

УДК 532.59

РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ ГРАВИТАЦИОННЫХ БАРОТРОПНЫХ ВОЛН В ДВУХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ

© 2019 г. В. А. Калиниченко^{a,b,*}

^a Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

^b МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

* E-mail: kalin@ipmnet.ru

Поступила в редакцию 03.06.2019 г.

После доработки 25.06.2019 г.

Принята к публикации 25.06.2019 г.

Обсуждаются результаты экспериментов по исследованию влияния верхнего слоя вязкой жидкости на процесс разрушения и регуляризацию стоячей гравитационной волны Фарадея на свободной поверхности двухслойной жидкости в прямоугольном сосуде. Проведено сравнение со случаем стоячих гравитационных волн на свободной поверхности однородных жидкостей, вязкость которых существенно отличается — вода и растительное масло. Рассмотрен эффект увеличения толщины верхнего слоя на предельную крутизну регулярной волны и ее диссипативные характеристики. Показана определяющая роль формирующейся при интенсивных колебаниях несмешивающихся жидкостей эмульсии в подавлении механизма разрушения стоячих волн.

Ключевые слова: регулярные, нерегулярные и разрушающиеся поверхностные волны Фарадея, двухслойная жидкость, баротропные волны, вязкость жидкости, диссипативные эффекты, эмульсия

DOI: 10.1134/S0568528119060069

Гравитационные волны в двухслойной жидкости со свободной поверхностью подразделяются на волны первого и второго видов [1] или на баротропные и бароклинные волны [2]. В случае баротропных волн (волны первого вида) свободная поверхность и граница раздела двухслойной системы совершают синфазные колебания. Волновые движения, при которых свободная поверхность и граница раздела двух жидкостей колеблются в противофазе, относятся к барокливному режиму колебаний двухслойной жидкости (волны второго вида).

Результаты аналитического и экспериментального анализа условий параметрического возбуждения баротропных и бароклинных капиллярных волн приведены в [3, 4]. Поле скоростей частиц двухслойной жидкости в режиме параметрических бароклинных колебаний исследовалось в [5]. Взаимодействие гравитационных волн на свободной поверхности и границе раздела двухслойной жидкости в прямоугольном сосуде, совершающем гармонические угловые колебания около горизонтальной оси, рассмотрено в [6].

Гравитационные баротропные волны по сравнению с волнами бароклинные исследованы в меньшей степени. Теоретическая оценка коэффициента затухания таких волн в случае бесконечно глубокого нижнего слоя приведена в [7]. Установлено, что наличие верхнего слоя жидкости приводит к увеличению собственной частоты нелинейных волн первого вида [8]. Теоретически и экспериментально возбуждение гравитационных волн Фарадея в режиме баротропных колебаний двухслойной жидкости рассматривалось в [9].

Известно, что тонкий слой масла приводит к подавлению капиллярной ряби на поверхности моря — например, [10, 11]. Анализ гравитационно-капиллярных волн в системе пленка — жидкость проведен в [12], причем под пленкой понимается монослой поверхностно-активного вещества или масла. Если монослой рассматривать как бесконечно тонкий слой верхней жидкости в двухслойной системе, то колебания пленка — жидкость происходят в баротропном режиме. Отметим, что в литературе отсутствует единая точка зрения на сам факт влияния и механизм воздействия нефтяных пленок на затухание гравитационных волн частотой менее 60 с^{-1} — [11, 13].

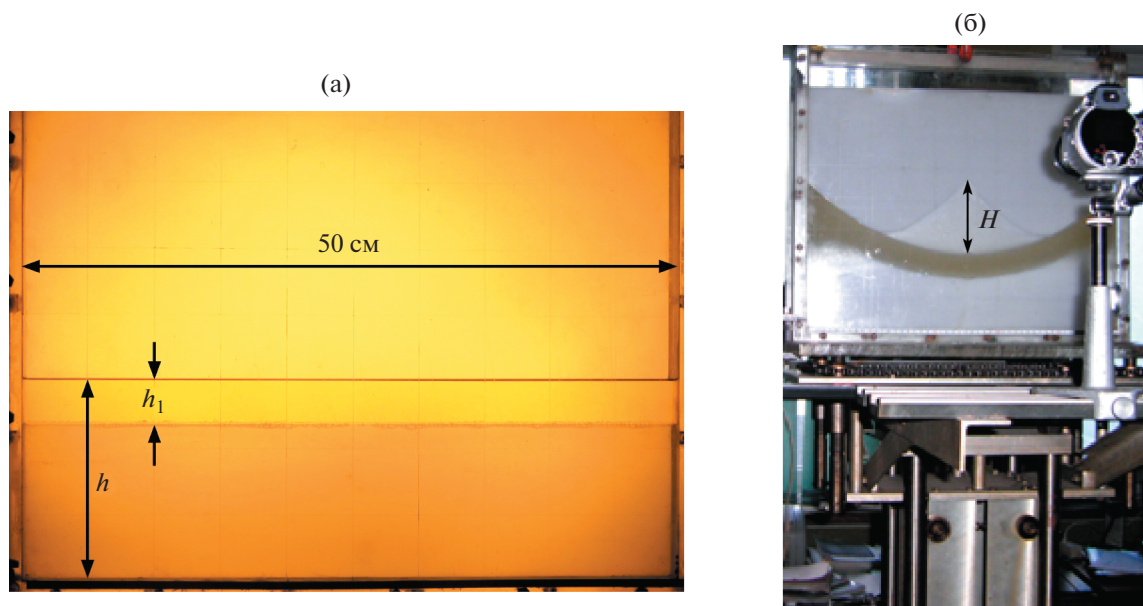


Рис. 1. Двухслойная жидкость в прямоугольном сосуде (а); параметрическое возбуждение стоячей поверхностной волны (вторая мода) (б): h_1 — толщина слоя масла; $h = 15$ см — неизменная общая глубина несмешивающихся жидкостей); H — высота волны

Цель данной статьи — экспериментальное исследование регуляризации разрушающихся стоячих гравитационных волн на свободной поверхности воды слоем более легкой несмешивающейся с водой жидкости. Рассматриваются колебания двухслойной системы в баротропном режиме. Для возбуждения волн используется параметрический резонанс. Работа является продолжением цикла исследований автора, в которых изучались механизм разрушения гравитационных поверхностных волн [14] и вязкая регуляризация интенсивных волновых движений однородной жидкости [15, 16]. Тематика статьи связана с решением практических задач по подавлению интенсивных колебаний жидкости со свободной поверхностью в виде стоячих волн.

1. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В экспериментах для формирования двухслойной системы использовались следующие несмешивающиеся жидкости: растительное масло—вода и керосин—вода. Возбуждение второй моды ($n = 2$) стоячих гравитационных волн на свободной поверхности двухслойной жидкости в прямоугольном сосуде длиной $L = 50$ см и шириной $W = 10$ см осуществлялось посредством параметрического резонанса (рис. 1). Установленный на электромеханический вибростенд сосуд совершал вертикальные колебания с амплитудой s и частотой Ω . Двумерные волновые движения двухслойной жидкости постоянной глубины $h = 15$ см исследовались аналогично [14–16] в режиме основного резонанса Фарадея, когда частота колебаний сосуда Ω в два раза превышала частоту ω возбуждаемых поверхностных гравитационных волн.

При фиксированной величине $s = 0.75$ см изменение частоты Ω в диапазоне $18\text{--}24\text{ с}^{-1}$ обеспечивало вариации крутизны $\Gamma = H/\lambda$ стоячей поверхностной волны в интервале $0.004\text{--}0.66$. Здесь $\lambda = 50$ см — длина волны; H — высота волны, определяемая как расстояние между ложбиной волны и ее гребнем. В условиях эксперимента перегрузка $\epsilon = s\Omega^2/g$ изменялась от 0.24 до 0.44.

Если глубина заполнения сосуда двухслойной жидкостью составляла величину $h = 15$ см и не изменялась в ходе экспериментов, то толщина h_1 верхнего слоя варьировалась от 0.25 до 7.5 см.

К основным физическим характеристикам использованных в экспериментах жидкостей относятся их плотность ρ , кинематическая вязкость ν и поверхностное натяжение σ , см. табл. Эксперименты проводились при температуре $20\text{--}21^\circ\text{C}$.

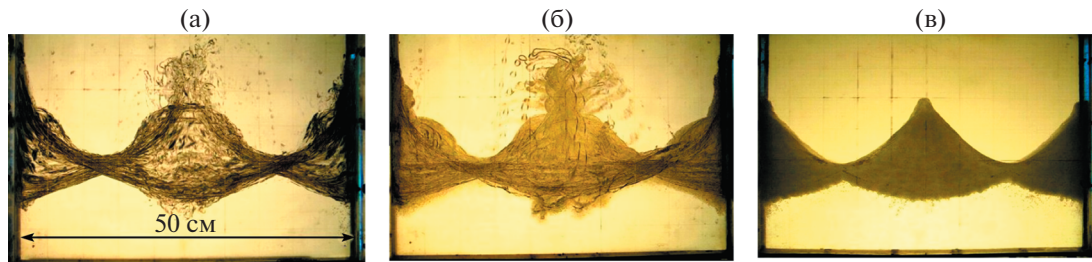


Рис. 2. Огибающие свободной поверхности в случае (а) воды ($\Omega = 21.44 \text{ с}^{-1}$), (б) двухслойной жидкости керосин–вода ($\Omega = 21.59 \text{ с}^{-1}$, $h_1 = 1 \text{ см}$) и (в) двухслойной жидкости масло–вода ($\Omega = 21.96 \text{ с}^{-1}$, $h_1 = 1 \text{ см}$, $H = 16.2 \text{ см}$). Огибающие – результат наложения 150–200 видеокадров, что при скорости съемки 30 к/с соответствует десяти волновым периодам

Для видеорегистрации волновых движений жидкости использовались фотокамеры DIMAGE Z2 и Canon PowerShot SX50HS со скоростью съемки 30 и 120 кадров/с. Последующая обработка видеозаписей проводилась с помощью программы ImageJ.

Для количественных оценок диссипативных эффектов использовался коэффициент затухания b , который оценивался по описанной в [15, 16] методике: после установления на одной из резонансных частот Ω стационарных колебаний жидкости вибростенд выключался, и проводилась видеосъемка процесса затухания второй волновой моды. Величина b определялась как $b = T^{-1} \ln(H_m/H_{m+1})$, где $T = 2\pi/\omega$ – период волны, H_m и H_{m+1} – значения высоты волны, взятые через один период колебаний. В качестве безразмерной характеристики диссипативных свойств двухслойной системы использовался декремент $\delta = bT$.

В условиях эксперимента исследуемая вторая волновая мода в баротропном режиме колебаний двухслойной системы близка к свободным гравитационным волнам на поверхности однородной жидкости; частота этих волн равна $\omega = (gk \tanh kh)^{1/2} = 10.85 \text{ с}^{-1}$, где $g = 981.7 \text{ см/с}^2$ – ускорение свободного падения, $k = 2\pi/\lambda = 0.126 \text{ см}^{-1}$ – волновое число, отвечающее длине гравитационной волны $\lambda = 50 \text{ см}$.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В экспериментах наблюдались регулярные и разрушающие волны. Если для регулярных волн профиль периодичен во времени и симметричен относительно вертикальной плоскости, проведенной через пучность волны, то в случае разрушающихся волн Фарадея со свободной поверхности жидкости срываются отдельные капли [14] – рис. 2а. В [14–16] показано, что для воды и растительного масла как однородных жидкостей предельная крутизна достигает величины $\Gamma = H/\lambda \sim 0.22$ и 0.30 соответственно. Для керосина как однородной жидкости предельная крутизна равна $\Gamma \sim 0.22$.

Эксперименты показали, что слой керосина ($h_1 = 0.25\text{--}7.5 \text{ см}$) практически не меняет характер колебаний двухслойной системы в баротропном режиме – наблюдаемые волны аналогичны волнам на поверхности воды, рис. 2б. Для разрушающихся волн на свободной поверхности двухслойной системы керосин–вода характерен срыв отдельных капель или струй, а максимальная крутизна регулярных волн составляла величину $\Gamma \sim 0.22$. Таким образом, использование керосина в качестве верхней жидкости не влияет на разрушающиеся гравитационные волны.

Размещение слоя растительного масла поверх воды резко меняет волновую картину – наблюдается регуляризация разрушающихся волн (рис. 2в). Показанная на фотографии волна имеет высоту $H = 16.2 \text{ см}$ ($\Gamma \sim 0.32$), какие-либо признаки разрушения стоячей гравитационной волны отсутствуют.

В экспериментах в качестве интегральных волновых характеристик баротропной моды использовались резонансные зависимости высоты $H = H(\Omega)$ установившейся волны от частоты Ω вертикальных колебаний сосуда – рис. 3.

Видно, что частотный диапазон резонансных зависимостей для толщины слоя $h_1 = 0.25\text{--}3.5 \text{ см}$ растительного масла (данные 1–б) не отличается от воды – 9. Резонансная зависимость второй

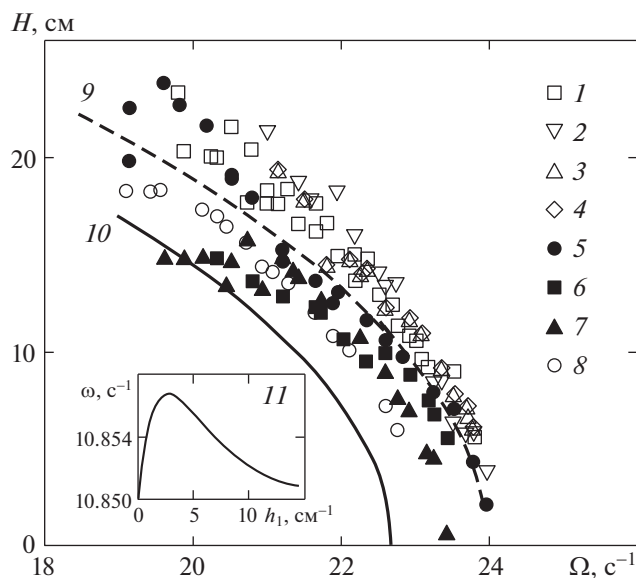


Рис. 3. Резонансные зависимости $H(\Omega)$ в случае двухслойной жидкости масло—вода (1–8) и однородных жидкостей (9, 10): 1–8 — $h_1 = 0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.5, 3.5, 5$ и 7.5 см; 9 — вода; 10 — масло; 11 — зависимость собственной частоты баротропной моды от толщины верхнего слоя

моды на поверхности растительного масла — 10 смещена в область низких частот из-за 60-кратного увеличения вязкости масла по сравнению с водой. Увеличение толщины верхнего слоя вязкой жидкости должно сказываться на уменьшении собственной частоты волны и сужении ширины резонансных зон параметрического возбуждения. Однако влияние вязкости проявляется только для $h_1 = 5$ и 7.5 см (данные 7 и 8).

В [8] при анализе нелинейных баротропных колебаний двухслойной идеальной жидкости показано, что собственная частота волн на свободной поверхности двухслойной системы сложным образом зависит от высоты волны и толщины верхнего слоя, причем $\omega(H, h_1) > \omega_0 = (gk \tanh kh)^{1/2}$. В явном виде выражение для частоты $\omega(H, h_1)$ здесь не приводится из-за своей громоздкости. График же рассчитанной зависимости $\omega(h_1)$ для второй моды баротропной волны высоты $H = 7.0$ см в случае системы масло—вода приведен на рис. 3, врезка 11. Видно, что частота сначала растет, достигает максимума при $h_1 \sim 3$ см и затем монотонно уменьшается. Этот полученный для идеальных жидкостей результат если не количественно, то качественно объясняет отсутствие низкочастотного сдвига резонансных зависимостей при $h_1 \leq 4$ см на рис. 3. Для толщин $h_1 = 5$ и 7.5 см нелинейный эффект увеличения частоты оказывается слабее влияния вязкости верхнего слоя, и на рис. 3 наблюдается низкочастотное смещение резонансных зависимостей.

Отметим, что вторая мода на свободной поверхности системы керосин—вода для всех использованных в эксперименте величин h_1 имела резонансные зависимости, идентичные случаю воды как однородной жидкости.

Использование масла как высоковязкой жидкости в двухслойной системе значительно увеличивает предельную крутизну и декремент регулярной волны, как показано на рис. 4. На графиках приведены зависимости крутизны $\Gamma = H/\lambda$ и логарифмического декремента δ от безразмерной толщины $h^* = h_1/h$ слоя масла.

Для двухслойной системы растительное масло—вода крутизна Γ регулярной волны возрастает с увеличением толщины $h^* = h_1/h$ верхнего слоя и достигает значения 0.30, что в 1.5 раза превышает предельную крутизну волны $\Gamma = 0.22$ на поверхности воды (как однородной жидкости) или системы керосина—воды, рис. 4а. Из приведенного графика следует, что при использовании слоя растительного масла толщиной 1 и 1.5 см ($h^* = 0.06$ и 0.12) как верхней жидкости в двухслойной системе регулярная баротропная волна имела крутизну $\Gamma \sim 0.30$. Такое же значение предель-

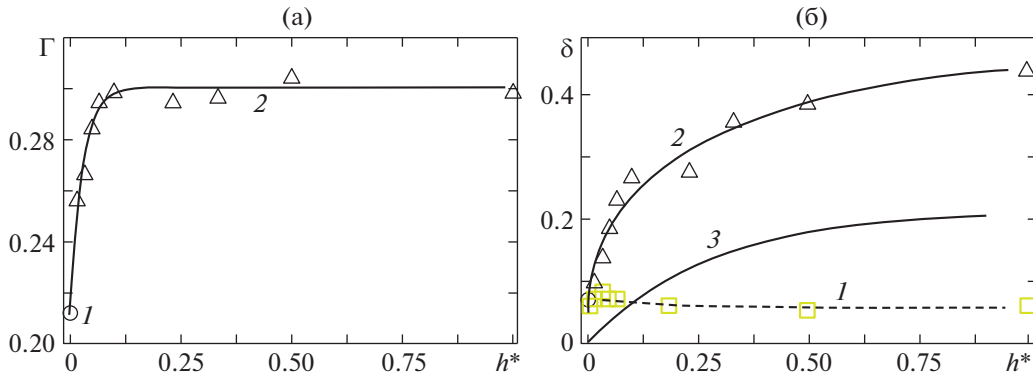


Рис. 4. Зависимости предельной крутизны (а) и декремента (б) поверхностной волны от толщины $h^* = h_1/h$ верхнего слоя масла при глубине двухслойной жидкости $h = 15$ см: 1 – вода и керосин–вода; 2 – масло–вода; 3 – модель [7], $20 \times \delta$

ной крутизны Γ получено в [15, 16] для волны на свободной поверхности высоковязких однородных жидкостей – растительного масла и 63% водном растворе сахара.

Анализ процесса затухания второй волновой моды (рис. 4б) показал, что для системы керосин–вода декремент δ практически не зависит от толщины верхнего слоя и для всех h^* составляет величину $\delta \sim 0.06$, соответствующую чистой воде. В случае двухслойной жидкости масло–вода увеличение h^* приводит к монотонному росту декремента баротропной моды, который при $h^* = 0.5$ оценивается величиной $\delta = 0.40$.

Для двухслойной системы теоретическая оценка декремента баротропной моды в случае бесконечно глубокого нижнего слоя и без учета боковых стенок сосуда приведена в статье [7]

$$\delta = 2k^2 T \frac{\rho_2 \nu_2 + 2(\rho_2 \nu_2 - \rho_1 \nu_1) \operatorname{th} kh_1}{\rho_2 + (2\rho_1 - \rho_2) \operatorname{th} kh_1}$$

где $T = 2\pi/\omega$ – период волны; $\rho_{1,2}$, $\nu_{1,2}$ – плотность и кинематическая вязкость жидкостей верхнего и нижнего слоев. Рассчитанные значения δ при изменении h^* от 0 до 0.9 лежат в диапазоне 10^{-3} – 10^{-2} ; на рис. 4б соответствующая зависимость 3 построена при 20-кратном увеличении δ . Такие заниженные значения декремента в модели [7] можно объяснить тем, что не учтены конечная глубина нижней жидкости, а также наличие боковых стенок и дна.

Приведенные на рис. 4 данные позволяют сделать вывод о том, что использование растительного масла в качестве верхней жидкости двухслойной системы обеспечивает значительное увеличение предельной крутизны баротропных волн с одновременным ростом их декремента.

Детальный анализ данных видеозаписи позволил в случае воды выявить мелкомасштабные возмущения на профилях волн; их характерный размер не превышал 6 см – рис. 5а. Эти возмущения определяют зарождение, развитие и разрушение каверны с последующим струйным всплеском из гребня волны. Описание механизма разрушения приведено в [14].

Аналогичная картина наблюдается на свободной поверхности двухслойной жидкости керосин–вода – рис. 5б. Видно, что слой керосина толщиной 1 см не препятствует процессу разрушения баротропной волны: прослеживаются образование и схлопывание каверны с последующим выбросом и разрушением струи.

В случае системы растительное масло–вода волна, возбуждаемая на той же частоте 21.44 с^{-1} , является регулярной – рис. 6. При высоте $H = 16.6$ см волновой профиль плавный, и какие-либо признаки разрушения волны отсутствуют.

Отличие волновых структур на рис. 5б и 6 связано с использованием керосина и растительного масла в качестве верхней жидкости в двухслойной системе. Эти жидкости различаются по плотности, вязкости и межфазному натяжению (с водой) – см. табл. 1. Поскольку именно растительное масло обеспечило увеличение предельной крутизны волны, ее диссипацию и, в конечном счете, регуляризацию волнового движения, ниже рассматривается система масло–вода.

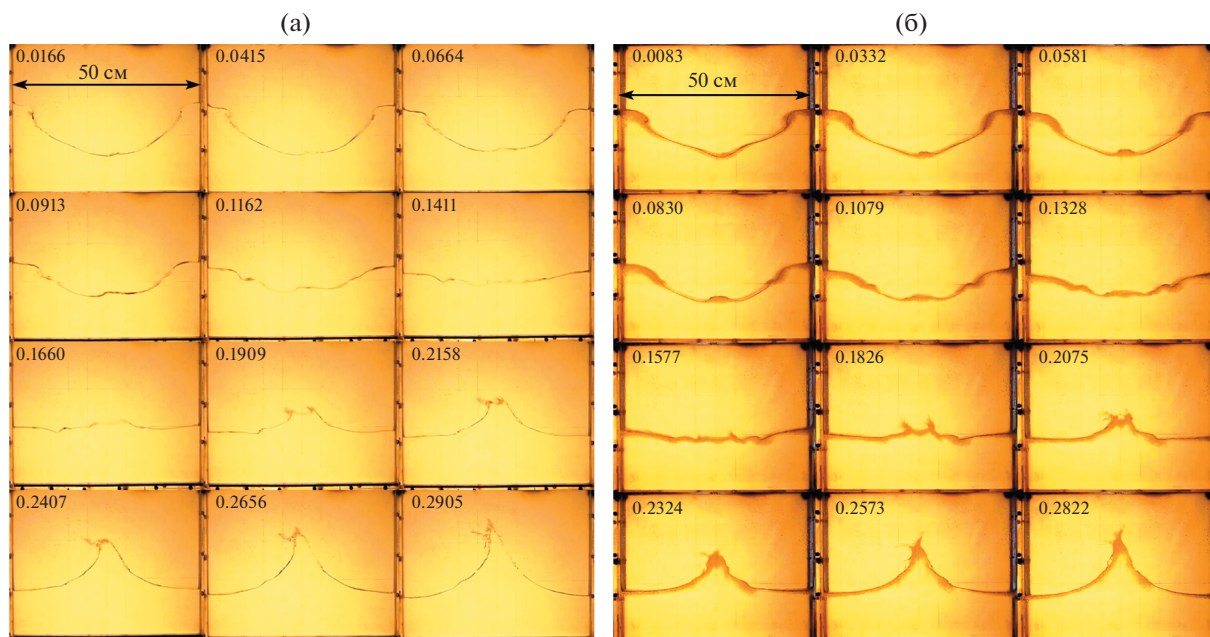


Рис. 5. Последовательность видеокадров, иллюстрирующих процесс разрушения (а) гравитационной волны Фарадея на свободной поверхности воды и (б) баротропной волны в системе керосин–вода ($h_1 = 1$ см) при частоте колебаний сосуда $\Omega = 21.44 \text{ с}^{-1}$. Скорость видеосъемки 120 к/с; момент времени указан в верхнем левом углу отдельного кадра

Рассмотрим структурные изменения верхнего слоя в системе масло–вода с увеличением высоты волны – рис. 7. Для этого используем видеоматериалы процесса установления стационарных колебаний двухслойной жидкости на частоте колебаний сосуда $\Omega = 22.60 \text{ с}^{-1}$. Начальная толщина слоя составляла $h_1 = 1$ см.

При высоте волны $H = 2.1$ см профиль волны линейный, его толщина практически одинакова по всей длине сосуда – рис. 8 (I). Увеличение высоты до $H = 6.7$ см приводит к утолщению слоя в гребне и ложбинах при утоньшении в узловых областях – (II). При $H = 9.4$ и 10.1 см наблюдается перетекание практически всей верхней жидкости в области гребня и ложбины волны – (III, IV).

Используя модель [17] нелинейных поверхностных волн Фарадея, можно в переменных Лагранжа (a, b, t) построить не только профиль свободной поверхности при $b = 0$, но и определить координаты (x, y) частиц однородной жидкости внутри слоя заданной глубины h

$$\begin{cases} x = a - H \frac{\text{ch}k(b+h)}{2\text{sh}kh} \sin ka \cos \psi + H^2 k \frac{\sin 2ka}{32\text{sh}^2 kh} (1 + \cos 2\psi) - \\ - \frac{3}{64} H^2 k \frac{\text{ch}2k(b+h)}{\text{sh}^4 kh} \sin 2ka \cos 2\psi + \frac{1}{16} H^2 k \frac{\text{ch}2k(b+h)}{\text{sh}^2 2kh} \sin 2ka, \\ y = b + H \frac{\text{sh}k(b+h)}{2\text{sh}kh} \cos ka \cos \psi + H^2 k \frac{\text{sh}2k(b+h)}{32\text{sh}^2 kh} (1 + \cos 2\psi) + \\ + \frac{3}{64} H^2 k \frac{\text{sh}2k(b+h)}{\text{sh}^4 kh} \cos 2ka \cos 2\psi - \frac{1}{16} H^2 k \frac{\text{sh}2k(b+h)}{\text{sh}^2 2kh} \cos 2ka, \\ \psi = \Omega t/2, \quad k = 2\pi/\lambda, \quad a \in [0, L], \quad b \in [-h, 0] \end{cases}$$

Таблица 1.

Жидкость	ρ (г/см ³)	ν (сСт)	σ (дин/см) (в воздухе)	σ (дин/см) (в воде)
Вода	1.00	1	73	—
Масло растительное	0.93	61	40	24
Керосин	0.78	1.3	27	42

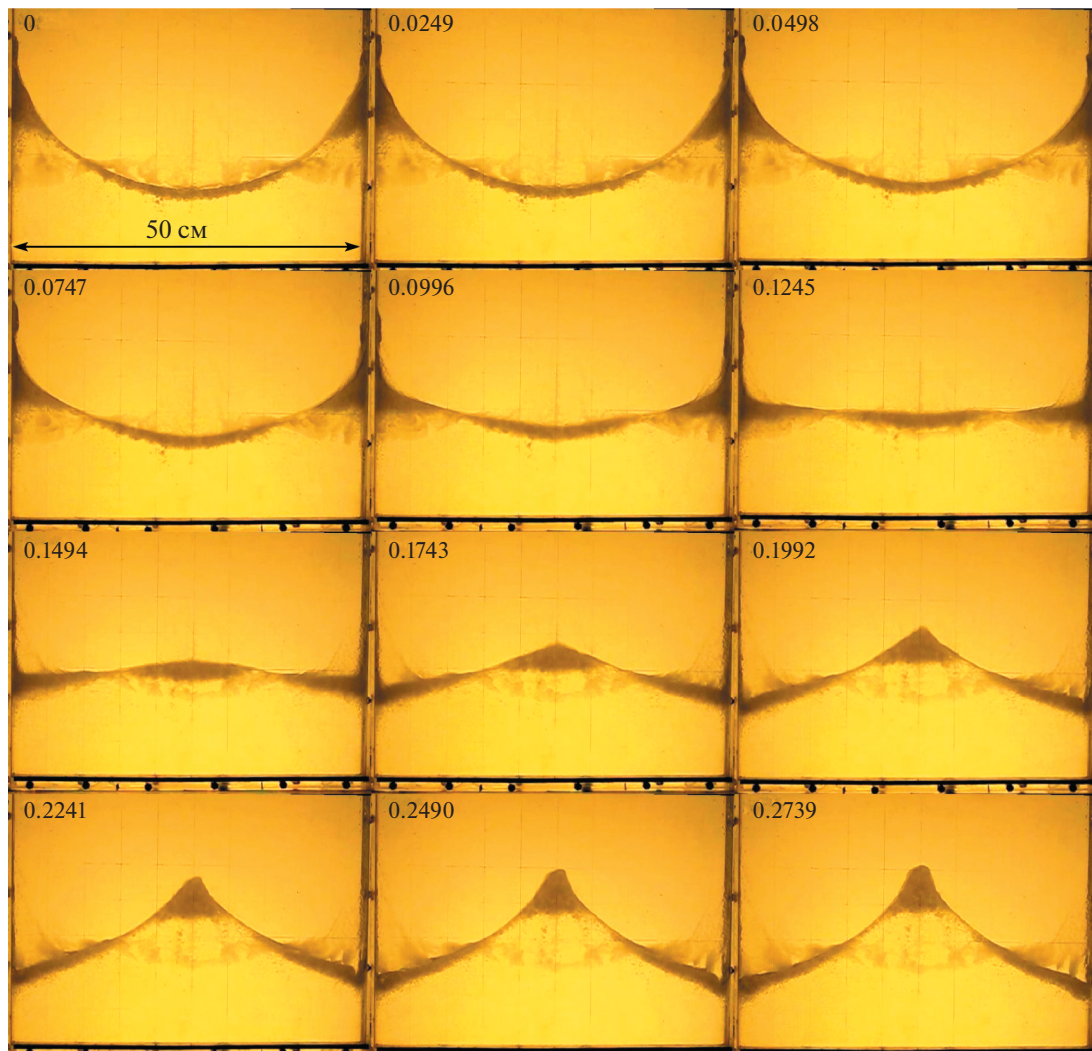


Рис. 6. Последовательность видеок кадров, демонстрирующих регулярную баротропную волну в системе растительное масло–вода ($h_1 = 1$ см) в течение половины периода волны: $\Omega = 21.44 \text{ с}^{-1}$; $H = 16.6$ см

Определим b -изолинии как линии одинаковых значений начальной вертикальной координаты b частиц жидкости. Изолинии $b = 0$, -0.5 и -1 см для второй волновой моды максимального развития показаны на рис. 8. Первоначально расстояние между этими тремя линиями составляло 0.5 см, причем каждая линия задается 50 точками, расположенными на 1 см друг от друга. Из-за асимметрии профиля волны (нелинейность волны) наблюдаются сжатие точек на гребне волны и их разрежение в ложбине. Это приводит к изменению расстояния между b -изолиниями, которое увеличивается в гребнях и уменьшается в ложбинах. Этим, скорее всего, объясняется изменение толщины верхнего слоя несмешивающейся жидкости в случае баротропных волн, если рассматривать изолинии $b = 0$ и -1 см в качестве границ верхней жидкости двухслойной системы на рис. 7.

Если на видеок кадрах рис. 7 между двумя несмешивающимися жидкостями прослеживается резкая межфазная граница, то для волн большей высоты $H \geq 13$ см происходит диспергирование жидкостей — см. рис. 9. Наблюдаемые в пучностях волны дисперсные структуры могут быть отнесены к обратной эмульсии типа вода в масле (в/м), для которой дисперсной фазой является вода, а непрерывной фазой — масло. После проведения серии измерений установка выключалась. После затухания волновых движений верхний слой жидкости вследствие растекания дисперсных структур (локализованных в пучностях, рис. 9) принимал вид, показанный на рис. 10.

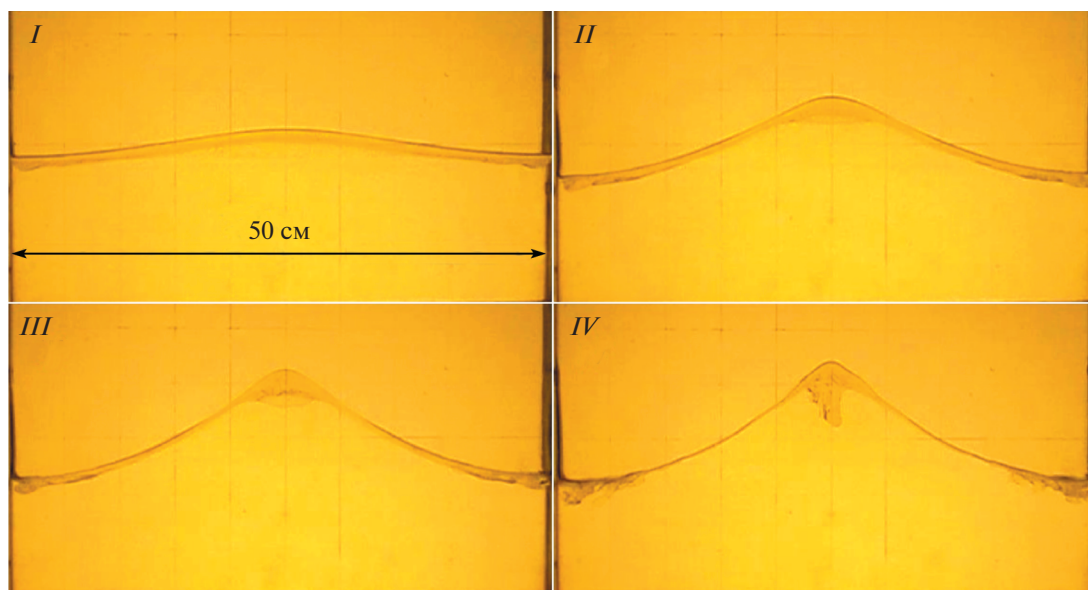


Рис. 7. Форма верхнего слоя в системе масло–вода ($h_1 = 1$ см) в зависимости от высоты волн: I–IV – $H = 2.1, 6.7, 9.4$ и 10.1 см; при частоте колебаний сосуда $\Omega = 22.60 \text{ с}^{-1}$

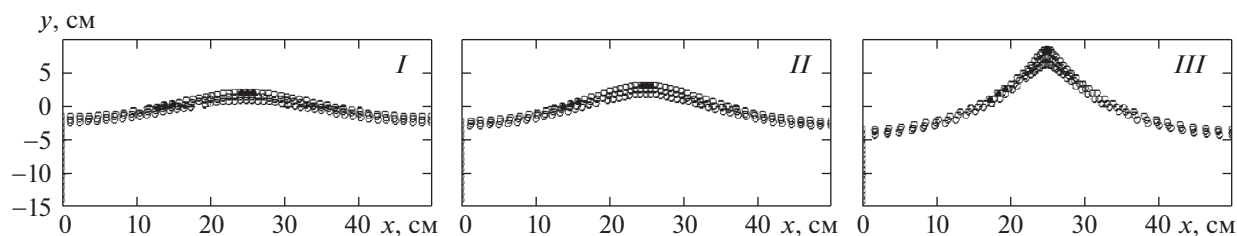


Рис. 8. Рассчитанные волновые профили, показывающие деформацию приповерхностного слоя ($b = 0, -0.5$ и -1 см) однородной жидкости при $\psi = \pi$ в зависимости от высоты волн: I–III – $H = 2, 3$ и 12 см; $\Omega = 21.74 \text{ с}^{-1}$

Приведенная на рис. 10б дисперсная система относится к обратной эмульсии типа в/м (вода в масле). Если начальная толщина слоя составляла величину 1 см, то вследствие эмульгирования капля воды в масле величина h_1 возрастала до 1.3 см. Вывод о типе эмульсии (в/м) сделан по следующим трем признакам [18]. Во-первых, образец представленной на рис. 10б эмульсии имел более низкую по сравнению с водой электропроводность. Во-вторых, образец эмульсии легко смешивался с маслом, но не с водой. Наконец, образец не окрашивался водорастворимой краской.

В экспериментах использовалась макросъемка с 60-кратным оптическим увеличением, что позволило сделать вывод о полидисперсности эмульсии в/м. Диаметр $2r$ капель воды варьировался от 0.01 до 0.5 см. Отметим, что нижний предел для $2r$ ограничен разрешимостью макросъемки в условиях эксперимента. Как видно на рис. 10б, более крупные капли расположены в нижней части слоя. Визуально было установлено, что с течением времени эти капли воды осаждаются и формируют концентрированный слой на границе с подстилающим слоем воды. Нижняя часть этого слоя капля воды разрушается вследствие коалесценции капель между собой и подстилающей поверхностью воды. Полное осаждение капель воды до восстановления чистого слоя масла продолжалось в течение 2–6 ч и зависело от длительности предшествующего эксперимента, т.е. от времени эмульгирования.

При образовании эмульсии увеличивается поверхность дисперсной фазы, что требует затрат механической энергии, которая концентрируется на поверхности раздела в виде свободной поверхностной энергии – межфазное натяжение, например, [19]. Оценим порядок величины свободной энергии E_{free} , считая обратную эмульсию на рис. 10б монодисперсной с каплями воды ра-

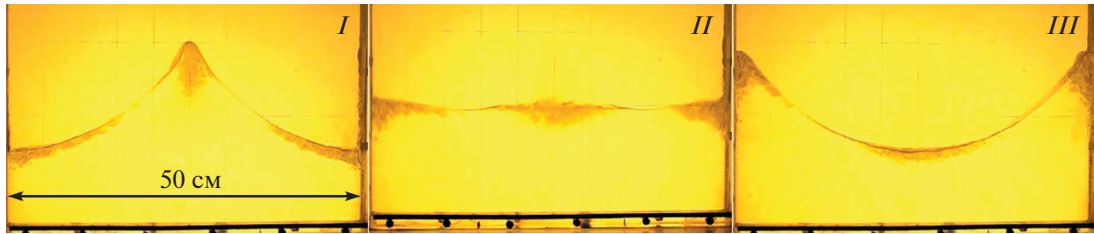


Рис. 9. Дисперсные системы в пучностях баротропной волны: I–III – три последовательные фазы волны высотой $H = 13.6$ см; $\Omega = 21.74$ с $^{-1}$; $h_1 = 1$ см

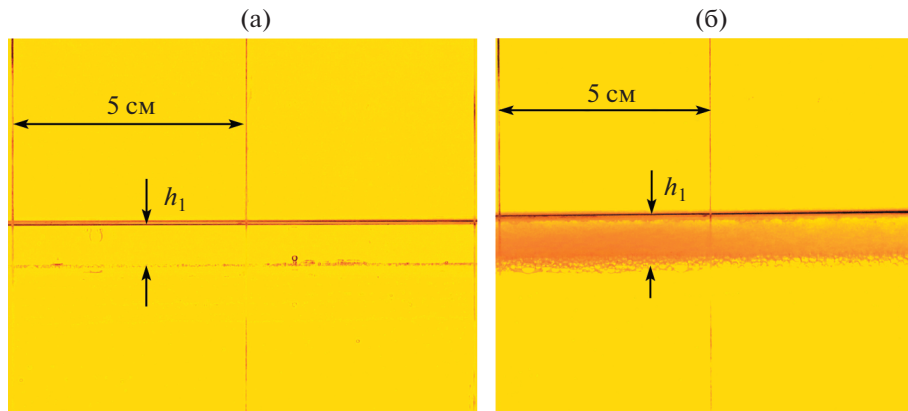


Рис. 10. Верхний слой системы масло–вода до и после проведения серии экспериментов: а, б – $h_1 = 1$ и 1.3 см

диусом $r \sim 0.1$ см. Если при изменении толщины верхнего слоя $\Delta h_1 = 0.3$ см объем дисперсной фазы $V = LW\Delta h_1 = 60$ см 3 ($L = 50$ см, $W = 4$ см), то из соотношения

$$\frac{S}{V} = \frac{4\pi r^2}{4\pi r^3/3} = \frac{3}{r}$$

для общей межфазной поверхности S получим значение $S = 3V/r = 1800$ см 2 . При межфазном натяжении $\sigma = 24$ эрг/см 2 свободная энергия $E_{free} = 72\,000$ эрг $\sim 10^5$ эрг. Этой величиной определяются минимальные затраты механической энергии на диспергирование двухслойной жидкости. Источником же энергии является волновое движение жидкости в баротропном режиме. Полная энергия стоячей баротропной волны определяется соотношением [1]

$$E = \frac{1}{16} g[\rho_1 + (\rho_2 - \rho_1)e^{-2kh_1}]LWH^2$$

При $H = 13.6$ см и $k = 2\pi/L = 0.126$ см $^{-1}$ имеем $E \sim 10^6$ эрг.

Таким образом, процесс эмульгирования в условиях настоящего эксперимента требует значительных энергозатрат, сравнимых с энергией баротропной волны.

Рассмотрим более детально переход от системы двух несмешивающихся жидкостей к эмульсии верхнего слоя. При установлении стационарных колебаний системы масло–вода ($h_1 = 1$ см) при $\Omega = 21.44$ с $^{-1}$ можно выделить три характерных режима, определяющих структуру верхнего слоя – рис. 11–13.

Во-первых, первоначально горизонтальный слой масла остается однородным по толщине при высоте волны $H = 5.1$ см, а при дальнейшем росте волны ($H = 12.5$ см) утолщается в гребне – рис. 11.

С течением времени высота волны возрастает, что приводит к формированию неустойчивой прямой эмульсии масла в воде (м/в) – рис. 12.

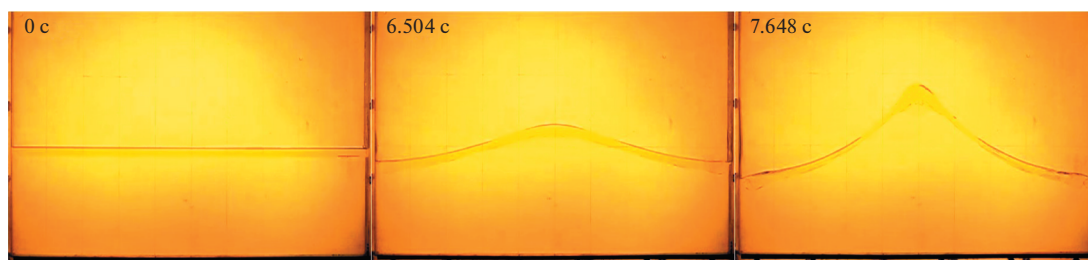


Рис. 11. Верхний слой системы масло–вода ($h_1 = 1$ см) при установлении стационарных колебаний на частоте колебаний сосуда $\Omega = 21.44 \text{ с}^{-1}$; моменты времени $t = 0, 6.504$ и 7.648 с соответствуют баротропной волне высотой $H = 0, 5.1$ и 12.5 см

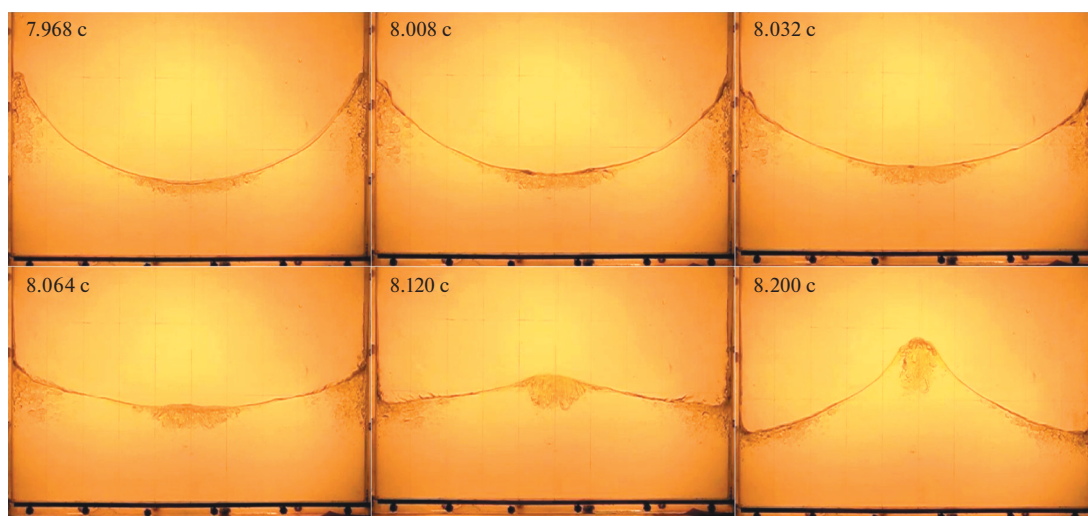


Рис. 12. Аналогично рис. 11; моменты времени $t = 7.968, 8.008, 8.032, 8.064, 8.120$ и 8.200 с соответствуют установившейся баротропной волне высотой $H = 12.8$ см

Области локализации описываемой м/в – эмульсии определяются пучностями волны и имеют наибольший вертикальный масштаб до $0.5h$ в момент максимального развития волнового профиля (рис. 12).

Наконец, на рис. 13 представлены видеок cadры с обратной в/м – эмульсией, переход к которой обусловлен дальнейшей локализацией верхнего слоя (м/в – эмульсия) в пучностях волны. Согласно [18] при возрастании количества масла в виде отдельных капель возможен переход к в/м – эмульсии, т.е. происходит обращение эмульсии. Исследование процесса обращения эмульсий не являлось целью настоящей работы. Однако можно оценить условия отрыва с межфазной границы каплей масла, которые являются дисперсной средой в прямой эмульсии и дисперсионной средой в эмульсии обратной.

Диспергированию капель масла в воду на этапе формирования гребня (центральная часть жидкости вместе с межфазной границей движется вверх, рис. 12) препятствуют силы плавучести $F_1 = 4\pi r^3 \Delta \rho g / 3$ и межфазного натяжения $F_2 = 2\pi \sigma r$ – см. врезку на рис. 14. Здесь $\Delta \rho = (\rho_2 - \rho_1)$. На указанном временном интервале сила инерции, действующая на отдельные капли масла, направлена вниз и обеспечивает отделение и перемещение капли в дисперсионной фазе (вода). Сила инерции определяется движущейся межфазной границей и равна $\Phi = (4\pi r^3 / 3) \rho_1 (H/2) \omega^2$. В предположении равенства нулю относительной скорости капли сила вязкого сопротивления не учитывается. Необходимым условием для формирования и отделения капли масла является неравенство $\Phi > F_1 + F_2$. Из уравнения $\Phi - F_1 - F_2 = 0$ находим пороговую высоту баротропной волны, определяющую начало процесса эмульгирования

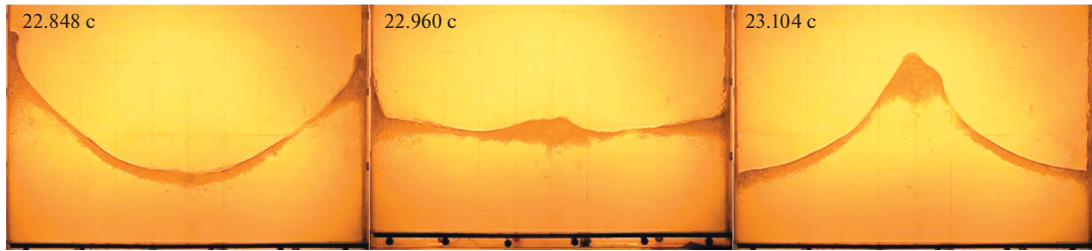


Рис. 13. Аналогично рис. 11; моменты времени $t = 22.848, 22.960$ и 23.104 с соответствуют трем последовательным фазам волны; $H = 16.1$ см

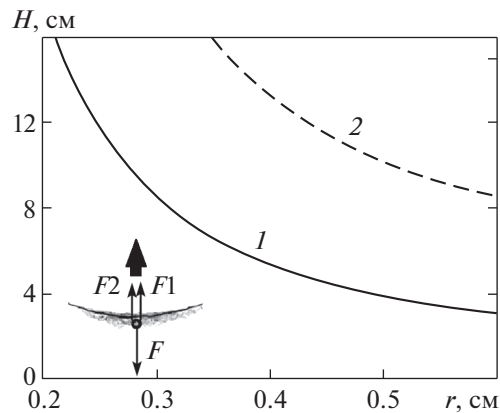


Рис. 14. Пороговая высота волны H для формирования капли масла (1) и керосина (2) на межфазной поверхности двухслойной системы; r — радиус капли

$$H = \frac{1}{\rho_1 \omega^2} \left(\frac{3\sigma}{r^2} + 2\Delta\rho g \right)$$

На рис. 14 приведены рассчитанные зависимости $H = H(r)$ для масла (1) и керосина (2), используемых в качестве верхних жидкостей в двухслойной системе; значения физических величин приведены в табл. 1. Для системы масло—вода область значений $\{r, H\}$ выше кривых определяет начало эмульгирования. Полученный результат (1) согласуется с данными эксперимента — при высоте волны $H = 13$ см наблюдаемые капли масла в воде имели радиус $r \approx 0.3–0.4$ см. В случае керосина характеристики двухслойной системы таковы, что кривая (2) располагается существенно выше зависимости (1). Пороговая высота баротропной волны, необходимая для формирования капель керосина в воде, в 2–5 раз превосходит соответствующие значения H для системы масло—вода. В условиях эксперимента эмульгирование керосина в воде не наблюдалось.

Обобщая результаты проведенных исследований 1 см — слоя масла в двухслойной системе на весь диапазон $h_1 = 0.25–7.5$ см, можно сделать вывод, что регуляризация баротропных волн связана с эмульгированием двухслойной жидкости, т.е. с формированием над слоем воды обратной эмульсии вода—масло. Именно динамическими свойствами эмульсии можно объяснить увеличение крутизны $\Gamma = H/\lambda$ и логарифмического декремента δ регулярных баротропных волн.

В режиме волновых движений двухслойной системы не представляется возможным измерить вязкость эмульсии или всей системы в целом. Однако, как показано в [15, 16], полученная в [20] формула для логарифмического декремента стоячих волн на свободной поверхности однородной жидкости неплохо описывает данные эксперимента для воды, растительного масла и водного раствора сахара. Рассматривая двухслойную систему как однородную жидкость с некоторой эквивалентной кинематической вязкостью ν^* , и учитывая потери волновой энергии во всем объеме жидкости, на боковых стенках и дне сосуда, имеем

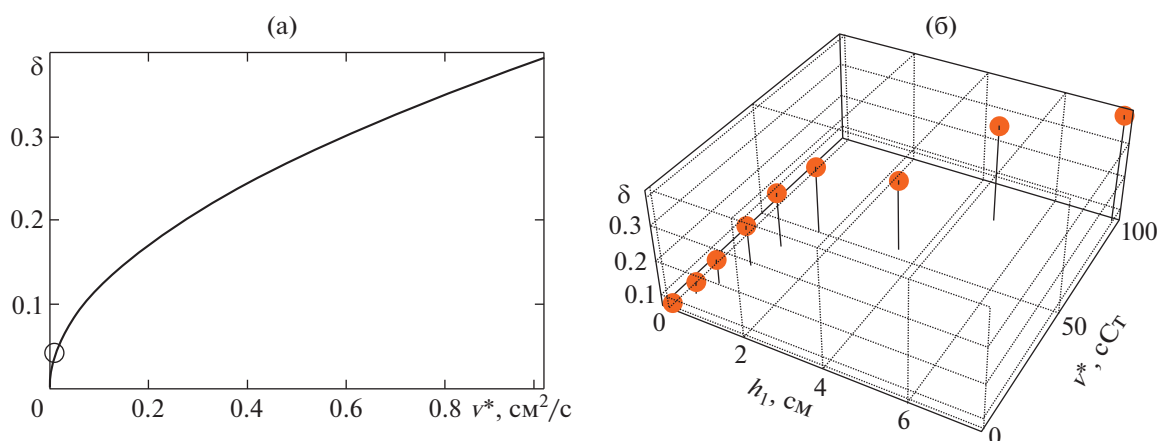


Рис. 15. Оценка эквивалентной вязкости v^* двухслойной системы по логарифмическому декременту δ (а); точка на графике соответствует рассчитанному декременту для воды при $v^* = 0.01 \text{ см}^2/\text{с}$; б – зависимость $\delta = \delta(h_1, v^*)$

$$\delta = \frac{2\pi}{\omega} \left[2v^*k^2 + \sqrt{\frac{\omega v^*}{2}} \left(\frac{L+W}{LW} + k \frac{L-2h}{L \operatorname{sh} 2kh} \right) + \sqrt{\frac{\omega v^*}{2}} k \frac{1}{\operatorname{sh} 2kh} \right]$$

Из приведенной на рис. 15а зависимости $\delta = \delta(v^*)$ можно по экспериментальным значениям декремента оценить эквивалентную вязкость двухслойной системы. Зависимость декремента $\delta = \delta(h_1, v^*)$ от толщины h_1 верхнего слоя масла и рассчитанной эквивалентной вязкости v^* двухслойной системы масло–вода в баротропном режиме колебаний приведена на рис. 15б.

Видно, что с увеличением h_1 возрастают как декремент δ , так и эквивалентная вязкость v^* . При $h_1 = 1 \text{ см}$ имеем $\delta = 0.23$ и $v^* = 37.5 \text{ сСт}$, а при $h_1 = 5 \text{ см}$ – $\delta = 0.36$ и $v^* = 80.0 \text{ сСт}$. Это свидетельствует об усилении диссипативных факторов, обусловленных толщиной эмульсионного верхнего слоя.

Поскольку данное исследование нацелено на выявление механизма регуляризации баротропных волн, то продолжая аналогию с однородной вязкой жидкостью, воспользуемся основным выводом [15, 16] о том, что вязкость жидкости служит своеобразным фильтром короткомасштабных возмущений. В случае двухслойной системы определяемая эмульгированием вязкая диссипация становится доминирующим фактором, вызывая подавление коротковолновых возмущений, приводящих к разрушению волн Фарадея.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены новые экспериментальные результаты о влиянии верхнего слоя вязкой жидкости на процесс регуляризации разрушающихся стоячих гравитационных волн Фарадея на свободной поверхности двухслойной системы.

Показано, что использование растительного масла в качестве верхнего слоя существенно меняет динамику волновой моды – наблюдается волновая регуляризация с полным подавлением механизмов разрушения. Установленные в экспериментах эффекты связаны с образованием слоя эмульсии, обеспечивающего дополнительное рассеяние энергии волны. Рассмотрен эффект увеличения толщины верхнего слоя на предельную крутизну регулярной волны и ее диссипативные характеристики.

Рассмотрен процесс эмульгирования двухслойной системы и приведены оценки энергозатрат на формирование эмульсии. Показано, что процесс эмульгирования в условиях эксперимента требует значительных энергозатрат, сравнимых с энергией гравитационной баротропной волны. Введена эквивалентная вязкость двухслойной жидкости.

Работа выполнена по теме государственного задания № AAAA-A17-117021310375-7.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сретенский Л.Н.* Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977. 815 с.
2. *Гилл А.* Динамика атмосферы и океана. В 2-х томах. Т. 1. М.: Мир, 1986. 399 с. *Gill A.E.* Atmosphere—Ocean Dynamics. New York: Academic Press, 1982. 662 p.
3. *Pototsky A., Bestehorn M.* Faraday instability of a two-layer liquid film with a free upper surface // *Phys. Rev. Fluids*, 2016. V. 1, 023901.
<https://doi.org/0.1103/physrevfluids.1.023901>
4. *Li X., Li X., Liao Sh.* Observation of two coupled Faraday waves in a vertically vibrating Hele-Shaw cell with one of them oscillating horizontally // *Phys. Fluids*. 2018. V. 30. 012108.
<https://doi.org/10.1063/1.5004452>
5. *Калиниченко В.А., Секерж-Зенькович С.Я., Тимофеев А.С.* Экспериментальное исследование поля скоростей параметрически возбуждаемых волн в двухслойной жидкости // *Изв. АН СССР. МЖГ*. 1991. № 5. С. 161–166.
6. *La Rocca M., Sciortino G., Adduce C., Boniforti M.A.* Experimental and theoretical investigation on the sloshing of a two-liquid system with free surface // *Phys. Fluids*. 2005. V. 17. № 6, 062101.
<https://doi.org/10.1063/1.1922887>
7. *Harrison W.J.* The influence of viscosity on the oscillations of superposed fluids // *Proc. London Math. Soc.* 1908. V. s2-6. № 1. P. 396–405.
<https://doi.org/10.1112/plms/s2-6.1.396>
8. *Thorpe S.A.* On standing internal gravity waves of finite amplitude // *J. Fluid Mech.* 1968. V. 32. № 3. P. 489–528.
<https://doi.org/10.1017/S002211206800087X>
9. *Hashimoto H., Sudo S.* Dynamic behavior of stratified fluids in a rectangular container subject to vertical vibration // *Trans. JSME. Ser. B*. 1985. V. 51. P. 51–59.
<https://doi.org/10.1299/kikaib.51.51>
10. *Левич В.Г.* Физико-химическая гидродинамика. М.: ГИТТЛ, 1959. 669 с.
11. *Alpers W., Huhnerfuss H.* The damping of ocean waves by surface films: a new look at an old problem // *J. Geophys. Res.* 1989. V. 94(C). P. 6251–6265.
<https://doi.org/10.1029/JC094iC05p06251>
12. *Rajan G.K., Henderson D.M.* Linear waves at a surfactant-contaminated interface separating two fluids: Dispersion and dissipation of capillary-gravity waves // *Phys. Fluids*. 2018. V. 30(7).
<https://doi.org/10.1063/1.5027709>
13. *Cox C.S., Zhang X., Duda T.F.* Suppressing breakers with polar oil films: using an epic sea rescue to model wave energy budgets // *Geoph. Res. Lett.* 2017. V. 44(3). P. 1414–1421.
<https://doi.org/10.1002/2016gl071505>
14. *Калиниченко В.А.* О разрушении волн Фарадея и формировании струйного всплеска // *Изв. РАН. МЖГ*. 2009. № 4. С. 112–122.
15. *Базилевский А.В., Калиниченко В.А., Рожков А.Н.* Вязкая регуляризация разрушающихся волн Фарадея // *Письма в ЖЭТФ*. 2018. Т. 107. Вып. 11. С. 716–721.
<https://doi.org/10.7868/S0370274X1811005X>
16. *Базилевский А.В., Калиниченко В.А., Рожков А.Н.* Влияние вязкости жидкости на поверхностные волны Фарадея // *Изв. РАН. МЖГ*. 2018. № 6. С. 30–42.
<https://doi.org/10.31857/S056852810002300-1>
17. *Нестеров С.В.* Параметрическое возбуждение волн на поверхности тяжелой жидкости // *Морские гидрофиз. исследования*. 1969. № 3(45). С. 87–97.
18. *Адам Н.К.* Физика и химия поверхностей. М.—Л.: ГИТТЛ, 1947. 552 с.
19. *Левченко Д.Н., Бергштейн Н.В., Худякова А.Д., Николаева Н.М.* Эмульсии нефти с водой и методы их разрушения. М.: Химия, 1967. 200 с.
20. *Keulegan G.H.* Energy dissipation in standing waves in rectangular basins // *J. Fluid Mech.* 1959. V. 6. Pt. 1. P. 33–50.