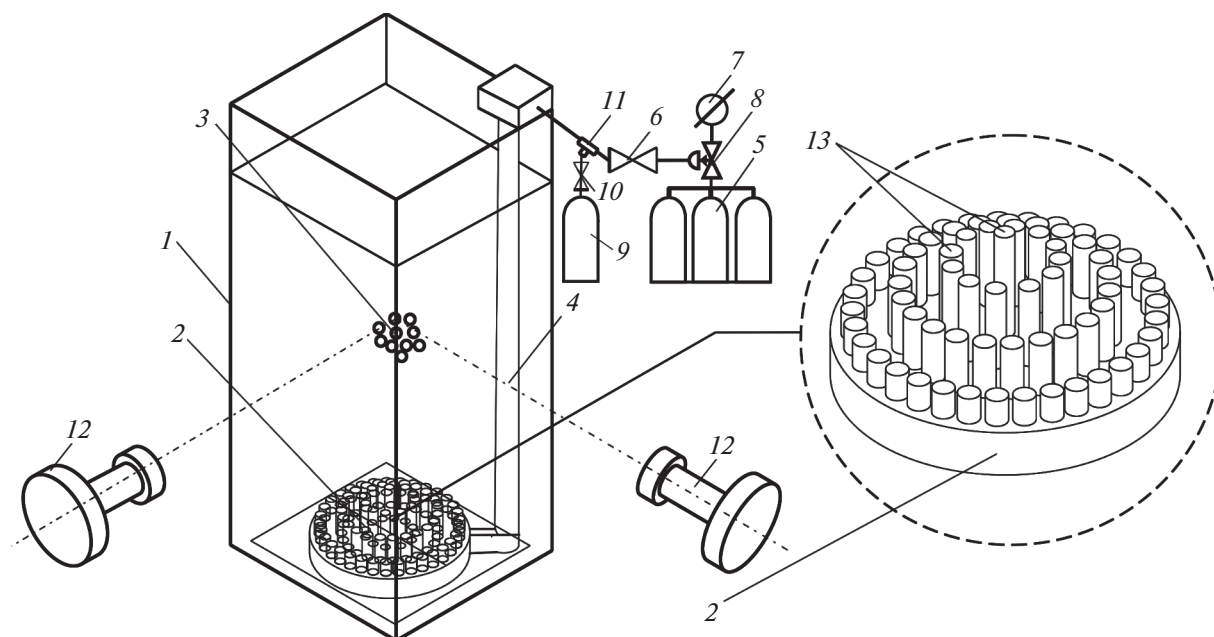


Рис. 1. Схема экспериментальной установки для исследования процесса всплытия системы равномерно распределенных в объеме жидкости монодисперсных пузырьков: 1 – резервуар с жидкостью; 2 – устройство для получения кластера пузырьков; 3 – кластер пузырьков; 4 – патрубок; 5 – резервуар сжатого воздуха; 6 – микроредуктор; 7 – манометр; 8 – редуктор; 9 – емкость; 10 – редуктор; 11 – тройник; 12 – скоростная видеокамера; 13 – трубки.

1. ОПИСАНИЕ МЕТОДИКИ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Для исследования характера, общей картины и основных динамических характеристик процесса всплытия кластера пузырьков в присутствии ПАВ разработана установка, состоящая из кюветы с жидкостью, устройства для получения системы равномерно распределенных в объеме жидкости монодисперсных пузырьков заданного размера и системы визуализации исследуемого процесса. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 1.

Для обеспечения возможности визуализации процесса всплытия кластера монодисперсных пузырьков кювета выполнена в виде резервуара с плоскопараллельными стенками из оптического стекла размером $520 \times 220 \times 220$ мм. Предполагается, что влияние стенок кюветы на динамику кластера пузырьков проявляется одинаковым образом, как в присутствии ПАВ, так и в отсутствие ПАВ. Вопрос о возможном влиянии стенок на динамику пузырьков [16, 17] в настоящей работе не рассматривался.

Для получения компактного кластера монодисперсных пузырьков разработаны два устройства [18, 19].

Первое устройство [18], выполненное в виде коллектора, основывается на продольном поступательно-возвратном смещении пластины, установленной на верхней крышке коллектора и содержащей совмещенные перфорации одинакового диаметра, расположенные в виде равномерной прямоугольной сетки.

Используемое в проведенных экспериментах второе разработанное устройство [19] аналогично первому, включает размещенный в нижней части кюветы с жидкостью коллектор в виде цилиндрической емкости с газопроницаемой верхней крышкой, соединенный патрубком с источником сжатого газа (рис 1). В верхней крышке коллектора в ее центре и по равноотстоящим концентрическим окружностям выполнены перфорации, в которых установлены трубки одинакового диаметра, высота которых одинакова для трубок, расположенных по каждой из окружностей, и линейно уменьшается с увеличением радиуса окружности. Линейное уменьшение высоты трубок, расположенных на окружностях, с увеличением радиуса окружности обеспечивает последовательное образование “колец” пузырьков для каждой из окружностей с одинаковым запаздыванием по времени по мере удаления от центра крышки коллектора. Это позволяет по-

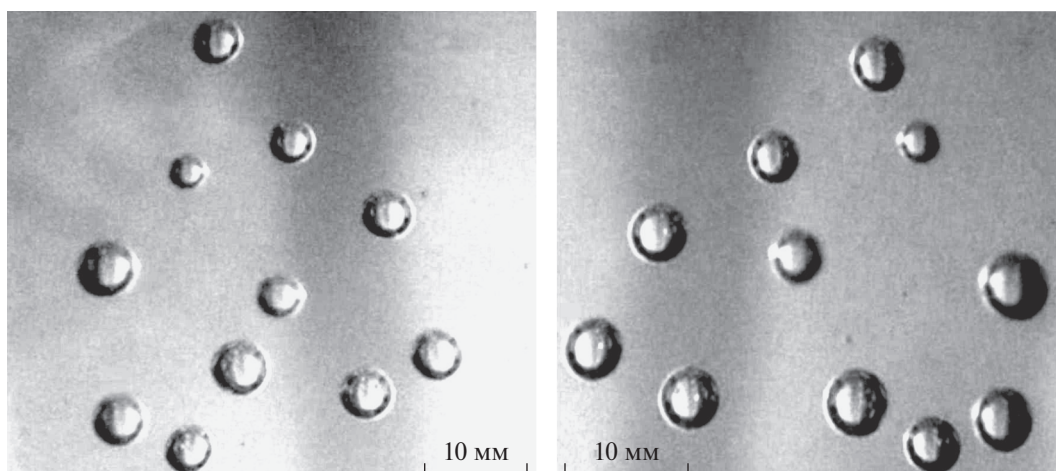


Рис. 2. Фотографии кластера монодисперсных пузырьков воздуха в двух перпендикулярных плоскостях ($d = 4.9$ мм).

лучить компактный кластер с формой, близкой к сферической, с равномерным пространственным распределением пузырьков, рис. 2.

В экспериментах внешний диаметр трубок составлял 0.8–2 мм. Количество трубок варьировалось в диапазоне от 1 до 11. Расстояние между центрами трубок могло изменяться и составляло 16 или 32 мм.

Создание компактного кластера монодисперсных пузырьков в экспериментах осуществлялось следующим образом. С помощью редуктора 10 устанавливалось контролируемое манометром 7 постоянное давление, препятствующее затеканию жидкости через трубки 13 в устройство 2. С помощью редуктора высокого давления 6 и электропневмоклапана импульсно подавался сжатый газ через патрубок 4 в устройство 2. Газ из 2 через трубки 13 в виде пузырьков поступал в окружающую жидкость. После отрыва пузырьков от трубок 13 в жидкости образовывался компактный кластер 3 монодисперсных пузырьков, имеющий практически сферическую форму.

Для определения пространственного расположения каждого отдельного пузырька в кластере в объеме жидкости и расчета линейных и динамических характеристик исследуемого процесса проводилась двухракурсная видеосъемка синхронизированными камерами – цифровой видеокамерой “Panasonic HDC-SD60” и высокоскоростной видеокамерой “Citius C100”. Поле съемки первой видеокамеры составляло 10×10 см с двукратным увеличением. Видеосъемка второй видеокамерой проводилась с пространственным разрешением 704×952 пикселей с темпом 400 кадров в секунду и временем экспозиции 1.7 мс. Для контроля расстояния, пройденного пузырьками в поле съемки второй видеокамеры, была установлена масштабная линейка с ценой деления 1 мм, отградуированная с учетом оптического искажения стенками кюветы.

Для оценки влияния присутствия ПАВ в жидкости на динамику движения кластера пузырьков проведены эксперименты по всплытию системы пузырьков в присутствии и в отсутствие ПАВ. В экспериментах в качестве жидкости использовался глицерин; в качестве ПАВ – додецилсульфат натрия. Эксперименты проведены при концентрациях ПАВ в жидкости, равных $C_s = 7$ и 15 моль/м³.

2. ИЗМЕРЯЕМЫЕ ПАРАМЕТРЫ

При проведении экспериментов проводились измерения всех основных параметров исследуемого процесса – плотности ρ_l , коэффициента динамической вязкости μ , и коэффициента поверхностного натяжения σ_l жидкости, диаметра пузырьков d , диаметра кластера пузырьков D , скорости всплытия кластера пузырьков u , а также объемной концентрации C пузырьков в кластере.

Плотность жидкости в присутствии и в отсутствие ПАВ измерялась ареометром с относительной погрешностью $\delta\rho_l = 0.1\%$ и составляла $\rho_l = 1265$ кг/м³.

Таблица 1. Значения коэффициента поверхностного натяжения жидкостей

Жидкость	Концентрация ПАВ C_s , моль/м ³	σ_l , мН/м
Глицерин	0	64.9
Раствор глицерина и додецил-сульфат натрия	7	42.0
	15	37.4

Коэффициент динамической вязкости μ_l глицерина и раствора глицерин – ПАВ варьировался в диапазоне от 0.7 до 1.7 Па·с и определялся по измеренной скорости стационарного осаждения u_p алюминиевого шарика диаметром $D_p = 3.1$ мм в стоксовском режиме при $Re = (\rho_l u_p D_p / \mu_l) < 1$

$$\mu_l = \frac{g D_p^2 (\rho_p - \rho_l)}{18 u_p}$$

где $g = 9.81$ м/с² – ускорение свободного падения; ρ_p – плотность материала шарика.

Диаметр шарика измерялся микрометром с погрешностью ± 1 мкм (относительная погрешность $\delta D_p = 0.05\%$), плотность материала шарика определялась по формуле

$$\rho_p = \frac{6 M_p}{100 \pi D_p^3}$$

где M_p – масса 100 идентичных шариков, определяемая взвешиванием на аналитических весах с погрешностью ± 0.01 г.

Измеренное значение плотности $\rho_p = 2835$ кг/м³ близко совпадает с табличным значением плотности алюминия ($\rho_p = 2700$ кг/м³) [20]. Скорость осаждения шарика варьировалась в диапазоне от 0.5 до 1.1 см/с и определялась времяпролетным методом с помощью секундомера с относительной погрешностью $\delta u_p = 0.1\%$. Относительная погрешность определения μ_l рассчитывалась по стандартной формуле для погрешности косвенных измерений и не превышала $\delta \mu_l = 0.2\%$.

Значения плотности и коэффициента динамической вязкости используемой в экспериментах жидкости не менялись при введении в нее ПАВ.

Коэффициент поверхностного натяжения глицерина и раствора глицерин – ПАВ измерялся методом отрыва кольца с применением тензиометра К6 KRUSS при температуре 20°C. Метод основан на измерении максимального усилия для отрыва кольца с известной геометрией (длиной смачивания), сделанного из хорошо смачиваемого материала. Калибровку прибора осуществляли с помощью измерения поверхностного натяжения бидистиллированной воды с поправочным коэффициентом $F = 1.0024$. Значение коэффициента поверхностного натяжения жидкостей оценивалось с помощью поправочных коэффициентов Харкинса и Джордана [21] по формуле

$$\sigma_l = \sigma^* \cdot F$$

где σ^* – измеренное поверхностное натяжение; F – поправочный коэффициент, учитывающий вес поднимаемой жидкости. В табл. 1 приведены значения σ_l используемых в экспериментах жидкостей.

Диаметр одиночных пузырьков d в составе кластера пузырьков определялся с относительной погрешностью не более 3% с учетом заданной разрешающей способности видеокамеры. В экспериментах значения диаметра d пузырьков составляли 1.0–7.0 мм.

Начальный диаметр кластера пузырьков D определялся по формуле

$$D = \frac{D_1 + D_2}{2}$$

где D_1 , D_2 – средние значения диаметров миделева сечения кластера в горизонтальном и вертикальном направлениях, соответственно, полученные для двух ракурсов видеосъемки. В экспериментах начальный диаметр D кластера варьировался от 8 до 85 мм.

Объемная концентрация пузырьков в кластере определялась по формуле

$$C = N (d/D)^3$$

Таблица 2. Относительная погрешность параметров экспериментов

$\delta\rho_l, \%$	$\delta\mu_l, \%$	$\delta d, \%$	$\delta\sigma_l, \%$	$\delta D, \%$	$\delta u, \%$
0.1	0.2	3	0.1	3	0.1

где N – количество пузырьков, содержащихся в кластере. В экспериментах величина начальной объемной концентрации C варьировалась в диапазоне от 10^{-4} до 6×10^{-2} .

Средняя скорость всплытия кластера пузырьков u определялась путем обработки результатов видеосъемки. Зная время t и измерительную базу h , пройденную системой пузырьков за это время, скорость всплытия компактного кластера определялась по формуле $u = h/t$. Расстояние h рассчитывалось по центру масс кластера пузырьков с помощью масштабной линейки, установленной в плоскости всплытия пузырьков. Погрешность определения скорости всплытия кластера монодисперсных пузырьков, обусловленная разбросом результатов 3–5 дублирующих опытов, не превышала $\delta u = 0.1\%$ при значении доверительной вероятности $\alpha = 0.95$. Средняя скорость u всплытия кластера пузырьков воздуха в экспериментах варьировалась в диапазоне от 0.4 до 3.9 см/с.

В настоящей работе значение числа Рейнольдса рассчитывалось по параметрам отдельного пузырька, входящего в кластер пузырьков, по формуле $Re = \rho_l u d / \mu_l$.

Анализ результатов обработки видеосъемки рассматриваемого процесса показал, что средняя скорость всплытия отдельного пузырька в составе кластера совпадает со средней скоростью движения компактного кластера пузырьков. Поэтому при расчете числа Re используется скорость кластера пузырьков u . Значение числа Рейнольдса в проведенных экспериментах варьировалось в диапазоне $Re = (0.001–1.0)$ за счет изменения размера пузырьков в кластере и вязкости жидкости.

В табл. 2 приведены значения относительной погрешности определяемых параметров в экспериментах.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ И ИХ АНАЛИЗ

В экспериментах наблюдались два вида всплытия группы пузырьков: контактное взаимодействие и бесконтактное взаимодействие.

Контактное взаимодействие пузырьков при всплытии предполагает наличие коагуляции пузырьков с образованием агломератов пузырьков, коагуляции пузырьков с образованием одного пузырька большего размера, соударения пузырьков без коагуляции. Анализ результатов видеосъемки процесса всплытия группы пузырьков в этом режиме показал, что движение компактного кластера монодисперсных пузырьков не наблюдалось, а происходило образование отдельных многочисленных кластеров или отдельно независимо движущихся пузырьков. В связи с этим экспериментально не представляется возможным анализ динамики и закономерностей движения кластера монодисперсных пузырьков при данном виде всплытия.

Результаты экспериментов по исследованию динамики движения компактного кластера монодисперсных пузырьков воздуха в жидкости получены для бесконтактного вида всплытия, предполагающего движение группы пузырьков, расположенных в начальный момент всплытия на одинаковом расстоянии друг от друга, без соприкосновения.

Экспериментальное значение коэффициента сопротивления кластера пузырьков рассчитывалось из уравнения движения одиночного пузырька в стационарном режиме (при $du/dt = 0$) по формуле [22]

$$C_D = \frac{4gd(\rho_l - \rho)}{3\rho_l u^2}$$

где $\rho = 1.205 \text{ кг/м}^3$ – плотность пузырька воздуха.

Экспериментальные зависимости коэффициента сопротивления кластера пузырьков, всплывающего в присутствии и в отсутствие ПАВ, от числа Рейнольдса приведены на рис. 3. Обнаружено увеличение коэффициента сопротивления (уменьшение скорости всплытия) группы пузырьков при всплытии в жидкости, содержащей ПАВ, по сравнению со скоростью движения группы пузырьков в отсутствие ПАВ в жидкости. Аналогичный характер изменения коэффициента сопротивления (скорости) при добавлении ПАВ в жидкость наблюдалось для случая движе-

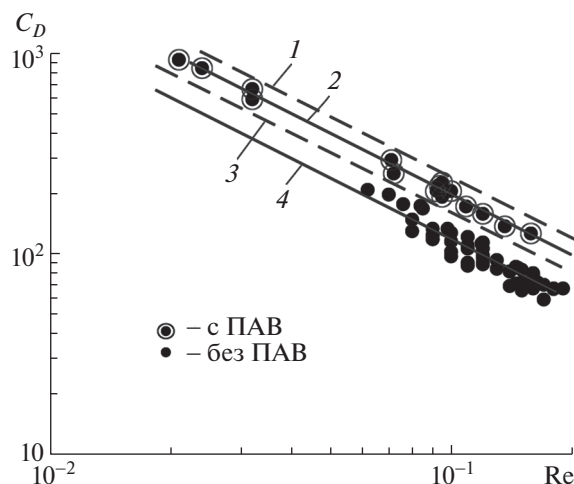


Рис. 3. Зависимость коэффициента сопротивления одиночного пузырька и кластера пузырьков от числа Рейнольдса (кривые 1, 3 – для одиночного пузырька; кривые 2, 4 – для кластера пузырьков); 1 – закон Стокса; 2 – эмпирическая кривая для кластера пузырьков в присутствии ПАВ; 3 – закон Адамара-Рыбчинского; 4 – эмпирическая кривая для кластера пузырьков в отсутствие ПАВ.

ния одиночной деформируемой частицы дисперсной фазы [10]. При движении одиночной частицы при добавлении ПАВ в дисперсионную среду происходит смена режима Адамара-Рыбчинского [23] (кривая 3 на рис. 3)

$$C_D = \frac{16}{Re} \quad (3.1)$$

на стоксовский режим движения [23] (кривая 1 на рис. 3)

$$C_D = \frac{24}{Re} \quad (3.2)$$

Увеличение коэффициента сопротивления кластера пузырьков при введении ПАВ в жидкость объясняется, по-видимому, сменой гидродинамического режима движения каждого отдельного пузырька в составе кластера в присутствии ПАВ.

В исследованном диапазоне числа Рейнольдса $Re = (10^{-3} - 1)$ и начальной объемной концентрации пузырьков $C = (2 \times 10^{-3} - 0.06)$ получена эмпирическая зависимость для коэффициента сопротивления компактного кластера монодисперсных пузырьков, всплывающих в присутствии ПАВ (кривая 2 на рис. 3), с коэффициентом детерминации $R^2 = 0.99$

$$C_D = \frac{18.8}{Re} \quad (3.3)$$

и в отсутствие ПАВ (кривая 4 на рис. 3) с коэффициентом детерминации $R^2 = 0.88$

$$C_D = \frac{11.3}{Re} \quad (3.4)$$

В проведенных экспериментах достигнуты два режима движения кластера пузырьков – режимы “продуваемого” и “частично продуваемого” облака [22].

В режиме “продуваемого” облака расстояние между пузырьками большое и кластер пузырьков всплывает со скоростью одиночного пузырька из этого кластера.

В режиме “частично продуваемого” облака пузырьки при всплытии оказывают воздействие на траекторию и скорость всплытия соседних пузырьков в кластере, поэтому движение группы пузырьков не описывается известными законами движения для одиночных деформируемых частиц дисперсной фазы.

В настоящей работе определено значение начальной объемной концентрации C^* кластера пузырьков, соответствующее переходу от режима “продуваемого” облака к режиму “частично продуваемого” облака. Анализ экспериментальных данных по динамике всплытия кластера пузырьков показал, что режим “частично продуваемого” облака реализуется при значении начальной

Таблица 3. Значения C_s^* и d , при которых наступает смена закона движения кластера пузырьков

C_s^* , моль/м ³	15	7
d , мм	≤ 4	≤ 1.5

объемной концентрации $C^* > 2 \times 10^{-3}$. Результаты обработки экспериментальных данных показали, что величина C^* не зависит от наличия ПАВ в жидкости. При $C^* > 2 \times 10^{-3}$ происходит смена зависимости для коэффициента сопротивления кластера пузырьков с (3.1) на (3.4) при движении в отсутствие ПАВ, и с (3.2) на (3.3) при всплытии в жидкости, содержащей ПАВ. Увеличение скорости всплытия кластера пузырьков по сравнению со скоростью одиночного пузырька объясняется возникновением вихревых течений за счет взаимодействия потока жидкости с пузырьками.

Анализ обработки результатов видеосъемки процесса всплытия кластера монодисперсных пузырьков в присутствии ПАВ, показал, что влияние ПАВ на динамику (коэффициент сопротивления, скорость) движения кластера при заданном размере пузырьков d наступает при определенном критическом значении концентрации C_s^* ПАВ. В табл. 3 приведены экспериментальные данные по величинам C_s^* и d , при которых начинается смена закона движения кластера пузырьков с (3.4) на (3.3) в диапазоне числа Рейнольдса Re от 0.001 до 1. Из табл. 3 следует, что с увеличением размера пузырьков в кластере значение критической концентрации ПАВ возрастает.

Поскольку ПАВ разных классов характеризуются различной критической концентрацией мицеллообразования, связанной с особенностями строения молекул ПАВ, то для каждой конкретной пары жидкость — ПАВ существуют свои значения C_s^* и d .

В экспериментах рассмотрены две модели распределения ПАВ на поверхности пузырька — модель “затвердевшей кормовой части” и модель “полного затвердевания”, отличающиеся концентрацией ПАВ в жидкости.

Обнаружено, что в рамках модели “затвердевшей кормовой части”, начиная с некоторого размера пузырька, наблюдается деформация пузырьков в кластере, проявляющаяся в появлении “хвоста” в кормовой части пузырьков (рис. 4). Это, по-видимому, можно объяснить тем, что в жидкости содержится недостаточное количество ПАВ, молекулы которого сносятся с передней поверхности к кормовой части пузырьков. В результате этого в кормовой части пузырьков меняются свойства поверхности и происходит их деформация. Экспериментально показано, что в отсутствие ПАВ деформация пузырьков в пересекающемся диапазоне чисел Рейнольдса не наблюдается. Данный вопрос о деформации пузырьков в присутствии и в отсутствие ПАВ более подробно рассмотрен в работе [10].



Рис. 4. Фотография всплытия группы пузырьков в растворе глицерин — додецилсульфат натрия ($d = 5.8$ мм, $C_s = 15$ моль/м³).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты экспериментального исследования процесса всплытия компактного кластера монодисперсных пузырьков воздуха в жидкостях, содержащих ПАВ, позволяют сделать следующие выводы.

- Разработано экспериментальное устройство для исследования основных динамических характеристик процесса всплытия компактного кластера пузырьков в жидкости, содержащей ПАВ.

- В диапазоне числа Рейнольдса Re от 0.001 до 1 и начальной объемной концентрации пузырьков в кластере C от 10^{-4} до 6×10^{-2} получена эмпирическая зависимость для коэффициента сопротивления группы пузырьков, всплывающих в присутствии и в отсутствие ПАВ.

- В исследованном диапазоне числа Рейнольдса Re от 0.001 до 1 найдено граничное значение начальной объемной концентрации $C^* = 2 \times 10^{-3}$ пузырьков в кластере, разделяющее режим “продуваемого” и “частично продуваемого” облака.

- Экспериментально обнаружено, что существует некоторое критическое значение концентрации ПАВ в жидкости, начиная с которого происходит смена закона движения кластера пузырьков, при этом это критическое значение концентрации является функцией размера пузырьков (с увеличением размера пузырьков значение критической концентрации возрастает).

- Обнаружено, что начиная с некоторого размера пузырьков в кластере, наблюдается их деформация, проявляющаяся в появлении “хвоста” в кормовой части пузырьков.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 15-19-10014).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bel Fdhila R., Duineveld P.C.* The effect of surfactant on the rise of a spherical bubble at high Reynolds and Peclet numbers // *Phys. Fluids*. 1996. V. 8. № 2. P. 310–321.
<https://doi.org/10.1063/1.868787>
2. *Almatroushi E., Borhan A.* Surfactant effect on the buoyancy-driven motion of bubbles and drops in a tube // *Ann. N.Y. Acad. Sci.* 2004. V. 1027. P. 330–341.
<https://doi.org/10.1196/annals.1324.028>
3. *Zhang Y., Finch A.* A note on single bubble motion in surfactant solutions // *J. Fluid Mech.* 2001. V. 429. P. 63–66.
<https://doi.org/10.1017/S0022112000002755>
4. *Stone H.A., Leal L.G.* The effects of surfactants on drop deformation and breakup // *J. Fluid Mech.* 1990. V. 220. P. 161–186.
<https://doi.org/10.1017/S0022112090003226>
5. *Clift R., Grace J.R., Weber M.E.* Bubbles, Drops and Particles. NY.: Academic Press, 1978. 380 p.
6. *Harper J.F.* On spherical bubbles rising steadily in dilute surfactant solutions // *Q. J. Mech. Appl. Math.* 1974. V. 27. P. 87–100.
<https://doi.org/10.1093/qjmam/27.1.87>
7. *Edge R.M., Grant C.D.* The motion of drops in water contaminated with a surface active agent // *Chem. Eng. Sci.* 1972. V. 27. № 9. P. 1709–1721.
[https://doi.org/10.1016/0009-2509\(72\)80085-X](https://doi.org/10.1016/0009-2509(72)80085-X)
8. *Воинов О.В.* Волновые движения в слое вязкой жидкости в присутствии поверхностно-активных веществ // *ПМТФ*. 1971. № 3. С. 81–89.
9. *Петров А.Г.* Аналитическая гидродинамика. Учеб. пособ.: Для Вузов. М: Физматлит, 2010. 520 с.
10. *Архипов В.А., Васенин И.М., Усанина А.С.* Динамика всплытия пузырька в присутствии поверхностно-активных веществ // *Изв. РАН. МЖГ*. 2016. № 2. С. 142–151.
<https://doi.org/10.7868/S0568528116020067>
11. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987. 464 с.
12. *Palaparthi R., Papageorgiou D.T., Maldarelli C.* Theory and experiments on the stagnant cap regime in the motion of spherical surfactant-laden bubbles // *J. Fluid Mech.* 2006. V. 559. P. 1–44.
<https://doi.org/10.1017/S0022112005007019>
13. *Донцов В.Е.* Процессы растворения и гидратообразования за ударной волной в жидкости с пузырьками из смеси азота и углекислого газа при наличии поверхностно-активного вещества // *Теплофизика и аэромеханика*. 2009. Т. 16. № 1. С. 89–101.
14. *Линд Ю.Б.* Моделирование динамики многослойного газового пузырька в жидкости // Тезисы доклада VIII Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям.

15. *Sebba F.* Foams and biliquid foams-apfrons. N.Y.: J. Wiley&Sons, 1987. 236 p.
16. *Mylyk A., Meile W., Brenn G., Ekiel-Jezewska M.L.* Break-up of suspension drops settling under gravity in a viscous fluid close to a vertical wall // *Phys. Fluids*. 2011. V. 23. 063302.
<https://doi.org/10.1063/1.3600660>
17. *Гуськов О.Б., Струминский В.В.* Динамика дисперсных потоков в присутствии границ // Докл. АН СССР. 1985. Т. 285. № 4. С. 832–835.
18. *Архипов В.А., Басалаев С.А., Усанина А.С., Перфильева К.Г., Поленчук С.Н.* Установка для исследования динамики всплытия пузырькового кластера в жидкости: Патент 2683147 РФ. 2018. № 9. С. 13.
19. *Архипов В.А., Басалаев С.А., Усанина А.С., Перфильева К.Г., Поленчук С.Н., Романдин В.И.* Устройство для создания компактного кластера монодисперсных пузырьков: Патент 2670228 РФ. 2017. № 29. С. 15.
20. *Гороновский И.Т., Назаренко Ю.П., Некряч Е.Ф.* Краткий справочник по химии. Киев: Наукова думка, 1974. 967 с.
21. *Русанов А.И., Прохоров В.А.* Межфазная тензиометрия. СПб.: Химия, 1994. 400 с.
22. *Фукс Н.А.* Механика аэрозолей. М.: Изд-во АН СССР, 1955. 352 с.
23. *Левич В.Г.* Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматлит, 1959. 700 с.